



Χαράλαμπος Λεμονίδης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ψηφιακός πόρος για τον/την εκπαιδευτικό

A. Εφαρμογή διδακτικών αρχών της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής (ΜΑ.ΦΥ.ΖΩ)

Τα περιεχόμενα των μαθημάτων και ο τρόπος ανάπτυξής τους εκφράζουν και υλοποιούν το πνεύμα του Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών. Η απόδοση των διδακτικών αρχών που εφαρμόστηκαν στο συγκεκριμένο εγχειρίδιο και στα αντίστοιχα Ψηφιακά Μαθησιακά Αντικείμενα (ΨΜΑ) βασίζεται στη λογική της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής (ΜΑ.ΦΥ.ΖΩ). Παραθέτουμε σύντομα, στη συνέχεια, τις αρχές αυτές.

1. Οι μαθητές και οι μαθήτριες οδηγούνται στην ανακάλυψη και την κατασκευή των μαθηματικών εννοιών

Κάθε μάθημα αρχίζει με διδακτικές καταστάσεις οι οποίες είναι επιλεγμένες και κατάλληλες για να οδηγήσουν τα παιδιά, με βάση τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους, να ανακαλύψουν και να κατασκευάσουν μόνο τους τις νέες μαθηματικές έννοιες. Αυτό πραγματοποιείται με τις δραστηριότητες «**Ερευνώ**» και «**Ανακαλύπτω**», οι οποίες παρουσιάζονται στις δύο πρώτες σελίδες του Βιβλίου του μαθητή και της μαθήτριας. Παρακάτω δίνουμε ένα παράδειγμα και παρουσιάζουμε τη λογική αυτών των δραστηριοτήτων.

2. Τα Μαθηματικά συνδέονται με την πραγματικότητα και την καθημερινή ζωή των παιδιών

Με στόχο τα Μαθηματικά να γίνουν ελκυστικά και χρήσιμα για τα παιδιά, προσπαθούμε να συνδέονται με τα ενδιαφέροντα και την καθημερινή ζωή τους. Έτσι, οι διάφορες καταστάσεις της πραγματικότητας (πλαίσια των μαθηματικών εννοιών) με τις οποίες παρουσιάζονται οι μαθητικές έννοιες σε αυτά τα εκπαιδευτικά υλικά προέρχονται από την καθημερινότητα των παιδιών. Επιπλέον, παρουσιάζονται καταστάσεις από τον πολιτισμό και την προστασία του περιβάλλοντος, με στόχο την ευαισθητοποίηση των παιδιών πάνω σε τέτοιου είδους θέματα.

3. Διδακτική πορεία από το πραγματικό και συγκεκριμένο προς το συμβολικό και αφηρημένο

Τα Μαθηματικά δημιουργήθηκαν από τους ανθρώπους και συνεχίζουν να δημιουργούνται μέσα από ερωτήματα και προβλήματα της ζωής, του φυσικού περιβάλλοντος, αλλά και αυτών των ίδιων των Μαθηματικών. Οι μαθηματικοί, με αφετηρία καταστάσεις και προβλήματα της πραγματικότητας, μέσα από διαδοχικές επεξεργασίες και αφαιρέσεις, ανακαλύπτουν γενικούς κανόνες και μαθηματικούς τύπους. Ακολουθούν, δηλαδή, μια πορεία από το συγκεκριμένο και το εμπειρικό προς το αφηρημένο και το γενικό. Η πορεία αυτή, η «μαθηματικοποίηση», είναι από τις πιο σημαντικές διαδικασίες στη δημιουργία των Μαθηματικών.

Η διδακτική μέθοδος που ακολουθούμε σε αυτά τα εκπαιδευτικά υλικά για την ανακάλυψη των μαθηματικών εννοιών είναι η πορεία της μαθηματικοποίησης από τις πραγματικές καταστάσεις της καθημερινότητας προς τις συμβολικές, αφηρημένες εκφράσεις των Μαθηματικών. Τα συμβολικά Μαθηματικά, οι ιδιότητες και οι κανόνες είναι μια κατάληξη αυτής της πορείας μαθηματικοποίησης και όχι η αφετηρία, όπως γίνεται στην παραδοσιακή διδασκαλία.

4. Ποικίλες σημειολογικές αναπαραστάσεις και μοντέλα στη διαχείριση και παρουσίαση του εκπαιδευτικού υλικού

Οι μαθηματικές έννοιες μπορεί να παρουσιάζονται με διάφορες σημειολογικές εκφράσεις, όπως πραγματικές καταστάσεις, φυσική γλώσσα, μοντέλα, χειραπτικά υλικά, εικονικές αναπαραστάσεις και μαθηματικά σύμβολα. Αυτές οι διάφορες σημειολογικές εκφράσεις δημιουργούν και διαφορετικές γνωστικές απαιτήσεις από την πλευρά των μαθητών. Στην πορεία της μαθηματικοποίησης που αναφέρουμε παραπάνω χρησιμοποιούμε πολλαπλές σημειολογικές εκφράσεις.

Σε αυτό το εκπαιδευτικό υλικό χρησιμοποιούμε συγκεκριμένα μοντέλα και αναπαραστάσεις για τις έννοιες, τα βασικότερα από τα οποία παρουσιάζουμε στη συνέχεια.

5. Έμφαση στην κατανόηση

Τα Μαθηματικά μπορούν να γίνουν ελκυστικά τόσο για τους μαθητές τυπικής ανάπτυξης, όσο και για τους μαθητές με δυσκολίες, όταν διδάσκονται με τέτοιο τρόπο που δίνεται έμφαση στην εννοιολογική τους κατανόηση. Τα Μαθηματικά λοιπόν σε αυτό το εκπαιδευτικό υλικό γίνεται προσπάθεια να παρουσιάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνονται κατανοητά και να μην αποτελούν απλώς μια σειρά τεχνικών και κανόνων που πρέπει να εφαρμόζει ο μαθητής, χωρίς να κατανοεί.

6. Έμφαση στον συλλογισμό και τη λογική έκφραση των Μαθηματικών

Ένας από τους βασικούς σκοπούς των Μαθηματικών είναι ο συλλογισμός και η έκφρασή του μέσα από τον λόγο. Αποδίδονται πολλές σημασίες και θεωρητικές αντιλήψεις στον όρο μαθηματική συλλογιστική. Μια χαρακτηριστική απόδοση του όρου δίνεται από τους Lannin, Ellis, & Elliot, (2011) «*μια εξελικτική διαδικασία της εικασίας, της γενίκευσης, της διερεύνησης του γιατί και της ανάπτυξης και αξιολόγησης των επιχειρημάτων*» (σελ. 10). Η μαθηματική συλλογιστική, λοιπόν, συνδέεται στενά με τους όρους της εικασίας, της γενίκευσης, της διερεύνησης, της τεκμηρίωσης της αλήθειας, των επιχειρημάτων και της αξιολόγησής τους. Αυτές οι λειτουργίες επιτυγχάνονται μέσα από τον διάλογο και τη διαπραγμάτευση των μαθηματικών εννοιών στο κοινωνικό περιβάλλον της τάξης των Μαθηματικών.

Ποια είναι τα χαρακτηριστικά των έργων στα οποία αναπτύσσεται η μαθηματική συλλογιστική; Τα έργα που στοχεύουν στην ανάπτυξη της μαθηματικής συλλογιστικής θα πρέπει να έχουν ορισμένα από τα παρακάτω βασικά χαρακτηριστικά:

Πρώτον, να είναι τέτοια, ώστε να δίνουν την ευκαιρία σε όλα τα παιδιά να εκφράσουν τη γνώμη τους και να συμμετέχουν στη διαπραγμάτευση του νοήματος. Να είναι επίσης έργα ανοιχτά που να επιδέχονται πολλές λύσεις.

Δεύτερον, να προκαλούν τη διαπραγμάτευση και την αιτιολόγηση των μαθηματικών εννοιών μεταξύ των ατόμων. Μέσα σε ένα περιβάλλον

διαπραγματεύσεως και αιτιολόγησης αναπτύσσεται ο λόγος και η συλλογιστική (Ribeiro, Aguiar, Trevisan, & Elias, 2021).

Τρίτον, να δίνουν την ευκαιρία για μεταγνωστική σκέψη στους μαθητές. Να σκέφτονται, δηλαδή, και να εκφράζουν τι κάνουν και γιατί το κάνουν (Resnick, 1987).

Σε αυτό το εκπαιδευτικό υλικό πολλές από τις δραστηριότητες που προτείνονται είναι έτσι διαμορφωμένες, ώστε να δίνουν την ευκαιρία στα παιδιά να συλλογίζονται, να εξηγούν τη σκέψη τους και να αιτιολογούν τις απαντήσεις και τις λύσεις που προτείνουν. Επιπλέον, σε κάθε μάθημα του Τετραδίου εργασιών (Τ.Ε.) υπάρχει και μια ειδική δραστηριότητα με τον τίτλο «συλλογίζομαι», η οποία παρουσιάζεται στη συνέχεια.

7. Η χρήση της τεχνολογίας

Επάνω στις σελίδες των μαθημάτων των σχολικών εγχειριδίων σε πολλά σημεία υπάρχουν κωδικοί QR οι οποίοι, αν σκαναριστούν, παραπέμπουν σε Ψηφιακά Μαθησιακά Αντικείμενα (Ψ.Μ.Α.). Με αυτά αξιοποιείται η τεχνολογία για μια αποτελεσματική μάθηση, εξάσκηση και κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων που αναπτύσσονται στα εκπαιδευτικά υλικά.

Τα Ψ.Μ.Α. που προτείνονται είναι κατασκευασμένα με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι προσαρμοσμένα στη λογική και τις διδακτικές αρχές αυτού του εκπαιδευτικού υλικού. Τα Ψ.Μ.Α. μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο σχολείο ή στο σπίτι. Τα Ψ.Μ.Α. τύπου 1 προσφέρουν συμπληρωματικό υλικό στα εγχειρίδια αλλά και κουίζ εξάσκησης. Τα Ψ.Μ.Α. τύπου 2 παρέχουν δυναμικά ψηφιακά εργαλεία, όπως οπτικοποιήσεις και βίντεο, που συμβάλλουν στην κατανόηση σημαντικών εννοιών αλλά και μοντέλων. Τα Ψ.Μ.Α. τύπου 3 είναι αλληλεπιδραστικά ψηφιακά μέσα, όπως παιχνίδια, που συμβάλλουν σε μια ελκυστική μάθηση μέσα από ένα ψηφιακό περιβάλλον.

B. Η δομή των βιβλίων

B.1. Βιβλίο μαθητή / μαθήτριας (B.M.)

Στις δύο πρώτες σελίδες του B.M. φαίνεται η κατασκευαστική λογική της γνώσης που ακολουθείται στα εγχειρίδια αυτά. Στην πρώτη σελίδα παρουσιάζεται η δραστηριότητα «Ερευνώ», η οποία δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά, με βάση τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους, να «ερευνήσουν», για να βρουν την/τις νέα/ες γνώση/εις. Στη δεύτερη σελίδα ανακαλύπτεται η νέα γνώση και επισημοποιείται, ανακοινώνεται με το «Μαθαίνω».

«Ερευνώ»



Στην πρώτη δραστηριότητα, με τίτλο «Ερευνώ», παρουσιάζεται ένα έργο του οποίου το πλαίσιο είναι προσεκτικά επιλεγμένο από την πραγματική ζωή και την καθημερινότητα του παιδιού. Προσπαθούμε το έργο αυτό να είναι αφενός ελκυστικό, ώστε να δημιουργεί κίνητρα στο παιδί για να ασχοληθεί με αυτό, αφετέρου να δίνει τη δυνατότητα σε όλα τα παιδιά να μπορούν να συμμετέχουν και να δώσουν απαντήσεις. Στο παράδειγμα που παρουσιάζεται στην Εικόνα 1 το θέμα είναι η «Ανακύκλωση». Στο πλαίσιο αυτό, τίθενται ερωτήματα τα οποία θα οδηγήσουν τα παιδιά στη νέα γνώση, που είναι το μοντέλο μέρος-όλου. Τα παιδιά θα πρέπει να απαντήσουν σε αυτά τα ερωτήματα, χωρίς να δουν την επόμενη σελίδα όπου παρουσιάζονται οι απαντήσεις τους.

Αριθμός μαθήματος

Τίτλος μαθήματος

5 Το μοντέλο μέρος-όλου

Ερευνώ

Αριθμός δραστηριότητας

1

Ανακύκλωση

Τίτλος εισαγωγικής δραστηριότητας

α) Τα παιδιά του σχολείου καθάρισαν το πάρκο και μάζεψαν αντικείμενα, για να τα βάλουν στον κάδο ανακύκλωσης.

Πόσα αντικείμενα μάζεψαν συνολικά;

Πόσα αντικείμενα είναι από πλαστικό;

Πόσα αντικείμενα είναι από αλουμίνιο;

β) Να συμπληρώσεις τους αριθμούς που λείπουν.

Όλα μαζί

Τα αντικείμενα από πλαστικό

Τα αντικείμενα από αλουμίνιο


Εικόνα 1: Η αρχική σελίδα (με τίτλο «Ερευνώ») του Μαθήματος 5 του Β.Μ.

«Ανακαλύπτω»



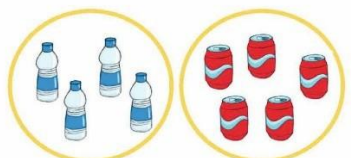
Στη δεύτερη σελίδα, στο «Ανακαλύπτω», παρουσιάζονται οι απαντήσεις στα ερωτήματα που τέθηκαν στην πρώτη σελίδα, στο «Ερευνώ».


Τίτλος μαθήματος ————— 5. Το μοντέλο μέρος-όλου



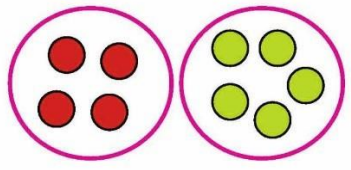
2 α)

Όλα τα αντικείμενα είναι 9. Τα 4 είναι από πλαστικό και τα 5 από αλουμίνιο.

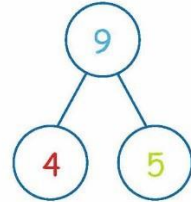




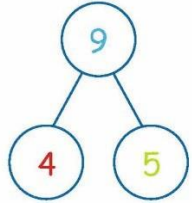
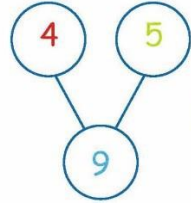
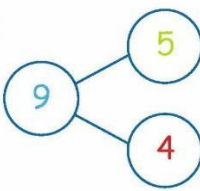
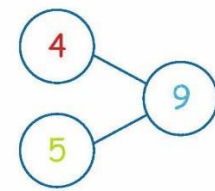
Μπορώ να χρησιμοποιήσω μάρκες για να δείξω πόσα είναι.



β) Τώρα μπορώ να συμπληρώσω το διάγραμμα.
 Όλα τα αντικείμενα είναι 9.
 Τα αντικείμενα από πλαστικό είναι 4.
 Τα αντικείμενα από αλουμίνιο είναι 5.



Προσοχή! Και τα 4 διαγράμματα είναι σωστά!

Εικόνα 2: Η 2η σελίδα (με τίτλο «Ανακαλύπτω») του Μαθήματος 5 του Β.Μ.

Μερικές φορές, κατά τη διαδικασία των απαντήσεων αυτών, υπάρχουν κάποια ερωτήματα που πρέπει να απαντήσουν τα παιδιά. Αυτό γίνεται με στόχο να συμμετέχουν και να παρακολουθήσουν τη ροή των απαντήσεων που δίνονται.

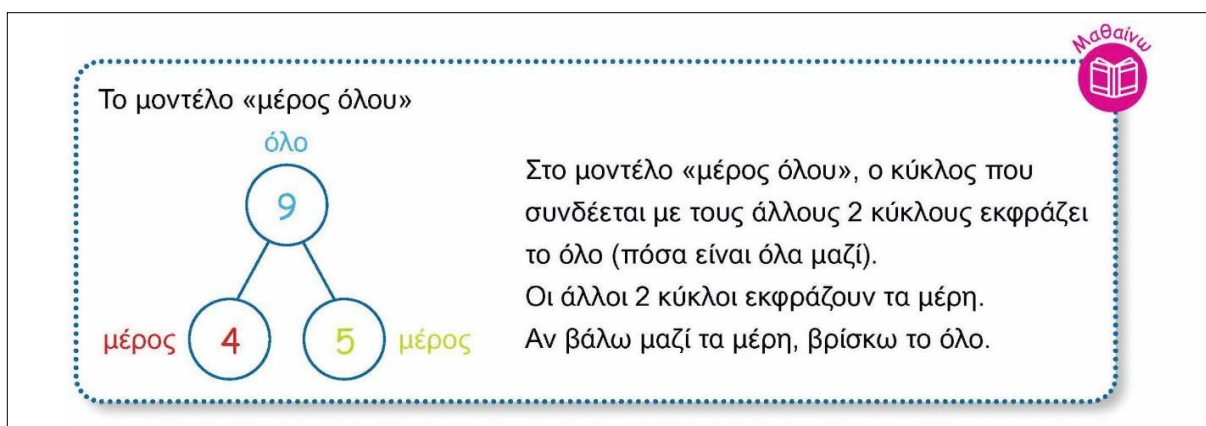
Προσπαθούμε οι απαντήσεις στα ερωτήματα της πρώτης σελίδας να γίνονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να ακολουθείται μια εξελικτική, ευρετική πορεία προς την ανακάλυψη των νέων εννοιών. Στην πορεία αυτή χρησιμοποιούνται και τα κατάλληλα μοντέλα και οι εικονικές αναπαραστάσεις που υποστηρίζουν την κατανόηση των εννοιών αυτών. Οι εκπαιδευτικοί καλούνται να οδηγήσουν τα παιδιά να παρακολουθήσουν αυτήν την πορεία διαβάζοντας, συζητώντας και απαντώντας στα έργα που δίνονται στο «Ανακαλύπτω». Είναι γόνιμο σε

αυτήν τη διαδικασία να γίνεται επιβεβαίωση είτε αντιπαραβολή με τις απαντήσεις που έδωσαν τα παιδιά στην πρώτη σελίδα του «Ερευνώ».



«Μαθαίνω»

Το «Μαθαίνω» αποτελεί τη φάση της επισημοποίησης και της ανακοίνωσης της νέας γνώσης. Αυτή είναι η τελική φάση της ερευνητικής πορείας που ακολουθήθηκε μετά το «Ερευνώ» και το «Ανακαλύπτω». Σε καμία περίπτωση ο/η εκπαιδευτικός δεν πρέπει να ξεκινάει τη διδασκαλία του από αυτήν τη φάση, γιατί τότε η διδασκαλία χάνει τον μαθητοκεντρικό και κατασκευαστικό της χαρακτήρα και αποκτά έναν χαρακτήρα παραδοσιακό και δασκαλοκεντρικό.



Εικόνα 3: Το πλαίσιο «Μαθαίνω» στη 2η σελίδα του Μαθήματος 5 του Β.Μ.

Υπάρχουν περιπτώσεις, όταν πρόκειται συνήθως για μεθόδους ή στρατηγικές, όπου το «Μαθαίνω» μπορεί να ταυτίζεται με όλο ή με ένα μέρος από το περιεχόμενο του «Ανακαλύπτω».

B.2. Τετράδιο Εργασιών (Τ.Ε.)

Μετά την εργασία στο Β.Μ., όπου τα παιδιά οδηγήθηκαν στην ανακάλυψη της/των νέας/-ων γνώσης/-ων, και αφού πραγματοποίησαν δραστηριότητες εφαρμογής και εμπέδωσης, εργάζονται στο Τ.Ε. Οι δραστηριότητες στο Τ.Ε. στοχεύουν στην εφαρμογή και εμπέδωση των νέων γνώσεων τις οποίες

κατασκεύασαν τα παιδιά στο Β.Μ. Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στις δραστηριότητες με τίτλο «Παιχνίδι», «Λύνω πρόβλημα», «Συλλογίζομαι» και «Μαθηματικά στο σπίτι».

Παιχνίδι



Δίνονται αρκετά παιχνίδια σχετικά με τις έννοιες που διδάσκονται σε κάθε μάθημα, με σκοπό τα παιδιά να εφαρμόσουν και να ασκηθούν σε αυτές τις έννοιες με ευχάριστο και παιγνιώδη τρόπο. Υπάρχουν αρκετά παιχνίδια και στο συμπληρωματικό ψηφιακό υλικό. Τα παιχνίδια αυτά μπορούν να παιχτούν στο σχολείο, με την καθοδήγηση του/της εκπαιδευτικού, αλλά αρκετά μπορούν να παιχτούν και στο σπίτι.

Λύνω πρόβλημα



Σε κάθε μάθημα παρουσιάζεται ένα πρόβλημα το οποίο είναι σχετικό με την έννοια του μαθήματος. Είναι γνωστό το πόσο σημαντικό είναι για το παιδί να λύνει προβλήματα, γιατί αφενός αυτά συνδέουν τα Μαθηματικά με την πραγματικότητα, αφετέρου το παιδί κατά τη διαδικασία της επίλυσης προβλήματος απαιτείται να αναπτύσσει σκέψη υψηλού επιπέδου, όπως είναι η μαθηματοποίηση. Τα παιδιά, μέσα από το πρόβλημα που παρουσιάζεται σε κάθε μάθημα, εξασκούνται στις έννοιες του μαθήματος. Ο/Η εκπαιδευτικός, ανάλογα με το πρόβλημα, αποφασίζει κάθε φορά για τον τρόπο οργάνωσης της τάξης – σε ομάδες, εταιρικά, ατομικά κτλ. Στο συμπληρωματικό υλικό των Ψ.Μ.Α. προσφέρονται επιπλέον προβλήματα.

Συλλογίζομαι



Σε κάθε μάθημα του Τ.Ε. υπάρχει μια δραστηριότητα «Συλλογίζομαι» Η δραστηριότητα αυτή κάθε φορά είναι σχετική με το περιεχόμενο του μαθήματος και έχει στόχο να αναπτυχθεί η ικανότητα μαθηματικής συλλογιστικής στα παιδιά. Επιδιώκεται δηλαδή τα παιδιά να αναπτύσσουν τον λόγο τους στα Μαθηματικά, να εξηγούν, να

επιχειρηματολογούν, να αιτιολογούν, να τεκμηριώνουν και να εντοπίζουν λάθη και να τα αντιπαραβάλουν με το σωστό. Την οργάνωση της τάξης την καθορίζει ο/η εκπαιδευτικός, ώστε η επικοινωνία και η αλληλεπίδραση μεταξύ των παιδιών να γίνεται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

Μαθηματικά στο σπίτι



Οι δραστηριότητες αυτές είναι κατάλληλες να πραγματοποιηθούν στο οικογενειακό περιβάλλον. Γονείς και κηδεμόνες εργάζονται μαζί με το παιδί τους σε δραστηριότητες που είναι σχετικές με το περιεχόμενο του μαθήματος. Έτσι, το παιδί θα εφαρμόσει σε ένα οικείο περιβάλλον εκτός σχολείου τις γνώσεις που έμαθε στο σχολείο. Επιπλέον, θα αντιληφθεί ότι η σχολική γνώση είναι σημαντική και ενδιαφέρει το οικογενειακό του περιβάλλον. Στις συναντήσεις με τους γονείς οι εκπαιδευτικοί μπορούν να κάνουν αναφορές στις δραστηριότητες αυτές και να δίνουν επιπλέον εξηγήσεις. Επίσης, μπορούν να τις συζητούν στο σχολείο, για να νιώσουν τα παιδιά μια σύνδεση του σχολείου με το οικογενειακό περιβάλλον.

Γ. Οι διαδικασίες της επανάληψης, της αξιολόγησης και της αυτοαξιολόγησης μαθητών και μαθητριών

Το τελευταίο μάθημα κάθε ενότητας είναι αφιερωμένο στην επανάληψη, την αξιολόγηση και την αυτοαξιολόγηση των παιδιών. Πιο συγκεκριμένα, στο Β.Μ. με τον τίτλο **«Τι μάθαμε στην ενότητα»** παρουσιάζονται σύντομα τα νέα περιεχόμενα που διδάχτηκαν στην ενότητα, ώστε να γίνει επανάληψη. Παρουσιάζονται επίσης οι δραστηριότητες με τίτλο **«Μαθηματικό ημερολόγιο»** και **«Συλλογίζομαι»**.

Στο Τ.Ε. με τον τίτλο **«Εξέταση των γνώσεων της ενότητας»** δίνονται ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, για να εξεταστούν οι γνώσεις των παιδιών στην ενότητα. Στη συνέχεια, με τις δραστηριότητες με τίτλο **«Ποιο φανάρι θα ανάψει;»** τα παιδιά μπορούν να αυτοαξιολογηθούν στις γνώσεις και τις δεξιότητες που απέκτησαν στην ενότητα.

Γ.1. Βιβλίο μαθητή / μαθήτριας (Β.Μ.)

Τι μάθαμε στην ενότητα

Με στόχο να γίνει επανάληψη παρουσιάζονται σύντομα όλες οι καινούριες μαθηματικές έννοιες που διδάχτηκαν στην ενότητα, τις οποίες τα παιδιά και οι εκπαιδευτικοί μπορούν να τις βρουν εδώ συγκεντρωμένες. Κατά την επανάληψη, αν ο/η εκπαιδευτικός το κρίνει αναγκαίο, μπορεί να προτείνει στα παιδιά να βρουν περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τις νέες έννοιες στις δραστηριότητες του Βιβλίου μαθητή / μαθήτριας με τίτλους «**Μαθαίνω**» και «**Ανακαλύπτω**».

Μαθηματικό Ημερολόγιο

Κάθε παιδί θα διατηρεί ένα ημερολόγιο για το μάθημα των Μαθηματικών, το οποίο θα ονομάζουμε «Μαθηματικό ημερολόγιο». Στα βιβλία προτείνονται επιλεγμένες δραστηριότητες σχετικά με αυτό. Αυτές οι δραστηριότητες αφορούν νέες έννοιες που μαθαίνει το παιδί και μπορούν να εφαρμοστούν στην πραγματικότητα. Σκοπός της δραστηριότητας αυτής είναι να μπορούν τα παιδιά να αναπτύσσουν τον γραπτό λόγο στα Μαθηματικά και να διαχειρίζονται καταστάσεις με μαθηματικές έννοιες. Το Μαθηματικό ημερολόγιο θα αποτελεί κατά κάποιον τρόπο ένα πορτφόλιο κάθε παιδιού, το οποίο ο/η εκπαιδευτικός θα μπορεί να αξιολογεί, για να ελέγχει την πρόοδο του παιδιού.

Συλλογίζομαι

Σε αυτό το τελευταίο μάθημα της ενότητας, που είναι επαναληπτικό, παρουσιάζεται κάθε φορά και μια δραστηριότητα με τίτλο «Συλλογίζομαι», τα χαρακτηριστικά της οποίας έχουν παρουσιαστεί στις προηγούμενες σελίδες.

Γ.2. Τετράδιο Εργασιών (Τ.Ε.)

Εξέταση των γνώσεων της ενότητας



Προτείνονται ερωτήματα με μορφή πολλαπλής επιλογής, με στόχο να γίνει αξιολόγηση των γνώσεων των παιδιών στις έννοιες που διδάχτηκαν στην ενότητα. Θεωρούμε ότι είναι ένα εύκολο και

γρήγορο εργαλείο αξιολόγησης για τους/τις εκπαιδευτικούς, με το οποίο θα μπορούν να αξιολογήσουν τις γνώσεις των μαθητών και των μαθητριών τους.

Ποιο φανάρι θα ανάψει;



Με τις δραστηριότητες αυτές μπορεί να γίνει η αυτοαξιολόγηση των γνώσεων που απέκτησαν τα παιδιά στα μαθήματα της ενότητας. Τα ερωτήματα που τίθενται αναφέρονται σε σημαντικούς γνωστικούς στόχους και δεξιότητες που διδάχτηκαν. Τα παιδιά απαντούν σε κάθε ερώτηση επιλέγοντας ένα από τα τρία επίπεδα που προτείνονται:

- «Σίγουρα μπορώ να το κάνω!» (πράσινο φανάρι).
- «Το καταφέρνω με μια μικρή υποστήριξη» (πορτοκαλί φανάρι).
- «Χρειάζομαι βοήθεια» (κόκκινο φανάρι).

Αν, δηλαδή, το παιδί επιλέξει το πράσινο φανάρι, θα σημαίνει ότι κατέχει καλά τη γνώση και μπορεί να προχωρήσει στα επόμενα. Αν επιλέξει το πορτοκαλί φανάρι, σημαίνει ότι πρέπει να σταθεί και να ξαναδεί αυτές τις έννοιες που το δυσκολεύουν. Αν επιλέξει το κόκκινο φανάρι, θα πρέπει να σταματήσει, για να διδαχτεί και να κατανοήσει καλύτερα αυτά τα περιεχόμενα.

Η δραστηριότητα αυτή αποτελεί και μια πρόκληση για το παιδί, ώστε να μάθει και να εξασκηθεί στη διαδικασία της αυτοαξιολόγησης, η οποία είναι μια πολύ σημαντική γνωστική δεξιότητα. Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να διαχειριστούν διδακτικά και παιδαγωγικά τη δραστηριότητα αυτή, ώστε τα παιδιά να συνηθίσουν και να βελτιώσουν τη συμπεριφορά τους στην αυτοαξιολόγηση.

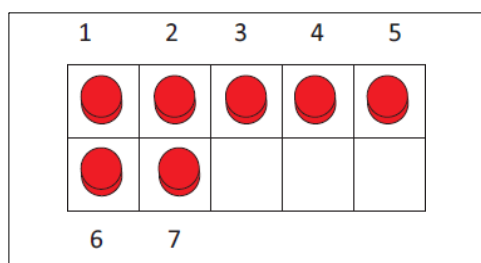
Δ. Μοντέλα και οπτικές αναπαραστάσεις

Τα μοντέλα και οι οπτικές αναπαραστάσεις των μαθηματικών εννοιών είναι τα κατάλληλα μέσα διδασκαλίας τα οποία συμβάλλουν σημαντικά στην κατανόηση των εννοιών αυτών. Μέσω των μοντέλων και των οπτικών αναπαραστάσεων γίνεται η μετάβαση από τη συγκεκριμένη και πραγματική

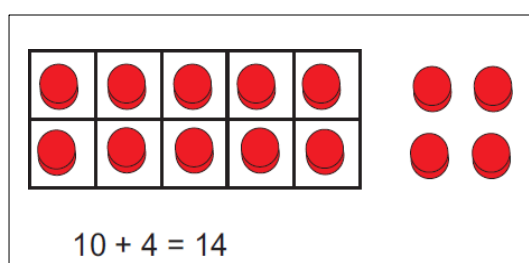
προς την αφηρημένη και συμβολική έκφραση των Μαθηματικών. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα βασικά μοντέλα και οπτικές αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούμε στο εκπαιδευτικό υλικό της Α΄ τάξης του Δημοτικού.

Το πλαίσιο με τις 10 μάρκες

Με αυτό το μοντέλο παρουσιάζεται η δεκάδα αποτελούμενη από δύο πεντάδες, όπως συμβαίνει και με τα δάχτυλα των χεριών μας. Για παράδειγμα, οι 7 μάρκες στην εικόνα 4 παρουσιάζονται με τη δομή του 5 και 2. Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση μονοψήφιων (εικόνα 4) και διψήφιων αριθμών (εικόνα 5).

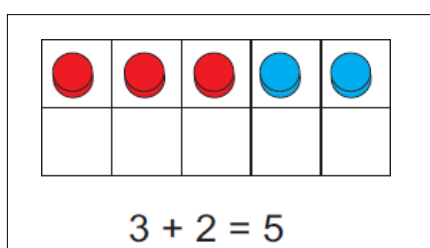


Εικόνα 4

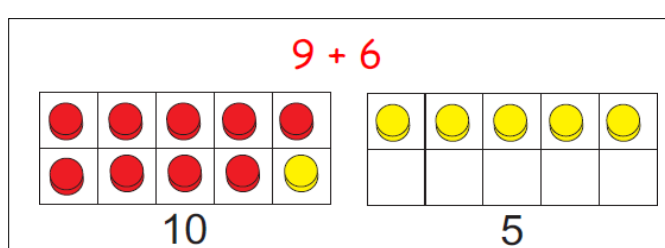


Εικόνα 5

Επίσης, χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση των πράξεων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης με μονοψήφιους και διψήφιους αριθμούς (Εικόνες 6 και 7). Στις πράξεις χρησιμοποιούνται συνήθως μάρκες με δύο χρωματισμούς, για να αναπαριστούν τους δύο όρους των πράξεων. Για παράδειγμα, στην εικόνα 7 παρουσιάζεται η πρόσθεση $9 + 6$, η οποία μπορεί να ερμηνευτεί με τη στρατηγική του περάσματος από το 10.



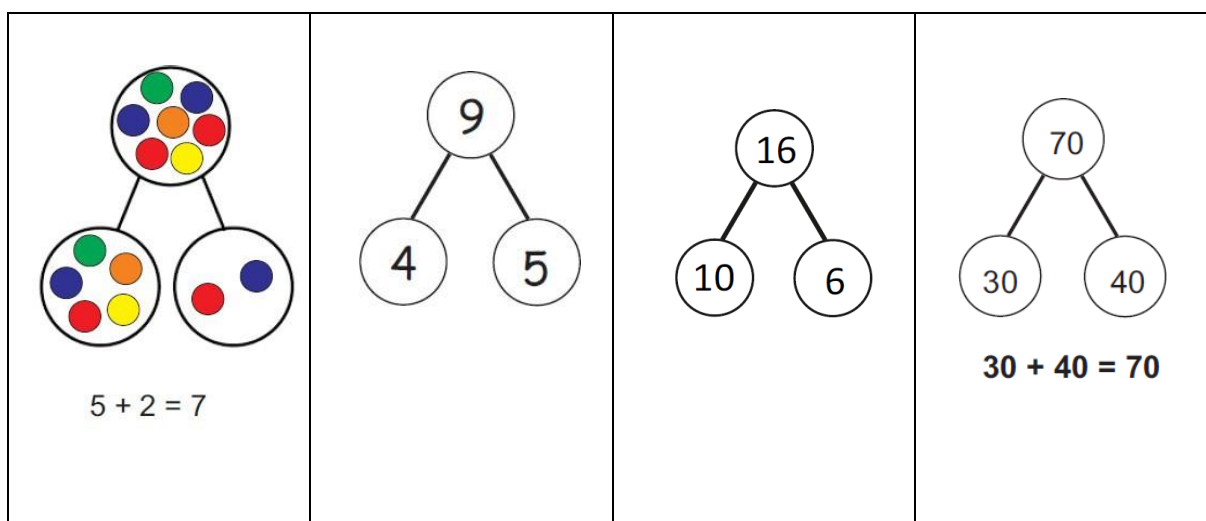
Εικόνα 6



Εικόνα 7

Το μοντέλο μέρος-όλου

Στο μοντέλο αυτό ο ένας κύκλος δείχνει το όλο και οι δύο κύκλοι με διακλαδώσεις από αυτόν δείχνουν τα δύο μέρη. Χρησιμοποιείται για να αναπαριστά την ανάλυση ή τη σύνθεση ενός αριθμού σε δύο μέρη, δύο άλλους αριθμούς. Για παράδειγμα, στην εικόνα 6 φαίνεται η ανάλυση του 9 σε 4 και 5 ή η σύνθεση του 4 και 5 σε 9. Στην αρχή της Α΄ τάξης, για να διευκολυνθούν τα παιδιά, μπορούμε να παρουσιάσουμε τους αριθμούς αισθητοποιημένους με μάρκες. Το μοντέλο χρησιμοποιείται για να δείξει την ανάλυση διψήφιου αριθμού σε δεκάδες και μονάδες (εικόνα 10) ή την ανάλυση στρογγυλής δεκάδας διψήφιου σε δύο στρογγυλές δεκάδες (εικόνα 11).



Εικόνα 8

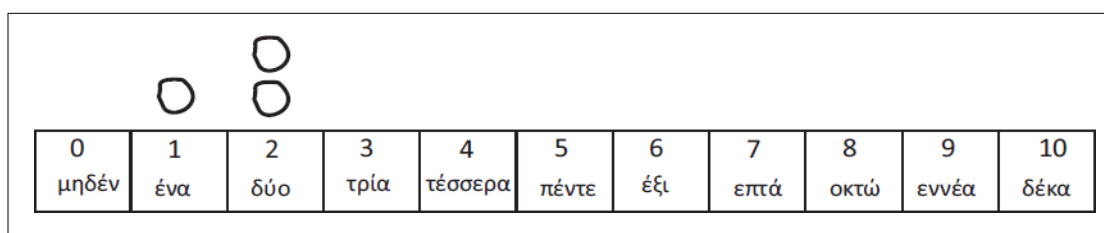
Εικόνα 9

Εικόνα 10

Εικόνα 11

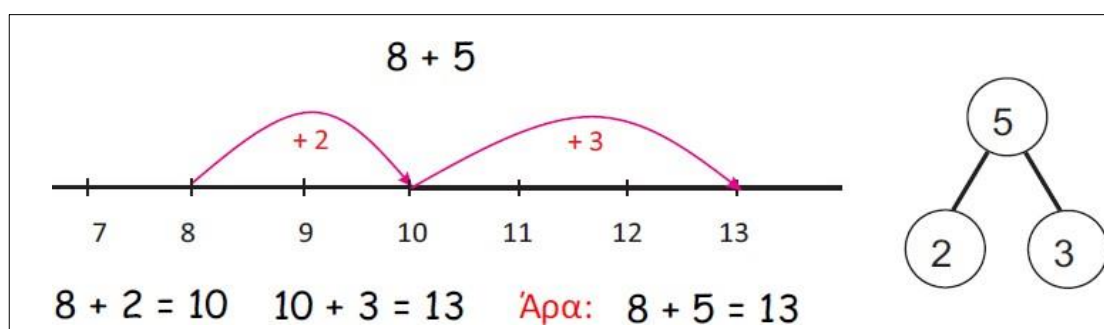
Οι αριθμογραμμές

Αριθμογραμμή με καρτέλες. Η γραμμή των αριθμών ή αριθμογραμμή είναι ένα καλό εποπτικό υλικό το οποίο οπτικοποιεί τους αριθμούς και τη διαδοχή τους. Είναι καλό να αναρτάται μέσα στην τάξη. Η πρώτη μορφή της αριθμογραμμής που θα παρουσιαστεί μπορεί να είναι αυτή με τις καρτέλες όπου οι αριθμοί είναι ευδιάκριτοι, παρουσιάζονται με τα αραβικά ψηφία, τις αριθμολέξεις, και μπορεί να συνοδεύονται από αντίστοιχο πλήθος υλικών με εικονικές αναπαραστάσεις.



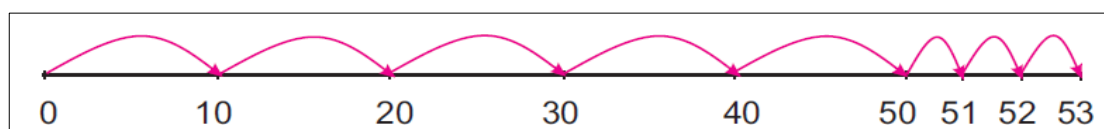
Εικόνα 12. Αριθμογραμμή με καρτέλες

Βαθμολογημένη αριθμογραμμή. Η βαθμολογημένη αριθμογραμμή χρησιμοποιείται για τη μάθηση των αριθμών (απαρίθμηση, προσδιορισμός των αριθμών επάνω στην αριθμογραμμή) αλλά και την πραγματοποίηση προσθέσεων και αφαιρέσεων. Οπτικοποιούνται καλά οι στρατηγικές της αρίθμησης μπροστά (πρόσθεση), αρίθμησης πίσω ή μπροστά (αφαίρεση) και η στρατηγική του περάσματος από το 10 (εικόνα 13).



Εικόνα 13. Στρατηγική περάσματος από το 10.

Κενή αριθμογραμμή. Το μοντέλο της κενής αριθμογραμμής το χρησιμοποιούμε για να αναπαριστούμε διψήφιους αριθμούς μέχρι το 100, με άλματα των 10 και πηδήματα της μονάδας επάνω στην αριθμογραμμή (εικόνα 14).



Εικόνα 14. Απαρίθμηση διψήφιου αριθμού επάνω στην κενή αριθμογραμμή με άλματα και πηδήματα.

Ε. Η μάθηση ορισμένων σημαντικών περιεχομένων

Ε.1. Αριθμοί: η ανάπτυξη της μάθησης των αριθμών μέχρι το 100

Στην Α΄ τάξη διδάσκονται οι φυσικοί αριθμοί μέχρι το 100 και γίνεται εισαγωγή στους ρητούς αριθμούς με το χωρισμό σε ίσα μέρη και κάποιες βασικές κλασματικές μονάδες.

Εξελικτική πορεία της μάθησης των φυσικών αριθμών

Στην Α΄ τάξη διδάσκονται οι φυσικοί αριθμοί μέχρι το 100 με μια εξελικτική πορεία. Αρχικά διδάσκονται οι αριθμοί μέχρι το 10, στη συνέχεια οι αριθμοί μέχρι το 50, με ένα ενδιάμεσο στάδιο τους αριθμούς μέχρι το 20. Τέλος, διδάσκονται οι αριθμοί μέχρι το 100, με ένα ενδιάμεσο στάδιο τους αριθμούς μέχρι το 70.

Η καταμέτρηση: βασική διαδικασία για τον σχηματισμό του αριθμού

Κατ' αρχάς η δημιουργία και η αισθητοποίηση των αριθμών πραγματοποιείται μέσω της καταμέτρησης του πλήθους διάφορων συλλογών αντικειμένων. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά έρχονται σε επαφή αρχικά με τους αριθμούς μέχρι το 10 και το 20 και στη συνέχεια μέχρι το 50, το 70 και το 100, τους οποίους γράφουν και διαβάζουν. Η προφορική απαγγελία των αριθμών, πέρα του ότι είναι προαπαιτούμενη για την καταμέτρηση, είναι εύκολη για τα παιδιά και ενισχύει τη μάθηση και κατανόηση των αριθμών. Γι' αυτό ζητούμε από αυτά να απαγγέλουν προφορικά, ευθέως και αντιστρόφως, την ακολουθία των αριθμών.

Αριθμογραμμή: βασικό εποπτικό μέσο για τη μάθηση των αριθμών και των πράξεων

Ο Dehaene (1997) κατέληξε στο συμπέρασμα ότι οι άνθρωποι και άλλα πρωτεύοντα θηλαστικά χρησιμοποιούν την ενδοβρεγματική αύλακα του εγκεφάλου για να αναπαραστήσουν τα μεγέθη των αριθμών σε μια αναλογική και συνεχή μορφή. Ονόμασε αυτό το αναπαραστατικό σύστημα «Προσεγγιστικό Σύστημα Αρίθμησης» (Approximate Number System (ANS)) και πρότεινε ότι

αυτή η «νοερή αριθμογραμμή» δίνει στα παιδιά μια αίσθηση του αριθμού, δηλαδή, ένα διαισθητικό συναίσθημα για τους αριθμούς και τις σχέσεις τους, που βοηθάει στην απόκτηση πιο προηγμένων μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων (Λεμονίδης, 2020, σελ. 40). Η νοερή ή εσωτερική αριθμογραμμή συνδέεται και επηρεάζεται από την εξωτερική αριθμογραμμή, που είναι αναπαράσταση των αριθμών επάνω σε μια ευθεία γραμμή. Στην τάξη αυτή η αριθμογραμμή παρουσιάζεται αρχικά με καρτέλες (εικόνα 12) και στη συνέχεια παρουσιάζονται η βαθμολογημένη και η κενή αριθμογραμμή, για τη μάθηση εννοιών του αριθμών και των πράξεων που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

Μοντέλα και αναπαραστάσεις με δομή το 5 και το 10

Τα μοντέλα και οι αναπαραστάσεις παίζουν σημαντικό ρόλο στη μάθηση των αριθμών. Τα περισσότερα παιδιά για τη μάθηση των πρώτων αριθμητικών εννοιών χρησιμοποιούν τα δάχτυλά τους, με τα οποία αισθητοποιούν τους αριθμούς. Το μοντέλο που χρησιμοποιούμε για τη μάθηση των πρώτων αριθμών, εκτός από τα δάχτυλα, είναι το πλαίσιο του 10 με μάρκες (εικόνα 4), το οποίο έχει τη δομή του 10 αλλά και του 5. Αν είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθεί στη τάξη το πλαίσιο του 10 με μάρκες, μπορεί να χρησιμοποιηθεί αντί για αυτό το δίχρωμο αριθμητήριο.

Ανάλυση και σύνθεση αριθμού: το μοντέλο μέρος-όλου

Μια βασική δεξιότητα για τη μάθηση των αριθμών είναι η ανάλυση και η σύνθεση ενός αριθμού στα δύο του μέρη. Τη διαδικασία αυτή της ανάλυσης και της σύνθεσης ενός αριθμού στα δύο του μέρη την υποστηρίζει πολύ καλά το μοντέλο μέρος-όλου. Για παράδειγμα, $9 = 4 + 5$ (Εικόνα 9) και $16 = 10 + 6$ (Εικόνα 10).

Διψήφιοι αριθμοί και διάκριση μονάδων και δεκάδων.

Βασικός στόχος κατά τη διδασκαλία των διψήφιων αριθμών είναι η διάκριση των δεκάδων και μονάδων στον αριθμό και η θεώρηση της δεκάδας ως αυτόνομης οντότητας. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τα κατάλληλα εποπτικά μέσα, όπως αυτά που παρουσιάσαμε παραπάνω (βλ. εικόνες 5 και

10), αλλά και άλλα, όπως ο κάθετος άβακας, τα νομίσματα και οι κύβοι δεκαδικής βάσης.

E.2. Εισαγωγή στα κλάσματα, με τον χωρισμό σε ίσα μέρη, και τις κλασματικές μονάδες.

Στην 9η ενότητα γίνεται εισαγωγή στα κλάσματα με τον χωρισμό ενός όλου σε ίσα μέρη και τις πρώτες κλασματικές μονάδες (μισό, ένα τρίτο και ένα τέταρτο). Τα παιδιά ασκούνται στο να χωρίζουν σε ίσα μέρη συνεχή μεγέθη, όπως είναι τα γεωμετρικά σχήματα, καθώς και διακριτά μεγέθη, όπως οι ομάδες διαφόρων αντικειμένων.

E.3. Η ανάπτυξη της μάθησης των πράξεων

Όσον αφορά τις πράξεις, τα παιδιά στην Α΄ τάξη αυτή θα μάθουν να υπολογίζουν νοερά και γραπτά προσθέσεις και αφαιρέσεις μονοψήφιων και διψήφιων αριθμών αλλά και θα εισαχθούν στην πράξη του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Στην τάξη αυτή δεν θα διδαχτούν τους γραπτούς τυπικούς αλγόριθμους της πρόσθεσης και αφαίρεσης. Αυτό θα γίνει στη Β΄ τάξη.

Στρατηγικές υπολογισμού πρόσθεσης και αφαίρεσης και η εξελικτική ανάπτυξή τους

Στην Α΄ τάξη τα παιδιά μαθαίνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις μέχρι το 10 (2η και 3η ενότητα αντίστοιχα) και μέχρι το 20 (6η και 7η ενότητα αντίστοιχα). Οι στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα παιδιά για να λύνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις ακολουθούν μια εξελικτική πορεία.

1ο Επίπεδο των στρατηγικών με υλικά ή της αισθητοποίησης: Στην αρχή, έχουν ανάγκη από τα δάχτυλά τους ή από υλικά μέσα για να υπολογίζουν. Το επίπεδο αυτό το ονομάζουμε *επίπεδο των στρατηγικών με υλικά ή της αισθητοποίησης*, γιατί το παιδί έχει ανάγκη από υλικά για να αισθητοποιήσει τους αριθμούς και τις πράξεις. Για παράδειγμα, στην

πρόσθεση $2 + 3$ το παιδί βγάζει και μετράει –ένα προς ένα– δύο δάχτυλα, στη συνέχεια βγάζει και μετράει άλλα τρία δάχτυλα και στο τέλος μετράει –ένα προς ένα– από την αρχή όλα τα δάχτυλα που έβγαλε, για να βρει το αποτέλεσμα. Αυτή τη στρατηγική την ονομάζουμε **απαρίθμηση όλων**.

2ο Επίπεδο των στρατηγικών αρίθμησης: Στη συνέχεια, τα παιδιά, για να υπολογίσουν τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις, χρησιμοποιούν την ακολουθία των αριθμών (αριθμογραμμή), σε αντίθεση με το προηγούμενο επίπεδο, κατά το οποίο απαριθμούσαν μόνο αντικείμενα. Γι' αυτόν τον λόγο, τις στρατηγικές του επιπέδου αυτού τις ονομάζουμε **στρατηγικές αρίθμησης**. Για παράδειγμα, στην πρόσθεση $2 + 5$ τα παιδιά μπορεί, ξεκινώντας από τον μεγαλύτερο αριθμό 5, να αριθμήσουν τόσα βήματα, όσα δείχνει ο μικρότερος αριθμός 2 (6, 7) (**αρίθμηση από τον μεγαλύτερο**).

3ο Επίπεδο των στρατηγικών ανάκλησης ή των κατασκευαστικών στρατηγικών: Τέλος, σε ένα 3ο επίπεδο χρησιμοποιούν στρατηγικές ανάκλησης ή κατασκευαστικές στρατηγικές. Στο επίπεδο αυτό, τα παιδιά ανακαλούν άμεσα από τη μνήμη τους γνωστά αριθμητικά γεγονότα, για να απαντήσουν στην πράξη ($5 + 5 = 10$), ή ανακαλούν από τη μνήμη τους αριθμητικά γεγονότα και τα επεξεργάζονται νοερά, για να υπολογίσουν κάποια άλλα. Για παράδειγμα, την πρόσθεση $8 + 5$ κάποια παιδιά μπορεί να την υπολογίσουν ανακαλώντας από τη μνήμη τους τα εξής γνωστά αριθμητικά γεγονότα: $5 = 2 + 3$, $8 + 2 = 10$ και $10 + 3 = 13$. Είναι η στρατηγική **πέραςμα από το 10** (εικόνα 13). Στα μαθήματα του βιβλίου που περιέχουν προσθέσεις και αφαιρέσεις οι μαθητές και οι μαθήτριες οδηγούνται προοδευτικά από στρατηγικές αισθητοποίησης και αρίθμησης προς στρατηγικές ανάκλησης ή κατασκευαστικές. Την εκτέλεση των πράξεων αυτών την υποστηρίζουν κατάλληλα χειραπτικά υλικά και αναπαραστάσεις, όπως είναι το πλαίσιο του 10 με μάρκες (εικόνα 6 και 7), το μοντέλο μέρος-όλου (εικόνες 9, 10 και 11) και η αριθμογραμμή (εικόνα 12).

Εισαγωγή στον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση

Για να εισαχθούν τα παιδιά στις πράξεις του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, αρχικά ασκούνται στον διαχωρισμό και την εύρεση ομάδων με ίσο αριθμό αντικειμένων και την εύρεση του αριθμού των ομάδων. Καταμετρούν ανά 2, 5 και 10. Για τον πολλαπλασιασμό προσθέτουν τις ίσες ομάδες, για να βρίσκουν το όλο και δημιουργούν απλές συστοιχίες. Σχετικά με τη διαίρεση, ξεκινούν με τη μοιρασιά, που είναι ένα μοντέλο διαίρεσης. Μοιράζουν έναν αριθμό αντικειμένων σε ίσες ομάδες.

Αναφορές

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

Lannin, J., Ellis, A. B., & Elliot, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning: Pre-K-Grade 8*. Reston, VA: NCTM.

Λεμονίδης, Χ. (2020). *Νοεροί Υπολογισμοί και Εκτιμήσεις. Από την έρευνα στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών*. Εκδόσεις Ζυγός. Θεσσαλονίκη. ISBN 978-618-5063-62-7

Resnick, L. B. (1987). *Education and learning to think*. Washington, D.C.: National Research Council.

Ribeiro, A. J., Aguiar, M., Trevisan, A. L., & Elias, H. R. (2021). How Teachers Deal with Students' Mathematical Reasoning When Promoting Whole-Class Discussion During the Teaching of Algebra. In *Mathematical Reasoning of Children and Adults* (pp. 239-264). Springer, Cham.

Πληροφοριακά στοιχεία

Τίτλος: Ψηφιακός πόρος για τον/την εκπαιδευτικό της Α΄ τάξης του Δημοτικού

Επιστημονικός Υπεύθυνος: Χαράλαμπος Λεμονίδης

Σχεδιασμός – Δημιουργία: Χαράλαμπος Λεμονίδης

Έκδοση: 1.0

Ημερομηνία: 2-5-2025

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΕΠ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ
2021-2027

Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή