



Χαράλαμπος Λεμονίδης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ψηφιακός πόρος για τον/την εκπαιδευτικό

Α. Εφαρμογή διδακτικών αρχών της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής (ΜΑ.ΦΥ.ΖΩ)

Τα περιεχόμενα των μαθημάτων και ο τρόπος ανάπτυξής τους εκφράζουν και υλοποιούν το πνεύμα του Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών. Η απόδοση των διδακτικών αρχών που εφαρμόστηκαν στο συγκεκριμένο εγχειρίδιο και στα αντίστοιχα Ψηφιακά Μαθησιακά Αντικείμενα (ΨΜΑ) βασίζεται στη λογική της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής (ΜΑ.ΦΥΖΩ). Παραθέτουμε σύντομα, στη συνέχεια, τις αρχές αυτές.

1. Οι μαθητές και οι μαθήτριες οδηγούνται στην ανακάλυψη και την κατασκευή των μαθηματικών εννοιών

Κάθε μάθημα αρχίζει με διδακτικές καταστάσεις οι οποίες είναι επιλεγμένες και κατάλληλες για να οδηγήσουν τα παιδιά, με βάση τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους, να ανακαλύψουν και να κατασκευάσουν μόνο τους τις νέες μαθηματικές έννοιες. Αυτό πραγματοποιείται με τις δραστηριότητες **«Ερευνώ»** και **«Ανακαλύπτω»**, οι οποίες παρουσιάζονται στις δύο πρώτες σελίδες του Βιβλίου του μαθητή και της μαθήτριας. Παρακάτω δίνουμε ένα παράδειγμα και παρουσιάζουμε τη λογική αυτών των δραστηριοτήτων.

2. Τα Μαθηματικά συνδέονται με την πραγματικότητα και την καθημερινή ζωή των παιδιών

Με στόχο τα Μαθηματικά να γίνουν ελκυστικά και χρήσιμα για τα παιδιά, προσπαθούμε να συνδέονται με τα ενδιαφέροντα και την καθημερινή ζωή τους. Έτσι, οι διάφορες καταστάσεις της πραγματικότητας (πλαίσια των μαθηματικών εννοιών) με τις οποίες παρουσιάζονται οι μαθητικές έννοιες σε αυτά τα εκπαιδευτικά υλικά προέρχονται από την καθημερινότητα των παιδιών. Επιπλέον, παρουσιάζονται καταστάσεις από τον πολιτισμό και την

προστασία του περιβάλλοντος, με στόχο την ευαισθητοποίηση των παιδιών πάνω σε τέτοιου είδους θέματα.

3. Διδακτική πορεία από το πραγματικό και συγκεκριμένο προς το συμβολικό και αφηρημένο

Τα Μαθηματικά δημιουργήθηκαν από τους ανθρώπους και συνεχίζουν να δημιουργούνται μέσα από ερωτήματα και προβλήματα της ζωής, του φυσικού περιβάλλοντος, αλλά και αυτών των ίδιων των Μαθηματικών. Οι μαθηματικοί, με αφετηρία καταστάσεις και προβλήματα της πραγματικότητας, μέσα από διαδοχικές επεξεργασίες και αφαιρέσεις, ανακαλύπτουν γενικούς κανόνες και μαθηματικούς τύπους. Ακολουθούν, δηλαδή, μια πορεία από το συγκεκριμένο και το εμπειρικό προς το αφηρημένο και το γενικό. Η πορεία αυτή, η «μαθηματικοποίηση», είναι από τις πιο σημαντικές διαδικασίες στη δημιουργία των Μαθηματικών.

Η διδακτική μέθοδος που ακολουθούμε σε αυτά τα εκπαιδευτικά υλικά για την ανακάλυψη των μαθηματικών εννοιών είναι η πορεία της μαθηματικοποίησης από τις πραγματικές καταστάσεις της καθημερινότητας προς τις συμβολικές, αφηρημένες εκφράσεις των Μαθηματικών. Τα συμβολικά Μαθηματικά, οι ιδιότητες και οι κανόνες είναι μια κατάληξη αυτής της πορείας μαθηματικοποίησης και όχι η αφετηρία, όπως γίνεται στην παραδοσιακή διδασκαλία.

4. Ποικίλες σημειολογικές αναπαραστάσεις και μοντέλα στη διαχείριση και παρουσίαση του εκπαιδευτικού υλικού

Οι μαθηματικές έννοιες μπορεί να παρουσιάζονται με διάφορες σημειολογικές εκφράσεις, όπως πραγματικές καταστάσεις, φυσική γλώσσα, μοντέλα, χειραπτικά υλικά, εικονικές αναπαραστάσεις και μαθηματικά σύμβολα. Αυτές οι διάφορες σημειολογικές εκφράσεις δημιουργούν και διαφορετικές γνωστικές απαιτήσεις από την πλευρά των μαθητών. Στην πορεία της μαθηματικοποίησης που αναφέρουμε παραπάνω χρησιμοποιούμε πολλαπλές σημειολογικές εκφράσεις.

Σε αυτό το εκπαιδευτικό υλικό χρησιμοποιούμε συγκεκριμένα μοντέλα και αναπαραστάσεις για τις έννοιες, τα βασικότερα από τα οποία παρουσιάζουμε στη συνέχεια.

5. Έμφαση στην κατανόηση

Τα Μαθηματικά μπορούν να γίνουν ελκυστικά τόσο για τους μαθητές / τις μαθήτριες τυπικής ανάπτυξης, όσο και για τους μαθητές / τις μαθήτριες με δυσκολίες, όταν διδάσκονται με τέτοιο τρόπο που δίνεται έμφαση στην εννοιολογική τους κατανόηση. Τα Μαθηματικά λοιπόν σε αυτό το εκπαιδευτικό υλικό γίνεται προσπάθεια να παρουσιάζονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνονται κατανοητά και να μην αποτελούν απλώς μια σειρά τεχνικών και κανόνων που πρέπει να εφαρμόζει ο μαθητής / η μαθήτρια χωρίς να κατανοεί.

6. Έμφαση στον συλλογισμό και τη λογική έκφραση των Μαθηματικών

Ένας από τους βασικούς σκοπούς των Μαθηματικών είναι ο συλλογισμός και η έκφρασή του μέσα από τον λόγο. Αποδίδονται πολλές σημασίες και θεωρητικές αντιλήψεις στον όρο μαθηματική συλλογιστική. Μια χαρακτηριστική απόδοση του όρου δίνεται από τους Lannin, Ellis, & Elliot, (2011) «*μια εξελικτική διαδικασία της εικασίας, της γενίκευσης, της διερεύνησης του γιατί και της ανάπτυξης και αξιολόγησης των επιχειρημάτων*» (σελ. 10). Η μαθηματική συλλογιστική, λοιπόν, συνδέεται στενά με τους όρους της εικασίας, της γενίκευσης, της διερεύνησης, της τεκμηρίωσης της αλήθειας, των επιχειρημάτων και της αξιολόγησής τους. Αυτές οι λειτουργίες επιτυγχάνονται μέσα από τον διάλογο και τη διαπραγμάτευση των μαθηματικών εννοιών στο κοινωνικό περιβάλλον της τάξης των Μαθηματικών.

Ποια είναι τα χαρακτηριστικά των έργων στα οποία αναπτύσσεται η μαθηματική συλλογιστική; Τα έργα που στοχεύουν στην ανάπτυξη της μαθηματικής συλλογιστικής θα πρέπει να έχουν ορισμένα από τα παρακάτω βασικά χαρακτηριστικά:

Πρώτον, να είναι τέτοια, ώστε να δίνουν την ευκαιρία σε όλα τα παιδιά να εκφράσουν τη γνώμη τους και να συμμετέχουν στη διαπραγμάτευση του νοήματος. Να είναι επίσης έργα ανοιχτά που να επιδέχονται πολλές λύσεις.

Δεύτερον, να προκαλούν τη διαπραγμάτευση και την αιτιολόγηση των μαθηματικών εννοιών μεταξύ των ατόμων. Μέσα σε ένα περιβάλλον διαπραγμάτευσης και αιτιολόγησης αναπτύσσεται ο λόγος και η συλλογιστική (Ribeiro, Aguiar, Trevisan, & Elias, 2021).

Τρίτον, να δίνουν την ευκαιρία για μεταγνωστική σκέψη στους μαθητές. Να σκέφτονται, δηλαδή, και να εκφράζουν τι κάνουν και γιατί το κάνουν (Resnick, 1987).

Σε αυτό το εκπαιδευτικό υλικό πολλές από τις δραστηριότητες που προτείνονται είναι έτσι διαμορφωμένες, ώστε να δίνουν την ευκαιρία στα παιδιά να συλλογίζονται, να εξηγούν τη σκέψη τους και να αιτιολογούν τις απαντήσεις και τις λύσεις που προτείνουν. Επιπλέον, σε κάθε μάθημα του Τετραδίου εργασιών (Τ.Ε.) υπάρχει και μια ειδική δραστηριότητα με τον τίτλο «συλλογίζομαι», η οποία παρουσιάζεται στη συνέχεια.

7. Η χρήση της τεχνολογίας

Επάνω στις σελίδες των μαθημάτων των σχολικών εγχειριδίων σε πολλά σημεία υπάρχουν κωδικοί QR οι οποίοι, αν σκαναριστούν, παραπέμπουν σε Ψηφιακά Μαθησιακά Αντικείμενα (Ψ.Μ.Α.). Με αυτά αξιοποιείται η τεχνολογία για μια αποτελεσματική μάθηση, εξάσκηση και κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων που αναπτύσσονται στα εκπαιδευτικά υλικά.

Τα Ψ.Μ.Α. που προτείνονται είναι κατασκευασμένα με τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι προσαρμοσμένα στη λογική και τις διδακτικές αρχές αυτού του εκπαιδευτικού υλικού. Τα Ψ.Μ.Α. μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο σχολείο ή στο σπίτι και είναι διαφόρων τύπων:

- συμπληρωματικό υλικό για τα σχολικά βιβλία
- κουίζ εξάσκησης
- δυναμικά ψηφιακά εργαλεία, όπως οπτικοποιήσεις και βίντεο, που συμβάλλουν στην κατανόηση σημαντικών εννοιών αλλά και μοντέλων

- αλληλεπιδραστικά ψηφιακά μέσα, όπως παιχνίδια, που συμβάλλουν σε μια ελκυστική μάθηση μέσα από ένα ψηφιακό περιβάλλον.

B. Η δομή των βιβλίων

B.1. Βιβλίο μαθητή / μαθήτριας (B.M.)

Στις δύο πρώτες σελίδες του B.M. φαίνεται η κατασκευαστική λογική της γνώσης που ακολουθείται στα εγχειρίδια αυτά. Στην πρώτη σελίδα παρουσιάζεται η δραστηριότητα «Ερευνώ», η οποία δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά, με βάση τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους, να «ερευνήσουν», για να βρουν την/τις νέα/ες γνώση/εις. Στη δεύτερη σελίδα ανακαλύπτεται η νέα γνώση και επισημοποιείται, ανακοινώνεται με το «Μαθαίνω».

«Ερευνώ»



Στην πρώτη δραστηριότητα, με τίτλο «Ερευνώ», παρουσιάζεται ένα έργο του οποίου το πλαίσιο είναι προσεκτικά επιλεγμένο από την πραγματική ζωή και την καθημερινότητα του παιδιού. Προσπαθούμε το έργο αυτό να είναι αφενός ελκυστικό, ώστε να δημιουργεί κίνητρα στο παιδί για να ασχοληθεί με αυτό, αφετέρου να δίνει τη δυνατότητα σε όλα τα παιδιά να μπορούν να συμμετέχουν και να δίνουν απαντήσεις. Στο παράδειγμα που παρουσιάζεται στην Εικόνα 1 το θέμα είναι «*Μετράω το ύψος μου*». Στο πλαίσιο αυτό, τίθενται ερωτήματα τα οποία θα οδηγήσουν τα παιδιά στη νέα γνώση, που είναι το μέτρο και το εκατοστό. Τα παιδιά θα πρέπει να απαντήσουν σε αυτά τα ερωτήματα, χωρίς να δουν την επόμενη σελίδα όπου παρουσιάζονται οι απαντήσεις τους.

Αριθμός μαθήματος

Τίτλος μαθήματος

39 Μέτρηση μήκους. Το μέτρο και το εκατοστό.


Αριθμός δραστηριότητας

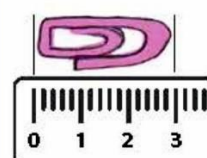

1 Μετρώ το ύψος μου

Τίτλος εισαγωγικής δραστηριότητας


Ερευνώ

Το σχοινί είναι τόσο μακρύ, όσο το ύψος της Κορίνας.

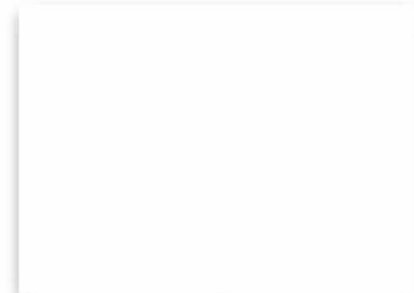
Το ύψος της Κορίνας είναι 4 φύλλα χαρτί και 2 




Οι αποστάσεις είναι πραγματικές. Τα εκατοστά είναι πραγματικά.



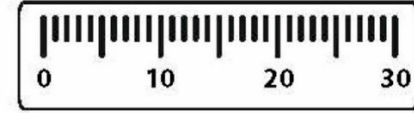
Ο συνδετήρας έχει μήκος 3 **εκατοστά**.



Τα εκατοστά δεν είναι πραγματικά, είναι πιο μικρά.



Το φύλλο χαρτί έχει μήκος 30 **εκατοστά**.



Ποιο είναι το ύψος της Κορίνας σε εκατοστά;


Εικόνα 1: Η αρχική σελίδα (με τίτλο «Ερευνώ») του Μαθήματος 39 του Β.Μ.


«Ανακαλύπτω»




Στη δεύτερη σελίδα, στο «Ανακαλύπτω», παρουσιάζονται οι απαντήσεις στα ερωτήματα που τέθηκαν στην πρώτη σελίδα, στο «Ερευνώ».


Τίτλος μαθήματος ————— ● 39. Μέτρηση μήκους. Το μέτρο και το εκατοστό.

2 Το ύψος της Κορίνας είναι 4 φύλλα χαρτί και 2 



Κάθε συνδετήρας είναι 3 εκατοστά. 

Οι 2 συνδετήρες θα είναι 6 εκατοστά.

Κάθε φύλλο χαρτί είναι 30 εκατοστά. 

Τα 4 φύλλα θα είναι $30+30+30+30= 60+60 = 120$ εκατοστά.

Το σχοινί θα είναι εκατοστά.

Το ύψος της Κορίνας θα είναι εκατοστά.

Γράφω πώς υπολόγισα το ύψος της Κορίνας σε εκατοστά.

Εικόνα 2: Η 2η σελίδα (με τίτλο «Ανακαλύπτω») του Μαθήματος 39 του Β.Μ.

Μερικές φορές κατά τη διαδικασία των απαντήσεων αυτών υπάρχουν ορισμένα ερωτήματα που πρέπει να απαντήσουν τα παιδιά. Αυτό γίνεται με

στόχο να συμμετέχουν και να παρακολουθήσουν τη ροή των απαντήσεων που δίνονται.

Προσπαθούμε οι απαντήσεις στα ερωτήματα της πρώτης σελίδας να γίνονται με τέτοιο τρόπο, ώστε να ακολουθείται μια εξελικτική, ευρετική πορεία προς την ανακάλυψη των νέων εννοιών. Στην πορεία αυτή χρησιμοποιούνται και τα κατάλληλα μοντέλα και οι εικονικές αναπαραστάσεις που υποστηρίζουν την κατανόηση των εννοιών αυτών. Οι εκπαιδευτικοί καλούνται να οδηγήσουν τα παιδιά να παρακολουθήσουν αυτήν την πορεία διαβάζοντας, συζητώντας και απαντώντας στα έργα που δίνονται στο «Ανακαλύπτω». Είναι γόνιμο σε αυτήν τη διαδικασία να γίνεται επιβεβαίωση είτε αντιπαραβολή με τις απαντήσεις που έδωσαν τα παιδιά στην πρώτη σελίδα του «Ερευνώ».



«Μαθαίνω»

Το «Μαθαίνω» αποτελεί τη φάση της επισημοποίησης και της ανακοίνωσης της νέας γνώσης. Αυτή είναι η τελική φάση της ευρετικής πορείας που ακολουθήθηκε μετά το «Ερευνώ» και το «Ανακαλύπτω». Σε καμία περίπτωση ο/η εκπαιδευτικός δεν πρέπει να ξεκινάει τη διδασκαλία του από αυτήν τη φάση, γιατί τότε η διδασκαλία χάνει τον μαθητοκεντρικό και κατασκευαστικό της χαρακτήρα και αποκτά έναν χαρακτήρα παραδοσιακό και δασκαλοκεντρικό.

3 Το μέτρο και τα εκατοστά

0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

1 μέτρο είναι 100 εκατοστά

1 εκατοστό

0 1 2 3

126 εκατοστά
1 μέτρο και
26 εκατοστά

QR CODE

Εικόνα 3: Το πλαίσιο «Μαθαίνω» στη 2η σελίδα του Μαθήματος 39 του Β.Μ.

Υπάρχουν περιπτώσεις, όταν πρόκειται συνήθως για μεθόδους ή στρατηγικές, όπου το «Μαθαίνω» μπορεί να ταυτίζεται με όλο ή με ένα μέρος από το περιεχόμενο του «Ανακαλύπτω».

B.2. Τετράδιο Εργασιών (Τ.Ε.)

Μετά την εργασία στο Β.Μ., όπου τα παιδιά οδηγήθηκαν στην ανακάλυψη της/των νέας/-ων γνώσης/-ων, και αφού πραγματοποίησαν δραστηριότητες εφαρμογής και εμπέδωσης, εργάζονται στο Τ.Ε. Οι δραστηριότητες στο Τ.Ε. στοχεύουν στην εφαρμογή και εμπέδωση των νέων γνώσεων τις οποίες κατασκεύασαν τα παιδιά στο Β.Μ. Στη συνέχεια θα αναφερθούμε στις δραστηριότητες με τίτλο «Παιχνίδι», «Λύνω πρόβλημα», «Συλλογίζομαι» και «Μαθηματικά στο σπίτι».

Παιχνίδι



Δίνονται αρκετά παιχνίδια σχετικά με τις έννοιες που διδάσκονται σε κάθε μάθημα, με σκοπό τα παιδιά να εφαρμόσουν και να ασκηθούν σε αυτές τις έννοιες με ευχάριστο και παιχνιδιώδη τρόπο. Υπάρχουν αρκετά παιχνίδια και στο συμπληρωματικό ψηφιακό υλικό. Τα παιχνίδια αυτά μπορούν να παιχτούν στο σχολείο, με την καθοδήγηση του/της εκπαιδευτικού, αλλά αρκετά μπορούν να παιχτούν και στο σπίτι.

Λύνω πρόβλημα



Σε κάθε μάθημα παρουσιάζεται ένα πρόβλημα το οποίο είναι σχετικό με την έννοια του μαθήματος. Είναι γνωστό το πόσο σημαντικό είναι για το παιδί να λύνει προβλήματα, γιατί αφενός αυτά συνδέουν τα Μαθηματικά με την πραγματικότητα, αφετέρου το παιδί κατά τη διαδικασία της επίλυσης προβλήματος απαιτείται να αναπτύσσει σκέψη υψηλού επιπέδου, όπως είναι η μαθηματικοποίηση. Τα παιδιά, μέσα από το πρόβλημα που παρουσιάζεται σε κάθε μάθημα, εξασκούνται στις έννοιες του μαθήματος. Ο/Η εκπαιδευτικός, ανάλογα με το πρόβλημα, αποφασίζει κάθε

φορά για τον τρόπο οργάνωσης της τάξης – σε ομάδες, εταιρικά, ατομικά κτλ. Στο συμπληρωματικό υλικό των Ψ.Μ.Α. προσφέρονται επιπλέον προβλήματα.

Συλλογίζομαι



Σε κάθε μάθημα του Τ.Ε. υπάρχει μια δραστηριότητα «Συλλογίζομαι». Η δραστηριότητα αυτή κάθε φορά είναι σχετική με το περιεχόμενο του μαθήματος και έχει στόχο να αναπτυχθεί η ικανότητα μαθηματικής συλλογιστικής στα παιδιά. Επιδιώκεται δηλαδή τα παιδιά να αναπτύσσουν τον λόγο τους στα Μαθηματικά, να εξηγούν, να επιχειρηματολογούν, να αιτιολογούν, να τεκμηριώνουν και να εντοπίζουν λάθη και να τα αντιπαραβάλουν με το σωστό. Την οργάνωση της τάξης την καθορίζει ο/η εκπαιδευτικός, ώστε η επικοινωνία και η αλληλεπίδραση μεταξύ των παιδιών να γίνεται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

Μαθηματικά στο σπίτι



Οι δραστηριότητες αυτές είναι κατάλληλες να πραγματοποιηθούν στο οικογενειακό περιβάλλον. Γονείς και κηδεμόνες εργάζονται μαζί με το παιδί τους σε δραστηριότητες που είναι σχετικές με το περιεχόμενο του μαθήματος. Έτσι, το παιδί θα εφαρμόσει σε ένα οικείο περιβάλλον εκτός σχολείου τις γνώσεις που έμαθε στο σχολείο. Επιπλέον, θα αντιληφθεί ότι η σχολική γνώση είναι σημαντική και ενδιαφέρει το οικογενειακό του περιβάλλον. Στις συναντήσεις με τους γονείς οι εκπαιδευτικοί μπορούν να κάνουν αναφορές στις δραστηριότητες αυτές και να δίνουν επιπλέον εξηγήσεις. Επίσης, μπορούν να τις συζητούν στο σχολείο, για να νιώσουν τα παιδιά μια σύνδεση του σχολείου με το οικογενειακό περιβάλλον.

Γ. Οι διαδικασίες της επανάληψης, της αξιολόγησης και της αυτοαξιολόγησης μαθητών και μαθητριών

Το τελευταίο μάθημα κάθε ενότητας είναι αφιερωμένο στην επανάληψη, την αξιολόγηση και την αυτοαξιολόγηση των παιδιών. Πιο συγκεκριμένα, στο Β.Μ. με τον τίτλο **«Τι μάθαμε στην ενότητα»** παρουσιάζονται σύντομα τα νέα περιεχόμενα που διδάχτηκαν στην ενότητα, ώστε να γίνει επανάληψη. Παρουσιάζονται επίσης οι δραστηριότητες με τίτλο **«Μαθηματικό ημερολόγιο»** και **«Συλλογίζομαι»**.

Στο Τ.Ε. με τον τίτλο **«Εξέταση των γνώσεων της ενότητας»** δίνονται ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, για να εξεταστούν οι γνώσεις των παιδιών στην ενότητα. Στη συνέχεια, με τις δραστηριότητες με τίτλο **«Ποιο φανάρι θα ανάψει;»** τα παιδιά μπορούν να αυτοαξιολογηθούν στις γνώσεις και τις δεξιότητες που απέκτησαν στην ενότητα.

Γ.1. Βιβλίο μαθητή / μαθήτριας (Β.Μ.)

Τι μάθαμε στην ενότητα

Με στόχο να γίνει επανάληψη παρουσιάζονται σύντομα όλες οι καινούριες μαθηματικές έννοιες που διδάχτηκαν στην ενότητα, τις οποίες τα παιδιά και οι εκπαιδευτικοί μπορούν να τις βρουν εδώ συγκεντρωμένες. Κατά την επανάληψη, αν ο/η εκπαιδευτικός το κρίνει αναγκαίο, μπορεί να προτείνει στα παιδιά να βρουν περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τις νέες έννοιες στις δραστηριότητες του Βιβλίου μαθητή / μαθήτριας με τίτλους **«Μαθαίνω»** και **«Ανακαλύπτω»**.

Μαθηματικό Ημερολόγιο

Κάθε παιδί θα διατηρεί ένα ημερολόγιο για το μάθημα των Μαθηματικών, το οποίο θα ονομάζουμε «Μαθηματικό ημερολόγιο». Στα βιβλία προτείνονται επιλεγμένες δραστηριότητες σχετικά με αυτό. Αυτές οι δραστηριότητες αφορούν νέες έννοιες που μαθαίνει το παιδί και μπορούν να εφαρμοστούν

στην πραγματικότητα. Σκοπός της δραστηριότητας αυτής είναι να μπορούν τα παιδιά να αναπτύσσουν τον γραπτό λόγο στα Μαθηματικά και να διαχειρίζονται καταστάσεις με μαθηματικές έννοιες. Το Μαθηματικό ημερολόγιο θα αποτελεί κατά κάποιον τρόπο ένα πορτφόλιο κάθε παιδιού, το οποίο ο/η εκπαιδευτικός θα μπορεί να αξιολογεί, για να ελέγχει την πρόοδο του παιδιού.

Συλλογίζομαι

Σε αυτό το τελευταίο μάθημα της ενότητας, που είναι επαναληπτικό, παρουσιάζεται κάθε φορά και μια δραστηριότητα με τίτλο «Συλλογίζομαι», τα χαρακτηριστικά της οποίας έχουν παρουσιαστεί στις προηγούμενες σελίδες.

Γ.2. Τετράδιο Εργασιών (Τ.Ε.)

Εξέταση των γνώσεων της ενότητας



Προτείνονται ερωτήματα με μορφή πολλαπλής επιλογής, με στόχο να γίνει αξιολόγηση των γνώσεων των παιδιών στις έννοιες που διδάχτηκαν στην ενότητα. Θεωρούμε ότι είναι ένα εύκολο και γρήγορο εργαλείο αξιολόγησης για τους/τις εκπαιδευτικούς, με το οποίο θα μπορούν να αξιολογήσουν τις γνώσεις των μαθητών και των μαθητριών τους.

Ποιο φανάρι θα ανάψει;



Με τις δραστηριότητες αυτές μπορεί να γίνει η αυτοαξιολόγηση των γνώσεων που απέκτησαν τα παιδιά στα μαθήματα της ενότητας. Τα ερωτήματα που τίθενται αναφέρονται σε σημαντικούς γνωστικούς στόχους και δεξιότητες που διδάχτηκαν. Τα παιδιά απαντούν σε κάθε ερώτηση επιλέγοντας ένα από τα τρία επίπεδα που προτείνονται:

- «Σίγουρα μπορώ να το κάνω!» (πράσινο φανάρι).
- «Το καταφέρνω με μια μικρή υποστήριξη» (πορτοκαλί φανάρι).
- «Χρειάζομαι βοήθεια» (κόκκινο φανάρι).

Αν, δηλαδή, το παιδί επιλέξει το πράσινο φανάρι, θα σημαίνει ότι κατέχει καλά τη γνώση και μπορεί να προχωρήσει στα επόμενα. Αν επιλέξει το πορτοκαλί φανάρι, σημαίνει ότι πρέπει να σταθεί και να ξαναδεί αυτές τις έννοιες που το δυσκολεύουν. Αν επιλέξει το κόκκινο φανάρι, θα πρέπει να σταματήσει, για να διδαχτεί και να κατανοήσει καλύτερα αυτά τα περιεχόμενα.

Η δραστηριότητα αυτή αποτελεί και μια πρόκληση για το παιδί, ώστε να μάθει και να εξασκηθεί στη διαδικασία της αυτοαξιολόγησης, η οποία είναι μια πολύ σημαντική γνωστική δεξιότητα. Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να διαχειριστούν διδακτικά και παιδαγωγικά τη δραστηριότητα αυτή, ώστε τα παιδιά να συνηθίσουν και να βελτιώσουν τη συμπεριφορά τους στην αυτοαξιολόγηση.

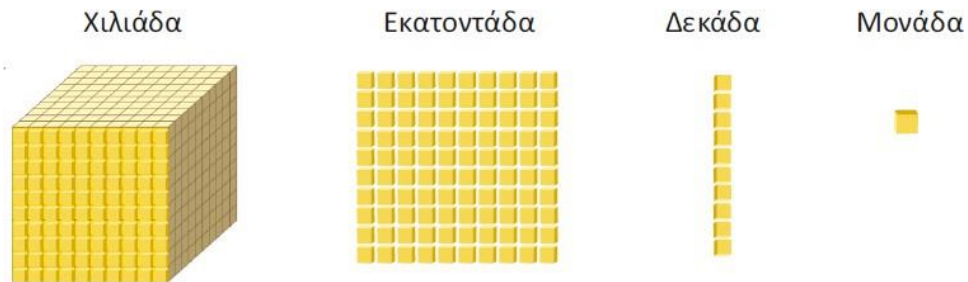
Δ. Μοντέλα και οπτικές αναπαραστάσεις

Τα μοντέλα και οι οπτικές αναπαραστάσεις των μαθηματικών εννοιών είναι τα κατάλληλα μέσα διδασκαλίας τα οποία συμβάλλουν σημαντικά στην κατανόηση των εννοιών αυτών. Μέσω των μοντέλων και των οπτικών αναπαραστάσεων γίνεται η μετάβαση από τη συγκεκριμένη και πραγματική προς την αφηρημένη και συμβολική έκφραση των Μαθηματικών. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τα βασικά μοντέλα και οπτικές αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούμε στο εκπαιδευτικό υλικό της Β΄ τάξης του Δημοτικού.

Κύβοι δεκαδικής βάσης

Αναπαριστώνται:

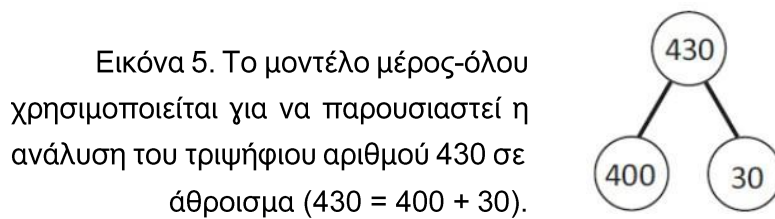
- οι **μονάδες** με απλά κυβάκια
- η **δεκάδα** με μια στήλη από δέκα κυβάκια
- η **εκατοντάδα** με μια πλάκα από κυβάκια που την αποτελούν 10 στήλες ή δεκάδες από κυβάκια
- η **χιλιάδα** με έναν κύβο που αποτελείται από 10 πλάκες των 100 κύβων (10x100) ή 1.000 κύβους.



Εικόνα 4. Οι κύβι δεκαδικής βάσης χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση των αριθμών.

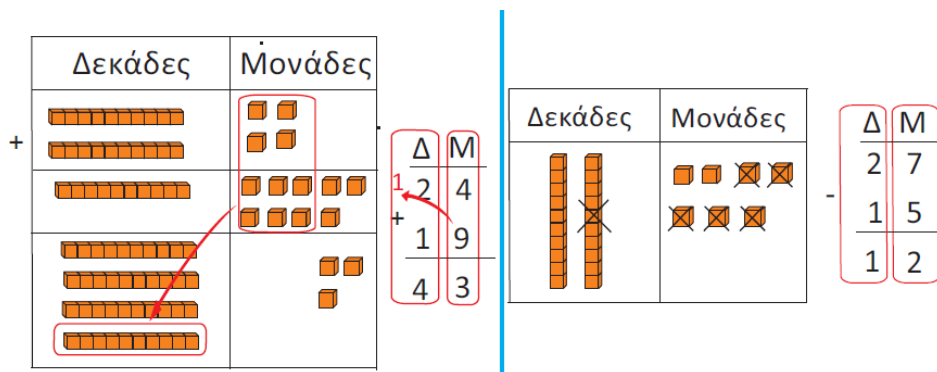
Το μοντέλο μέρος-όλου

Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται για την ανάλυση πολυψήφιων αριθμών. Βοηθάει να γίνει κατανοητό από τα παιδιά ότι ένας πολυψήφιος αριθμός μπορεί να αναλυθεί σε δύο ή περισσότερα μέρη (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες κτλ.).



Το πλαίσιο της θεσιακής αξίας με κύβους

Πρόκειται για το μοντέλο της θεσιακής αξίας των αριθμών μαζί με το μοντέλο των κύβων της δεκαδικής βάσης. Με το μοντέλο αυτό μπορούμε να αναπαριστούμε την κάθετη πρόσθεση ή αφαίρεση.

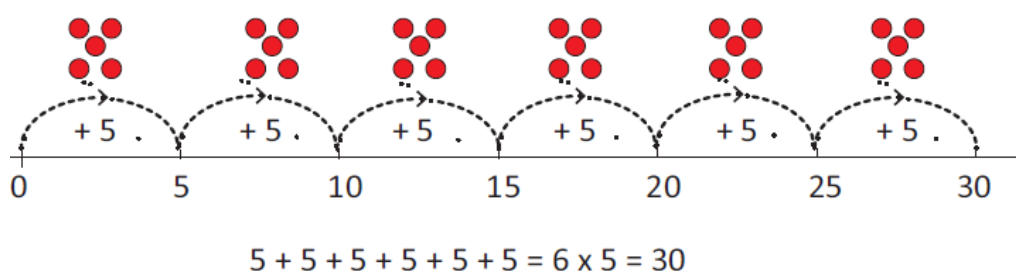


Εικόνα 6. Αναπαράσταση κάθετης πρόσθεσης και αφαίρεσης με το πλαίσιο της θεσιακής αξίας με κύβους.

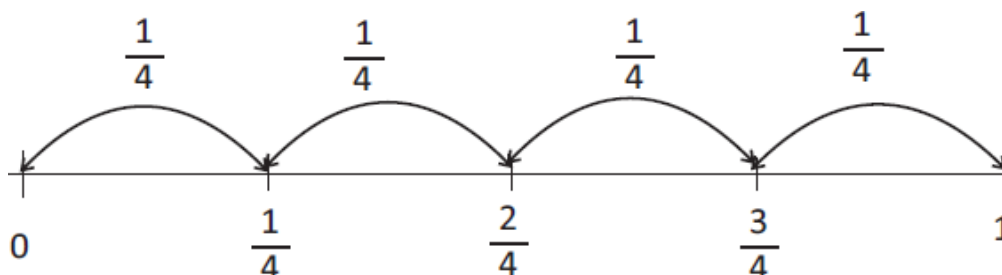
Βαθμολογημένη και κενή αριθμογραμμή

Το μοντέλο της **βαθμολογημένης αριθμογραμμής** μπορεί να χρησιμοποιηθεί:

- Για την οπτικοποίηση α) της διαδοχής των αριθμών, β) προσθέσεων και αφαιρέσεων στρογγυλών εκατοντάδων και δεκάδων.
- Για την αναπαράσταση της προπαίδειας με ίσα άλματα επάνω στην αριθμογραμμή (Εικόνα 7).
- Για την αναπαράσταση των κλασμάτων επάνω στην αριθμογραμμή (Εικόνα 8).

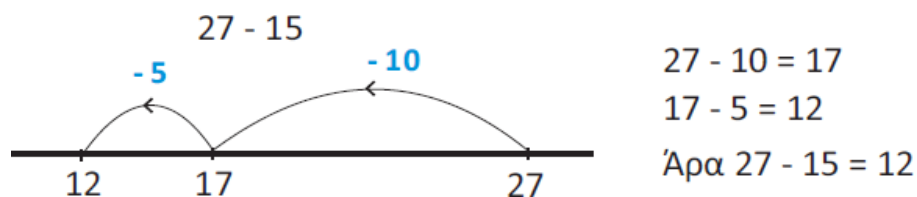


Εικόνα 7. Αναπαράσταση στην αριθμογραμμή της προπαίδειας του 5.



Εικόνα 8. Αναπαράσταση των κλασμάτων με μονάδα το $\frac{1}{4}$ επάνω στην αριθμογραμμή.

Η **κενή αριθμογραμμή** μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναπαράσταση της πρόσθεσης και της αφαίρεσης, με τη στρατηγική της συσσώρευσης (N10) (Εικόνα 9).

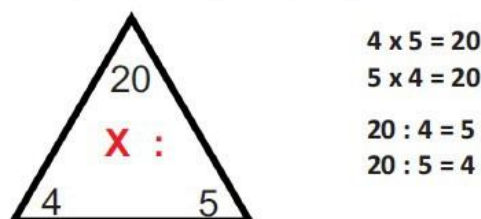


Εικόνα 9. Αναπαράσταση της αφαίρεσης $27 - 15$ με τη στρατηγική της συσσώρευσης (N10).

Το τρίγωνο του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης

Το τρίγωνο αυτό συμβολίζει την οικογένεια των τεσσάρων πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων που μπορούν να γίνουν μεταξύ τριών αριθμών. Στη βάση του τριγώνου βρίσκονται δύο αριθμοί και στην κορυφή του τριγώνου το γινόμενο αυτών των αριθμών.

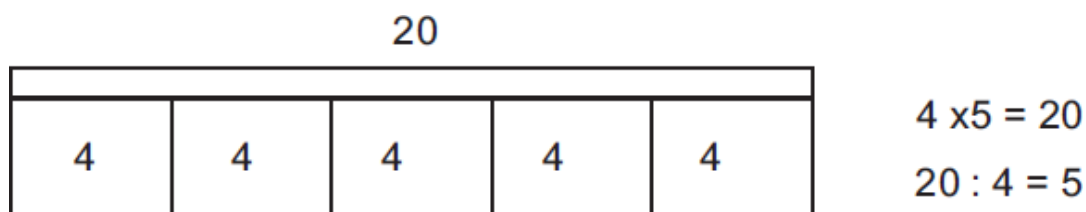
Το τρίγωνο του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης των αριθμών 4, 5 και 20.



Εικόνα 10. Το τρίγωνο του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης για την οικογένεια των τεσσάρων πράξεων των αριθμών 4, 5 και 20.

Το μοντέλο με τις μπάρες

Με το μοντέλο αυτό μπορούμε να αναπαριστούμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις. Αποτελείται από ένα διάγραμμα με μπάρες. Η λεπτή μεγάλη μπάρα αναπαριστά το όλο και οι μικρές ίσες μπάρες αναπαριστούν τα μέρη. Για παράδειγμα, η παρακάτω εικόνα με τις μπάρες μπορεί να δείχνει τον πολλαπλασιασμό $4 \times 5 = 20$, αλλά και τη διαίρεση $20 : 4 = 5$.



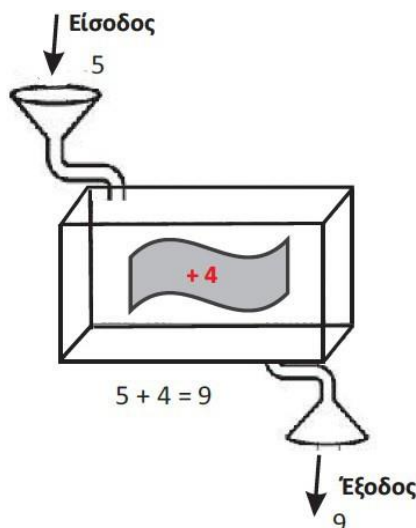
Εικόνα 11: Αναπαράσταση με το μοντέλο με τις μπάρες του πολλαπλασιασμού $4 \times 5 = 20$ ή της διαίρεσης $20 : 4 = 5$.

Η μηχανή της συνάρτησης

Η μηχανή της συνάρτησης είναι μια αναπαράσταση που δείχνει πώς μεταβάλλονται οι αριθμοί σύμφωνα με έναν κανόνα της συνάρτησης. Υπάρχει η είσοδος, όπου εισάγονται οι αριθμοί (**πεδίο ορισμού**), ο κανόνας που

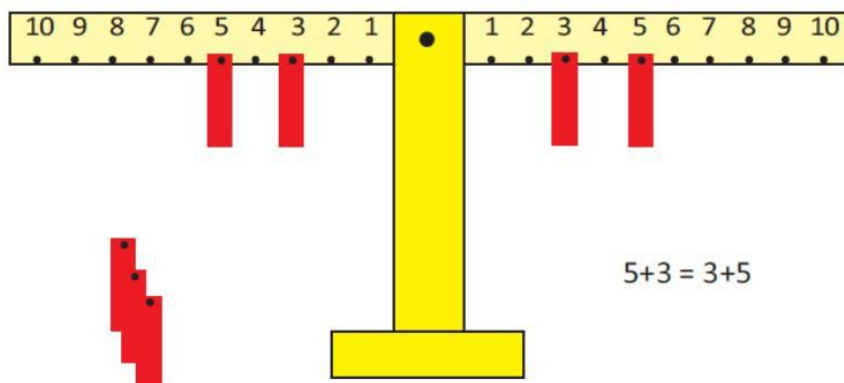
μεταβάλλει τους αριθμούς (**αλγεβρικός κανόνας της συνάρτησης**) και η έξοδος που βγαίνουν οι αριθμοί (**πεδίο τιμών**) που έχουν μεταβληθεί.

Εικόνα 12: Αναπαράσταση της μηχανής της συνάρτησης με κανόνα το + 4. Σε κάθε αριθμό μπαίνει στην είσοδο η μηχανή προσθέτει 4.



Η ζυγαριά των αριθμών

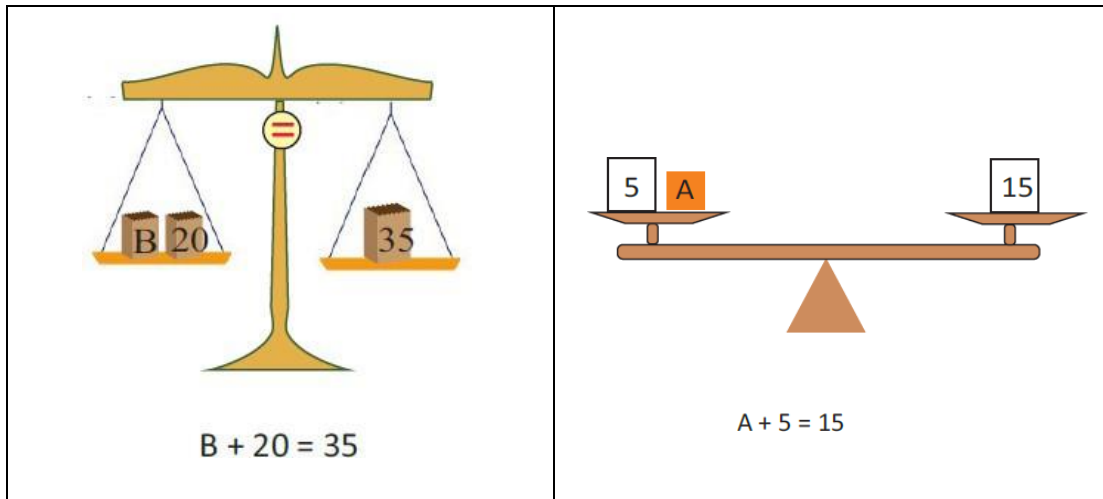
Υπάρχει σε συμβατικά αλλά και σε ηλεκτρονικά παιχνίδια η ζυγαριά των αριθμών. Όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, είναι μια ζυγαριά ισορροπίας όπου οι δύο βραχίονες είναι διαβαθμισμένοι με αριθμούς. Στις δύο μεριές της ζυγαριάς κρεμιούνται οι κόκκινες πλαστικές λωρίδες, ώστε να υπάρχει ισορροπία π.χ. $5 + 3 = 3 + 5$. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργούνται ισότητες οι οποίες εκφράζουν την ισορροπία της ζυγαριάς και είναι ισοδυναμίες μεταξύ των δύο μερών της ισότητας.



Εικόνα 13: Η ζυγαριά των αριθμών αναπαριστά με την ισορροπία της την ισότητα $5 + 3 = 3 + 5$.

Ζυγαριές ισορροπίας

Θα χρησιμοποιηθούν πραγματικές ζυγαριές ισορροπίας ή αναπαραστάσεις τους. Στις ζυγαριές ισορροπίας υπάρχουν δύο μέρη. Όταν τα βάρη στα δύο μέρη είναι ίσα, οι ζυγαριές ισορροπούν.



Εικόνα 14: Οι ζυγαριές ισορροπίας αναπαριστούν τις ισότητες $B + 20 = 35$ και $A + 5 = 15$.

Ε. Η μάθηση ορισμένων σημαντικών περιεχομένων

Ε.1. Αριθμοί: Η διδασκαλία πολυψήφιων αριθμών μέχρι το 1.000

Στη διδασκαλία των διψήφιων και τριψήφιων αριθμών θεωρούμε σημαντική γνώση τη θεσιακή αξία των αριθμών αυτών και την ανάλυσή τους σε μονάδες, δεκάδες και εκατοντάδες. Η εκτέλεση προσθέσεων και αφαιρέσεων με στρογγυλές δεκάδες και εκατοντάδες συμβάλλει στην κατανόηση των αριθμών αυτών και της θεσιακής τους αξίας. Τα χειραπτικά υλικά και οι αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούμε είναι:

- οι κύβοι δεκαδικής βάσης (Εικόνα 4)
- το μοντέλο μέρος-όλου για την ανάλυση των αριθμών σε εκατοντάδες, δεκάδες και μονάδες (Εικόνα 5)

- το μοντέλο της βαθμολογημένης αριθμογραμμής, για την αναπαράσταση της διαδοχής των αριθμών και των προσθέσεων και αφαιρέσεων στρογγυλών εκατοντάδων και δεκάδων.

Ε.2. Κλάσματα και δεκαδικοί αριθμοί

Αρχικά τα παιδιά θα ασκηθούν στον χωρισμό ενός όλου σε ίσα μέρη σε διαφορετικά πλαίσια, όπως σχήματα, ποσότητες, όγκους κ.ά. Στη συνέχεια θα εισαχθούν οι κλασματικές μονάδες, οι οποίες θα αποτελέσουν τη βάση με την οποία θα σχηματιστούν τα μη μοναδιαία απλά **κλάσματα**, όπως $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$. Όσον αφορά στους **δεκαδικούς αριθμούς**, με βάση την κοινωνική γνώση τους τα παιδιά, θα ονομάσουν και θα γράψουν δεκαδικούς με ένα δεκαδικό ψηφίο, όπως στα κέρματα των χρημάτων.

Ε.3. Πράξεις: Εξελικτική πορεία στη διδασκαλία προσθέσεων και αφαιρέσεων

Δύο ενότητες, η 2η και η 3η, αφιερώνονται στις προσθέσεις και στις αφαιρέσεις μονοψήφιων και διψήφιων αριθμών. Στη διαδοχή των μαθημάτων ακολουθείται μια εξελικτική πορεία από απλές προσθέσεις και αφαιρέσεις μονοψήφιων σε πιο σύνθετες μεταξύ διψήφιων αριθμών.

Στη 2η ενότητα αρχικά διδάσκονται οι προσθέσεις και αφαιρέσεις αριθμών μέχρι το 20, που διδάχτηκαν και στην Α΄ τάξη. Ακολουθούν οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις διψήφιων με μονοψήφιους αριθμούς, χωρίς κρατούμενα και δανεισμό. Στη συνέχεια διδάσκονται οι προσθέσεις και αφαιρέσεις διψήφιων αριθμών που είναι στρογγυλές δεκάδες. Κατόπιν διδάσκονται οι προσθέσεις διψήφιων με μονοψήφιους αριθμούς με κρατούμενα και δανεισμό και επακολουθεί η διδασκαλία των αντίστοιχων αφαιρέσεων. Τέλος, διδάσκονται οι νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις διψήφιων αριθμών, με ή χωρίς κρατούμενα ή δανεισμό.

Στην 3η ενότητα διδάσκεται η πρόσθεση δύο διψήφιων αριθμών, αρχικά χωρίς κρατούμενα και στη συνέχεια με κρατούμενα, με κάθετο τρόπο αλλά και με άλλους τρόπους. Ακολουθεί η αφαίρεση διψήφιων αριθμών, αρχικά χωρίς

δανεισμό και στη συνέχεια με δανεισμό, με κάθετο τρόπο αλλά και με άλλους τρόπους.

Ευελιξία και αποτελεσματικότητα στη χρήση των στρατηγικών στις προσθέσεις και στις αφαιρέσεις

Ο στόχος που επιδιώκουμε σχετικά με τον τρόπο υπολογισμού των προσθέσεων και των αφαιρέσεων είναι να γνωρίζει το παιδί διάφορες στρατηγικές υπολογισμού, να μπορεί να τις εναλλάσσει (ευελιξία) και ανάλογα με τους όρους των πράξεων να χρησιμοποιεί την πιο κατάλληλη στρατηγική για τον υπολογισμό της πράξης (αποτελεσματικότητα). Να μην προκρίνεται από τη διδασκαλία μια μόνο στρατηγική υπολογισμού, π.χ. ο γραπτός υπολογισμός κάθετα, πράγμα που θα έχει ως αποτέλεσμα το παιδί να μπορεί να υπολογίσει αποκλειστικά με αυτόν τον τρόπο (μη ευελιξία). Προσπαθούμε η διδασκαλία και η εξάσκηση στις στρατηγικές υπολογισμού αφενός να γίνεται με τέτοιο τρόπο, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να τις ανακαλύπτουν μόνοι τους και να μην τις επιβάλλουμε, αφετέρου να έχουν την ελευθερία να χρησιμοποιούν τις στρατηγικές που τους ταιριάζουν και τους διευκολύνουν περισσότερο.

Οδηγούμε λοιπόν τα παιδιά να ανακαλύπτουν και να χρησιμοποιούν διάφορες στρατηγικές για να υπολογίζουν τις προσθέσεις και αφαιρέσεις μονοψήφιων και διψήφιων αριθμών. Τέτοιες στρατηγικές είναι οι κάθετες γραπτές τυπικές πράξεις. Την εισαγωγή και επεξήγηση αυτών των τρόπων υπολογισμού τη συνοδεύουμε με μοντέλα και αναπαραστάσεις με το πλαίσιο της θεσιακής αξίας με κύβους (Εικόνα 6). Ταυτόχρονα ζητούμε από τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν και άλλες νοερές στρατηγικές όπως:

- **η στρατηγική διαχωρισμού** (1010) των δεκάδων και των μονάδων (π.χ. στην πρόσθεση $36 + 23$ υπολογίζουμε $30 + 20 = 50$ και $6 + 3 = 9$, επομένως $50 + 9 = 59$)
- **η στρατηγική συσσώρευσης** (N10), όπου σε έναν από τους όρους της πράξης προσθέτουμε ή αφαιρούμε διαδοχικά τις δεκάδες και μονάδες του δεύτερου όρου της πράξης (π.χ. στην αφαίρεση $36 - 23$ υπολογίζουμε $36 - 20 = 16$ και

$16 - 3 = 13$). Η αριθμογραμμή (Εικόνα 9) είναι το κατάλληλο αναπαραστατικό μέσο για τη στρατηγική της συσσώρευσης.

Η διδασκαλία του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης

Εισαγωγή των πράξεων του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης: Στην Α΄ τάξη έγινε μια πρώτη εισαγωγή στην έννοια του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης. Στη Β΄ τάξη θα συνεχίσουμε την εισαγωγή του πολλαπλασιασμού ως επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης αλλά και της διαίρεσης ως μοιρασιάς και μέτρησης με την επαναλαμβανόμενη αφαίρεση. Θα συνδέσουμε αυτές τις αρχικές μορφές του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης με την αντίστοιχη κάθε φορά συμβολική γραφή των πράξεων.

Προπαίδια και διαιρέσεις με τους αριθμούς 2, 5 και 10: Η προπαίδια ξεκινάει να διδάσκεται στην τάξη αυτή με τους πίνακες του 2, του 5 και του 10 και θα ολοκληρωθεί στην Γ΄ τάξη με τους υπόλοιπους αριθμούς. Τα γινόμενα με τους αριθμούς 2, 5 και 10 αφενός είναι ευκολότερα σε σχέση με τα άλλα, αφετέρου είναι γινόμενα σημεία αναφοράς, δηλαδή τα χρησιμοποιούμε για να βρίσκουμε τα γινόμενα άλλων αριθμών (Λεμονίδης, 2020). Για παράδειγμα, το γινόμενο (του 2) $2 \times 3 = 6$ μπορούμε να το διπλασιάσουμε, για να βρούμε το γινόμενο $4 \times 3 = 12$, ή με βάση το γινόμενο (του 10) $10 \times 7 = 70$, μπορούμε να βρίσκουμε το γινόμενο (του 9) $9 \times 7 = 70 - 7 = 63$.

Για τη διδασκαλία της προπαίδιας θα χρησιμοποιηθούν η προφορική αρίθμηση ανά 2, 5 και 10 και οι αναπαραστάσεις με συστοιχίες και αριθμογραμμές (Εικόνα 7). Θα διδαχτούν επίσης οι διαιρέσεις με το 2, το 5 και το 10 και θα συνδεθούν με τους αντίστοιχους πολλαπλασιασμούς. Θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του τριγώνου του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης (Εικόνα 10) και το μοντέλο με τις μπάρες (Εικόνα 11), για να αναπαραστήσουμε την προπαίδια και τις αντίστοιχες διαιρέσεις.

Αναφορές

Lannin, J., Ellis, A. B., & Elliot, R. (2011). *Developing essential understanding of mathematical reasoning: Pre-K-Grade 8*. Reston, VA: NCTM.

Λεμονίδης, Χ. (2020). *Νοεροί Υπολογισμοί και Εκτιμήσεις. Από την έρευνα στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών*. Εκδόσεις Ζυγός. Θεσσαλονίκη. ISBN 978-618-5063-62-7

Resnick, L. B. (1987). *Education and learning to think*. Washington, D.C: National Research Council.

Ribeiro, A. J., Aguiar, M., Trevisan, A. L., & Elias, H. R. (2021). How Teachers Deal with Students' Mathematical Reasoning When Promoting Whole-Class Discussion During the Teaching of Algebra. In *Mathematical Reasoning of Children and Adults* (pp. 239-264). Springer, Cham.

Πληροφοριακά στοιχεία

Τίτλος: Ψηφιακός πόρος για τον/την εκπαιδευτικό της Β΄ τάξης του Δημοτικού

Επιστημονικός Υπεύθυνος: Χαράλαμπος Λεμονίδης

Σχεδιασμός – Δημιουργία: Χαράλαμπος Λεμονίδης

Έκδοση: 1.0

Ημερομηνία: 2-5-2025

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή