



Ασκήσεις στα ανεξάρτητα ενδεχόμενα

1) Στρίβουμε δύο φορές ένα συνηθισμένο κέρμα, τη μια μετά την άλλη. Είναι τα παρακάτω ενδεχόμενα A και B ανεξάρτητα;

A: «Στο πρώτο στρίψιμο έρχεται Κ».

B: «Στο δεύτερο στρίψιμο έρχεται Κ».

Απάντηση

1ος τρόπος

Το αποτέλεσμα του πρώτου στρίψιματος δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα του δεύτερου.

Άρα τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα.

2ος τρόπος

Θα χρησιμοποιήσουμε τον δειγματικό χώρο $\{ΚΚ, ΓΓ, ΚΓ, ΓΚ\}$.

Τότε $A = \{ΚΚ, ΚΓ\}$ και $B = \{ΚΚ, ΓΚ\}$.

Επίσης, το μόνο κοινό αποτέλεσμα των A και B είναι το ΚΚ, άρα $A \cap B = \{ΚΚ\}$ (τομή των A και B).

Άρα:

$$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

Συνεπώς $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = P(A \cap B)$, που σημαίνει ότι τα A και B είναι ανεξάρτητα.

2) Σε μια κληρωτίδα έχουμε τέσσερις μπάλες με αριθμούς από 1 έως 4. Θέλουμε να επιλέξουμε δύο μπάλες-αριθμούς, τυχαία. Επιλέγουμε δύο μπάλες τη μια μετά την άλλη και θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: «Η πρώτη μπάλα έχει άρτιο αριθμό».

B: «Η δεύτερη μπάλα έχει άρτιο αριθμό».

Είναι τα A και B ανεξάρτητα;

Απάντηση

Θα χρησιμοποιήσουμε τον εξής δειγματικό χώρο:

$$\{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$$

Ο πρώτος αριθμός κάθε ζεύγους αντιστοιχεί στην μπάλα που βγαίνει πρώτη και ο δεύτερος σε αυτή που βγαίνει δεύτερη.

Άρα:

$$A = \{(2,1), (2,3), (2,4), (4,1), (4,2), (4,3)\} \text{ και } B = \{(1,2), (1,4), (2,4), (3,2), (3,4), (4,2)\}$$

1ος τρόπος

Η πιθανότητα του ενδεχομένου A είναι $P(A) = \frac{6}{12} = 0,5$ και του B είναι $P(B) = \frac{6}{12} = 0,5$, επίσης.

Με δεδομένο ότι έχει πραγματοποιηθεί το A, τα ευνοϊκά αποτελέσματα για την πραγματοποίηση του B είναι 2 από τα 6 του A: $\{(2,4), (4,2)\}$.

Άρα με δεδομένο ότι έχει πραγματοποιηθεί το A, η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το B είναι $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, που δεν είναι ίση με την $P(B) = 0,5$, δηλαδή με την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το B

χωρίς κάποιο δεδομένο.

Άρα τα ενδεχόμενα A και B είναι εξαρτημένα.

2ος τρόπος

Τα κοινά αποτελέσματα των A και B, αποτελούν την τομή τους και είναι:

$$A \cap B = \{(2,4), (4,2)\}.$$

Άρα $P(A \cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, ενώ $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Εφόσον $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ τα A και B είναι εξαρτημένα.

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ: Ασκήσεις στα ανεξάρτητα ενδεχόμενα

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβητ Καλογερία

Ειρήνη Περυσινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραϊτίης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

ΕΚΔΟΣΗ: 1.0

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΕΠ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ
2021-2027
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή