



## Ανεξάρτητα ενδεχόμενα και Πιθανότητες

Τα 120 παιδιά ενός Γυμνασίου επιλέγουν ως δεύτερη ξένη γλώσσα Γαλλικά ή Γερμανικά. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι επιλογές δεύτερης ξένης γλώσσας, ανά τάξη.

Τάξη	Α΄	Β΄	Γ΄
Γαλλικά	20	30	30
Γερμανικά	20	10	10

Το ίδιο ισχύει για τα 120 παιδιά του γειτονικού Λυκείου. Στον πίνακα φαίνονται οι επιλογές τους, ανά τάξη.

Τάξη	Α΄	Β΄	Γ΄
Γαλλικά	25	25	25
Γερμανικά	15	15	15

Επιλέγουμε τυχαία ένα παιδί από το Λύκειο και εξετάζουμε τα εξής ενδεχόμενα:

A: «το παιδί πηγαίνει στην Α΄ τάξη.»

B: «το παιδί πηγαίνει στην Β΄ τάξη.»

Γ: «το παιδί πηγαίνει στην Γ΄ τάξη.»

$\Xi_1$ : «το παιδί έχει επιλέξει Γαλλικά.»

$\Xi_2$ : «το παιδί έχει επιλέξει Γερμανικά.»

Με την επιλογή ενός παιδιού θα πραγματοποιηθεί ένα από τα A, B και Γ και ένα από τα  $\Xi_1$  και  $\Xi_2$ .

Είναι τα  $\Xi_1$  και  $\Xi_2$  ανεξάρτητα από τα A, B και Γ;

Η κατανομή των Γαλλικών και των Γερμανικών είναι η ίδια σε κάθε τάξη του Λυκείου (25 Γαλλικά και 15 Γερμανικά σε όλες τις τάξεις). Άρα είτε πραγματοποιηθεί το A, είτε όχι, η πιθανότητα πραγματοποίησης των  $\Xi_1$  και  $\Xi_2$  δεν επηρεάζεται. Σε όλες τις τάξεις υπάρχουν οι ίδιες πιθανότητες ένα παιδί να έχει επιλέξει Γαλλικά, όπως και Γερμανικά.

Άρα, τα  $\Xi_1$  και  $\Xi_2$  είναι **ανεξάρτητα** από το A, όπως και από τα B και Γ, στο Λύκειο.

Αυτό δεν ισχύει στο Γυμνάσιο: Με δεδομένο ότι έχει πραγματοποιηθεί το A τότε τα  $\Xi_1$  και  $\Xi_2$  έχουν την ίδια πιθανότητα να πραγματοποιηθούν (20 παιδιά επέλεξαν Γαλλικά και 20 Γερμανικά). Όμως, με δεδομένο ότι δεν έχει πραγματοποιηθεί το A, τότε η πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το  $\Xi_1$  είναι τριπλάσια από την πιθανότητα να πραγματοποιηθεί το  $\Xi_2$ , καθώς και στην Β΄ και στην Γ΄ τάξη έχουμε 30 παιδιά στα Γαλλικά και 10 στα Γερμανικά. Άρα η πιθανότητα πραγματοποίησης του  $\Xi_1$  ή του  $\Xi_2$  εξαρτάται από την πραγματοποίηση του A.

Ας δούμε τώρα το εξής.

Θέλουμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα του ενδεχομένου «το παιδί είναι στην Α' τάξη και επέλεξε Γαλλικά».

Για να πραγματοποιηθεί το ενδεχόμενο αυτό πρέπει να επιλέξουμε ένα παιδί που:

- είναι στην Α' τάξη, άρα πραγματοποιείται το Α.
- κάνει Γαλλικά, άρα πραγματοποιείται το  $\Xi_1$ .

Αυτό το ενδεχόμενο ονομάζουμε **τομή των Α και  $\Xi_1$**  και το συμβολίζουμε  $A \cap \Xi_1$ . Συνεπώς θα βρούμε την πιθανότητα  $P(A \cap \Xi_1)$ .

Στο Λύκειο, τα παιδιά της Α' τάξης που κάνουν Γαλλικά είναι 25.

Άρα  $P(A \cap \Xi_1) = \frac{25}{120} = \frac{25:5}{120:5} = \frac{5}{24}$  είναι η ζητούμενη

πιθανότητα.

Ωστόσο, αν βρούμε χωριστά τις πιθανότητες των Α και  $\Xi_1$  έχουμε ότι:

$P(A) = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$  καθώς 40 παιδιά φοιτούν στην Α' τάξη.

$P(\Xi_1) = \frac{75}{120} = \frac{75:15}{120:15} = \frac{5}{8}$ , καθώς  $25 + 25 + 25 = 75$  παιδιά του σχολείου κάνουν Γαλλικά.

Παρατηρούμε ότι  $P(A) \cdot P(\Xi_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{24}$ , δηλαδή  $P(A \cap \Xi_1) = P(A) \cdot P(\Xi_1)$ .

Αυτή η ισότητα δεν ισχύει στην περίπτωση του Γυμνασίου, γιατί τα ενδεχόμενα Α και  $\Xi_1$  δεν είναι ανεξάρτητα για το Γυμνάσιο. Πράγματι:

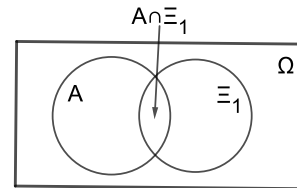
$$P(A) = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}, P(\Xi_1) = \frac{20+30+30}{120} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}, \text{ άρα } P(A) \cdot P(\Xi_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

Ενώ  $P(A \cap \Xi_1) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ , που είναι διαφορετικό από τα  $\frac{2}{9}$ .

Στο πλαίσιο της Θεωρίας Πιθανοτήτων έχει αποδειχθεί το εξής:

Για δύο ανεξάρτητα ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης και την τομή τους  $A \cap B$  ισχύει ότι  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

Αυτή η ισότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν κριτήριο, για να δούμε αν δύο ενδεχόμενα είναι ανεξάρτητα ή όχι.



## ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

**ΤΙΤΛΟΣ:** Ανεξάρτητα ενδεχόμενα και Πιθανότητες

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:**

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβετ Καλογερία

Ειρήνη Πεрусινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

**ΕΚΔΟΣΗ:** 1.0

**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων  
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση  
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα  
Ανθρώπινο Δυναμικό και  
Κοινωνική Συνοχή