



# Αλγεβρικές Παραστάσεις

## Κυλιόμενος διάδρομος

(Ρητές παραστάσεις – πράξεις – απλοποιήσεις)

Σε ένα αεροδρόμιο, δύο φίλοι, ο Άγγελος και ο Βασίλης, σκέφτηκαν να κάνουν το εξής πείραμα:

Να περπατούν και οι δυο με τον ίδιο ρυθμό/ταχύτητα, όμως:

- Ο Άγγελος να κινείται επάνω σε κυλιόμενο διάδρομο μήκους 50 m, διανύοντάς τον αρχικά σύμφωνα με την φορά κίνησης του διαδρόμου και αμέσως μετά με την αντίθετη φορά.
- Ο Βασίλης να διανύσει την ίδια απόσταση, 50 m μπρος-πίσω, στο σταθερό δάπεδο (συνολικά 100 m).

Ποιος θα ολοκληρώνει πρώτος την διαδρομή του;

### Ανάθεση έργου

Ακολουθήστε τα επόμενα βοηθητικά βήματα για να απαντήσετε στο πρόβλημα

1. Από την Φυσική θα χρειαστείτε τον χρόνο ως σχέση της ταχύτητας και του διαστήματος:

$$\text{Χρόνος} = \frac{\text{Διάστημα}}{\text{Ταχύτητα}}$$

2. Ας πούμε  $\beta$  την ταχύτητα βαδίσματος (που είναι ίδια στους δυο φίλους) και  $\delta$  την ταχύτητα του διαδρόμου.

3. Η ταχύτητα κίνησης του Άγγελου στα πρώτα 50 m θα είναι  $\beta + \delta$  καθώς θα κινείται σύμφωνα με την φορά κίνησης του διαδρόμου, ενώ στα επόμενα 50 m θα είναι  $\beta - \delta$  γιατί θα κινείται με αντίθετη φορά. Μπορείτε να εκφράσετε ως σχέση των  $\beta$  και  $\delta$  τον συνολικό χρόνο  $t_1$  που ο Άγγελος θα χρειαστεί για να ολοκληρώσει την διαδρομή του;

4. Μπορείτε να εκφράσετε ως σχέση του  $\beta$  τον συνολικό χρόνο  $t_2$  που θα χρειαστεί ο Βασίλης για να ολοκληρώσει την διαδρομή του;

5. Να σχηματίσετε τον λόγο  $\frac{t_1}{t_2}$  και αφού κάνετε τις απαιτούμενες πράξεις και απλοποιήσεις,

προσπαθήστε να βγάλετε συμπεράσματα από αυτόν για το ποιος χρόνος είναι μικρότερος.

## Πλήρης Απάντηση

Εξετάζοντας το πρόβλημα διαισθητικά, αντιλαμβανόμαστε ότι ο Άγγελος θα είναι πιο «γρήγορος» στα πρώτα 50 m και πολύ πιο «αργός» στα επόμενα 50 m της διαδρομής του, σε σχέση με τον Βασίλη. Συνεπώς, ο χρόνος του 2ου μέρους της διαδρομής θα είναι μεγαλύτερος από τον χρόνο του 1ου μέρους της διαδρομής, έτσι θα υπερισχύσει σε χρόνο η «αργή» κίνηση και γι' αυτό αναμένουμε ο Άγγελος να ολοκληρώσει την διαδρομή του δεύτερος. Μάλιστα αν ο ρυθμός κίνησης του διαδρόμου είναι ίδιος με τον ρυθμό βαδίσματός του, τότε ο Άγγελος δεν θα μπορέσει ποτέ να διανύσει τα τελευταία 50 m.

Ας δούμε τώρα το πρόβλημα αλγεβρικά:

- Ας πούμε  $\beta$  τον ρυθμό βαδίσματος (ταχύτητα βαδίσματος) που είναι ίδιος και για τον Άγγελο και για τον Βασίλη.
- Ας πούμε  $\delta$  την ταχύτητα του διαδρόμου.

Τότε, επειδή ο «χρόνος» είναι «διάστημα»/«ταχύτητα», θα έχουμε:

- Ο χρόνος ολοκλήρωσης της διαδρομής του Άγγελου θα είναι

$$t_1 = \frac{50}{\beta + \delta} + \frac{50}{\beta - \delta} = \frac{100\beta}{\beta^2 - \delta^2}$$

Γιατί στα πρώτα 50 m ο Άγγελος θα κινείται με ταχύτητα  $\beta + \delta$ , ενώ στα επόμενα 50 m θα έχει ταχύτητα  $\beta - \delta$ .

- Ο χρόνος ολοκλήρωσης της διαδρομής του Βασίλη θα είναι  $t_2 = \frac{100}{\beta}$ .

Τότε όμως

$$\frac{t_1}{t_2} = t_1 \cdot \frac{1}{t_2} = \frac{100\beta}{\beta^2 - \delta^2} \cdot \frac{\beta}{100} = \frac{\beta^2}{\beta^2 - \delta^2}$$

Το τελευταίο κλάσμα έχει μεγαλύτερο αριθμητή από παρονομαστή, δηλαδή είναι μεγαλύτερο της μονάδας. Συνεπώς και  $t_1 > t_2$ , δηλαδή ο Βασίλης θα ολοκληρώσει πρώτος την διαδρομή του.

Πώς καταλαβαίνουμε από την αλγεβρική απάντηση που δώσαμε ότι «αν η ταχύτητα του διαδρόμου ( $\delta$ ) είναι ίδια με τον ρυθμό βαδίσματος του Άγγελου ( $\beta$ ), τότε ο Άγγελος δεν θα ολοκληρώσει ποτέ την διαδρομή του;»

## ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

**ΤΙΤΛΟΣ:** Κυλιόμενος διάδρομος (Ρητές παραστάσεις – πράξεις – απλοποιήσεις)

### **ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:**

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβητ Καλογερία

Ειρήνη Περυσινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

**ΕΚΔΟΣΗ:** 1.0

**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων  
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση  
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα  
Ανθρώπινο Δυναμικό και  
Κοινωνική Συνοχή