



Αλγεβρικές Παραστάσεις

Ρητές παραστάσεις και ΕΚΠ

α) Στις παρακάτω περιπτώσεις, να υπολογίσετε το ΕΚΠ των πολυωνύμων

i. $P = x^3 + 2x^2 + 2x + 4$ και $Q = 2x^3 + x^2 + 4x + 2$

ii. $P = x^3 + 2x^2 - x - 2$ και $Q = x^3 - x^2 - x + 1$.

β) Για κάθε μία από τις παραπάνω περιπτώσεις να απλοποιήσετε τις παραστάσεις $\frac{ΕΚΠ(P,Q)}{P}$ και

$\frac{ΕΚΠ(P,Q)}{Q}$ και να βρείτε το ΕΚΠ των πολυωνύμων που προκύπτουν. Τι παρατηρείτε; Γιατί συμβαίνει αυτό;

Απάντηση

α) i. Έχουμε ότι:

$$\begin{aligned}
 P &= x^3 + 2x^2 + 2x + 4 & Q &= 2x^3 + x^2 + 4x + 2 \\
 &= x^2(x+2) + 2(x+2) & &= x^2(2x+1) + 2(2x+1) \\
 &= (x^2+2)(x+2) & &= (x^2+2)(2x+1)
 \end{aligned}$$

Άρα, $ΕΚΠ(P,Q) = (x^2+2)(2x+1)(x+2)$.

ii. Έχουμε ότι:

$$\begin{aligned}
 P &= x^3 + 2x^2 - x - 2 & Q &= x^3 - x^2 - x + 1 \\
 &= x^2(x+2) - (x+2) & &= x^2(x-1) - (x-1) \\
 &= (x^2-1)(x+2) & \text{και} &= (x^2-1)(x-1) \\
 &= (x-1)(x+1)(x+2) & &= (x+1)(x-1)^2
 \end{aligned}$$

Άρα, $ΕΚΠ(P,Q) = (x-1)^2(x+1)(x+2)$.

β) i. Έχουμε ότι:

$$\frac{ΕΚΠ(P,Q)}{P} = \frac{(x^2+2)(2x+1)(x+2)}{(x^2+2)(x+2)} = 2x+1$$

και $\frac{ΕΚΠ(P,Q)}{Q} = \frac{(x^2+2)(2x+1)(x+2)}{(x^2+2)(2x+1)} = x+2$.

Το ΕΚΠ των πολυωνύμων που προέκυψαν είναι το $(2x+1)(x+2)$.

ii. Έχουμε ότι:

$$\frac{\text{ΕΚΠ}(P,Q)}{P} = \frac{(x-1)^2(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+1)(x+2)} = x-1$$

$$\text{και } \frac{\text{ΕΚΠ}(P,Q)}{Q} = \frac{(x-1)^2(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)^2} = x+2.$$

Το ΕΚΠ των πολυωνύμων που προέκυψαν είναι το $(x-1)(x+2)$.

Και στις δύο περιπτώσεις το ΕΚΠ των πολυωνύμων που προέκυψαν είναι το γινόμενο τους. Αυτό συμβαίνει γιατί δεν έχουν κοινούς παράγοντες.

Συζητήστε στην τάξη αν γενικά τα πολυώνυμα $\frac{\text{ΕΚΠ}(P,Q)}{P}$ και $\frac{\text{ΕΚΠ}(P,Q)}{Q}$ μπορεί να έχουν κοινούς παράγοντες.

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ: Ρητές παραστάσεις και ΕΚΠ

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβετ Καλογερία

Ειρήνη Πεрусινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

ΕΚΔΟΣΗ: 1.0

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή