



Αλγεβρικές Παραστάσεις

ΕΚΠ Πολυωνύμων IV

Να υπολογίσετε το ΕΚΠ των πολυωνύμων $P = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ και $Q = x^4 - 1$.

Απάντηση

Αρχικά πρέπει να παραγοντοποιήσουμε τα πολυώνυμα. Έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} P &= x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \\ &= x^4 + 2x^3 + x^2 + x^2 + 2x + 1 \\ &= x^2(x^2 + 2x + 1) + x^2 + 2x + 1 \quad \text{και} \\ &= (x^2 + 1)(x + 1)^2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} Q &= x^4 - 1 = (x^2)^2 - 1 \\ &= (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^2 + 1)(x - 1)(x + 1) \end{aligned}$$

Άρα, $\text{ΕΚΠ}(P, Q) = (x^2 + 1)(x + 1)^2(x - 1)$.

Για να εξασφαλίσουμε ότι το κοινό πολλαπλάσιο που βρίσκουμε βρίσκοντας το γινόμενο των κοινών και μη κοινών παραγόντων είναι το ελάχιστο, τα πολυώνυμα δεν πρέπει να μπορεί να παραγοντοποιηθούν περαιτέρω. Για παράδειγμα αν γράφαμε $Q = (x^3 + x^2 + x + 1)(x - 1)$ θα βρίσκαμε $\text{ΕΚΠ}(P, Q) = (x^3 + x^2 + x + 1)(x^2 + 1)(x + 1)^2(x - 1)$ κάτι που δεν είναι σωστό αφού $(x^3 + x^2 + x + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) = (x^2 + 1)^2(x + 1)^3(x - 1)$. Αυτό συνέβη γιατί οι παράγοντες $x^2 + 1$ και $x + 1$ εμπεριέχονται στο $x^3 + x^2 + x + 1$ οπότε τους χρησιμοποιήσαμε περισσότερες από τις απολύτως απαραίτητες φορές.

Όταν όμως ένας παράγοντας είναι κοινός και στα δύο πολυώνυμα, όπως εδώ ο $x^2 + 1$, δεν χρειάζεται να εξετάσουμε αν παραγοντοποιείται περαιτέρω.

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ: ΕΚΠ Πολυωνύμων IV

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβετ Καλογερία

Ειρήνη Πεрусινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

ΕΚΔΟΣΗ: 1.0

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή