



Πραγματικοί αριθμοί

Ίσες δυνάμεις με ίσους εκθέτες

1) Για ποια ή ποιες τιμές του x επαληθεύεται η εξίσωση;

$$x^2 = 3^2$$

Απάντηση

Παρατηρούμε ότι:

- Για $x = 3$ είναι $3^2 = 3^2$ που ισχύει.
- Αλλά και για $x = -3$ είναι $(-3)^2 = 3^2$, καθώς και τα δύο μέλη είναι ίσα με 9.

Οι 3 και -3 είναι οι μόνες τιμές του x που επαληθεύουν την παραπάνω εξίσωση.

2) Για ποια ή ποιες τιμές του x επαληθεύεται η εξίσωση:

$$x^3 = 2^3$$

Απάντηση

Για $x = 2$ η εξίσωση επαληθεύεται, γιατί $2^3 = 2^3$.

Για $x = -2$ η εξίσωση δεν επαληθεύεται, γιατί $(-2)^3 \neq 2^3$. Το πρώτο μέλος είναι ίσο με -8 , ενώ το δεύτερο είναι ίσο με 8.

Η 2 είναι η μόνη τιμή του x που επαληθεύει την εξίσωση.

3) Για ποια ή ποιες τιμές του x επαληθεύεται η εξίσωση;

$$x^4 = (-2)^4$$

Απάντηση

Παρατηρούμε ότι:

- Για $x = -2$ είναι $(-2)^4 = (-2)^4$ που ισχύει.
- Και για $x = 2$ είναι $2^4 = (-2)^4$, καθώς και τα δύο μέλη είναι ίσα με 16.

Οι 2 και -2 είναι οι μόνες τιμές του x που επαληθεύουν την παραπάνω εξίσωση.

4) Αν γνωρίζουμε ότι για τους μη μηδενικούς αριθμούς α και β ισχύει $\alpha^2 = \beta^2$, τότε τι συμπέρασμα βγάζουμε για τις τιμές των α και β ;

Απάντηση

Οι τιμές των α και β είτε είναι ίσες, είτε είναι αντίθετες.

Αν τα α και β είναι ίσα, εύκολα καταλαβαίνουμε ότι $\alpha^2 = \beta^2$. Ας δούμε παραδείγματα για τις αντίθετες:

- Αν $\alpha = -3$ και $\beta = 3$, τότε $(-3)^2 = 3^2$, γιατί κάθε μέλος είναι ίσο με 9.
- Αν $\alpha = 5$ και $\beta = -5$, τότε $5^2 = (-5)^2$, γιατί κάθε μέλος είναι ίσο με 25.

Παρόμοιο συμπέρασμα βγαίνει για οποιουδήποτε άρτιους εκθέτες, δηλαδή για $\alpha^4 = \beta^4$, $\alpha^6 = \beta^6$, κτλ.

5) Αν γνωρίζουμε ότι για τους μη μηδενικούς αριθμούς α και β ισχύει $\alpha^3 = \beta^3$, τότε τι συμπέρασμα βγάζουμε για τις τιμές των α και β ;

Απάντηση

Οι τιμές των α και β είναι ίσες.

Αν είναι αντίθετες δεν επαληθεύεται η εξίσωση. Για παράδειγμα:

Αν $\alpha = 5$ και $\beta = -5$, τότε $5^3 = (-5)^3$, γιατί κάθε μέλος είναι το πρώτο μέλος είναι ίσο με 125, ενώ το δεύτερο μέλος είναι -125 .

Παρόμοιο συμπέρασμα βγαίνει για οποιουδήποτε περιττούς εκθέτες, δηλαδή για $\alpha^5 = \beta^5$, $\alpha^7 = \beta^7$, κτλ.

Συμπεράσματα:

Τι συμπεραίνουμε για τις τιμές των α και β (μη μηδενικούς αριθμούς), αν ισχύει $\alpha^v = \beta^v$;	
Αν ο v είναι άρτιος, τότε: <ul style="list-style-type: none">• $\alpha = \beta$ (οι τιμές είναι ίσες)ή• $\alpha = -\beta$ (οι τιμές είναι αντίθετες)	Αν ο v είναι περιττός, τότε $\alpha = \beta$.

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ: Ίσες δυνάμεις με ίσους εκθέτες

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβητ Καλογερία

Ειρήνη Περυσινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

ΕΚΔΟΣΗ: 1.0

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή