

## Συνεργατικό φύλλο εργασίας (Εργασία σε ζεύγη) : α) Το ύψος του κεριού, β) Ετεροαξιολόγηση στη σημασία των παραμέτρων.

Τμήμα: \_\_\_\_\_

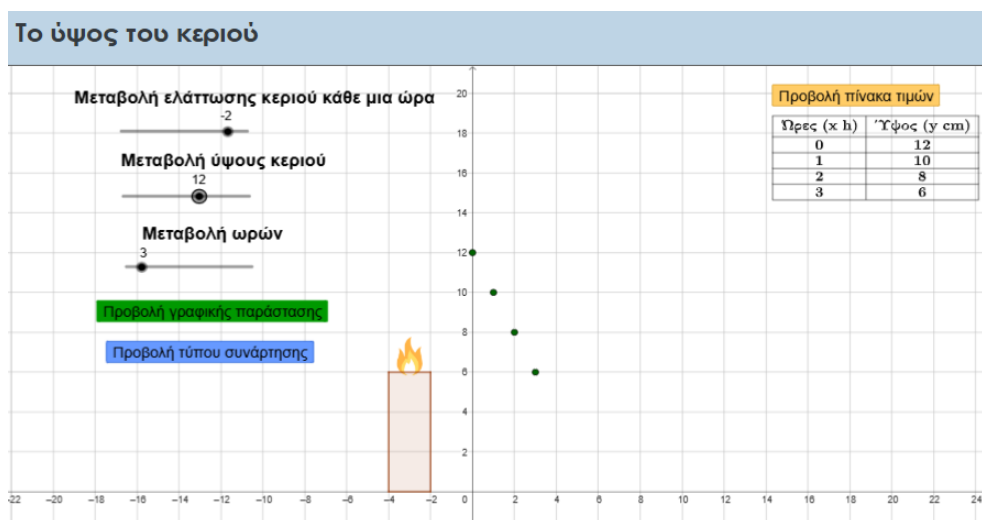
Ονοματεπώνυμο μαθητή 1: \_\_\_\_\_

Ονοματεπώνυμο μαθητή 2: \_\_\_\_\_

Ημερομηνία: \_\_\_\_\_

### Μέρος 1ο: Διερεύνηση πραγματικής κατάστασης: το ύψος του κεριού

**Οδηγίες:** Παρακαλώ, να συνεργαστείτε με τον συμμαθητή/συμμαθήτριά σας και να μελετήσετε προσεκτικά την εφαρμογή GeoGebra "Το ύψος του κεριού" που σας παρέχεται. Η δραστηριότητα αυτή παρουσιάζει ένα κεριό που καίγεται και το ύψος του μειώνεται με σταθερό ρυθμό. Θα διερευνήσετε πώς μεταβάλλεται το ύψος του κεριού με την πάροδο του χρόνου και πώς αυτή η σχέση μπορεί να αναπαρασταθεί με πίνακα τιμών, γραφική παράσταση και μαθηματικό τύπο.



### Διερεύνηση με GeoGebra – Το ύψος του κεριού

**Αρχικές πληροφορίες:** Ένα επιτραπέζιο κεριό έχει αρχικό ύψος  $\beta = 12$  cm. Καθώς καίγεται, για κάθε μία ώρα ελαττώνει το ύψος του κατά  $\alpha = 2$  cm. Να απαντήσετε αναλυτικά στις παρακάτω ερωτήσεις, συζητώντας τα ευρήματά σας.

#### α) Υπολογισμός ύψους κεριού:

- Μαθητής 1:** Να υπολογίσετε ποιο θα είναι το ύψος του κεριού μετά από 1, 2, 3 ώρες, χρησιμοποιώντας τα αρχικά δεδομένα.

Μετά από 1 ώρα:

---

Μετά από 2 ώρες:

---

Μετά από 3 ώρες:

---

**β) Πίνακας τιμών:**

- **Μαθητής 2:** Να δείξετε έναν πίνακα τιμών που μεταβάλλεται το ύψος του κεριού που απομένει ως προς τον χρόνο, χρησιμοποιώντας την εφαρμογή GeoGebra και τις ρυθμίσεις της ("Προβολή πίνακα τιμών"). Να συγκρίνετε τον πίνακα που δημιουργήσατε στο GeoGebra με τους υπολογισμούς σας στο (α).
- 
- 

**γ) Γραφική παράσταση της συνάρτησης:**

- **Μαθητής 1 & Μαθητής 2:** Να απεικονίσετε γραφικά τις τιμές της συνάρτησης στο GeoGebra ("Προβολή γραφικής παράστασης"). Τι είδους γραφική παράσταση σχηματίζεται; Είναι ευθεία γραμμή;
- 
- 

Σε ποιο σημείο τέμνει η γραφική παράσταση τον άξονα των  $y$ ; Τι αντιστοιχεί αυτό το σημείο στην πραγματικότητα του κεριού;

---

**δ) Σημασία των παραμέτρων  $\alpha$  και  $\beta$ :**

- **Μαθητής 1:** Να βρείτε τον μαθηματικό τύπο της συνάρτησης που περιγράφει το ύψος του κεριού ( $y$ ) σε σχέση με τον χρόνο ( $x$ ). (Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την επιλογή "Προβολή τύπου συνάρτησης" στο GeoGebra για επαλήθευση).  
Μαθηματικός τύπος:  $y =$  \_\_\_\_\_
  - **Μαθητής 2:** Ποια είναι η σημασία των παραμέτρων  $\alpha$  και  $\beta$  στη γραφική παράσταση της συνάρτησης; (Θυμηθείτε τι αντιπροσωπεύουν ο  $\alpha$  και ο  $\beta$  στα αρχικά δεδομένα του προβλήματος).  
Παράμετρος  $\beta$ :
- 
- 

Παράμετρος  $\alpha$ :

---

---

**Μαθητής 1 & Μαθητής 2:** Να συζητήσετε πώς η μεταβολή των ρυθμιστικών γραμμών (sliders) "Μεταβολή ελάττωσης κεριού κάθε μια ώρα" και "Μεταβολή ύψους κεριού" στο GeoGebra επηρεάζει τη γραφική παράσταση και τον μαθηματικό τύπο.

---

## Μέρος 2ο: Ετεροαξιολόγηση: η σημασία των παραμέτρων $\alpha$ και $\beta$ σε πραγματικές καταστάσεις

**Οδηγίες:** Μαθητής 1 και Μαθητής 2, συνεργαστείτε για να μελετήσετε το δοσμένο παράδειγμα και στη συνέχεια να λύσετε τα προβλήματα που ακολουθούν. Να συζητήσετε τις απαντήσεις σας και να εξηγήσετε τις επιλογές σας ο ένας στον άλλο.

### Παράδειγμα: Θερμοκρασία σε μια περιοχή

Η θερμοκρασία σε μια περιοχή μεταβάλλεται κατά μήκος της διεύθυνσης Δύση-Ανατολή (άξονας  $x'$ ) και η απόσταση από την αρχή  $O$  του άξονα περιγράφεται από τη συνάρτηση  $y = -\frac{2}{3}x + 1$ , όπου  $x$  είναι η απόσταση (σε km) από το  $O$ , θετική ή αρνητική, και  $y$  η θερμοκρασία (σε  $^{\circ}\text{C}$ ).

- **Μαθηματικός τύπος:**  $y = -\frac{2}{3}x + 1$
- **Επεξήγηση παραμέτρων:**
  - **Κλίση  $\alpha = -\frac{2}{3}$ :** Αυτό σημαίνει ότι για κάθε χιλιόμετρο που απομακρυνόμαστε προς τα δεξιά από την αρχή  $O$  του άξονα  $x'$ , η θερμοκρασία μειώνεται κατά  $-\frac{2}{3}$ .
  - **Σταθερός όρος  $\beta = 1$ :** Αυτό δείχνει ότι αν δεν έχει διανυθεί καμία απόσταση από το  $O$  ( $x=0$ ), η θερμοκρασία είναι  $1^{\circ}\text{C}$ .

### Προβλήματα προς επίλυση (Συνεργατική εργασία):

Στις ακόλουθες προτάσεις δίνονται συναρτήσεις της μορφής  $y = \alpha x + \beta$  που περιγράφουν πραγματικές καταστάσεις. Να αναγνωρίσετε την κλίση  $\alpha$ , τον σταθερό όρο  $\beta$ , και να εξηγήσετε τη σημασία των  $\alpha$  και  $\beta$  στο πλαίσιο του προβλήματος.

#### Πρόβλημα 1: Κέρδος από πώληση προϊόντων

- **α)** Το κέρδος  $K$  σε ευρώ από την πώληση  $x$  προϊόντων δίνεται από τη σχέση  $K = 0,75x - 200$ .  
**Μαθητής 1:** Εξήγηση σημασίας  $\alpha$ :

---

---

**Μαθητής 2:** Εξήγηση σημασίας  $\beta$ :

---

---

#### Πρόβλημα 2: Μήκος ορθογωνίου

- **β)** Το μήκος  $y$  (σε cm) ενός ορθογωνίου ως συνάρτηση του πλάτους  $x$  (σε cm) είναι  $y = 80 - x$ .  
**Μαθητής 2:** Εξήγηση σημασίας  $\alpha$ :

---

---

**Μαθητής 1:** Εξήγηση σημασίας  $\beta$ :

---

---

### Πρόβλημα 3: Πληθυσμός χώρας

- γ) Ο πληθυσμός μιας χώρας δίνεται από τη σχέση  $\Pi=0,5t+20$ . Το  $\Pi$  παριστάνει τον πληθυσμό σε εκατομμύρια κατοίκους και το  $t$  τον χρόνο σε έτη.

**Μαθητής 1:** Εξήγηση σημασίας  $\alpha$ :

---

---

**Μαθητής 2:** Εξήγηση σημασίας  $\beta$ :

---

---

### Πρόβλημα 4: Ποσότητα βενζίνης στο ρεζερβουάρ

- δ) Η ποσότητα  $V$  της βενζίνης που μένει στο ρεζερβουάρ ενός αυτοκινήτου σε λίτρα (lt) δίνεται από τον τύπο  $V=70-0,08S$ , όπου  $S$  είναι η διανυθείσα απόσταση σε χιλιόμετρα (km).

**Μαθητής 2:** Εξήγηση σημασίας  $\alpha$ :

---

---

**Μαθητής 1:** Εξήγηση σημασίας  $\beta$ :

---

---

### Συζήτηση και Συμπεράσματα (Ολομέλεια/Ζεύγη):

- **Μαθητής 1 & Μαθητής 2:** Αφού ολοκληρώσετε τα προβλήματα, να συγκρίνετε τις απαντήσεις σας. Υπήρξαν διαφωνίες; Πώς τις επιλύσατε;

---

---

- **Μαθητής 1 & Μαθητής 2:** Πώς σας βοήθησε η κατανόηση της σημασίας των παραμέτρων  $\alpha$  και  $\beta$  από τη δραστηριότητα του κεριού στην επίλυση αυτών των προβλημάτων;

---

---

- **Μαθητής 1 & Μαθητής 2:** Να ετοιμάσετε να μοιραστείτε ένα από τα προβλήματα με την τάξη, εξηγώντας τη σκέψη σας.

---

---