

## Ατομικό φύλλο εργασίας: Δυνάμεις με φυσικό εκθέτη

Τμήμα: \_\_\_\_\_ Ονοματεπώνυμο μαθητή: \_\_\_\_\_ Ημερομηνία: \_\_\_\_\_

**Οδηγίες:** Παρακαλούμε να μελετήσετε προσεκτικά εφαρμογή GeoGebra που σας παρέχεται και να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις. Να είστε όσο το δυνατόν πιο αναλυτικοί στις απαντήσεις σας.

**Μέρος Α:** Εξερευνώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων

**Ερωτήσεις βασισμένες στην παρατήρηση του GeoGebra:**

- 1. Πολλαπλασιασμός δυνάμεων με την ίδια βάση:** Να παρατηρήσετε την πράξη  $a^m \cdot a^n$  στην εφαρμογή GeoGebra. Τι παρατηρείτε όσον αφορά τη βάση και τον εκθέτη του αποτελέσματος σε σχέση με τις αρχικές δυνάμεις; Με βάση τις παρατηρήσεις σας, να διατυπώσετε τον κανόνα για το γινόμενο  $a^m \cdot a^n$ . Να εξηγήσετε με δικά σας λόγια γιατί πιστεύετε ότι ισχύει αυτός ο κανόνας.

---

---

---

---

---

---

---

---

- 2. Διάρθρωση δυνάμεων με την ίδια βάση:** Να εξετάσετε την πράξη  $a^m : a^n$  στο GeoGebra. Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ του εκθέτη του αποτελέσματος και των εκθετών των αρχικών δυνάμεων; Να διατυπώσετε τον κανόνα για το πηλίκο  $a^m : a^n$ . Πώς θα περιγράφατε τη σχέση του με τη διαφορά των εκθετών;

---

---

---

---

---

---

---

---

3. **Ύψωση δύναμης σε δύναμη:** Να κοιτάξετε την έκφραση  $(\alpha^u)^v$  στην εφαρμογή. Πώς εκφράζεται η δύναμη μιας δύναμης με έναν μόνο εκθέτη; Να περιγράψετε πώς η παράσταση  $(\alpha^u)^v$  μπορεί να γραφεί ως μία νέα δύναμη με βάση το  $\alpha$ , και να εξηγήσετε γιατί χρησιμοποιείται το γινόμενο των εκθετών στη νέα μορφή.

---

---

---

---

---

---

4. **Δύναμη γινομένου:** Να παρατηρήσετε το αποτέλεσμα της πράξης  $(\alpha\beta)^v$  και να το συγκρίνετε με το αποτέλεσμα του  $\alpha^v \cdot \beta^v$ . Τι συμπέρασμα βγάξετε; Να αναλύσετε τη σχέση μεταξύ της παράστασης  $(\alpha\beta)^v$  και των επιμέρους δυνάμεων  $\alpha^v \cdot \beta^v$ , σχολιάζοντας ιδιαίτερα την περίπτωση όπου οι βάσεις είναι αρνητικοί αριθμοί.

---

---

---

---

---

---

5. **Δύναμη πηλίκου (κλάσματος):** Να εξετάσετε την πράξη  $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^v$  και να τη συγκρίνετε με το  $\frac{\alpha^v}{\beta^v}$ . Τι παρατηρείτε; Να εξηγήσετε πώς το  $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^v$  συνδέεται με το  $\frac{\alpha^v}{\beta^v}$ , και πώς επηρεάζεται το αποτέλεσμα όταν η βάση  $\beta$  είναι αρνητική.

---

---

---

---

---

---

## Μέρος Β: Εφαρμογή και επίλυση προβλημάτων

1. **Εφαρμόζοντας τις ιδιότητες:** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = (2^3 \cdot 2^4)^2$  χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων. Να δείξετε αναλυτικά τα βήματά σας.

---

---

---

2. **Υπολογίζοντας μια αριθμητική παράσταση:** Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  
 $B = 5^2 + (2^3 - 3^1) \cdot 2^0$ .

---

---

---

---

---

3. **Πρόβλημα με αρνητικές βάσεις:** Ένας μαθητής υποστηρίζει ότι  $\Gamma = (-2)^3 \cdot (-2)^2 = (-2)^6$ . Είναι σωστός ο ισχυρισμός του; Να εξηγήσετε την απάντησή σας χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων και υπολογίζοντας το αποτέλεσμα.

---

---

---

---

---

4. **Πρόκληση:** Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των δυνάμεων, να απλοποιήσετε την παρακάτω παράσταση όσο το δυνατόν περισσότερο:  $\Delta = x \cdot y^4 (x^2 \cdot y^3)^2$ .

---

---

---

---

---

---

---

---