



## Πραγματικοί αριθμοί

### Απόδειξη ιδιότητας των ριζών

#### Μέρος Α΄

Να βρείτε όσα περισσότερα ζεύγη ακέραιων αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ , ώστε:

- Τα  $\alpha$  και  $\beta$  να είναι τέλεια τετράγωνα.
- Το  $\frac{\alpha}{\beta}$  να είναι τετράγωνο ενός ρητού αριθμού.

Για παράδειγμα:

- $\alpha = 100$  και  $\beta = 36$ .
- $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{100}{36} = \frac{25}{9}$ .

Ή

- $\alpha = 100$  και  $\beta = 25$ .
- $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{100}{25} = 4$ .

Μπορείτε με την βοήθεια των ζευγών που βρήκατε να επαληθεύσετε την ιδιότητα  $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$ ;

#### Μέρος Β΄

Θα αποδείξουμε την ιδιότητα:

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$$

Για οποιουδήποτε αριθμούς  $\alpha \geq 0$  και  $\beta > 0$  ισχύει:

$$\left(\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\right)^2 = \frac{\alpha}{\beta}, \text{ λόγω της ιδιότητας: } (\sqrt{x})^2 = x$$

$$\text{Επίσης ισχύει } \left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}\right)^2 = \frac{\sqrt{\alpha}^2}{\sqrt{\beta}^2} = \frac{\alpha}{\beta}$$

Επιπλέον θυμόμαστε ότι:

$$\left(\frac{\kappa}{\lambda}\right)^2 = \frac{\kappa^2}{\lambda^2}$$

Άρα έχουμε δύο ίσα τετράγωνα με θετικές βάσεις, δηλαδή τα:

$$\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}\right)^2 \text{ και } \left(\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}\right)^2$$

Επομένως οι βάσεις είναι ίσες, άρα ισχύει ότι  $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$ .

## ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

**ΤΙΤΛΟΣ:** Απόδειξη ιδιότητας των ριζών

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:**

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβητ Καλογερία

Ειρήνη Περυσινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

**ΕΚΔΟΣΗ:** 1.0

**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων  
και Αθλητισμού

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ  
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση  
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ  
2021-2027

Πρόγραμμα  
Ανθρώπινο Δυναμικό και  
Κοινωνική Συνοχή