



Γεωμετρία του Χώρου - Μέτρηση

Ο διπλασιασμός του κύβου ή Δήλιο πρόβλημα

Αναφερόμαστε σε ένα από τα τρία διάσημα προβλήματα των αρχαίων ελληνικών μαθηματικών, των οποίων η προσπάθεια για επίλυση οδήγησε στην ανακάλυψη νέων μαθηματικών.

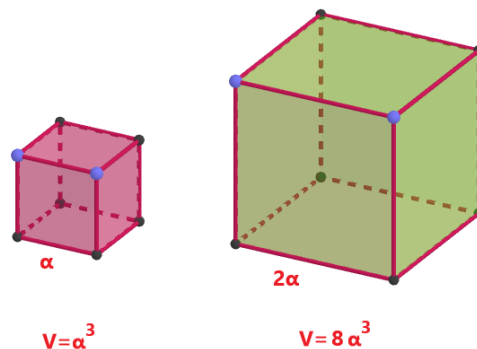
– Τα άλλα δυο ήταν ο **τετραγωνισμός του κύκλου** και η **τριχοτόμηση γωνίας**.

Τα προβλήματα αυτά δεν έχουν ακριβή γεωμετρική λύση που να μπορεί να επιτευχθεί με γνώμονα και διαβήτη, παρά μόνο προσεγγιστικές λύσεις.

Γύρω από αυτά τα προβλήματα έχουν αναπτυχθεί διάφορες ανεκδοτολογικές μορφές, όπως για παράδειγμα για τον διπλασιασμό του κύβου ότι:

- Ο Βασιλιάς της Κρήτης Μίνωας διαμαρτυρόμενος ότι το κενοτάφιο που προοριζόταν για τον γιό του Γλαύκο ήταν πολύ μικρό για βασιλικό μνημείο, απαίτησε τον διπλασιασμό του όγκου του, χωρίς να αλλάξει το σχήμα κύβου που είχε.
- Το Μαντείο του Δήλιου Απόλλωνα ρωτήθηκε τι πρέπει να κάνουν για να απαλλαγούν από τον λιμό που μάστιζε το νησί της Δήλου, απάντησε ότι αυτό θα συμβεί αν διπλασιάσουν τον κυβικό βωμό του Απόλλωνα, γι' αυτό και το πρόβλημα αυτό έγινε γνωστό ως «Δήλιο πρόβλημα».

Σε κάθε περίπτωση, η πρώτη απλοϊκή σκέψη ήταν ότι για να διπλασιασθεί το κτίσμα θα έπρεπε να διπλασιασθεί κάθε πλευρά του. Αυτό όμως ήταν λάθος, διότι όταν διπλασιάζονται οι πλευρές, η παράπλευρη επιφάνεια τετραπλασιάζεται και ο όγκος του κύβου οκταπλασιάζεται.



Υπέθεσαν λοιπόν ότι αν ο νέος κύβος έχει πλευρά x , τότε $x^3 = 2\alpha^3$.

Σπουδαίοι μαθηματικοί προσπάθησαν να επιλύσουν γεωμετρικά (με γνώμονα και διαβήτη) αυτή την εξίσωση. Το 1829 αποδείχτηκε τελικά ότι η κατασκευή αυτή είναι αδύνατη, κάτι που φυσικά ήταν αδύνατο να γνωρίζουν οι αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί. Ωστόσο, μέσα από την προσπάθειά τους αυτή, επινόησαν θαυμαστές μεθόδους διαδικασίας επίλυσης εξισώσεων.

Μεγάλη συνεισφορά στην προσπάθεια επίλυσης είχε ο Ιπποκράτης ο Χίος (γύρω στο 430 π.Χ.), ο οποίος μετέτρεψε το πρόβλημα ως εξής:

Αρκεί να μπορέσουμε να κατασκευάσουμε δυο τμήματα y και x , έτσι ώστε να επαληθεύουν την

αναλογία $\frac{2\alpha}{y} = \frac{y}{x} = \frac{x}{\alpha}$ διότι τότε:

$$x^2 = \alpha y$$

και

$$y^2 = 2\alpha x$$

Αν υψώσουμε την πρώτη ισότητα στο τετράγωνο θα έχουμε:

$$(x^2)^2 = (\alpha y)^2 \text{ δηλαδή } x^4 = \alpha^2 \cdot y^2.$$

Αν σε αυτή τη σχέση αντικαταστήσουμε το y^2 με $2\alpha x$ θα έχουμε

$$x^4 = \alpha^2 \cdot 2\alpha x, \text{ δηλαδή } x^4 = 2\alpha^3 \cdot x \text{ και διαιρώντας με } x: x^3 = 2\alpha^3.$$

Η ιδέα του Ιπποκράτη δουλεύτηκε και από άλλους εξάιρετους μαθηματικούς παρακάμπτοντας την δέσμευση του γνώμονα και του διαβήτη και απέδωσε αξιοθαύμαστα αποτελέσματα.

Κάποιοι από αυτούς ήταν οι:

- Αρχύτας ο Ταραντίνος (428-365 π.Χ.),
- Εύδοξος ο Κνίδιος (407-354 π.Χ.),
- Μέναιχμος (375 π.Χ.-;),
- Αρχιμήδης (287-212π.Χ),
- Ερατοσθένης (276-194 π.Χ),
- Απολλώνιος (265-170 π.Χ.),
- Νικομήδης (γύρω στο 200 π.Χ.)
- Ήρων ο Αλεξανδρινός (2ος – 1ος αιώνας π.Χ.)
- Διοκλής (1ος αιώνας π.Χ.)
- Πάππος ο Αλεξανδρινός (3ος αιώνας μ.Χ.)

Ο καθένας από τους ανωτέρω, επινόησε διαφορετικές μεθόδους, μέσα ή και εργαλεία, που άνοιξαν νέους δρόμους στα Μαθηματικά και οδήγησαν στην ανακάλυψη νέων εννοιών.

Πηγές:

Τσιμπουράκης, Δ. (2004). Η Γεωμετρία στην Αρχαία Ελλάδα, Αθήνα: Ατραπός.

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ: Ο διπλασιασμός του κύβου ή Δήλιο πρόβλημα

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβετ Καλογερία

Ειρήνη Πεрусινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

ΕΚΔΟΣΗ: 1.0

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ
2021-2027
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή