



Η ιστορία της Τριγωνομετρίας

Η Τριγωνομετρία δεν δημιουργήθηκε από έναν άνθρωπο ή έναν μόνο λαό! Όπως θα δούμε στη συνέχεια, έχει τις ρίζες της στις μετρήσεις που έκαναν οι αρχαίοι λαοί για την Αστρονομία και έλαβε τη σημερινή της μορφή τον 18ο μ.Χ. αιώνα.

Αρχικά, οι λόγοι πλευρών ομοίων τριγώνων που αναφέρονται στην Τριγωνομετρία χρησιμοποιούνταν από τους αρχαίους Αιγύπτιους και Βαβυλώνιους.

Οι Έλληνες ξεκίνησαν τη συστηματική μελέτη των σχέσεων ανάμεσα στις γωνίες (ή τόξα) ενός κύκλου και τα μήκη των αντίστοιχων χορδών. Πολλές από αυτές τις γνώσεις χρησιμοποίησε ο Εύδοξος για την εύρεση του μεγέθους της γης και των αποστάσεων ήλιου και σελήνης. Ο Ευκλείδης εισάγει θεωρήματα, που αν και δεν αναφέρουν τη λέξη «Τριγωνομετρία» αντιστοιχούν σε κανόνες και τύπους της, διατυπωμένα στη γεωμετρική γλώσσα. Το ίδιο μπορούμε να πούμε και για το έργο του Αρχιμήδη.

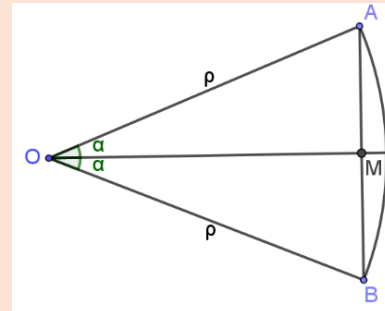
Ο Αρίσταρχος ο Σάμιος (320 – 250 ή 240 π.Χ) πέρασε στην ιστορία ως ο πρώτος που ανακάλυψε τη θεωρία του ηλιοκεντρικού συστήματος, αλλά και ο πρώτος που χρησιμοποίησε τριγωνομετρικές σχέσεις κατά την ενασχόλησή του με την Αστρονομία.

Όμως «πατέρας της Τριγωνομετρίας» θεωρείται ο **Ίππαρχος** (180-125 π.Χ.), ο οποίος αξιοποίησε τις γνώσεις από το έργο του Αρίσταρχου και έφτιαξε πίνακες, παρουσιάζοντας με συστηματικό τρόπο τις τιμές τόξου και χορδής για μια ολόκληρη σειρά γωνιών, με στόχο πάντα να τους αξιοποιήσει στις αστρονομικές του μελέτες. Υπάρχει η άποψη ότι ο Ίππαρχος δεν ήταν ο πρώτος, αλλά ότι έκανε τους υπολογισμούς του με ακριβέστερο τρόπο σε σχέση με άλλους σπουδαίους προγενέστερους μαθηματικούς (όπως ο Απολλώνιος).

Σε κάθε περίπτωση οι ιστορικοί των μαθηματικών φαίνεται να συμφωνούν ότι η γένεση της Τριγωνομετρίας έχει τις ρίζες της στην προσπάθεια του ανθρώπου να εξηγήσει τους νόμους του σύμπαντος και συγκεκριμένα στην Αστρονομία. Ο Ίππαρχος, θεωρείται ένα μεταβατικό πρόσωπο ανάμεσα στη Βαβυλωνιακή Αστρονομία και σε αυτή του Πτολεμαίου που θα εξηγήσουμε στη συνέχεια. Αξιοποίησε και οργάνωσε τα εμπειρικά αστρονομικά δεδομένα που είχαν συλλέξει οι Βαβυλώνιοι, δίνοντας έτσι μια πιο συστηματική καταγραφή τους που αποτέλεσε το πρώιμο στάδιο της Τριγωνομετρίας.

Έναν πίνακα αντίστοιχο με τον πίνακα ημιτόνων που χρησιμοποιούμε σήμερα, κατασκεύασε και ο **Πτολεμαίος** στο σπουδαίο αστρονομικό του έργο «Αλμαγέστη» (γύρω στο 150 π.Χ.). Ο πίνακας αυτός περιλαμβάνει χορδές κύκλου οι οποίες αντιστοιχούν σε γωνίες που αυξάνονται διαδοχικά κατά 1 μοίρα. Όλες οι τριγωνομετρικές γνώσεις που ενσωματώνονται στο έργο αυτό, έχουν γεωμετρική διατύπωση.

Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, οι Έλληνες αστρονόμοι χρησιμοποιούσαν πάντοτε χορδές κυκλικών τόξων και αυτό δεν έχει μεγάλη διαφορά από τον σημερινό συμβολισμό με ημίτονα, διότι το ημω αν το σκεφτούμε με τον τρόπο των αρχαίων είναι:



$$\eta\mu\alpha = \frac{\text{το μισό της χορδής που αντιστοιχεί στο τόξο } 2\alpha}{\text{ακτίνα του κύκλου}}$$

Ο σημερινός τριγωνομετρικός συμβολισμός είναι κατά πολύ μεταγενέστερος και η εισαγωγή του έγινε από τον Euler τον 18ο αιώνα.

Ενδιάμεσα, τον 5ο μ.Χ. αιώνα, οι **Ινδοί** αστρονόμοι αντικατέστησαν τις χορδές με τα ημίτονα και σε συγγράμματά τους εμφανίζονται οι πίνακες ημιτόνων.

Κατόπιν, οι **Άραβες** εισήγαγαν την εφαπτομένη και άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς, οι οποίοι απλοποίησαν πολύ τους υπολογισμούς. Επίσης, Άραβες επιστήμονες, μετάφρασαν πιστά στα αραβικά τα σπουδαία έργα των Ελλήνων κλασικών, διασώζοντάς τα με αυτόν τον τρόπο. Οι Άραβες αστρονόμοι ενδιαφέρθηκαν πολύ για την Τριγωνομετρία. Η λατινική λέξη “sinus” που χρησιμοποιείται σήμερα διεθνώς για το ημίτονο προήλθε από την απόδοση στα λατινικά της αραβικής προφοράς του σανσκριτικού «τζιά». Το ημίτονο για τους Άραβες ήταν η μισή χορδή του διπλασίου τόξου (ή επίκεντρης γωνίας), ενώ ο Πτολεμαίος έπαιρνε ολόκληρη την χορδή και το εννοούσαν ως ευθύγραμμο τμήμα και όχι ως καθαρό αριθμό όπως εμείς σήμερα. Κατάρτισαν νέους πίνακες ημιτόνων, ακόμα πιο λεπτομερειακούς και εισήγαγαν ακόμα περισσότερες τριγωνομετρικές έννοιες και σχέσεις.

Φτάνοντας γύρω στον 15ο με 16ο μ.Χ. αιώνα, τα κέντρα της μαθηματικής δραστηριότητας είναι πλέον οι ιταλικές και κεντροευρωπαϊκές χώρες, καθώς μετά την άλωση της Κωνσταντινούπολης πολλοί Έλληνες λόγιοι και επιστήμονες βρήκαν καταφύγιο στις δυτικές πόλεις. Έτσι, τονώθηκε το ενδιαφέρον για τα πρωτότυπα ελληνικά κείμενα και διευκολύνθηκε η προσέγγισή τους. Οι πανεπιστημιακοί καθηγητές, μαζί με τον άλλο μορφωμένο κόσμο άρχισαν να μελετούν συστηματικά τα κείμενα αυτά.

Τον 15ο αιώνα, ο **Johannes Muller** ή **Ρεγιομοντάνος** (επιστήμονας, τυπογράφος, οργανοποιός, ικανός στην υπολογιστική), μετέφρασε και εξέδωσε μια σειρά από κλασικά μαθηματικά χειρόγραφα. Πιο πριν, ο δάσκαλός του ο βιεννέζος αστρονόμος Peuerbach, είχε αρχίσει να μεταφράζει από τα ελληνικά την αστρονομία του Πτολεμαίου. Ο Ρεγιομοντάνος συνέχισε αυτή την μετάφραση και μετέφρασε έργα του Απολλώνιου, του Ήρωνα και του πιο δυσνόητου από όλους, του Αρχιμήδη. Το κύριο πρωτότυπο έργο του ήταν πέντε βιβλία για όλα τα είδη τριγώνων (ολοκληρώθηκε το 1464 μ.Χ. και τυπώθηκε το 1533 μ.Χ.), που ήταν μια πλήρης εισαγωγή στην Τριγωνομετρία. Η διαφορά τους από τα σημερινά κείμενα είναι κυρίως ότι δεν είχαν τον σύγχρονο εύχρηστο συμβολισμό και η διατύπωση των θεωρημάτων ήταν λεκτική. Από τότε η Τριγωνομετρία έγινε ένας επιστημονικός κλάδος ανεξάρτητος από την Αστρονομία. Κάτι παρόμοιο είχε κάνει τον 13ο αιώνα ο Νασίρ Αλ-Ντιν, αλλά το έργο του δεν είχε σημαντική επίδραση στην εξέλιξη της Τριγωνομετρίας, σε αντίθεση με αυτό του Ρεγιομοντάνου, που επηρέασε την ανάπτυξή της και την εφαρμογή της στην Αστρονομία και την Άλγεβρα. Ο Ρεγιομοντάνος έφτιαξε τριγωνομετρικούς πίνακες για ημίτονα γωνιών ανά 1 λεπτό της μοίρας. Τα ημίτονα τα θεωρούσε ως ευθύγραμμα τμήματα και τα όριζε ως μισές χορδές κύκλου αντίστοιχες των γωνιών. Η τιμή τους εξαρτιόταν από το μήκος της ακτίνας. Μια μεγάλη ακτίνα, παρείχε ακριβέστερη τιμή για το ημίτονο.

Το 1748 μ.Χ. ο **Euler** (ένας από τους πιο σημαντικούς μαθηματικούς όλων των εποχών) εισήγαγε τη συστηματική χρήση της ακτίνας 1 και τον ορισμό ημίτονου, συνημιτόνου και εφαπτομένης ως λόγων, δηλαδή τον σύγχρονο εύχρηστο συμβολισμό των τριγωνομετρικών αριθμών.

Πηγές:

Boyer, C., Merzbach, U. (1989). Η Ιστορία των Μαθηματικών (2η έκδοση), Αθήνα: Γ.Α. Πνευματικός.

Struik, D. (1993). Συνοπτική Ιστορία των Μαθηματικών (Β' έκδοση), Αθήνα: Δαίδαλος-Ι.

Ζαχαρόπουλος.

Τσιμπουράκης, Δ. (2004). Η Γεωμετρία στην Αρχαία Ελλάδα, Αθήνα: Ατραπός.

van der Waerden, B.L. (2003). Η Αφύπνιση της Επιστήμης. Αιγυπτιακά Βαβυλωνιακά και Ελληνικά Μαθηματικά (2η έκδοση), Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης,

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ: Η ιστορία της Τριγωνομετρίας

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβητ Καλογερία

Ειρήνη Περυσινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

ΕΚΔΟΣΗ: 1.0

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ
2021-2027

Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή