



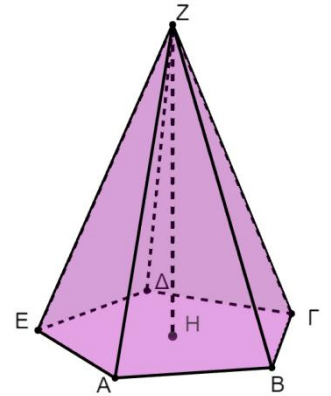
Εμβαδά και όγκοι

Οι κανονικές πυραμίδες και το εμβαδόν τους

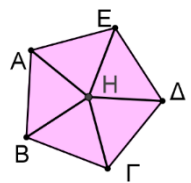
Κανονική λέμε την πυραμίδα που

- έχει ως βάση ένα κανονικό πολύγωνο (δηλαδή ένα πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του μεταξύ τους ίσες και όλες τις γωνίες του μεταξύ τους ίσες), και
- οι παράπλευρες έδρες του είναι ίσα (μεταξύ τους) ισοσκελή τρίγωνα.

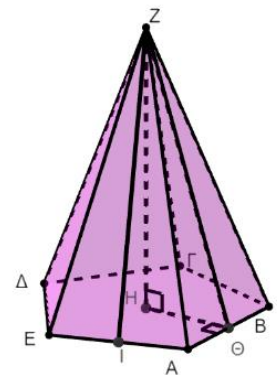
Για παράδειγμα, στο σχήμα έχουμε μια κανονική πενταγωνική πυραμίδα. Το ΑΒΓΔΕ είναι ένα κανονικό πεντάγωνο και τα τρίγωνα ΖΑΒ, ΖΒΓ, ΖΓΔ, ΖΔΕ και ΖΕΑ είναι όλα ισοσκελή τρίγωνα, ίσα μεταξύ τους.



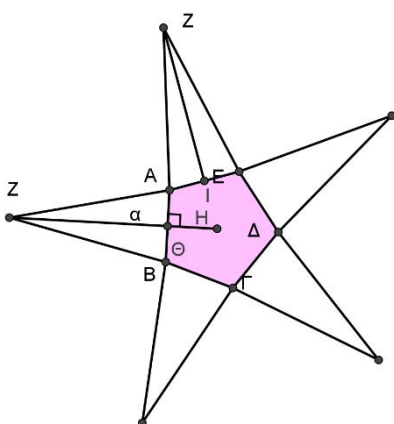
Στις κανονικές πυραμίδες, το ύψος (δηλαδή η απόσταση της κορυφής από τη βάση) πέφτει στο κέντρο της βάσης, δηλαδή στο κέντρο του κανονικού πολυγώνου. Στο παράδειγμά μας, το ΖΗ είναι το ύψος, δηλαδή είναι κάθετο στη βάση ΑΒΓΔΕ. Το Η είναι το κέντρο του κανονικού πενταγώνου ΑΒΓΔΕ, δηλαδή είναι το κέντρο του κύκλου που περνάει από τις κορυφές του ΑΒΓΔΕ.



Η απόσταση της κορυφής της πυραμίδας από τις ακμές της βάσης λέγεται **απόστημα**. Στο παράδειγμα της κανονικής πενταγωνικής πυραμίδας, το ΖΘ είναι το απόστημα. Βέβαια, είναι ίσο και με τα ύψη των υπόλοιπων παράπλευρων εδρών, όπως για παράδειγμα το ΖΙ.



Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν της επιφάνειας της πυραμίδας, υπολογίζουμε αρχικά το εμβαδόν των παράπλευρων εδρών. Ας ονομάσουμε α το απόστημα και με $\Pi_{\text{βάσης}}$ την περίμετρο της βάσης που είναι ίση με $5 \cdot AB$. Για το τρίγωνο ΖΑΒ έχουμε:



$(ZAB) = \frac{1}{2} AB \cdot \alpha$ και είναι ίσο με το εμβαδόν των υπόλοιπων παράπλευρων εδρών. Οπότε, το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας $E_{\text{παρ}}$ είναι:

$$E_{\text{παρ}} = 5 \cdot (ZAB) = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot \alpha = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot AB \cdot \alpha = \frac{1}{2} \cdot \Pi_{\text{βάσης}} \cdot \alpha$$

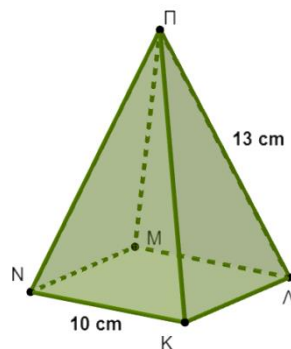
Αντίστοιχος τύπος ισχύει για το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας για οποιαδήποτε κανονική πυραμίδα. Δηλαδή, $E_{\text{παρ}} = \frac{1}{2} \cdot \Pi_{\text{βάσης}} \cdot \alpha$.

Οπότε, το συνολικό εμβαδόν μιας κανονικής πυραμίδας είναι

$$E_{\text{ολικό}} = E_{\text{βάσης}} + E_{\text{παράπλευρης}} = E_{\text{βάσης}} + \frac{1}{2} \cdot \Pi_{\text{βάσης}} \cdot \alpha$$

Άσκηση

Να υπολογίσετε το απόστημα και το εμβαδόν της επιφάνειας της κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας του σχήματος η οποία έχει πλευρά βάσης 10 cm και παράπλευρες ακμές 13 cm.



ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ: Οι κανονικές πυραμίδες και το εμβαδόν τους

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβετ Καλογερία

Ειρήνη Πεрусινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

ΕΚΔΟΣΗ: 1.0

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή