



Πραγματικοί αριθμοί

Ασύμμετρα μεγέθη

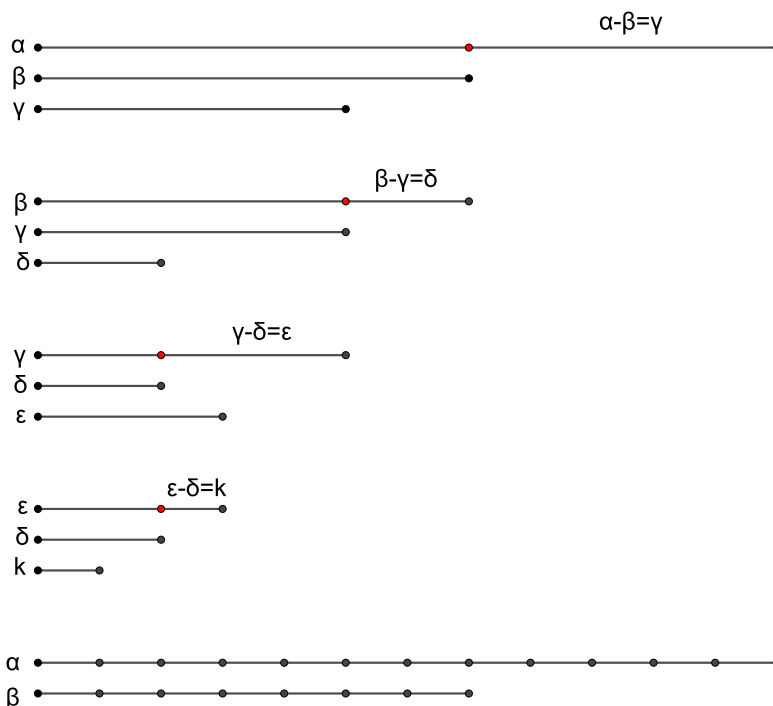
Τα ασύμμετρα είναι δύο ή περισσότερα μεγέθη, για τα οποία δεν μπορεί να βρεθεί ένα κοινό μέτρο. Για να κατανοήσουμε καλύτερα την έννοια αυτή χρειάζεται να δούμε σε αδρές γραμμές τι εννοούσαν οι Έλληνες μαθηματικοί ως κοινό μέτρο και ποια ήταν τα σύμμετρα μεγέθη.

Στο δέκατο βιβλίο των Στοιχείων του Ευκλείδη εμφανίζεται η έκφραση «σύμμετρα ως προς το μήκος», η οποία σημαίνει ότι υπάρχει κοινό μέτρο για τα μήκη ευθυγράμμων τμημάτων. Η φράση συναντάται και σε άλλα κείμενα, όπως στην διάλεξη του Θεόδωρου του Κυρηναίου στον διάλογο του Πλάτωνα «Θεαίτητος».

Δύο ευθύγραμμα τμήματα α και β είναι σύμμετρα ως προς το μήκος αν υπάρχει κοινό μέτρο των μηκών τους, δηλαδή (με σημερινή ορολογία) αν υπάρχει ευθύγραμμο τμήμα k , ώστε το μήκος του α και το μήκος του β να είναι ακέραια πολλαπλάσια του k .

Οι Έλληνες μαθηματικοί χρησιμοποιούσαν τη μέθοδο των διαδοχικών αφαιρέσεων για τον προσδιορισμό του μέγιστου κοινού μέτρου δύο σύμμετρων μεγεθών.

Ας δούμε πώς εφαρμόζεται στην περίπτωση των ευθυγράμμων τμημάτων.



Αρχικά αφαιρούμε από το μεγαλύτερο α το μικρότερο β και προκύπτει η διαφορά τους $\gamma = \alpha - \beta$.

Στη συνέχεια κρατάμε τα δύο μικρότερα από τα α , β και γ , δηλαδή τα β και γ και επαναλαμβάνουμε το ίδιο: βρίσκουμε τη διαφορά τους $\delta = \beta - \gamma$.

Συνεχίζουμε την διαδικασία μέχρι να προκύψει ένα ευθύγραμμο τμήμα που το μήκος του να «χωράει ακριβώς» στα μήκη των α και β , δηλαδή να είναι ακέραιο πολλαπλάσιό τους.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα αυτό το ευθύγραμμο τμήμα είναι το k και με σημερινό συμβολισμό (και όχι των αρχαίων Μαθηματικών) θα γράφαμε $\alpha = 12 \cdot k$ και $\beta = 7 \cdot k$.

Ωστόσο υπάρχει περίπτωση δύο μεγέθη να είναι ασύμμετρα. Τότε, στην περίπτωση των ευθυγράμμων τμημάτων δεν μπορεί να βρεθεί κοινό μέτρο για τα μήκη τους. Η διαδικασία των διαδοχικών αφαιρέσεων συνεχίζεται επ' άπειρον, χωρίς να μπορεί να βρεθεί ευθύγραμμο τμήμα όπως το k .

Σε αυτό το σημείο σημειώνουμε ότι:

- Για τον αριθμό $\sqrt{8}$ δεν μπορεί να βρεθεί ένας ρητός αριθμός ρ ώστε το $\sqrt{8}$ να είναι ακέραιο πολλαπλάσιό του ρ .

Δηλαδή δεν υπάρχει ρητός αριθμός ρ ώστε $\sqrt{8} = \nu \cdot \rho$, όπου ο ν να είναι ακέραιος.

- Το $\sqrt{8}$ μπορεί να γραφτεί ως ακέραιο πολλαπλάσιο του $\sqrt{2}$ ως εξής:

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

Κατά τη γνώμη σας:

- Το $\sqrt{8}$ μπορεί να έχει κοινό μέτρο με κάποιον ρητό;
- Το $\sqrt{8}$ και το $\sqrt{32}$ έχουν κοινό μέτρο;

Πηγή:

van der Waerden, B.L. (2003). Η Αφύπνιση της Επιστήμης. Αιγυπτιακά Βαβυλωνιακά και Ελληνικά Μαθηματικά (2η έκδοση), Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

ΤΙΤΛΟΣ: Ασύμμετρα μεγέθη

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβητ Καλογερία

Ειρήνη Περυσινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

ΕΚΔΟΣΗ: 1.0

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή