

Διακρότημα

Οδηγίες λειτουργίας
με τη μορφή ερωταπαντήσεων



Ερωτήσεις

1. Να εκτελέσετε το λογισμικό είτε από **εδώ** είτε χρησιμοποιώντας το QR Code που εμφανίζεται πάνω δεξιά.
2. Να ανοίξετε το παράθυρο των οδηγιών χρήσης (**Εικόνα 1-3**) και να ακούσετε τα δύο ηχητικά παραδείγματα διακροτήματος. Τι παρατηρείτε;
3. Να αναφέρετε άλλα παραδείγματα ηχητικού διακροτήματος.
4. Να κάνετε κλικ στο κουμπί **Προσομοίωση (2)**, για να δείτε τη γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης ενός διακροτήματος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

1 Αρχικοποίηση 2 Προσομοίωση 3 Διακρότημα 4 Ρυθμίσεις

5 Προηγούμενο Επόμενο

Σύνθεση ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες

Επιλογή στιγμιότυπου:

0 $\frac{T}{8}$ $\frac{T}{4}$ $\frac{3T}{8}$ $\frac{T}{2}$ $\frac{5T}{8}$ $\frac{3T}{4}$ $\frac{7T}{8}$ $+\frac{T}{8}$

Λόγος συχνοτήτων $\frac{f_1}{f_2}$ 1,06 6 7

Λόγος πλάτων $\frac{A_2}{A_1}$ 1 8

Δt (s): 5 9

$T_1 = 0,2s$ 10

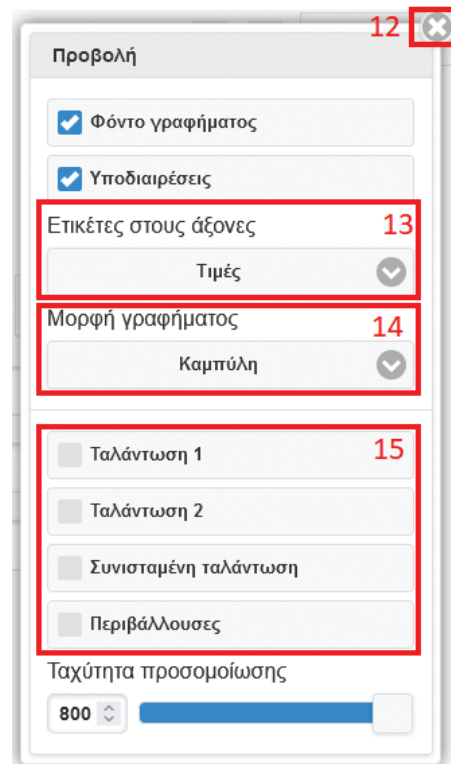
$T_2 = 0,212s$

$t = 0s = 0T_1 = 0T_2$ 11

Εικόνα 1

5. Να παρατηρήσετε ότι η πρόσοψη του κουμπιού **2** αλλάζει σε **Παύση**, προκειμένου να μπορείτε να διακόψετε την προσομοίωση.
6. Να παρατηρήσετε ότι στα δεξιά του γραφήματος εμφανίζεται ένα χρονόμετρο (**11**), το οποίο δείχνει τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στο εκάστοτε δεξιότερο σημείο της γραφικής παράστασης. Η ένδειξη του χρονομέτρου εμφανίζεται:


- α) ως τιμή στρογγυλοποιημένη σε τρία δεκαδικά ψηφία,
 β) ως ανάγωγο κλάσμα της περιόδου T_1 της πρώτης συνιστώσας και
 γ) ως γινόμενο της περιόδου T_1 επί τον κατάλληλο πολλαπλασιαστικό συντελεστή με προσέγγιση χιλιοστού.
7. Να διακόψετε την προσομοίωση, όταν η σχεδιαζόμενη καμπύλη καλύψει περίπου το πλήρες πλάτος της γραφικής παράστασης.
8. Να επισκοπήσετε την καμπύλη. Πώς φαίνεται να μεταβάλλεται το πλάτος της ταλάντωσης με την πάροδο του χρόνου;
-
9. Να αλλάξετε τον λόγο πλατών (8) σε 1,5. Μπορείτε να τροποποιήσετε την τιμή είτε με απευθείας πληκτρολόγηση είτε χρησιμοποιώντας τα κατακόρυφα βέλη, για να επιφέρετε αυξομείωση ανά 0,01. Τι παρατηρείτε;
-
10. Να κάνετε κλικ στο κουμπί **Αρχικοποίηση** (1), για να μηδενίσετε το χρονόμετρο και να επαναφέρετε την προσομοίωση στη χρονική αφετηρία.
11. Να επαναφέρετε τον λόγο πλατών σε τιμή 1.
12. Να κάνετε κλικ στο ομώνυμο κουμπί 4, ώστε να εμφανίσετε τις **Ρυθμίσεις** της εφαρμογής.
13. Να ενεργοποιήσετε την εμφάνιση των δύο συνιστωσών ταλαντώσεων μέσω των διακοπών **Ταλάντωση 1** και **Ταλάντωση 2** (Εικόνα 2-15).
14. Να κλείσετε το παράθυρο των ρυθμίσεων είτε πατώντας το πλήκτρο **ESCape** είτε κάνοντας κλικ στο κουμπί που βρίσκεται πάνω δεξιά (12).
15. Να αλλάξετε σε 3,6 την τιμή της παραμέτρου Δt (9), η οποία αντιστοιχεί στο διάστημα τιμών χρόνου που απεικονίζονται στον οριζόντιο άξονα.
16. Να ενεργοποιήσετε ξανά την προσομοίωση και να τη διακόψετε τη χρονική στιγμή $t = 3,6$ s.
17. Αν χρειαστεί να διορθώσετε τη χρονική στιγμή της διακοπής, να χρησιμοποιήσετε τα κουμπιά **Προηγούμενο** και **Επόμενο** (5), για να επιτύχετε την αναγκαία μικρορύθμιση. Να λάβετε υπόψη σας ότι κάθε πάτημα τροποποιεί το χρονόμετρο κατά 0,005 s.
18. Ποια χρονική στιγμή (κατά προσέγγιση) μηδενίζεται το πλάτος ταλάντωσης για πρώτη φορά; Μπορείτε να αυξήσετε την ακρίβεια του αποτελέσματός σας, αν επιλέξετε την εμφάνιση τιμών αντί συμβόλων στους άξονες (13) και μειώσετε το εύρος Δt του απεικονιζόμενου χρονικού διαστήματος μέσω του διακόπτη 9.



Εικόνα 2

19. Τη χρονική στιγμή μηδενισμού του πλάτους, πόση είναι η απομάκρυνση της πρώτης συνιστώσας (απεικονίζεται με μπλε χρώμα) και πόση της δεύτερης συνιστώσας (απεικονίζεται με πράσινο χρώμα);

20. Πόσες ταλαντώσεις έχει εκτελέσει η πρώτη συνιστώσα μέχρι τη χρονική στιγμή 3,6 s και πόσες η δεύτερη; Μπορείτε να διευκολύνετε την καταμέτρηση αν αποκρύψετε τη συνισταμένη ταλάντωση μέσω των **Ρυθμίσεων**.

21. Να αλλάξετε τον λόγο συχνοτήτων (6) σε 0,94 . Η αλλαγή αυτή μπορεί να γίνει ακαριαία μέσω του κουμπιού  (7).

22. Πόσες ταλαντώσεις έχει εκτελέσει η πρώτη συνιστώσα μέχρι τη χρονική στιγμή 3,6 s και πόσες η δεύτερη;

23. Να σχολιάσετε τα ευρήματά σας.

24. Για τη νέα τιμή του λόγου συχνοτήτων, ποια χρονική στιγμή μηδενίζεται το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης για πρώτη φορά;

25. Σε περίπτωση που, για ευκολότερη καταμέτρηση των ταλαντώσεων, αποκρύψατε τη συνισταμένη ταλάντωση ή κάποια από τις συνιστώσες, να τις επανεμφανίσετε.

26. Να πατήσετε το κουμπί **Προσομοίωση**, μέχρι να απεικονιστούν στην οθόνη δύο διαδοχικές χρονικές στιγμές μηδενισμού του πλάτους. Ακολουθώντας, να διακόψετε την προσομοίωση.

27. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών ονομάζεται **περίοδος διακροτήματος** και συμβολίζεται με T_δ . Πόση είναι η τιμή της περιόδου αυτής; Να πραγματοποιήσετε μετρήσεις με την καλύτερη δυνατή ακρίβεια που επιτρέπει το λογισμικό και να περιγράψετε τα βήματα που ακολουθήσατε για να πετύχετε τη βέλτιστη ακρίβεια.

$$T_\delta = \dots\dots\dots$$

28. Ποια σχέση συνδέει την T_δ με τις περιόδους T_1 και T_2 των συνιστωσών ταλαντώσεων; Οι τιμές των περιόδων απεικονίζονται πάνω από το χρονόμετρο (10).

29. Ποια είναι η θεωρητικά υπολογιζόμενη τιμή της T_δ ;

$$T_{\delta(\theta)} = \dots\dots\dots$$

30. Να συγκρίνετε τη μετρούμενη τιμή με τη θεωρητικά αναμενόμενη και να σχολιάσετε τα ευρήματά σας.

31. Να ενεργοποιήσετε τον ομώνυμο διακόπτη **15**, ώστε το λογισμικό να σχεδιάζει τις περιβάλλουσες καμπύλες της συνισταμένης ταλάντωσης. Επισημαίνεται ότι σε περίπτωση διαφορετικών πλάτων οι περιβάλλουσες δεν απεικονίζονται.

32. Τι παρατηρείτε στις περιβάλλουσες τη χρονική στιγμή μηδενισμού του πλάτους της συνισταμένης ταλάντωσης;

33. Δίνοντας τις κατάλληλες τιμές, να τροποποιήσετε τις διάφορες παραμέτρους του λογισμικού, ώστε να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα.

f_1 / f_2	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
T_δ / s						

34. Πώς μεταβάλλεται η περίοδος διακροτήματος, καθώς η τιμή του λόγου f_1 / f_2 τείνει στη μονάδα;

35. Να αιτιολογήσετε τη μεταβολή αυτή.

36. Να θέσετε τον λόγο συχνοτήτων σε τιμή 1,06.

37. Να αυξήσετε σταδιακά την τιμή του λόγου. Από ποια τιμή και πάνω καταστρέφεται η εικόνα διακροτήματος;

38. Να αποκρύψετε τη συνισταμένη ταλάντωση και να εμφανίσετε τις συνιστώσες. Ποιο χαρακτηριστικό τους είναι αυτό που οδηγεί σε καταστροφή της εικόνας διακροτήματος;

- 39.** Για αυτές τις τιμές του λόγου f_1 / f_2 πώς θα μπορούσατε να περιγράψετε τη συνισταμένη ταλάντωση; Για διευκόλυνσή σας, προτείνεται να αποκρύψετε τις συνιστώσες και να εμφανίσετε μόνο τη συνισταμένη ταλάντωση.

- 40.** Να επαναφέρετε τον λόγο συχνοτήτων σε τιμή 1,06.

- 41.** Αν δεν το έχετε ήδη κάνει, να αποκρύψετε τις συνιστώσες και να εμφανίσετε τη συνισταμένη ταλάντωση. Στη συνέχεια, να εμφανίσετε τις περιβάλλουσες. Να αυξήσετε σταδιακά την τιμή του λόγου συχνοτήτων. Τι παρατηρείτε;

2. Παρατηρείται περιοδική αυξομείωση του ήχου.
3. • Συνδυαστικός ήχος διαπασών και χορδής κιθάρας κατά το κούρδισμα.
• Διαπασών στο ένα σκέλος του οποίου έχουμε τοποθετήσει μικρό κομμάτι πλαστελίνης, για να μεταβάλουμε την ιδιοσυχνότητά του.
8. Το πλάτος της καμπύλης μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με τον χρόνο.
9. Το πλάτος ελαχιστοποιείται (σε τιμή $A_1 / 2$), αλλά δεν μηδενίζεται.
18. Μηδενίζεται τη χρονική στιγμή $t_1 \approx 1,75 \text{ s}$.
19. $y_1 = -A$ και $y_2 = +A$.
20. Η πρώτη συνιστώσα έχει εκτελέσει 18 ταλαντώσεις και η δεύτερη 17.
22. Η πρώτη συνιστώσα έχει εκτελέσει 18 ταλαντώσεις και η δεύτερη 19.
23. Στο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων του πλάτους της συνισταμένης ταλάντωσης, η πρώτη συνιστώσα έχει κάνει είτε μία λιγότερη είτε μία περισσότερη ταλάντωση, δηλαδή τα πλήθη των περιόδων διαφέρουν κατά 1. Επομένως, σε αυτό το χρονικό διάστημα η συνιστώσα μικρότερης περιόδου (άρα μεγαλύτερης συχνότητας) συμπληρώνει μία επιπλέον ταλάντωση σε σχέση με την άλλη..
24. Μηδενίζεται τη χρονική στιγμή $t_2 \approx 1,55 \text{ s}$.
27. Ο δεύτερος μηδενισμός του πλάτους συμβαίνει τη χρονική στιγμή $t_3 \approx 4,65 \text{ s}$. Άρα:

$$T_{\delta} = t_3 - t_2 \approx 3,1 \text{ s}$$

Για να επιτύχουμε καλή ακρίβεια στη μέτρηση, αναζητούμε τη χρονική στιγμή όπου η κόκκινη καμπύλη έχει τεταγμένη μηδέν μεταξύ δύο διαδοχικών ελάχιστων (αρνητικών) τιμών ή δύο μέγιστων (θετικών) τιμών. Πράγματι, λίγο πριν και λίγο μετά τη χρονική στιγμή t_2 η ταλάντωση βρίσκεται σε αρνητική ακραία θέση. Αυτό σημαίνει ότι τη χρονική στιγμή t_2 θα έπρεπε να βρίσκεται σε θετική ακραία θέση, όμως αυτό δεν συμβαίνει λόγω του στιγμιαίου μηδενισμού του πλάτους. Άρα, η χρονική στιγμή t_2 είναι αυτή που μας ενδιαφέρει.

Αντίστοιχα, λίγο πριν και λίγο μετά τη χρονική στιγμή t_3 η ταλάντωση βρίσκεται σε θετική ακραία θέση. Κανονικά, θα έπρεπε τη χρονική στιγμή t_3 να βρίσκεται σε αρνητική ακραία θέση, αντί για τη θέση ισορροπίας. Άρα, η χρονική στιγμή t_3 αντιστοιχεί στον δεύτερο μηδενισμό του πλάτους.

28. Θεωρητικά ισχύει:

$$T_{\delta(\theta)} = \frac{1}{|f_1 - f_2|} = \frac{1}{|1/T_1 - 1/T_2|}$$

29. Για τις δεδομένες τιμές περιόδων (0,2 s και 0,188 s) η θεωρητική σχέση δίνει $T_{\delta(\theta)} = 3,13 \text{ s}$.
30. Η τιμή 3,13 s είναι μέσα στα όρια του σφάλματος μέτρησης μέσω του λογισμικού.
32. Όταν το πλάτος μηδενίζεται, οι περιβάλλουσες τέμνονται. Αυτή η παρατήρηση διευκολύνει τον προσδιορισμό της αντίστοιχης χρονικής στιγμής.
33. Παρατίθενται ενδεικτικές τιμές.

Μας ενδιαφέρει οι τιμές που θα βρουν οι μαθητές/μαθήτριες να αυξάνονται με τον λόγο των συχνοτήτων.

f_1 / f_2	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
T_δ / s	3,1	3,8	4,8	6,5	9,8	19,6

- 34.** Καθώς ο λόγος συχνοτήτων τείνει στη μονάδα, η περίοδος διακροτήματος τείνει στο $+\infty$.
- 35.** Όταν ο λόγος συχνοτήτων γίνεται 1, δεν υπάρχει διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων. Συνεπώς, δεν παρατηρείται αυξομείωση του πλάτους, δηλαδή δεν παρατηρείται διακρότημα. Το μαθηματικό αποτέλεσμα δηλώνει ότι θα πρέπει να περιμένουμε άπειρο χρονικό διάστημα, ώστε να μηδενιστεί το πλάτος.
- 37.** Η εικόνα διακροτήματος καταστρέφεται από την τιμή $\frac{f_1}{f_2} \approx 1,5$ και πάνω.
- 38.** Ενώ για τιμές του λόγου κοντά στη μονάδα η απόκλιση των μεγίστων των δύο συνιστωσών αυξάνεται σταδιακά, για τιμές από 1,5 και πάνω η απόκλιση μεταβάλλεται ραγδαία.
- 39.** Η συνισταμένη κίνηση είναι πλέον περιοδική, αλλά όχι αρμονική.
- 41.** Καθώς αυξάνεται η τιμή του λόγου, οι περιβάλλουσες τέμνονται ολοένα και συχνότερα με αποτέλεσμα η συνισταμένη ταλάντωση να προλαβαίνει να εκτελεί διαρκώς λιγότερες ταλαντώσεις στο χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών τομών. Λίγο μετά την τιμή 1,5 το πλήθος των ταλαντώσεων γίνεται περίπου 2, οπότε το πλάτος αυξομειώνεται πολύ γρήγορα για να παρατηρηθεί διακρότημα. Για τιμές του λόγου κοντά στο 10 φαίνεται σαν να ταλαντώνεται ο οριζόντιος άξονας της συνισταμένης ταλάντωσης!