Εξισώσεις διαστάσεων

Γνωρίζουμε ότι τα παράγωγα φυσικά μεγέθη ορίζονται από τα θεμελιώδη μέσω μαθηματικών σχέσεων. Αφού τα φυσικά μεγέθη έχουν μονάδες, οι μαθηματικές αυτές σχέσεις οφείλουν να εκφράζουν σωστά και τις μονάδες των φυσικών μεγεθών.

Οι μονάδες ενός φυσικού μεγέθους μπορούν να αποδοθούν με γενικό τρόπο, ώστε να μην εξαρτόμαστε κάθε φορά από τη συγκεκριμένη μονάδα μέτρησης ή τα πολλαπλάσιά της ή τα υποπολλαπλάσιά της. Ο γενικός αυτός τρόπος έχει τη μορφή εξίσωσης που ονομάζεται **εξίσωση διαστάσεων**.

Μια εξίσωση διαστάσεων στη μηχανική κατασκευάζεται ως εξής:

I. Χρησιμοποιούμε τα σύμβολα *L*, *M*, *T* (με τη συγκεκριμένη σειρά) για τα θεμελιώδη μεγέθη μήκος, μάζα, χρόνος αντίστοιχα.

II. Γράφουμε τα σύμβολα *L*, *M*, *T* στους τύπους μέσω των οποίων ορίζονται τα παράγωγα φυσικά μεγέθη.

Για παράδειγμα, στον ορισμό της ταχύτητας $v = \frac{x}{t}$ η εξίσωση διαστάσεων είναι:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} \qquad \textbf{(i)}$$

Κατά σύμβαση, για τους παρονομαστές χρησιμοποιούμε αρνητικές δυνάμεις, οπότε η (**i**) γίνεται:

$$[v] = \left[L^1 T^{-1}\right] \qquad \textbf{(ii)}$$

Για πληρότητα χρησιμοποιούμε και τα τρία σύμβολα (L, M, T). Άρα, η (**ii**) γίνεται:

$$[v] = \left[L^1 M^0 T^{-1}\right]$$

ή πιο απλά:

$$[v] = [1, 0, -1]$$

Συνεπώς, μια διαστατική εξίσωση έχει τη μορφή:

$$[x] = \left[L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma}\right]$$

ή πιο απλά:

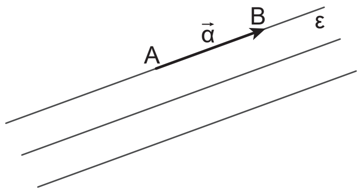
$$[x] = [\alpha, \beta, \gamma]$$

Διανύσματα

Διανυσματική αναπαράσταση φυσικών μεγεθών

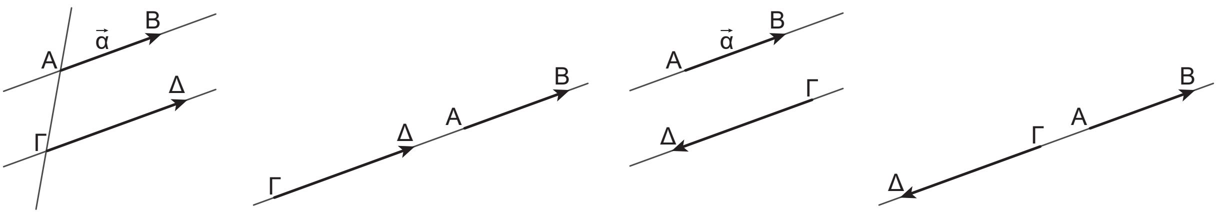
Η έννοια του διανύσματος

Θεωρούμε δύο σημεία Α, Β μιας ευθείας (ε). Το προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα με αρχή το Α και τέλος το Β ονομάζεται **διάνυσμα**. Σχεδιάζουμε το διάνυσμα ως βέλος και το συμβολίζουμε με $\overrightarrow{AB}$ ή απλούστερα με $\vec{\alpha}$, όπως φαίνεται στο **σχήμα 1**.



Σχήμα 1 Ορισμός του διανύσματος

- Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ λέγεται **μέτρο** του διανύσματος, συμβολίζεται με ΑΒ ή α και είναι θετικός αριθμός.
- Η ευθεία (ε) ή κάθε άλλη παράλληλή της λέγεται **διεύθυνση** του διανύσματος.
- Δύο διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ με την ίδια διεύθυνση έχουν την ίδια φορά, αν βρίσκονται προς το ίδιο ημιεπίπεδο με ακμή την ΑΓ (**Σχήμα 2α**) ή αν οι ημιευθείες ΑΒ, ΓΔ περιέχονται η μία μέσα στην άλλη (**Σχήμα 2β**), ενώ έχουν αντίθετη φορά, αν δεν ισχύουν τα παραπάνω (**Σχήματα γ, δ**). Η διεύθυνση και η φορά διανυσμάτων αποδίδονται μαζί με τη λέξη **κατεύθυνση**.

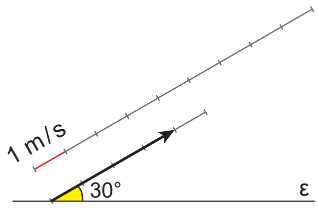


(α) (β) (γ) (δ)

Σχήμα 2 Διανύσματα που έχουν ίδια διεύθυνση και (α), (β) ίδια φορά, (γ), (δ) αντίθετη φορά.

Στη Φυσική το μέτρο του διανύσματος αναπαριστά, με τη βοήθεια κλίμακας, το μέτρο ενός διανυσματικού μεγέθους. Η κατεύθυνσή του περιγράφεται μέσω της γωνίας που σχηματίζει με γνωστή ευθεία.

Στο **σχήμα 3** το διάνυσμα παριστάνει ταχύτητα με μέτρο $4\ m/s$ και κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30° με τη δοθείσα ευθεία (ε).



Σχήμα 3 Ένα διάνυσμα ταχύτητας

Ισότητα διανυσμάτων

$$\vec{\alpha} = \vec{\beta} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{ίσα μέτρα} \\ \text{ίδια κατεύθυνση} \begin{cases} \text{ίδια διεύθυνση} \\ \text{ίδια φορά} \end{cases} \end{cases}$$

Σημείο εφαρμογής

Το σημείο Α που χρησιμοποιήθηκε στον ορισμό του διανύσματος, δηλαδή η αρχή του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$, ονομάζεται **σημείο εφαρμογής** του διανύσματος. Από τον ορισμό της ισότητας διανυσμάτων, αντιλαμβανόμαστε ότι το σημείο εφαρμογής ενός διανύσματος μπορεί να μεταφερθεί σε οποιοδήποτε σημείο στον χώρο.

Στη Φυσική όμως προκύπτει ένα αξιόλογο πρόβλημα. Τα διανύσματα χρησιμοποιούνται για τον συμβολισμό φυσικών μεγεθών που αφορούν σε σώματα.

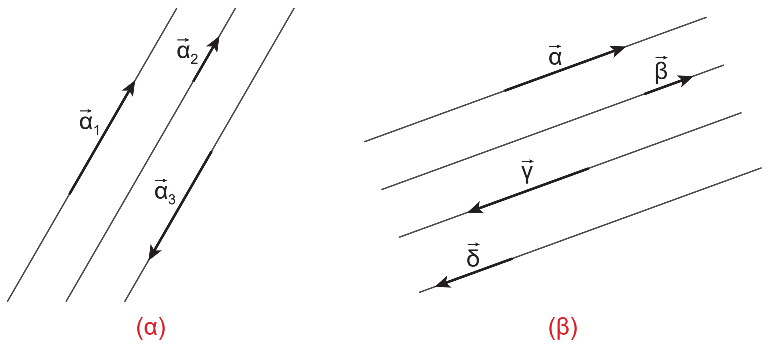
Η ταχύτητα $\vec{v}$ ή η δύναμη $\vec{F}$ ως διανύσματα μπορούν να μεταφερθούν σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου που εμείς επιλέγουμε για σημείο εφαρμογής. Επειδή όμως η παραπάνω εικόνα στην οποία το διάνυσμα εφαρμόζεται πάνω στο σώμα (που φυσικά έχει πολύ μικρές διαστάσεις) είναι εύκολα κατανοητή και οικεία, σε όλο το βιβλίο αυτό, όπου αναφέρουμε το σημείο εφαρμογής διανυσματικών μεγεθών, το κάνουμε συμβατικά, ώστε αφενός μεν να διατηρείται η παραπάνω εικόνα, αφετέρου δε να είναι εύκολος ο σχεδιασμός των διανυσματικών φυσικών μεγεθών που σχετίζονται με το σώμα.

Ορισμοί

Δύο ή περισσότερα διανύσματα μπορούν να είναι:

- **Παράλληλα** ή **συγγραμμικά**, αν έχουν την ίδια διεύθυνση. Π.χ. $\vec{\alpha}_1$, $\vec{\alpha}_2$, $\vec{\alpha}_3$.
- **Ομόρροπα**, αν έχουν την ίδια διεύθυνση και φορά. Π.χ. $\vec{\beta}$, $\vec{\alpha}$.
- **Αντίρροπα**, αν έχουν την ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά. Π.χ. $\vec{\beta}$, $\vec{\delta}$.

  Μια ειδική περίπτωση των αντίρροπων διανυσμάτων είναι τα **αντίθετα** διανύσματα, τα οποία ορίζονται ως αντίρροπα διανύσματα με ίδιο μέτρο. Π.χ. τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\gamma}$ στο **σχήμα 4** είναι αντίθετα.



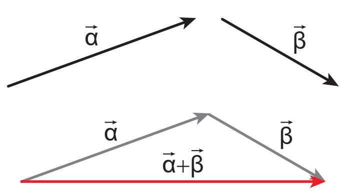
Σχήμα 4 (α) 3 συγγραμμικά διανύσματα (β) 4 συγγραμμικά διανύσματα. Τα $\vec{\alpha}$, $\vec{\gamma}$ είναι αντίθετα διανύσματα.

Πράξεις με διανύσματα

Πρόσθεση

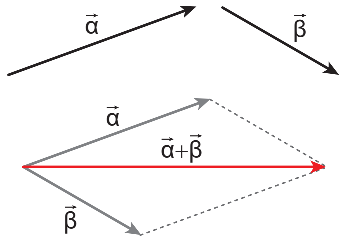
Η πρόσθεση διανυσμάτων γίνεται με δύο τρόπους:

i. Σχεδιάζουμε τα διανύσματα διαδοχικά (δηλαδή το τέλος του πρώτου να είναι η αρχή του δεύτερου). Ως άθροισμα των δύο διανυσμάτων ορίζεται το διάνυσμα που έχει αρχή την αρχή του πρώτου και τέλος το τέλος του δεύτερου.



Σχήμα 5 Πρόσθεση δύο διανυσμάτων καθιστώντας τα διαδοχικά

ii. Σχεδιάζουμε τα διανύσματα με κοινή αρχή. Από το τέλος καθενός χαράσσουμε ευθεία παράλληλη προς το άλλο. Ως άθροισμα των δύο διανυσμάτων ορίζεται το διάνυσμα της διαγωνίου του παραλληλογράμμου που περιέχεται μεταξύ των δύο διανυσμάτων (**κανόνας του παραλληλογράμμου**).

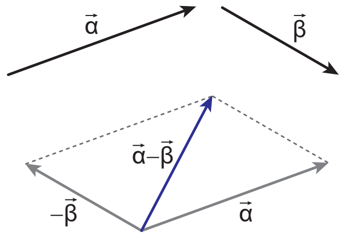


Σχήμα 6 Πρόσθεση δύο διανυσμάτων με τον κανόνα του παραλληλογράμμου

Αφαίρεση

Ως διαφορά δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ ορίζεται το άθροισμα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $-\vec{\beta}$. Γράφουμε:

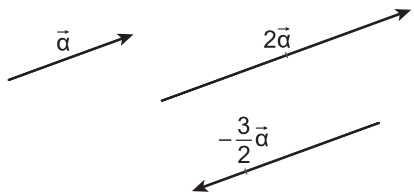
$$\vec{\alpha}-\vec{\beta}=\vec{\alpha}+\left(-\vec{\beta}\right)$$



Σχήμα 7 Αφαίρεση διανυσμάτων

Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα

- Αν $\lambda > 0$, τότε τα $\lambda\vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha}$ είναι ομόρροπα.
- Αν $\lambda < 0$, τότε τα $\lambda\vec{\alpha}$ και $\vec{\alpha}$ είναι αντίρροπα.
- Αν $\lambda = 0$, τότε $\lambda\vec{\alpha}=\vec{0}$.



Σχήμα 8 Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα

Στη Φυσική ο πολλαπλασιασμός ενός διανυσματικού φυσικού μεγέθους με ένα μονόμετρο φυσικό μέγεθος παράγει ένα καινούργιο διανυσματικό μέγεθος, όπως στο παράδειγμα που ακολουθεί.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ταχύτητα (διανυσματικό μέγεθος)}: \vec{v}\\ \text{Μάζα (μονόμετρο μέγεθος)}: m\end{array}\right\}\rightarrow \text{Ορμή (διανυσματικό μέγεθος)}: m\vec{v}$$

Συνισταμένη διανυσμάτων

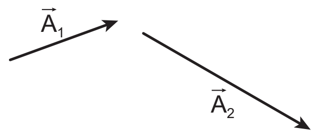
Στη Φυσική η πρόσθεση δύο διανυσμάτων ονομάζεται **σύνθεση διανυσμάτων** και το διάνυσμα $\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ ονομάζεται **συνισταμένη** των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.

Συμβολισμός

Για τα γράμματα που συμβολίζουν φυσικά μεγέθη θα χρησιμοποιούμε στο εξής πλάγια γραφή. Π.χ. m για τη μάζα και $\vec{F}$ για τη δύναμη. Επίσης, το μέτρο των διανυσματικών φυσικών μεγεθών θα συμβολίζεται με το ίδιο γράμμα, αλλά χωρίς το βέλος που παριστάνει το διάνυσμα. Π.χ. για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ χρησιμοποιούμε το σύμβολο F.

Εύρεση της συνισταμένης δύο διανυσμάτων

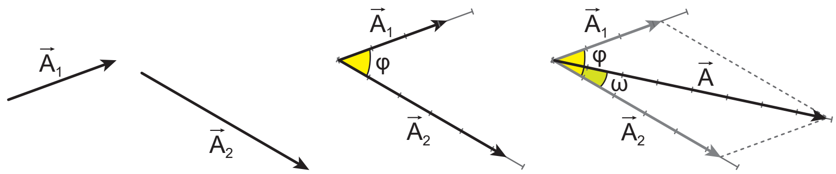
Δίνονται τα διανύσματα $\vec{A}_1$ και $\vec{A}_2$ του **σχήματος 9**. Η γωνία που σχηματίζουν όταν σχεδιαστούν με κοινή αρχή είναι φ. Η συνισταμένη $\vec{A}$ των διανυσμάτων μπορεί να υπολογιστεί με δύο διαφορετικούς τρόπους: τον *διανυσματικό* και τον *αλγεβρικό*.



Σχήμα 9 Δύο διανύσματα των οποίων θα σχεδιαστεί η συνισταμένη.

Α. Διανυσματικός τρόπος

Χρησιμοποιώντας κλίμακα, βρίσκουμε τα μέτρα A_1 και A_2 των διανυσμάτων. Εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου και σχεδιάζουμε τη συνισταμένη των διανυσμάτων (η οποία είναι η διαγώνιος του παραλληλογράμμου). Προσδιορίζουμε το μέτρο της συνισταμένης με τη χρήση της κλίμακας σχεδίασης και την κατεύθυνση της συνισταμένης μετρώντας με το μοιρογνωμόνιο τη γωνία μεταξύ της συνισταμένης και μιας από τις δύο συνιστώσες, π.χ. τη γωνία ω μεταξύ της συνισταμένης $\vec{A}$ και του διανύσματος $\vec{A}_2$.



Σχήμα 10 Εύρεση συνισταμένης δύο διανυσμάτων με διανυσματικό τρόπο

Β. Αλγεβρικός τρόπος

Θα περιοριστούμε σε τρεις ειδικές περιπτώσεις.

1. Διανύσματα κάθετα $(\varphi = 90°)$

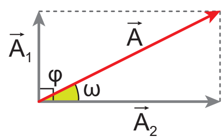
Η συνισταμένη των διανυσμάτων $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$ παριστάνεται από το διάνυσμα $\vec{A}$ που έχει:

μέτρο: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$,

διεύθυνση την ευθεία που σχηματίζει γωνία ω με το $\vec{A}_2$, όπου:

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{A_1}{A_2}$$

φορά εκείνη που φαίνεται στο **σχήμα 11**.



Σχήμα 11 Συνισταμένη δύο κάθετων διανυσμάτων

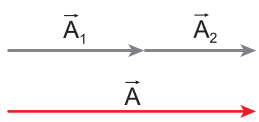
2. Διανύσματα με ίδια διεύθυνση $(\varphi = 0°$ ή $\varphi = 180°)$

α. Ίδιας φοράς $(\varphi = 0°)$

Η συνισταμένη των διανυσμάτων $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$ παριστάνεται από το διάνυσμα $\vec{A}$ που έχει:

μέτρο: $A = A_1 + A_2$,

διεύθυνση και *φορά* ίδια με τη διεύθυνση και τη φορά των $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$.



Σχήμα 12 Συνισταμένη δύο διανυσμάτων ίδιας διεύθυνσης και ίδιας φοράς

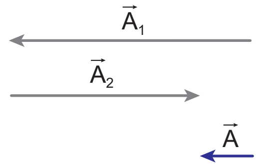
β. Αντίθετης φοράς $(\varphi = 180^\circ)$

Η συνισταμένη των διανυσμάτων $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$ παριστάνεται από το διάνυσμα $\vec{A}$ που έχει:

μέτρο: $A = |A_1 - A_2|$,

διεύθυνση ίδια με τη διεύθυνση των $\vec{A}_1$, $\vec{A}_2$,

φορά εκείνη του διανύσματος με το μεγαλύτερο μέτρο.



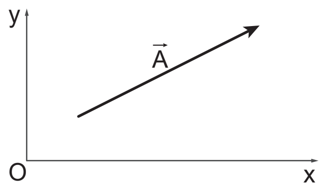
Σχήμα 13 Συνισταμένη δύο διανυσμάτων ίδιας διεύθυνσης και αντίθετης φοράς

Ανάλυση διανύσματος σε δύο άξονες

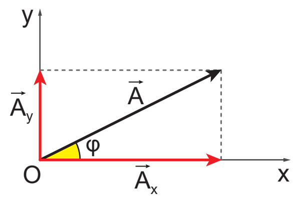
Ένα διάνυσμα μπορεί να αναλυθεί σε δύο (διανυσματικές) συνιστώσες που έχουν δεδομένες διευθύνσεις. Πολλές φορές, η ανάλυση ενός διανύσματος είναι βολικό να γίνει όχι σε τυχαίες, αλλά σε κάθετες διευθύνσεις. Για τον σκοπό αυτόν επιλέγουμε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και αναλύουμε το διάνυσμα στους δύο άξονες.

Για παράδειγμα, θα αναλύσουμε το διάνυσμα $\vec{A}$ σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, όπως φαίνεται στο **σχήμα 14**.

Μεταφέρουμε το διάνυσμα $\vec{A}$ στην αρχή του συστήματος αξόνων. Σχηματίζοντας το παραλληλόγραμμο με διαγώνιο το διάνυσμα $\vec{A}$, βρίσκουμε τις συνιστώσες $\vec{A}_x$ και $\vec{A}_y$ του $\vec{A}$, αν είναι γνωστή η γωνία φ που φαίνεται στο **σχήμα 15**.



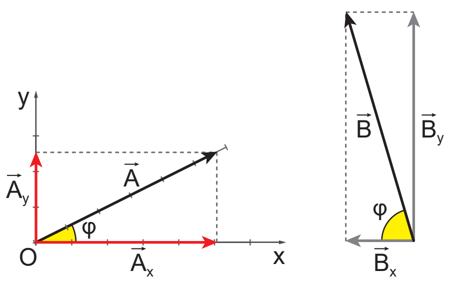
Σχήμα 14 Ένα διάνυσμα που πρόκειται να αναλυθεί σε δύο κάθετες συνιστώσες.



Σχήμα 15 Ανάλυση διανύσματος σε δύο κάθετες συνιστώσες

1ος τρόπος (διανυσματικός)

Χρησιμοποιούμε κλίμακα σχεδίασης όπως και στη σύνθεση των διανυσμάτων και υπολογίζουμε το μέτρο των $\vec{A}_x$ και $\vec{A}_y$.



Σχήμα 16 Ανάλυση δύο διανυσμάτων $\vec{A}$, $\vec{B}$ σε δύο κάθετες συνιστώσες

2ος τρόπος (αλγεβρικός)

Ισχύει:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{A_x}{A}$$

Επιλύουμε και βρίσκουμε την A_x:

$$A_x = Aσυνφ$$

Ισχύει:

$$συνφ = \frac{B_x}{B}$$

Επιλύουμε και βρίσκουμε τη B_x και επειδή έχει αρνητική φορά, γράφουμε:

$$B_x = -Bσυνφ$$

Ισχύει:

$$ημφ = \frac{A_y}{A}$$

Επιλύουμε και βρίσκουμε την A_y:

$$A_y = Aημφ$$

Κατά γενική σύμβαση σημειώνουμε ότι, ενώ τα διανύσματα $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{Γ}$ μπορούν να έχουν οποιαδήποτε κατεύθυνση, τα διανύσματα $\vec{A}_x$, $\vec{B}_x$, $\vec{Γ}_x$ βρίσκονται στον x-άξονα με θετική ή αρνητική φορά. Το ίδιο συμβαίνει και με τον y-άξονα. Έτσι, αξιοποιώντας τις **διανυσματικές συνιστώσες** κατά τους x, y-άξονες μπορούμε να αποφύγουμε τον συμβολισμό του διανύσματος, γράφοντας μόνον τις *αριθμητικές συνιστώσες* A_x, B_x, $Γ_x$ (αντίστοιχα στον y-άξονα), ενώ για να δείξουμε τη φορά τους, αξιοποιούμε τα *πρόσημα* συν $(+)$ και πλην $(-)$. Η περιγραφή του διανύσματος $\vec{A}$ με τις συνιστώσες του A_x και A_y είναι όμοια με την περιγραφή ενός σημείου με τις συντεταγμένες του x και y.

Μονόμετρα και διανυσματικά μεγέθη

Τα φυσικά μεγέθη διακρίνονται σε μονόμετρα και διανυσματικά.

Μονόμετρα είναι τα φυσικά μεγέθη τα οποία, για να προσδιοριστούν πλήρως, αρκεί η τιμή τους εκφρασμένη σε κατάλληλες μονάδες. Π.χ. χρόνος $2\ s$, μάζα $1\,kg$, θερμοκρασία $37\ °C$.

Διανυσματικά είναι τα φυσικά μεγέθη τα οποία, για να προσδιοριστούν πλήρως, απαιτείται το μέτρο, η διεύθυνση και η φορά (δηλώνουμε τη διεύθυνση και τη φορά με τη λέξη *κατεύθυνση*). Τα διανυσματικά φυσικά μεγέθη παριστάνονται με διανύσματα. Ως παραδείγματα αναφέρουμε τη δύναμη $\vec{F}$, την ταχύτητα $\vec{v}$ και την επιτάχυνση $\vec{a}$.

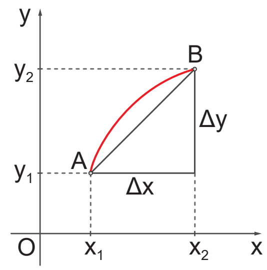
Η έννοια της κλίσης σε μια γραφική παράσταση – Ρυθμός μεταβολής

Στη γραφική παράσταση του **σχήματος 1** έχουμε θεωρήσει δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$. Ονομάζουμε μεταβολή του x τη διαφορά $x_2 - x_1$ και τη συμβολίζουμε με Δx, δηλαδή:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Ομοίως, ονομάζουμε μεταβολή του y τη διαφορά $y_2 - y_1$, δηλαδή:

$$\Delta y = y_2 - y_1$$



Σχήμα 1 Μεταβολή του x και του y

I. Κλίση ευθείας

Η συνάρτηση $y = \alpha x + \beta$ παριστάνει ευθεία. Ο λόγος:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

λέγεται **κλίση της ευθείας** και ισούται με τον αριθμό α.

Για την κατασκευή της γραφικής παράστασης μιας ευθείας σε ένα σύστημα συντεταγμένων απαιτούνται τουλάχιστον δύο σημεία.

Παράδειγμα 1

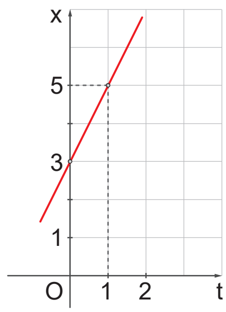
Για τη συνάρτηση $x = 2t + 3$ κατασκευάζουμε τον πίνακα τιμών και τη γραφική παράσταση που φαίνεται στο **σχήμα 2**.

Θα επιβεβαιώσουμε ότι η κλίση είναι ίση με τον αριθμό α.

Για την ευθεία $x = 2t + 3$ ισχύει $\alpha = 2$ και η κλίση είναι:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5-3}{1-0} = 2$$

t	0	1
x	3	5



Σχήμα 2 Γραφική παράσταση της συνάρτησης $x = 2t + 3$

Παράδειγμα 2

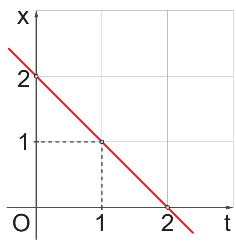
Για τη συνάρτηση $x = -t + 2$ κατασκευάζουμε τον πίνακα τιμών και τη γραφική παράσταση που φαίνεται στο **σχήμα 3**.

Θα επιβεβαιώσουμε ότι η κλίση είναι ίση με τον αριθμό α.

Για την ευθεία $x = -t + 2$ ισχύει $\alpha = -1$ και η κλίση είναι:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1-2}{1-0} = -1$$

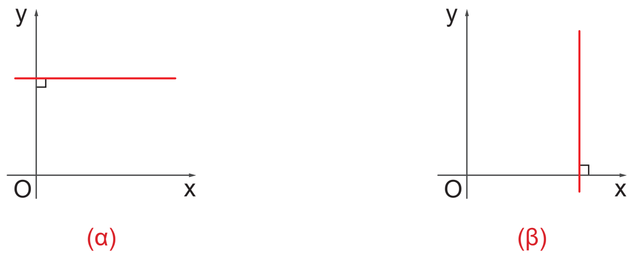
t	0	1
x	2	1



Σχήμα 3 Γραφική παράσταση της συνάρτησης $x = -t + 2$

Δύο ειδικές ευθείες

- Αν μια ευθεία είναι παράλληλη στον x-άξονα (**Σχήμα 4α**), τότε η κλίση της είναι *μηδέν*, διότι $\Delta y = 0$.
- Αν μια ευθεία είναι κάθετη στον x-άξονα (**Σχήμα 4β**), τότε δεν *ορίζεται* η κλίση της, διότι ο παρονομαστής είναι $\Delta x = 0$.



Σχήμα 4 (α) Ευθεία παράλληλη στον x-άξονα (β) Ευθεία κάθετη στον x-άξονα

Συμπέρασμα

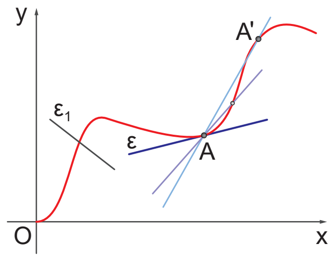
Η κλίση μιας ευθείας έχει πάντα την ίδια τιμή ανεξάρτητα από τα σημεία που θα επιλέξουμε για τον υπολογισμό της.

II. Κλίση γραφικής παράστασης σε ένα σημείο της

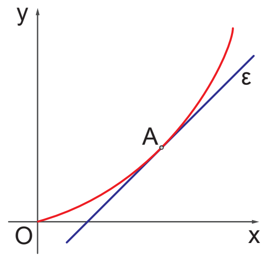
Θεωρούμε την καμπύλη του **σχήματος 5**. Είναι βέβαιο ότι η τυχαία ευθεία (ε_1) δεν είναι εφαπτομένη της καμπύλης. Δηλαδή, έχουμε μια διαισθητική εικόνα για το πώς πρέπει να είναι η εφαπτομένη στα σημεία της καμπύλης. Η εικόνα αυτή αισθητοποιείται ως εξής: Θεωρούμε ένα σημείο Α της καμπύλης και έστω ένα σημείο A' πολύ κοντά στο Α. Όσο πιο κοντά στο Α πλησιάζει το A', τόσο περισσότερο η ευθεία που περνά από τα Α και A' ταυτίζεται με την εφαπτομένη της καμπύλης στο Α.

Θεωρούμε την καμπύλη του **σχήματος 6** και το σημείο Α. Χαράσσουμε την εφαπτομένη (ε) της καμπύλης στο Α. Η κλίση της ευθείας (ε) λέμε ότι είναι η **κλίση της καμπύλης** στο Α.

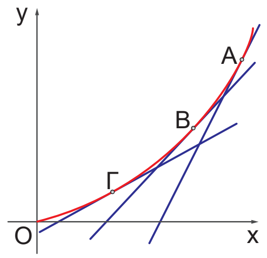
Παρατηρήστε στο **σχήμα 7** ότι οι ευθείες που εφάπτονται της καμπύλης στα σημεία Α, Β, Γ έχουν διαφορετικές κλίσεις.



Σχήμα 5 Εφαπτομένη καμπύλης



Σχήμα 6 Κλίση μιας καμπύλης



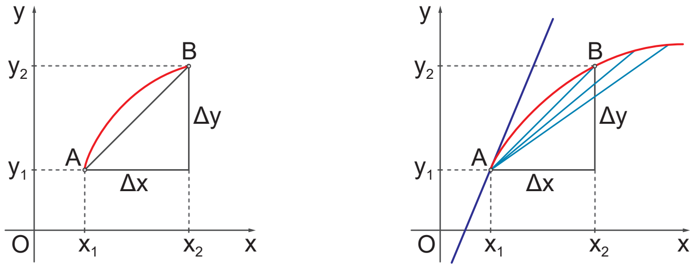
Σχήμα 7 Μεταβολή της κλίσης μιας καμπύλης

Συμπέρασμα

Η κλίση μιας καμπύλης μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο.

III. Ρυθμός μεταβολής

Στη γραφική παράσταση του **σχήματος 8** έχουμε θεωρήσει τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$. Παρατηρούμε ότι, όταν το B πλησιάζει προς το A, η χορδή «τείνει» να γίνει εφαπτομένη στην καμπύλη.



Σχήμα 8 Όταν το Δx τείνει στο μηδέν, η χορδή AB τείνει να γίνει εφαπτομένη της καμπύλης στο A.

Σε αυτήν την περίπτωση ο λόγος:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

ονομάζεται **ρυθμός μεταβολής του y ως προς το x** στο σημείο A και ισούται με την κλίση της γραφικής παράστασης στο A.

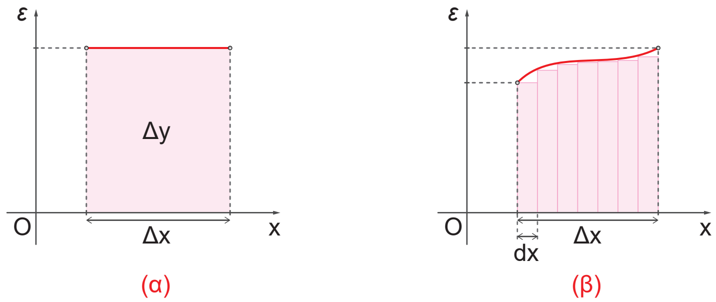
Εμβαδόν μεταξύ γραφικής παράστασης και x-άξονα

Έστω ένα υποθετικό φυσικό μέγεθος ε που ορίζεται ως $\varepsilon = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ και η γραφική παράστασή του έχει τη μορφή του **σχήματος 1α**. Επιλύουμε την εξίσωση ως προς Δy και παίρνουμε:

$$\Delta y = \varepsilon \Delta x$$

Επειδή η γραφική παράσταση είναι ευθεία παράλληλη στον x-άξονα, το γινόμενο $\varepsilon\Delta x$ είναι ίσο με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν. Συμπεραίνουμε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε τη μεταβολή Δy ως εμβαδόν στη γραφική παράσταση ε-x.

Το προηγούμενο συμπέρασμα μπορεί να επεκταθεί για γραφικές παραστάσεις ε-x οποιασδήποτε μορφής (**Σχήμα 1β**). Εκμεταλλευόμαστε το γεγονός ότι μπορούμε να χωρίσουμε τη γραφική παράσταση σε πολύ μικρές κατακόρυφες λωρίδες με κατά προσέγγιση σταθερή τιμή του ε, αν θεωρήσουμε μεταβολές dx πάρα πολύ μικρές.



Σχήμα 1 Το εμβαδόν κάτω από τη γραφική παράσταση ενός μεγέθους *ε* που είναι (α) σταθερό, (β) μεταβαλλόμενο.

Σε καθεμιά από αυτές τις ορθογώνιες λωρίδες το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν παριστάνει τη μεταβολή dy. Έτσι, θεωρώντας στη γραφική παράσταση έναν πολύ μεγάλο αριθμό από λωρίδες, μπορούμε να υπολογίζουμε τη μεταβολή Δy ως άθροισμα εμβαδών στη γραφική παράσταση ε-x.

Συμπέρασμα

Στο διάγραμμα ε-x η μεταβολή Δy υπολογίζεται από το εμβαδόν. Το εμβαδόν μεταξύ της γραφικής παράστασης και του x-άξονα για μια μεταβολή Δx είναι ένας σπουδαίος υπολογισμός και θα αξιοποιηθεί για τον προσδιορισμό πολλών φυσικών μεγεθών.

Πειράματα στο σχολικό εργαστήριο

Στην παράγραφο αυτήν παρουσιάζουμε με μορφή ερωτήσεων και απαντήσεων βασικά στοιχεία της πειραματικής διαδικασίας στο σχολικό εργαστήριο.

Είναι τα πειράματα στο εργαστήριο Φυσικής ασφαλή;

Ναι, είναι ασφαλή, αρκεί να είμαστε προσεκτικοί και σοβαροί. Κύριες πηγές κινδύνου: Υαλικά, ηλεκτρικό ρεύμα, χημικά.

Πόσο ακριβή είναι τα πειράματα που μπορούμε να εκτελέσουμε στο εργαστήριο Φυσικής;

Κάθε συσκευή έχει τη δική της ακρίβεια. Τη λαμβάνουμε υπόψη καταγράφοντας το σφάλμα της μέτρησης (αβεβαιότητα).

Τι είναι το σφάλμα μέτρησης (αβεβαιότητα);

Καμία μέτρηση δεν είναι ποτέ απόλυτα ακριβής. Για να φανεί αυτό, σε κάθε μέτρηση γράφουμε το σφάλμα με συγκεκριμένο τρόπο.

Παράδειγμα

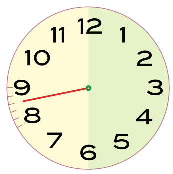
Μια μέτρηση ενός μεγέθους S με μονάδα A γράφεται ως εξής:

$$\overset{\text{Φυσικό μέγεθος}}{S} = \left(\underbrace{1{,}90}_{\text{Κύρια τιμή}} \pm \underbrace{0{,}05}_{\text{Σφάλμα}}\right)\ \overset{\text{Μονάδα μέτρησης}}{\mathrm{A}}$$

Πώς καθορίζουμε το σφάλμα μέτρησης μιας συσκευής;

Αν η συσκευή είναι ψηφιακή, το σφάλμα είναι η ελάχιστη τιμή που μπορεί να μετρήσει.

$$\text{Μέτρηση} = 12{,}9 \pm 0{,}1$$



Αν η συσκευή είναι αναλογική, το σφάλμα είναι συνήθως το μισό της ελάχιστης τιμής που μπορεί να μετρήσει.

$$\text{Μέτρηση} = 8{,}6 \pm 0{,}1$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- Σε περίπτωση που η αναλογική κλίμακα δεν είναι ευδιάκριτη, τότε παίρνουμε ως σφάλμα το ελάχιστο της κλίμακας.
- Η κύρια τιμή έχει τόσα δεκαδικά ψηφία όσα και το σφάλμα.

Σε τι χρησιμεύει η καταγραφή των σφαλμάτων;

Υπάρχουν πάντα σφάλματα (αβεβαιότητες) στις μετρήσεις. Η καταγραφή των σφαλμάτων *αυξάνει την αξιοπιστία* των αποτελεσμάτων μας.

Πώς καταγράφουμε τις μετρήσεις σε πίνακα;

Λάθος

1,25	0,015
1,3	0,02
1,4	0,025
1,52	0,03

Για να είναι σωστός ο πίνακας, πρέπει να έχει:

1. Τίτλο
2. Μεταβλητές
3. Μονάδες
4. Σφάλμα
5. Ίδιο αριθμό σημαντικών ψηφίων ανά στήλη

Σωστό

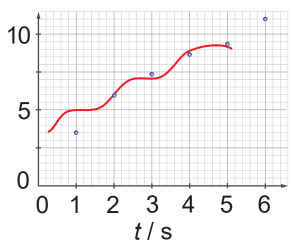
Μετρήσεις ταχύτητας σε σχέση με τον χρόνο

$v\,/\,\mathrm{ms^{-1}}$	$t\,/\,\mathrm{s}$
1,25	0,015
1,30	0,020
1,40	0,025
1,52	0,030

Πώς σχεδιάζουμε γραφικές παραστάσεις από πίνακες;

Και οι δύο παρακάτω γραφικές παραστάσεις είναι σχεδιασμένες με βάση ακριβώς τις ίδιες μετρήσεις.

Λάθος

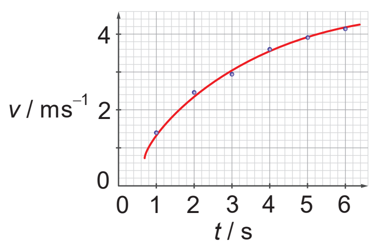


Σχεδιασμός γραφικής παράστασης

1. Τίτλος
2. Οι άξονες περιλαμβάνουν τα φυσικά μεγέθη και τις μονάδες τους.
3. Η κλίμακα των αξόνων επιλέγεται έτσι, ώστε η γραφική παράσταση να καλύπτει όλη την επιφάνεια σχεδίασης.
4. Η γραφική παράσταση σχεδιάζεται ως ομαλή καμπύλη και ας μην διέρχεται ακριβώς από όλα τα σημεία.

Σωστό

Γραφική παράσταση v - t



Πώς αναπαριστούμε τα σφάλματα σε μια γραφική παράσταση;

Σχεδιάζουμε έναν σταυρό, αντί για σημείο.

Παράδειγμα

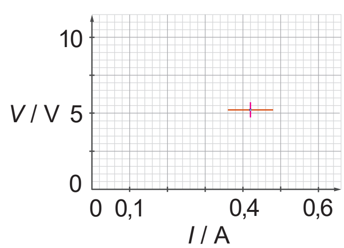
Θεωρούμε τις μετρήσεις:

Τάση $V = (5{,}1 \pm 0{,}5)$ V

Ρεύμα $I = (0{,}42 \pm 0{,}06)$ A

Το κατακόρυφο τμήμα του σταυρού εκτείνεται από το $5{,}1 - 0{,}5$ έως το $5{,}1 + 0{,}5$.

Το οριζόντιο τμήμα του σταυρού εκτείνεται από το $0{,}42 - 0{,}06$ έως το $0{,}42 + 0{,}06$.



Ποια είναι η χρησιμότητα εισαγωγής του σφάλματος σε μια γραφική παράσταση;

Με τη βοήθεια των σταυρών που δημιουργούνται, μπορούμε να πετύχουμε καλύτερη προσέγγιση της γραφικής παράστασης (είτε είναι καμπύλη είτε ευθεία) στα σημεία.

Ποιες είναι οι συμβάσεις για τους αριθμούς στην πειραματική Φυσική;

Α. Σημαντικά ψηφία (σ.ψ.)

Ποια η διαφορά του $1\,m$ από το $1{,}00\,m$;

$1{,}00\,m$: Η μέτρηση έγινε με ακρίβεια $0{,}01\,m$ (δηλαδή $1\,cm$).

$1\,m$: Η μέτρηση έγινε με ακρίβεια ενός μέτρου!

$1{,}00\,m$: Περιέχει 3 σημαντικά ψηφία

$1\,m$: Περιέχει 1 σημαντικό ψηφίο

Παραδείγματα

$1{,}02 \rightarrow 3$ σ.ψ.

$0{,}23 \rightarrow 2$ σ.ψ.

$0{,}001 \rightarrow 1$ σ.ψ.

$0{,}0010 \rightarrow 2$ σ.ψ.

$323 \rightarrow 3$ σ.ψ.

$10.001 \rightarrow 5$ σ.ψ.

$500 \rightarrow 3$ σ.ψ.

$5{,}0 \cdot 10^2 \rightarrow 2$ σ.ψ.

Πράξεις με σημαντικά ψηφία

I. Πρόσθεση – Αφαίρεση: Γίνονται σύμφωνα με τον μικρότερο αριθμό *δεκαδικών ψηφίων* (στρογγυλοποίηση του αποτελέσματος).

Έχουμε:

$$15{,}2 + 3{,}46 = 18{,}66 \approx 18{,}7$$

Παραδείγματα

$0{,}23 + 12{,}3456 - 1{,}00 = 11{,}58$ | $234 + 3{,}23 - 34{,}005 = 203$ | $5{,}2 + 5{,}0 \cdot 10^2 = 5{,}1 \cdot 10^2$

II. Πολλαπλασιασμός – Διαίρεση: Γίνονται σύμφωνα με τον μικρότερο αριθμό *σημαντικών ψηφίων*.

Θεωρούμε την πράξη:

$$\frac{35}{6{,}0}$$

Παρατηρούμε ότι το 35 έχει 2 σ.ψ. και το $6{,}0$ έχει 2 σ.ψ.

Ο υπολογιστής δίνει: $5{,}8333333333$

Σωστή απάντηση (με 2 σ.ψ.): $5{,}8$

Παραδείγματα

$\dfrac{35{,}09}{6{,}0} = 5{,}8$ | $3{,}2 \cdot 4{,}53 = 15$ | $\dfrac{3{,}2}{4{,}53} = 0{,}71$ | $4{,}81 \cdot 2 = 10$ | $6{,}1 \cdot 10^3 \cdot 3{,}00 \cdot 10^{-5} = 18 \cdot 10^{-2}$

Β. Εκθετικός – Επιστημονικός συμβολισμός

Χρησιμοποιείται για να γράφουμε πολύ μεγάλους ή πολύ μικρούς αριθμούς.

Παραδείγματα

$52.300.000 = 5,23 \cdot 10^{7}$ | $0,00000345 = 3,45 \cdot 10^{-6}$

Ο αριθμός μπροστά από τη δύναμη πρέπει να είναι ≥ 1 και < 10.

Παραδείγματα

$0,00000000000356 = 3,56 \cdot 10^{-12}$ | $10,34 \cdot 10^{5} = 1,034 \cdot 10^{6}$ | $0,02 \cdot 10^{-7} = 2 \cdot 10^{-9}$

Παραδείγματα (πράξεις)

$\left(4,000 \cdot 10^{6}\right) \cdot \left(2 \cdot 10^{-12}\right) = 8 \cdot 10^{-6}$ | $\left(2,0 \cdot 10^{-14}\right) \cdot \left(1,00 \cdot 10^{5}\right) = 2,0 \cdot 10^{-9}$ | $\dfrac{4,20 \cdot 10^{4}}{2,0 \cdot 10^{-4}} = 2,1 \cdot 10^{8}$

Ασφάλεια στο εργαστήριο

Αν και στις περισσότερες περιπτώσεις πρακτικής εργασίας στο εργαστήριο η κοινή λογική και η τήρηση των οδηγιών των καθηγητών είναι το μόνο που απαιτείται από τους μαθητές, δεν πρέπει να παραβλέπεται το γεγονός ότι η πρακτική εργασία μπορεί να είναι ή να γίνει επικίνδυνη.

Η ασφάλεια στο εργαστήριο Φυσικών Επιστημών είναι ένα ζήτημα που αφορά στον διδάσκοντα ο οποίος οφείλει να προσφέρει έναν ασφαλή χώρο στους μαθητές του για να μάθουν ή για να εφαρμόσουν τις γνώσεις τους, αλλά και στους ίδιους τους μαθητές που οφείλουν να αναλαμβάνουν την ευθύνη για την ασφάλεια του εαυτού τους, των συμμαθητών τους και του καθηγητή τους.

Είναι υποχρέωση του καθηγητή να επιλέγει, ανάλογα και με τους επιδιωκόμενους διδακτικούς στόχους, την ασφαλέστερη εκδοχή του πειράματος που θα εκτελέσουν οι μαθητές, να ελέγχει ότι οι χρησιμοποιούμενες συσκευές είναι ασφαλείς, να ενημερώνει εκ των προτέρων τους μαθητές για τη σωστή χρήση του εξοπλισμού και για τους κινδύνους που ενδέχεται να προέλθουν από αυτόν και από τη διαδικασία που χρησιμοποιείται στο πείραμα, καθώς και για τις προφυλάξεις που πρέπει να λαμβάνουν, ώστε να παραμείνουν ασφαλείς και να αποφύγουν ζημιές στον εξοπλισμό.

Οι μαθητές πρέπει να γνωρίζουν πού βρίσκεται ο εξοπλισμός ασφαλείας στο εργαστήριο όπως ο πυροσβεστήρας, τα προστατευτικά γυαλιά και το κιτ πρώτων βοηθειών.

Ο καθηγητής πρέπει να αλληλεπιδρά συνεχώς με τους μαθητές, καθώς εργάζονται, να περπατά ανάμεσα στις ομάδες, να κάνει ερωτήσεις και να δείχνει ενδιαφέρον για την εργασία τους. Αυτό θα του επιτρέψει αφενός να «κρατά τον ρυθμό» στην εργασία των μαθητών και αφετέρου να παρακολουθεί τα πιθανά ζητήματα ασφάλειας, που οφείλει να επιλύει και να τα λαμβάνει υπόψη, για να βελτιώνει την πειραματική διαδικασία και τους κανόνες ασφαλείας.

Ακολουθούν ορισμένοι κανόνες που θα καθοδηγήσουν τους μαθητές στην προστασία του εαυτού τους και των άλλων από τραυματισμούς και στη διατήρηση ενός ασφαλούς περιβάλλοντος για μάθηση.

Γενικές οδηγίες

1. Μελετήστε την εργαστηριακή σας εργασία πριν έρθετε στο εργαστήριο. Σε περίπτωση οποιασδήποτε αμφιβολίας σχετικά με την ασφάλεια, τη χρήση του εξοπλισμού ή τη διαδικασία, συμβουλευτείτε και πάρτε την άδεια από τον καθηγητή σας πριν προχωρήσετε.
2. Τρόφιμα και ποτά δεν πρέπει ποτέ να υπάρχουν ή να καταναλώνονται στο εργαστήριο. Υπάρχει κίνδυνος μόλυνσης των τροφίμων από χημικά, π.χ. από προηγούμενες εργασίες που έγιναν στον ίδιο χώρο. Τα ποτά μπορούν να χυθούν εύκολα προκαλώντας ζημιά σε ακριβό εξοπλισμό.
3. Διατηρήστε τους χώρους εργασίας και το δάπεδο γύρω σας καθαρά, στεγνά και απαλλαγμένα από ακαταστασία. Καθαρίστε γρήγορα τυχόν διαρροές υγρών, για να αποφύγετε την ολίσθηση.
4. Τα σανδάλια και τα ανοιχτά παπούτσια (πέδιλα) είναι εντελώς ακατάλληλα για το εργαστήριο, καθώς δεν παρέχουν προστασία από διαρροές και αντικείμενα που πέφτουν.
5. Φαρδιά ρούχα, παλτά και μακριά μαλλιά μπορεί να πιαστούν σε κινούμενο εξοπλισμό ή να πιάσουν φωτιά, αν χρησιμοποιείτε θερμαντικά στοιχεία. Θα πρέπει να φοράτε «λογικά» ρούχα, να αφαιρείτε τα κοσμήματα και να δένετε τα μαλλιά πίσω.
6. Όταν ολοκληρωθεί η εργασία σας, φροντίστε να κλείσετε το νερό ή τα στοιχεία θέρμανσης που χρησιμοποιήσατε και να αποσυνδέσετε τις ηλεκτρικές συσκευές. Καθαρίστε τον χώρο εργασίας σας. Επιστρέψτε όλα τα υλικά και τις συσκευές στη σωστή τους θέση. Πλύνετε καλά τα χέρια σας.

Φωτιά

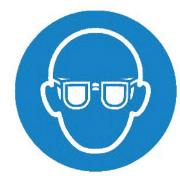
Να γνωρίζετε τη θέση και τη χρήση του εξοπλισμού ασφαλείας του εργαστηρίου (π.χ. πυροσβεστήρες). Μάθετε τη διαδρομή εξόδου από τον χώρο που εργάζεστε. Κρατήστε τα θερμαντικά στοιχεία μακριά από άλλα υλικά που χρησιμοποιείτε. Χειριστείτε με ιδιαίτερη προσοχή τα εύφλεκτα υλικά. Αν ξεσπάσει φωτιά στο εργαστήριο ή αν τα ρούχα σας πιάσουν φωτιά, τυλιχτείτε με ένα παλτό ή χρησιμοποιήστε έναν πυροσβεστήρα. ΜΗΝ ΤΡΕΧΕΤΕ ΠΟΤΕ.

Πρώτες βοήθειες

Να γνωρίζετε τη θέση και τη χρήση του κιτ πρώτων βοηθειών. Αναφέρετε αμέσως κάθε ατύχημα, τραυματισμό ή εσφαλμένη διαδικασία στον καθηγητή σας.

Μάτια

Πρέπει να φοράτε προστατευτικά γυαλιά, αν υπάρχει πιθανότητα να σας πιτσιλίσουν χημικά. Τα γυαλιά βοηθούν επίσης στην προστασία των ματιών από θραύσματα γυαλιού ή άλλων υλικών. Θα πρέπει να υπάρχει διαθέσιμο νερό για το πλύσιμο των ματιών στο εργαστήριο.



Ηλεκτρικές συσκευές

Μη χρησιμοποιείτε ποτέ συσκευές με φθαρμένα καλώδια ή σπασμένα βύσματα. Αναφέρετε τέτοια προβλήματα στον καθηγητή σας. Μη χειρίζεστε τον ηλεκτρικό εξοπλισμό με βρεγμένα χέρια ή όταν στέκεστε σε υγρούς χώρους. Ζητήστε από τον καθηγητή σας να ελέγξει τις συνδέσεις του κυκλώματός σας πριν ξεκινήσετε την εργασία σας. Αν νομίζετε ότι κάτι δεν πάει καλά, απενεργοποιήστε αμέσως τη συσκευή. Χειριστείτε με ιδιαίτερη προσοχή τις συσκευές υψηλής τάσης.

Χημικά

Είναι απίθανο να συναντήσετε πολλές χημικές ουσίες στο εργαστήριο Φυσικής. Χειριστείτε τοξικές ή εύφλεκτες ουσίες μόνο υπό την καθοδήγηση του καθηγητή σας και να φοράτε προστατευτικά για τα μάτια. Ενημερώστε τον καθηγητή σας για οποιοδήποτε πρόβλημα, π.χ. αν σπάσει ένα υδραργυρικό θερμόμετρο ή αν χυθεί κάποια άλλη χημική ουσία.

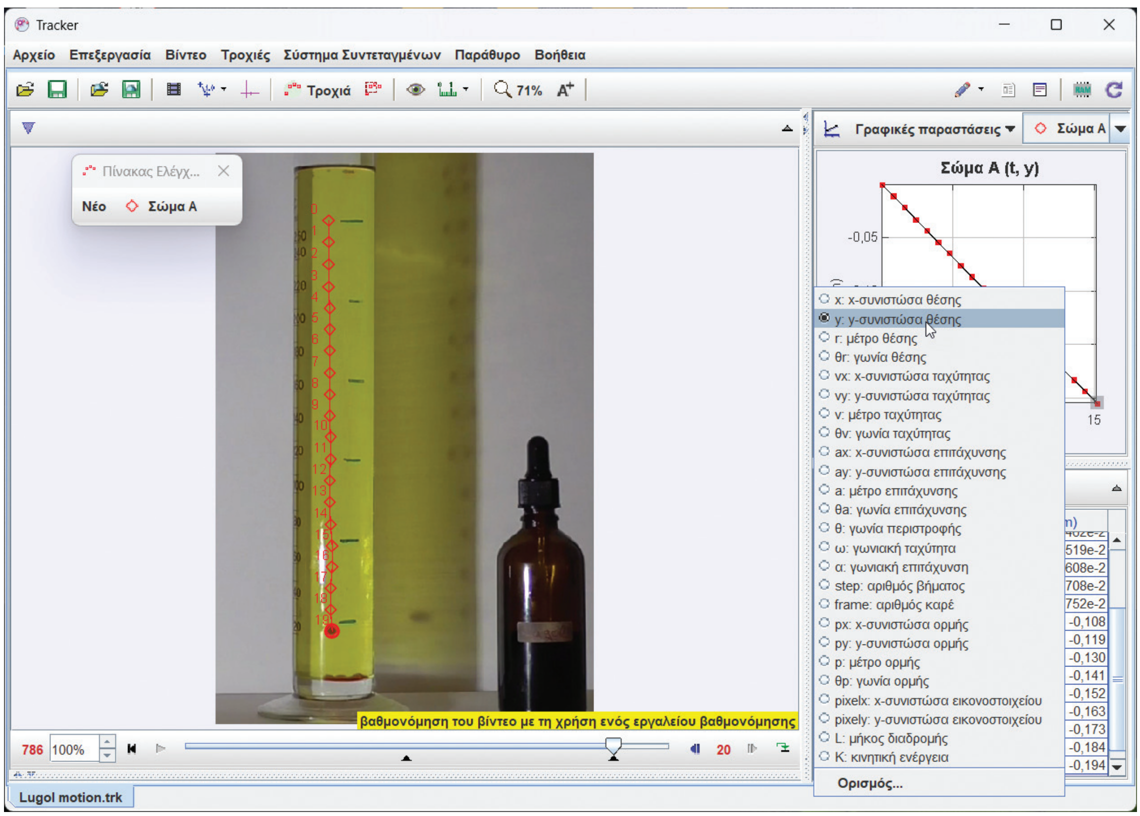
Ραδιενέργεια

Στο σχολείο πέραν των πηγών φυσικής ραδιενέργειας, στις οποίες άλλωστε είμαστε όλοι εκτεθειμένοι, δεν πρόκειται να εκτεθείτε σε άλλες πηγές ραδιενέργειας ακόμη και χαμηλής ενεργότητας.

Το να είσαι ασφαλής είναι λογικό. Ίσως το πιο σημαντικό, όταν βρίσκεστε στο εργαστήριο, είναι να σκεφτείτε δύο φορές πριν κάνετε οτιδήποτε.

Ανάλυση βίντεο με το Tracker

Σύντομος οδηγός χρήσης



Εικόνα 1 Ανάλυση βίντεο με το Tracker

Μιλώντας απλουστευτικά ένα ψηφιακό βίντεο είναι η ηλεκτρονική καταγραφή κάποιας δραστηριότητας με τη μορφή μιας σειράς διαδοχικών εικόνων (καρέ) που έχουν ληφθεί και μπορούν να αναπαραχθούν με καθορισμένο ρυθμό (frame rate ή fps ή καρέ/s). Συνηθισμένοι ρυθμοί είναι τα 25 ή 30 καρέ ανά δευτερόλεπτο (fps).

Η **ανάλυση βίντεο** είναι μια διαδικασία που μας επιτρέπει να παρακολουθήσουμε ένα προς ένα όλα ή επιλεγμένα καρέ ενός ψηφιακού βίντεο, στο οποίο έχει καταγραφεί κάποιο φυσικό φαινόμενο, να σημειώσουμε σε αυτά τα καρέ τη θέση ενός ή περισσότερων αντικειμένων και να εξαγάγουμε για τα αντικείμενα αυτά δεδομένα που αφορούν σε πρώτη φάση τη θέση τους στον πραγματικό κόσμο σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Πρόκειται για μια διαδικασία που, εκτός από την καταγραφή τού υπό μελέτη φαινομένου σε αρχείο βίντεο, περιλαμβάνει τρία βασικά βήματα:

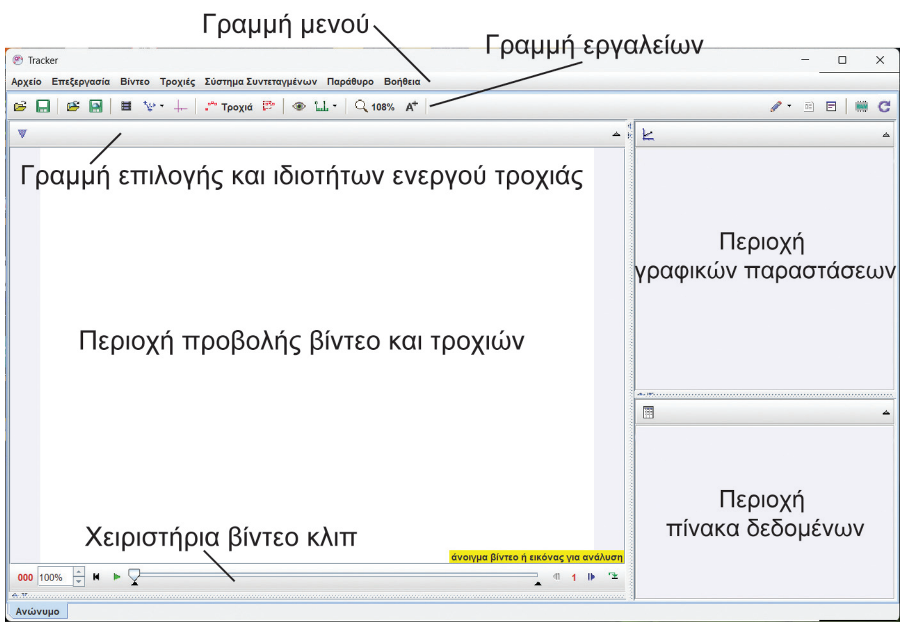
1. Τη **ρύθμιση του βίντεο κλιπ** που θα αναλυθεί, αφού δεν αναλύεται συνήθως ολόκληρο το βίντεο, αλλά ένα τμήμα του και πιθανότατα όχι όλα τα καρέ του επιλεγμένου τμήματος. Ρυθμίζεται επιπρόσθετα, συνήθως αυτόματα, η ταχύτητα αναπαραγωγής των καρέ (frame rate). Αυτή η ρύθμιση είναι σημαντική, διότι καθορίζει τη βάση χρόνου της ανάλυσης βίντεο. Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, ένα βίντεο είναι μια σειρά διαδοχικών εικόνων (καρέ) που έχουν ληφθεί με συγκεκριμένο σταθερό ρυθμό, π.χ. 25 καρέ το δευτερόλεπτο (fps). Δηλαδή, αν το πρώτο καρέ έχει ληφθεί τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το δεύτερο θα έχει ληφθεί τη χρονική στιγμή $t_1 = 1/25\ \mathrm{s}$, το τρίτο την $t_2 = 2/25\ \mathrm{s}$ κ.ο.κ.
2. Τη **βαθμονόμηση του βίντεο** που μας επιτρέπει σε οποιονδήποτε αριθμό pixels στα διάφορα καρέ του ψηφιακού βίντεο να αντιστοιχίζουμε μια απόσταση στον πραγματικό κόσμο, δηλαδή να καθορίζουμε την κλίμακα αποστάσεων του βίντεο κλιπ. Για τον σκοπό αυτόν πρέπει στο βίντεο να καταγράφεται κάποιο σώμα με γνωστές διαστάσεις στον πραγματικό κόσμο.
3. Την **ιχνηλασία του βίντεο** με την οποία στα καρέ του βίντεο σημειώνουμε το ίχνος ενός υλικού σημείου που το έχουμε προσαρμόσει σε κάποιο αντικείμενο, την κίνηση του οποίου θέλουμε να μελετήσουμε. Με το τέλος της ιχνηλασίας, που μπορεί να γίνει αυτόματα ή χειροκίνητα, το λογισμικό με το οποίο υλοποιείται η ανάλυση βίντεο θα έχει συμπληρώσει τουλάχιστον έναν πίνακα τιμών χρόνου και συντεταγμένων θέσης για την κίνηση του υλικού σημείου, καθώς και τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Θα μπορούσαμε να πούμε πως η ανάλυση βίντεο είναι μια διαδικασία με την οποία μπορούν να πραγματοποιηθούν *πραγματικά πειράματα* με τη χρήση *εικονικών οργάνων*. Καθώς τα λογισμικά ανάλυσης βίντεο έχουν τη δυνατότητα να επισυνάπτουν στο αναλυόμενο βίντεο διάφορα στοιχεία όπως π.χ. τα ίχνη και την τροχιά των ιχνηλατούμενων υλικών σημείων ή και του αντίστοιχου θεωρητικού μοντέλου, τα διανύσματα ταχύτητας, επιτάχυνσης κ.ά., η ανάλυση βίντεο θα μπορούσε να χαρακτηριστεί και ως κάποια (απλή) μορφή *επαυξημένης πραγματικότητας*.

Το λογισμικό ανάλυσης βίντεο Tracker

Το Tracker είναι ελεύθερο λογισμικό ανάλυσης βίντεο (**Εικόνα 1**). Δημιουργός του είναι ο καθηγητής Douglas Brown, ενώ τη μετάφρασή του στα Ελληνικά επιμελήθηκε ο Κύπριος καθηγητής Γεώργιος Τσαλακός.

Τον εγκαταστάτη του Tracker για το λειτουργικό σύστημα του υπολογιστή σας μπορείτε να τον «κατεβάσετε» από την ιστοσελίδα: https://physlets.org/tracker/. Με διπλό κλικ στο αρχείο του εγκαταστάτη αρχίζει η εγκατάσταση που ολοκληρώνεται ακολουθώντας τις οδηγίες στην οθόνη του υπολογιστή σας.



Εικόνα 2 Το κύριο παράθυρο του Tracker (έκδοση 6.0 ή νεότερη)

Το Tracker είναι μια εφαρμογή γραμμένη σε Java και βασισμένη στη συλλογή εργαλείων Open Source Physics, που μπορεί να αναλύσει: Ψηφιακά αρχεία βίντεο (.mov, .avi, .mp4, .flv, .wmv κ.λπ.), αρχεία κινούμενων εικόνων τύπου animated GIF (.gif), αλλά και στατικές εικόνες ή σειρές εικόνων (.jpg, .png).

Στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του (**Εικόνα 2**), που το ξεχωρίζουν από αντίστοιχα εμπορικά προϊόντα, είναι:

- Η πληθώρα εργαλείων βαθμονόμησης και μέτρησης.
- Η δυνατότητα γραφικής αναπαράστασης των πρωτογενών πειραματικών δεδομένων, αλλά και πολλών παράγωγων μεγεθών, τις τιμές των οποίων υπολογίζει το λογισμικό με βάση τα πρωτογενή δεδομένα θέσης-χρόνου που εξαγάγει κατά τη διάρκεια της ιχνηλασίας.
- Το εργαλείο δεδομένων που διαθέτει, μέσω του οποίου απλοποιείται η μελέτη γραφικών παραστάσεων που αφορούν στη μελετώμενη κίνηση και η εξαγωγή δεδομένων από αυτές.
- Οι δυνατότητες μοντελοποίησης με τις οποίες μπορούμε να δημιουργήσουμε και να επισυνάψουμε στο βίντεο τα ίχνη ενός υλικού σημείου με βάση το αντίστοιχο θεωρητικό μοντέλο, επιτρέποντάς μας την άμεση σύγκριση πραγματικού φαινομένου και θεωρητικού μοντέλου.
- Η ψηφιακή βιβλιοθήκη του. Πρόκειται για μια συλλογή από online βίντεο ή άλλους πόρους έτοιμα προς χρήση.

Παράδειγμα χρήσης του Tracker

Δημιουργήστε στην επιφάνεια εργασίας του υπολογιστή σας έναν φάκελο με το όνομα Tracker Example. Μεταφορτώστε μέσω του συνδέσμου: https://tinyurl.com/rexm6277 το αρχείο του βίντεο και αποθηκεύστε το με το όνομα Lugol motion.mp4 στον φάκελο Tracker Example, που έχετε δημιουργήσει.

Θα αναλύσουμε ένα τμήμα (βίντεο κλιπ) από το βίντεο Lugol motion.mp4, στο οποίο καταγράφεται η κίνηση μιας σταγόνας Lugol μέσα σε ογκομετρικό κύλινδρο που περιέχει αραβοσιτέλαιο. Στην πλευρική επιφάνεια του ογκομετρικού κυλίνδρου έχουμε χαράξει έξι μικρές οριζόντιες γραμμές ανά 4 cm.

Βήμα 1ο: Καθορισμός του βίντεο κλιπ

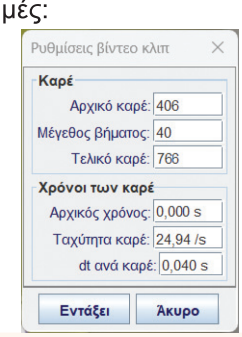
α. Εκτελέστε το λογισμικό ανάλυσης βίντεο Tracker και μέσω του μενού ***Αρχείο / Άνοιγμα / File Chooser*** ανοίξτε το αρχείο βίντεο ***Lugol motion.mp4***.

β. Θα καθορίσετε ποια ακριβώς καρέ του βίντεο θα αναλύσετε με το εργαλείο ***Ρυθμίσεις βίντεο κλιπ***, που μπορείτε να ενεργοποιήσετε μέσω του μενού ***Βίντεο / Ρυθμίσεις βίντεο κλιπ*** ή του σχετικού εικονιδίου ( ) της γραμμής εργαλείων του Tracker.

Στο παράθυρο των ρυθμίσεων του βίντεο κλιπ (**Εικόνα 3**) εισάγετε τις τιμές:

- Αρχικό καρέ: 406
- Μέγεθος βήματος: 40
- Τελικό καρέ: 766

Έτσι, το πρώτο καρέ του βίντεο που θα αναλυθεί είναι το υπ' αριθμόν 406, το δεύτερο το 446, το τρίτο το 486 και τελευταίο το 766. Συνολικά, δηλαδή, θα αναλυθούν 10 καρέ. Μέγεθος βήματος ίσο με 1 θα σήμαινε πως θα αναλύονταν όλα τα καρέ από το 406 μέχρι το 766, αριθμός υπερβολικά μεγάλος για το συγκεκριμένο πείραμα.



Εικόνα 3 Ρυθμίσεις βίντεο κλιπ

γ. Το Tracker αναγνωρίζει σωστά την **ταχύτητα καρέ** (frame rate) και συνεπώς δε χρειάζεται να μεταβάλλετε την τιμή στο σχετικό πεδίο. Δεν αλλάζετε ούτε και την τιμή μηδέν του πεδίου **αρχικός χρόνος**. Το λογισμικό υπολογίζει επίσης την τιμή στο πεδίο **dt ανά καρέ** ως το αντίστροφο της ταχύτητας καρέ.

δ. Στη συνέχεια κλείστε το παράθυρο ***Ρυθμίσεις βίντεο κλιπ*** πιέζοντας το πλήκτρο ***Εντάξει***.

Βήμα 2ο: Βαθμονόμηση βίντεο κλιπ

α. Πιέζοντας το πλήκτρο ***Επαναφορά στο αρχικό βήμα*** ( ) στην περιοχή των χειριστηρίων του βίντεο κλιπ, θα επαναφέρετε το βίντεο κλιπ στο πρώτο καρέ που θα αναλυθεί.

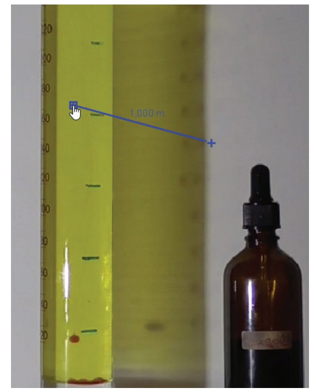
β. Μέσω του μενού ***Τροχιές / Νέο / Εργαλεία βαθμονόμησης / Ράβδος βαθμονόμησης*** δημιουργήστε μια ράβδο βαθμονόμησης του βίντεο. Στο ίδιο αποτέλεσμα μπορείτε να καταλήξετε μέσω του εργαλείου ***Εμφάνιση, απόκρυψη ή δημιουργία εργαλείων βαθμονόμησης*** ( ) στη γραμμή εργαλείων του Tracker και επιλέγοντας ***Νέο / Ράβδος βαθμονόμησης*** στο μενού που αναδύεται.

γ. Στο πρώτο καρέ του βίντεο κλιπ εμφανίζεται μια ράβδος βαθμονόμησης, κάθε άκρο της οποίας σημαίνεται με έναν σταυρό. Αφού μεταφέρετε τον δρομέα του ποντικιού στο ένα άκρο της ράβδου βαθμονόμησης, πιέστε το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού και κρατώντας το πατημένο μετακινήστε (διαδικασία «συγκράτηση και σύρσιμο») (**Εικόνα 4**) το άκρο της ράβδου βαθμονόμησης στην ανώτερη γραμμή που έχει σχεδιαστεί στην πλευρική επιφάνεια του ογκομετρικού κυλίνδρου.

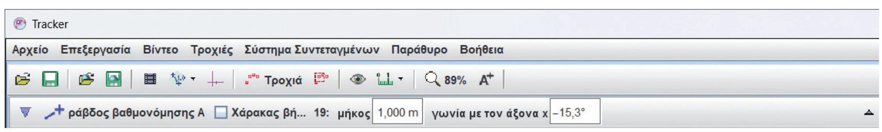
Όταν είστε σίγουροι για την ακρίβεια της τοποθέτησης, σταματήστε τη διαδικασία «συγκράτηση» του ποντικιού, ελευθερώνοντας το αριστερό πλήκτρο του. Αν διαπιστώσετε ότι η τοποθέτηση δεν σας ικανοποιεί, μπορείτε να επαναλάβετε το σύρσιμο του ποντικιού. Μπορεί να σας φανεί χρήσιμη η μεγέθυνση της εικόνας του αντίστοιχου καρέ με χρήση της ροδέλας του ποντικιού.

Επαναλάβετε τη διαδικασία, ώστε να τοποθετήσετε το άλλο άκρο της ράβδου βαθμονόμησης στην κατώτερη γραμμή που έχει σχεδιαστεί στον κύλινδρο.

Η όλη διαδικασία τοποθέτησης των άκρων της ράβδου βαθμονόμησης ολοκληρώνεται προσέχοντας, ώστε η ράβδος βαθμονόμησης να είναι κατακόρυφη, δηλαδή να σχηματίζει γωνία 90° ή –90° με τον *x*-άξονα. Τη σχετική ένδειξη δίνει το Tracker στη ***Γραμμή επιλογής και ιδιοτήτων ενεργού τροχιάς*** (**Εικόνα 5**).



Εικόνα 4 «Σύρσιμο» του άκρου της ράβδου βαθμονόμησης



Εικόνα 5 Ιδιότητες ενεργού τροχιάς (ράβδος βαθμονόμησης)

δ. Στο πλαίσιο κειμένου της ράβδου βαθμονόμησης γράψτε την τιμή 0,20 m, (δηλαδή την τιμή που είναι ίση με την απόσταση σε μέτρα ανάμεσα στην ανώτερη και την κατώτερη γραμμή που έχουν σχεδιαστεί στην πλευρική επιφάνεια του κυλίνδρου). Κατ' αυτόν τον τρόπο καθορίζουμε και τη μονάδα μέτρησης αποστάσεων στον πραγματικό κόσμο, μέτρα (m) στην περίπτωσή μας.

ε. Τέλος, πιέζοντας στο εργαλείο ***Εμφάνιση, απόκρυψη ή δημιουργία εργαλείων βαθμονόμησης*** ( ) στη γραμμή εργαλείων του Tracker, μπορείτε να αποκρύψετε τη ράβδο βαθμονόμησης που μόλις δημιουργήσατε.

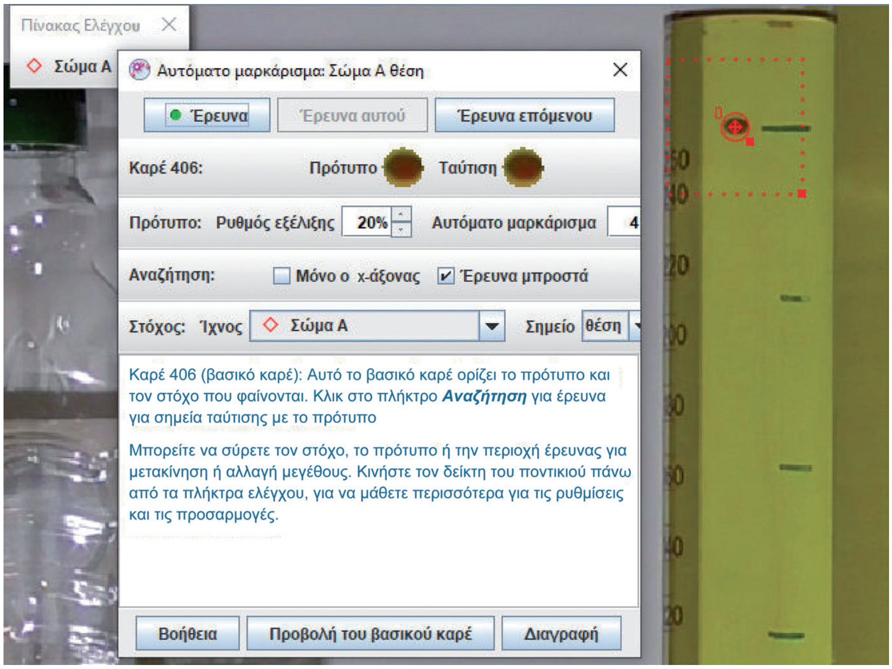
Βήμα 3ο: Ιχνηλασία

α. Μέσω του μενού ***Τροχιές*** ή του εργαλείου ***Τροχιά*** και επιλέγοντας ***Νέο / Υλικό σημείο*** δημιουργούμε ένα υλικό σημείο (με το εξ ορισμού όνομα **Σώμα Α**), με τη βοήθεια του οποίου θα ιχνηλατήσουμε την κίνηση της σταγόνας του Lugol.

β. Η ιχνηλασία μπορεί να γίνει αυτόματα ή χειροκίνητα.

Αυτόματη ιχνηλασία

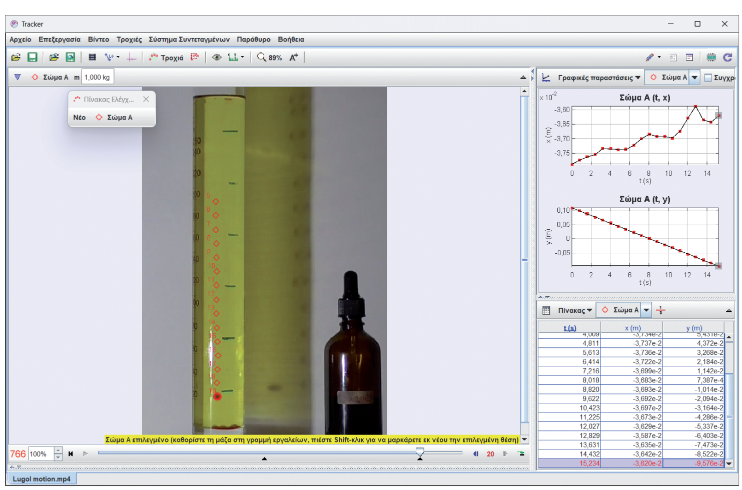
Κρατώντας πατημένα τα πλήκτρα ***Ctrl*** και ***Shift*** κάντε κλικ, (πιέζοντας το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού), στο κέντρο της σταγόνας Lugol, στο πρώτο καρέ του βίντεο κλιπ που αναλύετε. Με τη διαδικασία αυτή, στο πρώτο καρέ του βίντεο κλιπ σημειώνεται με έναν σταυρό το **ίχνος** του υλικού σημείου που δημιουργήσατε. Το ίχνος περιβάλλεται από έναν κύκλο με συμπαγή γραμμή περιφέρειας που καθορίζει το **πρότυπο ταύτισης**, δηλαδή το σύνολο των pixels που το λογισμικό θα αναζητήσει στα επόμενα καρέ του βίντεο κλιπ.



Εικόνα 6 Αυτόματη ιχνηλασία

Με διακεκομμένη γραμμή ορίζεται η **περιοχή έρευνας**, ένα τετράγωνο που αντιστοιχεί στην περιοχή στην οποία θα αναζητηθεί το πρότυπο ταύτισης στο επόμενο καρέ. Τόσο ο συμπαγής κύκλος όσο και το στικτό τετράγωνο διαθέτουν από μία λαβή χειρισμού (μικρό συμπαγές τετράγωνο), με το οποίο μπορούν να αλλάξουν τόσο το σχήμα τους όσο και οι διαστάσεις τους. Χρησιμοποιώντας τη λαβή του προτύπου ταύτισης μεταβάλλετε το μέγεθός του, ώστε να περιλαμβάνει ολόκληρη τη σταγόνα Lugol (**Εικόνα 6**). Με την ίδια διαδικασία μεταβάλλετε το σχήμα της περιοχής έρευνας σε παραλληλόγραμμο με τη μεγάλη του πλευρά κατά μήκος της κίνησης της σταγόνας.

Κάνοντας κλικ στο κουμπί ***Έρευνα*** στο παράθυρο ***Αυτόματο μαρκάρισμα*** που έχει ανοίξει (**Εικόνα 6**), το Tracker σημειώνει αυτόματα το ίχνος της σταγόνας Lugol και στα επόμενα καρέ του βίντεο κλιπ.



Εικόνα 7 Αποτελέσματα της αυτόματης ιχνηλασίας του βίντεο κλιπ

Με το τέλος της διαδικασίας το Tracker έχει συμπληρώσει τον σχετικό πίνακα τιμών και έχει σχεδιάσει τις γραφικές παραστάσεις θέσης-χρόνου, από τις οποίες μας ενδιαφέρει εδώ μόνο η $y = f(t)$ (**Εικόνα 7**).

Χειροκίνητη ιχνηλασία

Στις περισσότερες περιπτώσεις η αυτόματη ιχνηλασία δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα. Ωστόσο, ακόμη και για εκπαιδευτικούς σκοπούς είναι προτιμότερη η χειροκίνητη ιχνηλασία η οποία υλοποιείται ως εξής:

I. Με τα πλήκτρα χειρισμού του βίντεο κλιπ μεταφερόμαστε στο πρώτο καρέ (**Εικόνα 8**).

Εικόνα 8 Έναρξη χειροκίνητης ιχνηλασίας

II. Κρατώντας πατημένο το πλήκτρο ***Shift***, οπότε ο δρομέας μετατρέπεται σε τετράγωνο με σταυρόνημα, κάνουμε κλικ στο κέντρο της σταγόνας Lugol στο πρώτο καρέ ή σε οποιοδήποτε άλλο χαρακτηριστικό της σημείο (π.χ. στο κατώτερο σημείο της περιφέρειάς της). Το ίχνος του υλικού σημείου σημειώνεται στο καρέ αυτό και γίνεται αυτόματη προώθηση στο επόμενο καρέ.

III. Επαναλαμβάνουμε το δεύτερο βήμα μέχρι και το τελευταίο καρέ.

Σε οποιαδήποτε περίπτωση θεωρήσετε πως σε κάποιο καρέ δεν έχει σημειωθεί καλά το ίχνος του υλικού σημείου, μπορείτε με τη διαδικασία «συγκράτηση και σύρσιμο ποντικιού» να το μετακινήσετε σε αυτό το καρέ και να το τοποθετήσετε στη θέση που κατά τη γνώμη σας είναι καλύτερη. Μπορείτε να πραγματοποιήσετε τέτοιες διορθώσεις, ανεξάρτητα αν έχετε επιλέξει την αυτόματη ή τη χειροκίνητη ιχνηλασία.

Πρόσθετες δυνατότητες

α. Με το πλήκτρο ***Γραφικές παραστάσεις*** της περιοχής γραφικών παραστάσεων μπορείτε να αλλάξετε τον αριθμό των εμφανιζόμενων γραφικών παραστάσεων σε 1, 2 ή 3. Μπορείτε επίσης να αλλάξετε τη γραφική παράσταση που σχεδιάζει το Tracker, κάνοντας κλικ στην ετικέτα του κατακόρυφου άξονα της γραφικής παράστασης και επιλέγοντας από το αναδυόμενο μενού το μέγεθος που επιθυμείτε. Το ίδιο μπορεί να γίνει και για το μέγεθος του οριζόντιου άξονα.

β. Το Tracker δημιουργεί εξ ορισμού ένα σύστημα αξόνων (**Εικόνα 9**) που έχει την αρχή του στο κέντρο των καρέ και τους δύο άξονες παραλληλισμένους με τις δύο κάθετες πλευρές των καρέ. Μπορείτε να εμφανίσετε ή να αποκρύψετε το σύστημα αξόνων που το Tracker δημιουργεί εξ ορισμού, κάνοντας κλικ στο εργαλείο ***Εμφάνιση ή απόκρυψη των αξόνων των συντεταγμένων*** ( ). Με κλικ στην αρχή των αξόνων εμφανίζεται μια τετράγωνη λαβή συγκράτησης, μέσω της οποίας και με τη διαδικασία «συγκράτηση και σύρσιμο» του ποντικιού μπορείτε να μεταφέρετε την αρχή των αξόνων σε οποιοδήποτε σημείο επιθυμείτε. Αντίστοιχη λαβή συγκράτησης εμφανίζεται και πάνω στον Ox-ημιάξονα, (η θέση του οποίου σημαίνεται με μικρή κάθετη γραμμή πάνω του). Με αυτήν τη λαβή μπορείτε να περιστρέψετε το σύστημα των αξόνων γύρω από την αρχή του.

Εικόνα 9 Το εξ ορισμού σύστημα αξόνων

γ. Με κλικ στο εργαλείο ***Έλεγχος εμφάνισης τροχιών*** ( ) και επιλέγοντας ***Σειρά ιχνών*** μπορείτε να αλλάξετε το πλήθος των ιχνών που θα εμφανίζονται στην οθόνη από κανένα μέχρι όλα.

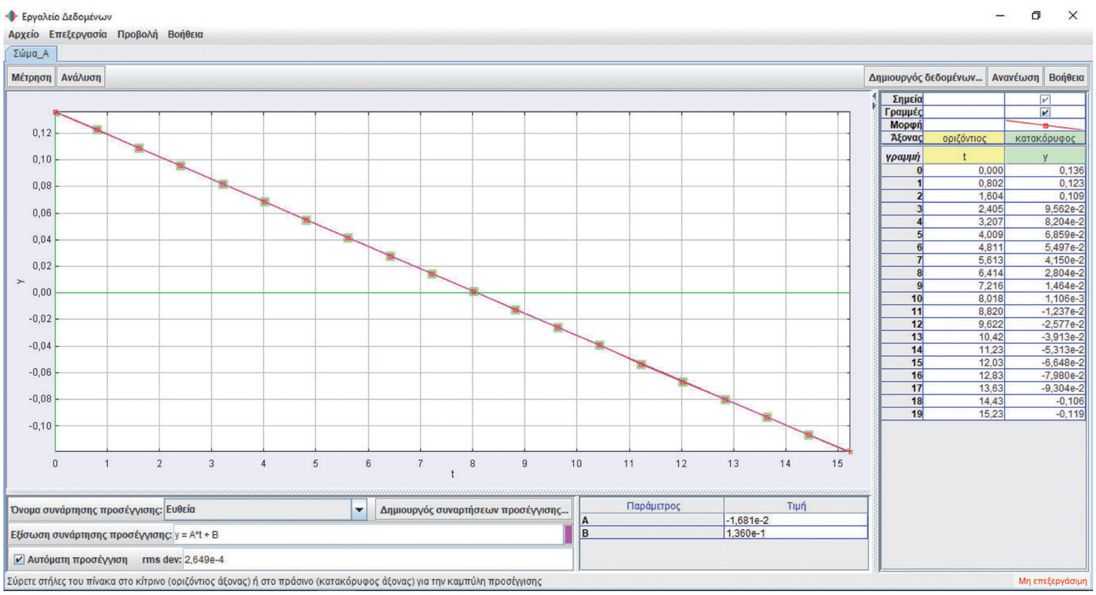
Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω δυνατότητες:

I. Να εμφανίσετε στην περιοχή γραφικών παραστάσεων μόνο μία γραφική παράσταση, την $y = \mathrm{f}(t)$.

II. Να μεταφέρετε την αρχή των αξόνων πάνω στο ίχνος του υλικού σημείου Α στο πρώτο καρέ του βίντεο κλιπ.

Ανάλυση δεδομένων

Με διπλό κλικ πάνω στη γραφική παράσταση $y = \mathrm{f}(t)$, στο κεντρικό παράθυρο του Tracker, ανοίγει το παράθυρο ***Εργαλείο δεδομένων*** που διαθέτει πολλές δυνατότητες ανάλυσης των πειραματικών δεδομένων, όπως για παράδειγμα τον σχεδιασμό της καλύτερης ευθείας προσαρμογής στα πειραματικά δεδομένα, που θα χρησιμοποιήσετε τώρα.



Εικόνα 10 Το Εργαλείο δεδομένων του Tracker

Κάνοντας κλικ στο κουμπί ***Ανάλυση*** του ***Εργαλείου δεδομένων*** στο μενού που αναδύεται, επιλέξτε ***Καμπύλες προσέγγισης / Ευθεία***. Το λογισμικό ανταποκρίνεται σχεδιάζοντας την καλύτερη ευθεία προσέγγισης και προσδιορίζει ταυτόχρονα την κλίση της και τον σταθερό της όρο, οι τιμές των οποίων εμφανίζονται στο κατώτερο τμήμα του παραθύρου.

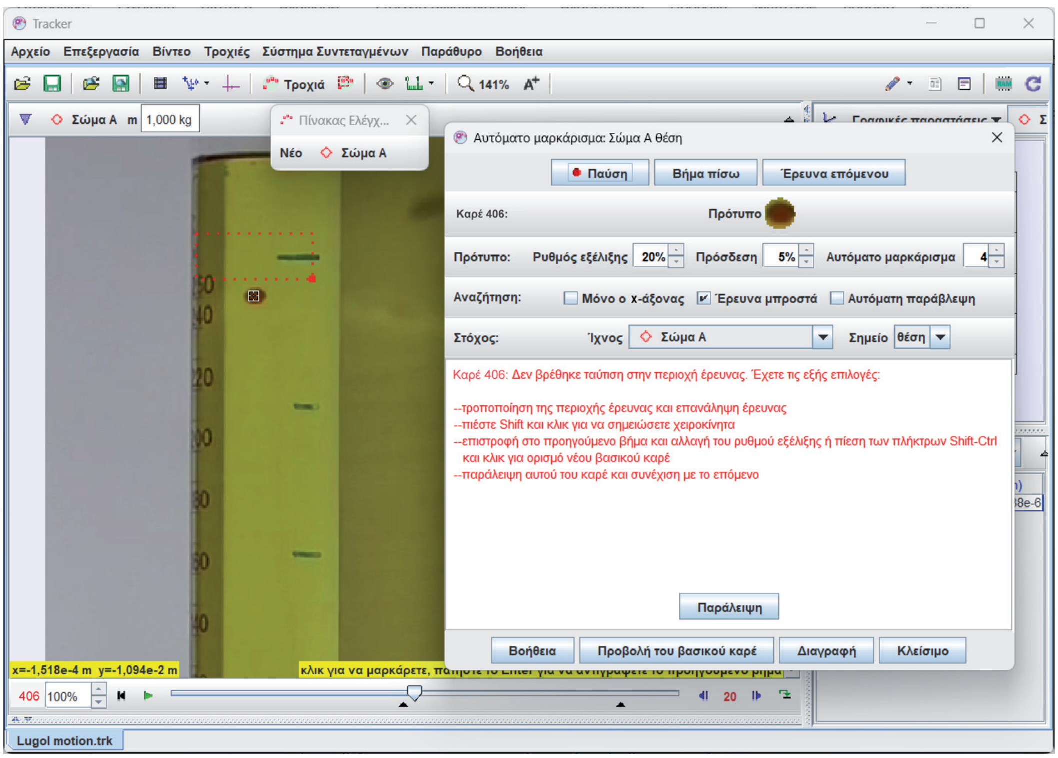
Να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα που αφορούν στην κίνηση της σταγόνας Lugol:

1. Με ποιον τρόπο τα πειραματικά δεδομένα για το τμήμα της κίνησης που αναλύσατε μπορούν να επιβεβαιώσουν πως η κίνηση της σταγόνας μέσα στο αραβοσιτέλαιο είναι ομαλή;
2. Πόση είναι η σταθερή ταχύτητα της κίνησης της σταγόνας και πώς υπολογίζεται από τη γραφική παράσταση $y = \mathrm{f}(t)$;

Παρατηρήσεις για την αυτόματη ιχνηλασία

Η αυτόματη ιχνηλασία μπορεί να αποτύχει σε ένα ή περισσότερα καρέ για δύο λόγους:

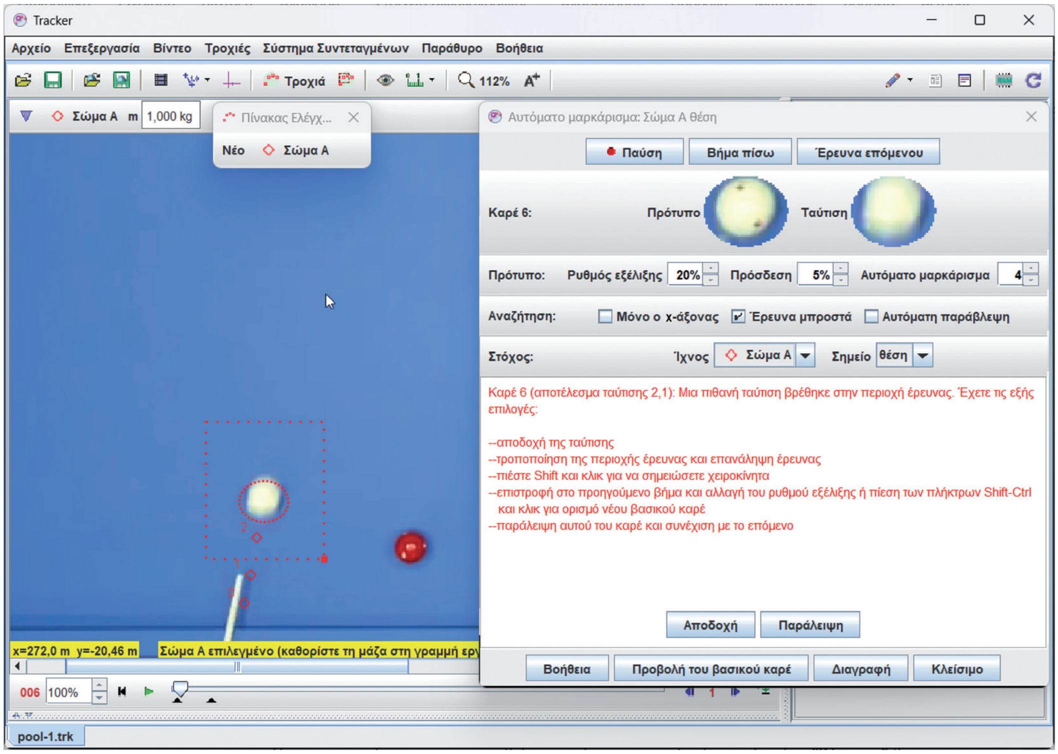
1. Το λογισμικό δεν μπορεί να εντοπίσει το πρότυπο ταύτισης στο καρέ αυτό. Αν και υπάρχουν διάφοροι τρόποι να αντιμετωπιστεί αυτό το πρόβλημα, συνήθως σημειώνουμε το ίχνος χειροκίνητα. Τοποθετούμε τον δρομέα του ποντικιού στη θέση που θέλουμε να σημειώσουμε το ίχνος του υλικού σημείου και σημειώνουμε τη θέση με τον συνδυασμό ***Shift* +** κλικ, (κρατώντας δηλαδή πατημένο το πλήκτρο ***Shift*** και πιέζοντας το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού).



Εικόνα 11 Αποτυχία της αυτόματης αναζήτησης. Η περιοχή έρευνας δεν περιλαμβάνει τη θέση του υλικού σημείου, δηλαδή το κέντρο της σταγόνας στο επόμενο καρέ.

Πιθανότατα η αδυναμία εντοπισμού του προτύπου ταύτισης να οφείλεται σε κακή επιλογή του μεγέθους και του σχήματος της περιοχής έρευνας (**Εικόνα 11**). Αν διαπιστωθεί αυτό το πρόβλημα, τότε η καλύτερη λύση θα είναι η αναρρύθμιση της περιοχής έρευνας και ίσως και του προτύπου ταύτισης.

2. Το λογισμικό εντοπίζει μια περιοχή που μοιάζει, όχι όμως ικανοποιητικά, με το πρότυπο ταύτισης (μικρό ποσοστό ταύτισης). Στην περίπτωση αυτήν (**Εικόνα 12**), μπορούμε είτε να αποδεχτούμε την προτεινόμενη θέση του ίχνους του υλικού σημείου είτε να σημειώσουμε χειροκίνητα το ίχνος του στο καρέ αυτό.



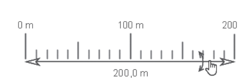
Εικόνα 12 Αποτυχία της αυτόματης ιχνηλασίας. Το πρότυπο ταύτισης μεταβάλλεται πολύ γρήγορα από καρέ σε καρέ.

Κύριο ρόλο στην επιτυχία ή την αποτυχία της αυτόματης ιχνηλασίας έχει η ορθή επιλογή του προτύπου ταύτισης στο πρώτο καρέ του βίντεο κλιπ. Θα πρέπει να είναι μια μικρή περιοχή του κινούμενου αντικειμένου με καλή αντίθεση σε σχέση με το περιβάλλον της. Αν το κινούμενο αντικείμενο είναι πολύ μικρό (όπως η σταγόνα του παραδείγματος), το πρότυπο ταύτισης μπορεί να περιλαμβάνει ολόκληρο το αντικείμενο. Πειραματιζόμενοι μπορείτε να βρείτε την ανά περίπτωση καλύτερη επιλογή.

Σύντομη παρουσίαση των οργάνων μέτρησης του Tracker

1. Χάρακας

Χρησιμεύει για τη μέτρηση της απόστασης μεταξύ δύο σημείων, καθώς και της γωνίας που σχηματίζει το ευθύγραμμο τμήμα τους με τον x-άξονα. Ο χάρακας (**Εικόνα 13**) έχει τη μορφή διπλού βέλους με ενσωματωμένη κλίμακα αποστάσεων, ενώ η μετρούμενη απόσταση εμφανίζεται σε πλαίσιο κειμένου στο κέντρο του χάρακα, αλλά στη γραμμή ιδιοτήτων και στον πίνακα τιμών του.



Εικόνα 13 Εικονικός χάρακας του Tracker

Η εμφάνιση της κλίμακας μπορεί να απενεργοποιηθεί, καταργώντας την επιλογή του πλαισίου ***Χάρακας*** (**Εικόνα 14**) στη γραμμή ιδιοτήτων ενεργού τροχιάς.

Εικόνα 14 Η γραμμή ιδιοτήτων για την τροχιά *Χάρακας*

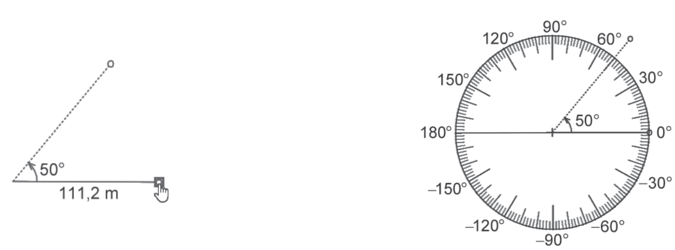
Για την τοποθέτηση των άκρων του χάρακα στα επιθυμητά σημεία και την ευκολία μετακίνησής του ο χάρακας διαθέτει πέντε (5) λαβές συγκράτησης:

- Δύο στα δύο άκρα του, μία στο καθένα, που χρησιμεύουν για την ελεύθερη μετακίνηση κάθε άκρου στο επιθυμητό σημείο.
- Μία στο κεντρικό τμήμα του χάρακα, που χρησιμεύει για τη μετακίνηση ολόκληρου του χάρακα παράλληλα προς αυτόν.
- Δύο κοντά στα άκρα του, μία στο καθένα, που χρησιμεύουν για την περιστροφή του χάρακα γύρω από το απέναντι άκρο (**Εικόνα 13**).

Όλες οι λαβές λειτουργούν με τη διαδικασία «συγκράτηση και σύρσιμο» του ποντικιού.

2. Μοιρογνωμόνιο

Χρησιμεύει για τη μέτρηση γωνιών. Έχει μια γραμμή βάσης (συμπαγής), έναν μετρητικό βραχίονα (διακεκομμένη γραμμή) που τέμνονται στην κορυφή του μοιρογνωμονίου, ένα τόξο και ένα πλαίσιο κειμένου για την ένδειξη γωνίας που εμφανίζεται σε μοίρες ή σε ακτίνια (**Εικόνα 15**). Ένας πλήρης γωνιομετρικός κύκλος με το κέντρο του στην κορυφή του μοιρογνωμονίου (**Εικόνα 15**) σχεδιάζεται επίσης από προεπιλογή. Για να αποκρύψετε τον γωνιομετρικό κύκλο, καταργήστε την επιλογή του πλαισίου ***Χάρακας*** στη γραμμή ιδιοτήτων τροχιάς. Η διάμετρος του γωνιομετρικού κύκλου καθορίζεται από το μήκος της γραμμής βάσης.



Εικόνα 15 Το εικονικό εργαλείο *μοιρογνωμόνιο* χωρίς και με τον γωνιομετρικό κύκλο

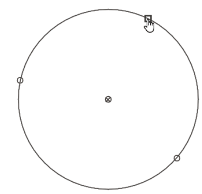
Για την τοποθέτηση του μοιρογνωμονίου στην επιθυμητή θέση και την ευκολία μετακίνησής του το μοιρογνωμόνιο διαθέτει τέσσερις (4) λαβές συγκράτησης:

- Μία στην κορυφή του μοιρογνωμονίου, για την ακριβή τοποθέτησή της στην κορυφή της γωνίας που θέλουμε να μετρήσουμε.
- Μία στο κεντρικό τμήμα της γραμμής βάσης, που χρησιμεύει για τη μετακίνηση ολόκληρου του μοιρογνωμονίου παράλληλα προς αυτό.
- Μία στο άκρο της γραμμής βάσης, που χρησιμεύει για την τοποθέτησή της στη μια πλευρά τής υπό μέτρηση γωνίας, αλλά και για τη μεταβολή της διαμέτρου και την περιστροφή του γωνιομετρικού κύκλου.
- Μία στο άκρο του μετρητικού βραχίονα, για την τοποθέτησή του στην άλλη πλευρά τής υπό μέτρηση γωνίας.

Τοποθετώντας τον δείκτη του ποντικιού πάνω στη γραμμή βάσης ή στον μετρητικό βραχίονα εμφανίζεται πλαίσιο κειμένου στο οποίο αναγράφεται το μήκος της αντίστοιχης γραμμής (**Εικόνα 15**). Αυτές οι τιμές όπως και η τιμή της μετρούμενης γωνίας εμφανίζονται στη γραμμή ιδιοτήτων της τροχιάς, καθώς και στον πίνακα τιμών της (χωρίς προεπιλογή).

3. Προσαρμογέας κύκλου (Εικόνα 16)

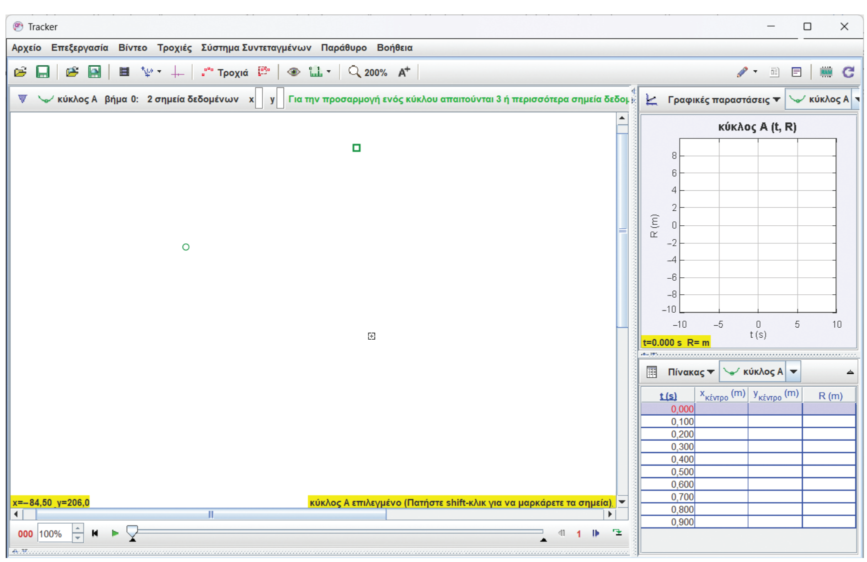
Χρησιμεύει για τον προσδιορισμό των στοιχείων (συντεταγμένες κέντρου και ακτίνα) και τον σχεδιασμό του κύκλου που διέρχεται από τρία σημεία. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και περισσότερα σημεία, αλλά τότε προσδιορίζεται κύκλος που προσαρμόζεται καλύτερα στα σημεία αυτά. Τα στοιχεία του κύκλου που προσδιορίζει το Tracker εμφανίζονται στη γραμμή ιδιοτήτων και στον πίνακα τιμών της τροχιάς.



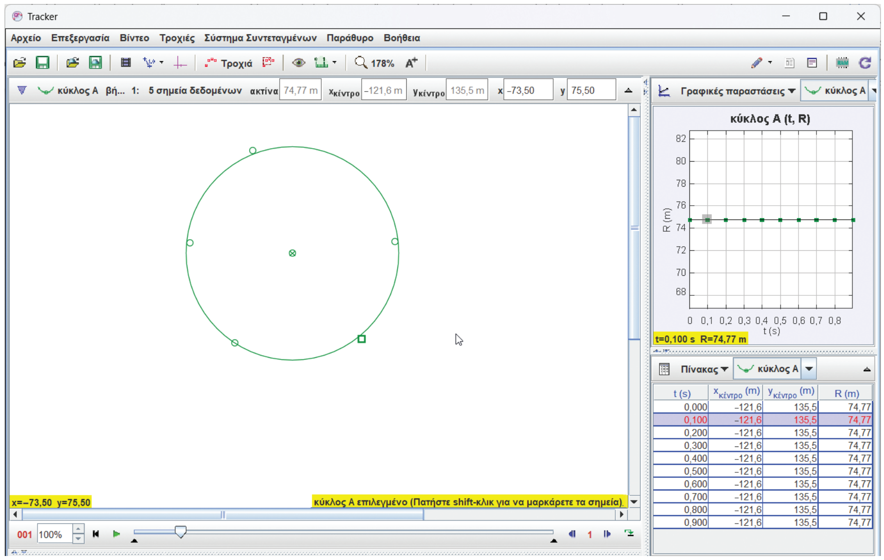
Εικόνα 16 Προσαρμογέας κύκλου

Μόλις επιλέξουμε τη δημιουργία ενός προσαρμογέα κύκλου, το Tracker ανταποκρίνεται με μήνυμα στη γραμμή ιδιοτήτων τροχιάς, ζητώντας να σημειωθούν τουλάχιστον τρία σημεία σε ένα ή και σε περισσότερα καρέ του βίντεο κλιπ. Για τον σκοπό αυτόν πιέζουμε και κρατάμε πατημένο το πλήκτρο ***Shift***. Τότε ο δρομέας μετατρέπεται σε μικρό τετράγωνο με σταυρόνημα (**Εικόνα 17**). Μετακινώντας τον δρομέα τον τοποθετούμε στο επιθυμητό σημείο το οποίο και σημειώνουμε με κλικ του ποντικιού. Με την ίδια διαδικασία σημειώνουμε ακόμη δύο σημεία στο ίδιο ή σε διαφορετικό καρέ. Αφού σημειωθεί και το τρίτο σημείο, το Tracker σχεδιάζει τον κύκλο που διέρχεται από τα τρία αυτά σημεία και προσδιορίζει τα στοιχεία του. Με τη διαδικασία Shift + κλικ μπορούμε στη συνέχεια να σημειώσουμε και άλλα σημεία που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την καλύτερη προσαρμογή του κύκλου στο αντίστοιχο σχήμα στον πραγματικό κόσμο (**Εικόνα 18**). Επιπλέον με τη διαδικασία «συγκράτηση και σύρσιμο» οποιοδήποτε σημείο μπορεί να μετακινηθεί σε κάποια διαφορετική θέση, εφόσον κριθεί απαραίτητο.

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό του προσαρμογέα κύκλου αλλά και των άλλων εργαλείων μέτρησης είναι η διαδικασία «επικόλληση άκρων», που ενεργοποιείται μέσω του εργαλείου ***Ορισμός ιδιοτήτων τροχιάς*** και επιτρέπει την επικόλληση κάποιου σημείου του εργαλείου σε κάποιο υλικό σημείο που έχουμε ορίσει για ιχνηλασία.



Εικόνα 17 Σημείωση σημείων για τον προσαρμογέα κύκλου



Εικόνα 18 Ο καλύτερος κύκλος που προσαρμόζεται σε 5 επιλεγμένα σημεία

Όλα τα εργαλεία μέτρησης μπορούν να δημιουργηθούν στο Tracker επιλέγοντάς τα με δύο τρόπους:

I. Μέσω του μενού «Τροχιές / Νέο / Εργαλεία μέτρησης».

II. Μέσω του εργαλείου «Εμφάνιση, απόκρυψη ή δημιουργία εργαλείων μέτρησης» με το εικονίδιο () της γραμμής εργαλείων.

Το εργαλείο ***Εμφάνιση, απόκρυψη ή δημιουργία εργαλείων μέτρησης***, όπως υποδηλώνει και το όνομά του, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απόκρυψη ή επανεμφάνιση ενός εργαλείου μέτρησης.

Συγγραφείς:	**Αθανάσιος Βελέντζας**, Φυσικός, Δρ. ΕΚΠΑ, ΕΔΙΠ – ΕΜΠ **Ευστράτιος Καπότης**, Φυσικός, Δρ. ΕΚΠΑ **Αλέξανδρος Π. Κατέρης**, Σύμβουλος Εκπαίδευσης, Δρ ΕΚΠΑ **Βασίλειος Νούσης**, Φυσικός, Υπ. ΕΚΦΕ Θεσπρωτίας **Αργύριος Πάσχος**, Διευθυντής Λυκείου, Δρ. ΕΚΠΑ **Γεώργιος Πολυζώης**, Διευθυντής Λυκείου, Δρ. Πανεπιστημίου Ιωαννίνων **Παύλος Γ. Τζαμαλής**, ΕΔΙΠ, Εργαστήριο Φυσικής, Τμήμα Βιοτεχνολογίας, ΓΠΑ
Ημερομηνία Δημιουργίας:	18/05/2025
Έκδοση:	v1.0

Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού
ΙΕΠ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2021-2027
Πρόγραμμα Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή