

Συνεργατικό φύλλο εργασίας: Λύση εξίσωσης με αλγεβρικά πλακίδια και άλλες μεθόδους

Τμήμα: _____

Ονοματεπώνυμο μαθητή 1: _____

Ονοματεπώνυμο μαθητή 2: _____

Ημερομηνία: _____

Εισαγωγή

Στην παρούσα συνεργατική δραστηριότητα, θα εξερευνήσετε τη λύση εξισώσεων της μορφής $ax+b=γx+δ$ χρησιμοποιώντας αλγεβρικά πλακίδια και την εφαρμογή GeoGebra. Οι πράξεις γίνονται με τρόπο που θυμίζει παιχνίδι ισορροπίας ανάμεσα στις δύο πλευρές. Κάθε βήμα συνοδεύεται από αλλαγές στα πλακίδια και στην αλγεβρική μορφή της εξίσωσης. Η εργασία σας θα βασιστεί στο μοντέλο: **Σκέφτομαι, συνεργάζομαι, μοιράζομαι**.

Αυτός ο τρόπος μάθησης θα σας βοηθήσει:

α) Να σκεφτείτε μόνοι σας πρώτα (Σκέφτομαι).

β) Να συζητήσετε με το ζευγάρι σας (Συνεργάζομαι).

γ) Και στο τέλος να μοιραστείτε τις ιδέες σας με την τάξη (Μοιράζομαι).

Μέρος 1ο: Επίλυση εξίσωσης με αλγεβρικά πλακίδια

Σε αυτό το μέρος, θα παρατηρήσετε την εφαρμογή και θα επιλύσετε εξισώσεις χρησιμοποιώντας τα αλγεβρικά πλακίδια.

α) (Σκέφτομαι) Να παρατηρήσετε ποιες ποσότητες παριστάνονται με τα πράσινα, τα κίτρινα και τα κόκκινα/μπλε πλακίδια στην εξίσωση.

β) (Συνεργάζομαι) Να εξετάσετε ποια βήματα εφαρμόζονται ώστε να απομονωθεί το x στην εξίσωση $2x+(-5)=-1x+4$.

γ) (Συνεργάζομαι) Να βρείτε ποια είναι η σημασία της προσθαφαίρεσης "ίδιων πλακιδίων" στις δύο πλευρές και πώς αυτή η διαδικασία βοηθά στην επίλυση της εξίσωσης.

δ) (Σκέφτομαι) Να εξετάσετε πώς μπορείτε να επιβεβαιώσετε ότι η τελική τιμή του x είναι σωστή.

ε) (Μοιράζομαι) Να συζητήσετε και να περιγράψετε τι παρατηρείτε όταν μεταβάλλετε τις παραμέτρους της εξίσωσης στην εφαρμογή GeoGebra. Πώς επηρεάζονται τα βήματα και η τελική λύση;

Μέρος 2ο: Μαθαίνουμε να λύνουμε εξισώσεις με διαφορετικούς τρόπους

Στη δραστηριότητα αυτή θα δουλέψουμε με έναν διαφορετικό και συνεργατικό τρόπο, που λέγεται «Παζλ ειδικών» (Jigsaw). Είναι μια μέθοδος μάθησης η οποία μας βοηθά να καταλάβουμε καλύτερα μια μαθηματική έννοια, δουλεύοντας σε ομάδες. Οι μαθητές χρησιμοποιούν το τετράδιό τους και τα χειραπτικά υλικά που απαιτεί καθεμία από τις διαφορετικές μεθόδους.

Πώς λειτουργεί:

1. Υποθέτουμε ότι η τάξη έχει 25 μαθητές και μαθήτριες. Χωριζόμαστε σε πενταμελείς ομάδες βάσης.
2. Κάθε μέλος καθεμιάς από τις ομάδες βάσης αναλαμβάνει να μελετήσει έναν διαφορετικό τρόπο επίλυσης της ίδιας εξίσωσης.
3. Όλοι οι μαθητές που έχουν τον ίδιο τρόπο μαζεύονται στην «Ομάδα ειδικών» για να τον μελετήσουν καλά.
4. Μετά, επιστρέφουν στην αρχική τους ομάδα και διδάσκουν στους άλλους αυτό που έμαθαν.
5. Στο τέλος, κάθε ομάδα έχει γνωρίσει και τους πέντε τρόπους επίλυσης!

Έτσι, συνεργαζόμαστε, μαθαίνουμε ο ένας από τον άλλο και καταλαβαίνουμε την εξίσωση σε βάθος. Η εξίσωση που θα δουλέψουμε πρώτα είναι:

$$2x + 3 = x + 7$$

Κάθε μέλος της ομάδας αναλαμβάνει έναν από τους παρακάτω πέντε τρόπους για να λύσει την εξίσωση.

1. Με δοκιμές (συστηματικές ή όχι)

Δοκιμάζουμε διάφορες τιμές για το x μέχρι να πετύχουμε σωστή ισότητα. Βρίσκουμε ότι όταν $x = 4$, η εξίσωση είναι σωστή.

2. Μέθοδος με ράβδους ή ορθογώνια

Αντί να λύσουμε κατευθείαν την εξίσωση, την **αναπαριστούμε με σχήματα**. Χρησιμοποιούμε ράβδους ίδιου μήκους για το x και άλλες για τους αριθμούς.

Στο πρώτο σχήμα έχουμε μια ράβδο μήκους x και μία μήκους 7 , άρα συνολικά: $x + 7$.

Στο δεύτερο σχήμα έχουμε δύο ράβδους x και μία 3 , δηλαδή: $2x + 3$.

Τα μήκη $x + 7$ και $2x + 3$ είναι ίσα και η εξίσωση $x + 7 = 2x + 3$ παριστάνεται με την ισότητα των δύο ράβδων:



Με απλές σκέψεις (ή με αφαίρεση ίδιων τμημάτων), βρίσκουμε:

$$7 = x + 3$$

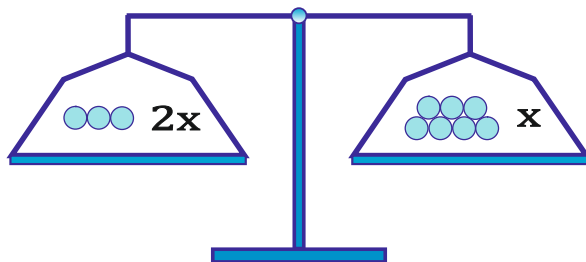
Η οπτική αυτή μέθοδος μάς βοηθά να κατανοήσουμε τι σημαίνει «εξίσωση» ως ισότητα δύο συνολικών μηκών.

Με απλές κινήσεις καταλήγουμε ότι $x = 4$.

3. Μοντέλο ζυγαριάς

Η εξίσωση είναι: $2x + 3 = x + 7$

Φανταζόμαστε την εξίσωση σαν μια ζυγαριά.



Αφαιρούμε τους ίδιους όρους και από τις δύο πλευρές διατηρώντας την ισορροπία.

Η λύση είναι $x = 4$.

4. Αλγεβρικά πλακίδια

Χρησιμοποιούμε πλακίδια (π.χ. χρωματιστά χαρτάκια ή τουβλάκια) για να δείξουμε το x και τους αριθμούς. Θα εκθέσουμε αναλυτικά τη λύση της εξίσωσης $2x+3=x+7$ με τη μέθοδο των αλγεβρικών πλακιδίων.

Ξεκινάμε παρουσιάζοντας τα αλγεβρικά πλακίδια που χρειάζονται στη λύση της εξίσωσης 1ου βαθμού:

- Τα πλακίδια x και $-x$ συμβολίζουν μεταβλητές, ενώ τα αριθμητικά πλακίδια αντιπροσωπεύουν τους σταθερούς αριθμούς 1 και -1 .

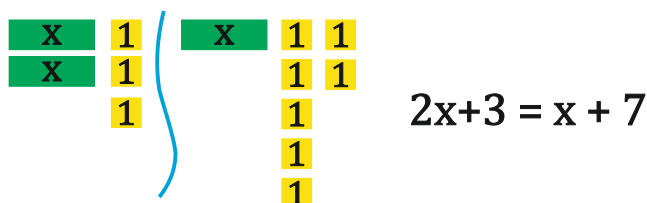


- Εξηγούμε ότι οι εξισώσεις είναι σαν "ζυγαριές" που πρέπει να ισορροπούν.

Παρατηρούμε και σκεφτόμαστε τις απαντήσεις στα ερωτήματα:

- Τι σημαίνει ότι τα δύο μέλη είναι ίσα; Μπορούμε να το δούμε σαν κάτι φυσικό, όπως μια ζυγαριά με τους δίσκους της;
- Πώς μπορούμε να μετατρέψουμε μια εξίσωση ώστε να 'ζυγίζει' σωστά χωρίς να χαλάσει η ισορροπία;

Θα παραστήσουμε την εξίσωση $2x+3=x+7$ με πλακίδια. Τοποθετούμε 2 πλακίδια x και 3 αριθμητικά πλακίδια στο αριστερό μέλος και 1 πλακίδιο x και 7 αριθμητικά πλακίδια στο δεξιό μέλος:



Αναρωτιόμαστε:

- Ποια πλευρά έχει περισσότερα πλακίδια x ;
- Τι μπορούμε να κάνουμε για να έχουμε πλακίδια μόνο στο ένα μέλος;

Προσθέτουμε ένα κόκκινο αλγεβρικό πλακίδιο $-x$ σε κάθε πλευρά για να έχουμε όρους με x μόνο στο πρώτο μέλος. Αφαιρούμε τα ζεύγη πλακιδίων που ισοδυναμούν με μηδέν (0).

$$2x - x + 3 = x - x + 7$$

Η εξίσωση μετασχηματίζεται σε $x + 3 = 7$.

$$x + 3 = 7$$

Αναλογιζόμαστε:

- Τώρα πώς θα απομονώσουμε το x ; Τι πρέπει να κάνουμε με τα αριθμητικά πλακίδια;

Προσθέτουμε τρία κόκκινα αλγεβρικά πλακίδια με -1 σε κάθε πλευρά για να έχουμε σταθερούς όρους μόνο στο δεύτερο μέλος. Αφαιρούμε τις τριάδες πλακιδίων που ισοδυναμούν με μηδέν (0).

$$x + 3 - 3 = 7 - 3$$

Ένα αλγεβρικό πλακίδιο x είναι ίσο με 4.

$$x = 4$$

Βλέπουμε οπτικά τη λύση, καταλήγοντας στο $x=4$ και επιβεβαιώνουμε την ορθότητα της λύσης με την εικονιστική αναπαράσταση.

5. Τυπική αλγεβρική λύση

Χρησιμοποιούμε πράξεις με αριθμούς και μεταφορά όρων:

$$2x + 3 = x + 7$$

$$\text{ή } 2x - x = 7 - 3$$

$$\text{ή } x = 4$$

Τι θα κάνουμε στην τάξη

1. Πρώτα μελετούμε τον δικό μας τρόπο σε ομάδα ειδικών και λύνουμε παραδείγματα.
2. Ύστερα επιστρέφουμε στην ομάδα βάσης και εξηγούμε τον τρόπο μας στους άλλους.
3. Στο τέλος, θα συγκρίνουμε όλους τους τρόπους και σκεφτόμαστε πότε είναι χρήσιμος ο καθένας.

Συμπεράσματα

- Όλοι οι τρόποι οδηγούν στην ίδια λύση: $x = 4$.
- Ο καθένας έχει τα δικά του πλεονεκτήματα.

- Μπορεί ο καθένας να επιλέξει τον τρόπο που τον βοηθά περισσότερο, ανάλογα με την άσκηση και τον τρόπο σκέψης του.

Ερωτήσεις για να σκεφτούμε

- Ποιος τρόπος μας φάνηκε πιο κατανοητός και γιατί;
- Ποιος ήταν πιο γρήγορος;
- Πότε θα προτιμούσαμε έναν οπτικό τρόπο (π.χ. ράβδοι, ζυγαριά, πλακίδια);
- Πώς μας βοήθησε αυτή η δραστηριότητα να καταλάβουμε καλύτερα τις εξισώσεις;

Σημείωση

Για να θυμηθείς τους 5 τρόπους, μπορείς να συμβουλευτείς το σχολικό βιβλίο, στην αντίστοιχη ενότητα του κεφαλαίου.

Δραστηριότητα για εξάσκηση:

Να λύσετε τις εξισώσεις με 5 διαφορετικούς τρόπους:

α) $3x + 2 = x + 8$ **β)** $2x + 5 = 4x + 1$