ΦΥΣΙΚΗ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ – ΛΥΣΕΙΣ

1ο Κεφάλαιο

1.1: Η έννοια της δύναμης – Ερωτήσεις

1.1.1 Ναι, μια δύναμη μπορεί να προκαλεί και παραμόρφωση και να αλλάζει την κινητική κατάσταση. 1ο παράδειγμα είναι η κλωτσιά σε μπάλα ποδοσφαίρου: Η δύναμη από την κλωτσιά προκαλεί κίνηση της μπάλας (αλλαγή κινητικής κατάστασης) και ταυτόχρονα παραμορφώνει προσωρινά την επιφάνειά της. 2ο παράδειγμα το τράβηγμα του ελατηρίου: Όταν ασκείται δύναμη στο ελατήριο, το ελατήριο παραμορφώνεται (τεντώνεται ή συμπιέζεται) και μπορεί να αρχίσει να κινείται, αν ήταν αρχικά ακίνητο. 3ο παράδειγμα η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων: Σε μια σύγκρουση, οι δυνάμεις που ασκούνται προκαλούν παραμόρφωση στα αμάξια και ταυτόχρονα αλλάζουν την κινητική τους κατάσταση (επιβράδυνση ή αλλαγή κατεύθυνσης).

1.1.2 **Ελατήρια σε στρώματα και καναπέδες:** Τα ελατήρια αυτά συμπιέζονται ή τεντώνονται όταν κάποιος κάθεται πάνω τους, ενώ επανέρχονται στο αρχικό τους σχήμα μόλις ο άνθρωπος σηκωθεί. **Αμορτισέρ αυτοκινήτων:** Τα ελατήρια στα αμορτισέρ των αυτοκινήτων απορροφούν τους κραδασμούς. **Ζυγαριές με ελατήριο:** Οι ζυγαριές αυτές λειτουργούν έτσι ώστε το ελατήριο να συμπιέζεται ανάλογα με το βάρος του αντικειμένου που τοποθετείται πάνω στη ζυγαριά.

1.1.3 **Περπάτημα:** Όταν περπατάμε, τα πόδια μας ασκούν δύναμη προς τα πίσω στο έδαφος και το έδαφος αντιδρά ασκώντας ίση και αντίθετη δύναμη, ωθώντας μας προς τα εμπρός. **Πλεύση βάρκας:** Όταν κωπηλατούμε, το κουπί σπρώχνει το νερό προς τα πίσω (δράση) και το νερό ασκεί δύναμη προς τα εμπρός (αντίδραση), προωθώντας τη βάρκα. **Ρίξιμο μπάλας στον τοίχο:** Όταν πετάμε μια μπάλα σε έναν τοίχο, η μπάλα ασκεί δύναμη στον τοίχο (δράση) και ο τοίχος ασκεί ίση και αντίθετη δύναμη, πάνω στην μπάλα (αντίδραση). **Εκτόξευση πυραύλου:** Ο πύραυλος εκπέμπει καυσαέρια προς τα κάτω (δράση) και τα αέρια ασκούν ίση και αντίθετη δύναμη στον πύραυλο, ωθώντας τον προς τα πάνω (αντίδραση). **Κλοτσιά σε μπάλα:** Όταν κλωτσάμε μια μπάλα, το πόδι μας ασκεί δύναμη στην μπάλα (δράση) και η μπάλα ασκεί ίση και αντίθετη δύναμη στο πόδι μας (αντίδραση).

1.1.4 Διότι ασκούνται σε διαφορετικά σώματα. Η δύναμη δράσης ασκείται σε ένα σώμα και η αντίδραση σε ένα άλλο σώμα. Οι δυνάμεις αυτές είναι ίσες σε μέγεθος αλλά αντίθετες σε κατεύθυνση, όμως επειδή δρουν σε διαφορετικά σώματα, δεν μπορούν να αλληλοεξουδετερωθούν.

1.1.5 Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, η αντίδραση είναι ίση σε μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση από τη δράση. Η δύναμη που ασκεί το πλοίο στο νερό (δράση) είναι 10,000N προς τα πίσω. Άρα το νερό θα ασκήσει δύναμη ίση με 10,000N, αλλά προς την αντίθετη κατεύθυνση, δηλαδή προς τα μπροστά. Άρα, η αντίδραση που ασκεί το νερό προς το πλοίο είναι 10,000N προς τα μπροστά.

1.1.6 **Α. Λάθος:** Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, η δύναμη που ασκεί το όπλο στο βλήμα (δράση) είναι ίση σε μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση με τη δύναμη που ασκεί το βλήμα στο όπλο (αντίδραση).

Β. Λάθος: Η δράση και η αντίδραση δρουν σε διαφορετικά σώματα, όχι στο ίδιο σημείο εφαρμογής.

Γ. Λάθος: Η δύναμη που ασκείται στο έντομο είναι ίση σε μέτρο με τη δύναμη που ασκείται στο παρμπρίζ, σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα. Ωστόσο, οι επιπτώσεις στο έντομο είναι μεγαλύτερες λόγω της πολύ μικρότερης μάζας του.

Δ. Λάθος: Όταν ο άνθρωπος πηδά προς την προκυμαία, ασκεί δύναμη προς τα πίσω στη βάρκα, και η βάρκα θα κινηθεί προς την αντίθετη κατεύθυνση, δηλαδή μακριά από την προκυμαία, όχι προς αυτήν.

Ε. Σωστό: Το έδαφος ασκεί ίση σε μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση δύναμη στο πόδι, σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα.

1.1: Η έννοια της δύναμης – Ασκήσεις

1.1.1. Όχι, η αντίδραση του βάρους είναι μια δύναμη αντίθετη με το βάρος που ασκείται από το σώμα στη γη και δεν παρουσιάζεται στην εικόνα 1.1.10. Επιπλέον, δεν θα ήταν δυνατόν αυτές οι 2 δυνάμεις να αποτελούν ζεύγος δράσης αντίδρασης καθώς ασκούνται και οι 2 στο ίδιο σώμα.

1.1.2. Η αντίδραση στη δύναμη που δέχεται ο συνδετήρας θα είναι μια δύναμη που ασκείται στο μαγνητάκι. Ένας τρόπος για να την παρατηρήσουμε θα ήταν ο εξής: να κολλήσουμε το μαγνητάκι σε ένα αμαξίδιο που να μπορεί να κινηθεί σε οριζόντιο δάπεδο με ελάχιστες τριβές και να κρατήσουμε τον συνδετήρα με το χέρι μας μπροστά από το μαγνητάκι. Εάν τότε παρατηρήσουμε πως το αμαξίδιο πλησιάζει τον συνδετήρα αυτό θα αποκαλύψει την άσκηση δύναμης που ασκείται από τον συνδετήρα στο μαγνητάκι.

1.1.3. Σύμφωνα με τον νόμο του Hooke η επιμήκυνση ενός ελατηρίου είναι ανάλογη της δύναμης που του ασκείται, δηλαδή:

$$F = k \cdot \Delta x$$

όπου F είναι η δύναμη, k είναι η σταθερά του ελατηρίου, και Δx η επιμήκυνση.

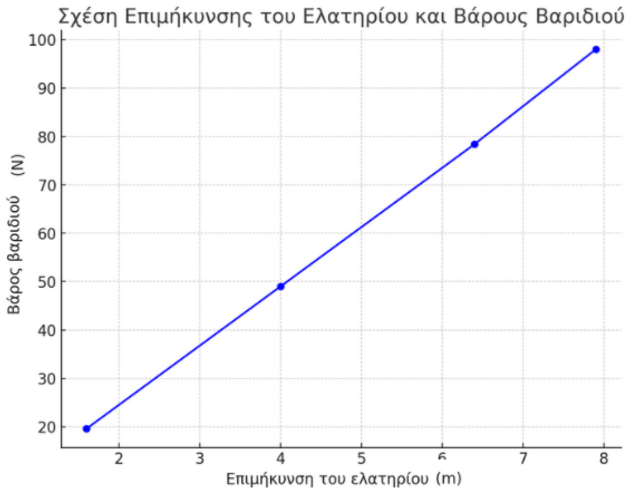
Επομένως δύναμη $F_2 = 26\,N$, δηλαδή διπλάσια της $F_1 = 13\,N$ θα προκαλέσει διπλάσια παραμόρφωση δηλαδή:

$$\Delta x' = 2\Delta x = 2 \cdot 8 = 16\,cm$$

Επομένως, η επιμήκυνση του ελατηρίου θα ήταν 16cm.

1.1: Η έννοια της δύναμης – Προβλήματα

1.1.1. Α. Στο βαρίδι ασκούνται 2 δυνάμεις, το βάρος του με κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω και η δύναμη από το ελατήριο που έχει αντίθετη κατεύθυνση από το βάρος. Όταν το βαρίδι ηρεμεί η συνολική δύναμη που δέχεται ισούται με μηδέν, έτσι προκύπτει πώς η δύναμη του ελατηρίου στο βαρίδι έχει ίσο μέτρο με το βάρος του βαριδίου. Εξαιτίας του τρίτου νόμου του Νεύτωνα το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο βαρίδι είναι ίσο με το μέτρο της δύναμης που ασκεί το βαρίδι στο ελατήριο. Άρα η βαρυτική δύναμη που ασκείται από τη Γη στο βαρίδι είναι ίση με τη δύναμη που ασκείται στο ελατήριο από το βαρίδι.



Εικόνα 1. Βάρος –Επιμήκυνση

Β. Το γράφημα που ζητείται δείχνεται στην Εικόνα 1, καθώς η δύναμη που ασκείται στο ελατήριο από το βαρίδι είναι ίση με το βάρος του βαριδίου.

Γ. Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι πως η δύναμη του ελατηρίου έχει μέτρο που είναι ανάλογο με την επιμήκυνση – παραμόρφωσή – του. Αυτό το συμπέρασμα εξηγείται από τον νόμο του Hooke.

1.2 Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων – Ερωτήσεις

1.2.1. Αφού οι δύο δυνάμεις είναι συγγραμμικές με αντίθετη φορά και τα μέτρα τους είναι $F_1 = 10N$ και $F_2 = 30N$, η συνισταμένη τους υπολογίζεται ως η διαφορά των μέτρων των δυνάμεων:

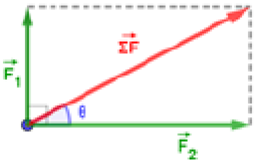
$$\Sigma F = F_2 - F_1 = 20\,N$$

Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Γ.**

1.2.2. Αφού οι δύο δυνάμεις είναι κάθετες το μέτρο της συνισταμένης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = \sqrt{100 + 400} = \sqrt{500} = 10 \cdot \sqrt{5}\ N$$

Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Δ.**



Εικόνα 2. Συνισταμένη

1.2.3. Όταν η δύναμη F σχηματίζει γωνία θ = 45° με τον άξονα x σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων, οι συνιστώσες της κατά τους άξονες x και y δίνονται από τις εξισώσεις:

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu 45^o = F \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_y = F \cdot \eta\mu 45^o = F \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

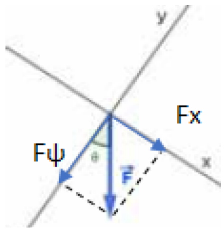
Οπότε οι συνιστώσες είναι ίσες. Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Β.**

1.2.4. Όταν αναλύουμε μία δύναμη F σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων xOy, οι συνιστώσες της κατά τους άξονες x και y είναι:

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

$$F_y = F \cdot \eta\mu\theta$$

Για οποιαδήποτε γωνία πλην των γωνιών 0° και 90° οι συνιστώσες θα είναι μικρότερες από τη συνολική δύναμη F, διότι το συνημίτονο και το ημίτονο είναι μικρότερα της μονάδας (Δες εικόνα 3).
Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Α.**



Εικόνα 3. Συνισταμένη

1.2.5. Η κατεύθυνση της συνισταμένης καθορίζεται από τη γωνία θ και υπολογίζεται ως εξής:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\alpha\pi\acute{\varepsilon}\nu\alpha\nu\tau\iota\ \ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\tau\eta}{\pi\rho o\sigma\kappa\varepsilon\acute{\iota}\mu\varepsilon\nu\eta\ \ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\tau\eta} = \frac{F_1}{F_2}$$

1.2.6. Οι σχέσεις που δίνουν τις συνιστώσες της δύναμης είναι:

$$F_x = F \cdot \eta\mu\theta$$

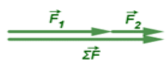
$$F_y = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

1.2 Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων – Ασκήσεις

1.2.1. Α. Εάν είναι ομόρροπες, τότε η συνισταμένη έχει μέτρο:

$$\Sigma F = F_1 + F_2 = 5 + 2 = 7N$$

και κατεύθυνση ίδια με τις δυνάμεις που συνθέτονται (Δες εικόνα 4).



Εικόνα 4. Ομόρροπες

Β. Εάν είναι αντίρροπες, τότε η συνισταμένη έχει μέτρο:

$$\Sigma F = F_1 - F_2 = 5 - 2 = 3N$$

και κατεύθυνση ίδια με την συνιστώσα μεγαλύτερου μέτρου (Δες εικόνα 5).

Εικόνα 5. Αντίρροπες

1.2.2. Α. $\Sigma F = F_1 + F_2 = 8 + 6 = 14N$

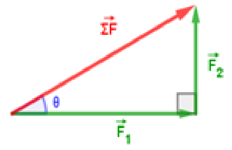
Άρα η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $\Sigma F = 10\ N$.

Β. $\Sigma F = F_1 - F_2 = 8 + 6 = 2N$

Άρα η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $\Sigma F = 10\,N$.

Γ. $\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{64 + 36} = 10N$

Άρα η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $\Sigma F = 10\,N$ (Δες εικόνα 6).



Εικόνα 6. Κάθετες

1.2.3. Εάν θεωρήσουμε ως θετική φορά, τη φορά των F_1, F_2, έχουμε:

$$\Sigma F = F_1 + F_2 - (F_3 + F_4) = 23 + 18 - (15 + 12) = 14N$$

οπότε η συνισταμένη έχει τη θετική φορά.

1.2.4. Εάν θεωρήσουμε ως θετική φορά, τη φορά της F_1 (προς τα επάνω), έχουμε:

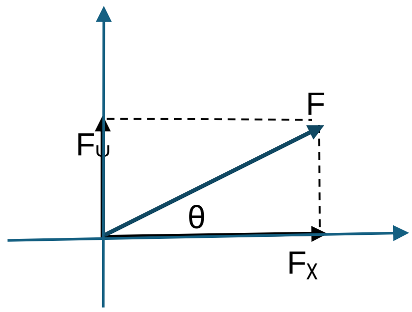
$$\Sigma F = F_1 - (F_2 + F_3) = 30 - (50 + 15) = -35N$$

οπότε η συνισταμένη έχει την αρνητική φορά (προς τα κάτω).

1.2.5. Δες εικόνα 7.

$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 50 \cdot 0,8 = 40\,N$ και

$F_y = F \cdot \eta\mu\theta = 50 \cdot 0,6 = 30\,N$

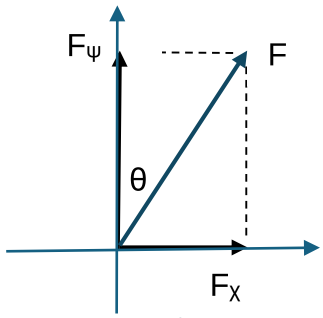


Εικόνα 7. Κάθετες δυνάμεις

1.2.6. Δες εικόνα 8.

$F_x = F \cdot \eta\mu\theta = 200 \cdot 0,5 = 100\,N$

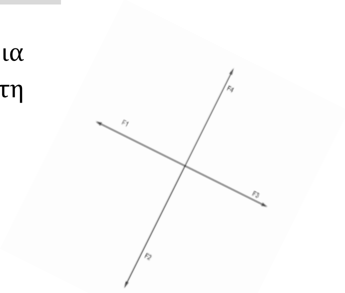
$F_y = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}\,N$



Εικόνα 8. Κάθετες δυνάμεις

1.2 Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων – Προβλήματα

1.2.1. Α. Δες εικόνα 9. Πρώτα θα συνθέσουμε ανά δύο τις δυνάμεις που έχουν ίδια διεύθυνση. Έτσι υπολογίζουμε τη συνισταμένη των F_1 και F_3. Καθώς έχουν αντίθετη φορά έχουμε:



Εικόνα 9. Πλάγιο σύστημα

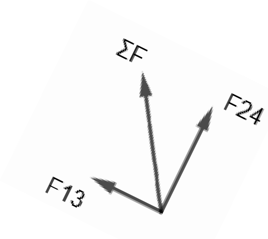
$$F_{13} = F_1 - F_3 = 130 - 110 = 20\,N$$

που έχει την κατεύθυνση της F_1.

Μετά υπολογίζουμε τη συνισταμένη των F_2 και F_4. Καθώς έχουν αντίθετη φορά έχουμε:

$$F_{24} = F_4 - F_2 = 150 - 120 = 30\,N$$

που έχει την κατεύθυνση της F_4.



Εικόνα 10. Συνισταμένη

Τέλος, για τον υπολογισμό της ΣF θα χρησιμοποιήσουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα καθώς οι F_{12} και F_{34}, όπως δείχνεται στην εικόνα 10, σχηματίζουν ορθή γωνία οπότε:

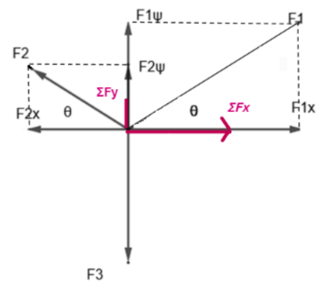
$$\Sigma F = \sqrt{F_{13}^{\ 2} + F_{24}^{\ 2}} = \sqrt{400 + 900} = \sqrt{1300}\,N$$

Άρα η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $\Sigma F = 36,05N$

Β. Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της συνισταμένης δύναμης και της F_1 έχει εφαπτομένη

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{F_{24}}{F_{13}} = \frac{2}{3}$$

1.2.2. Επειδή οι δυνάμεις που θέλουμε να συνθέσουμε έχουν τυχαίες διευθύνσεις, πρώτα θα επιλέξουμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων και θα τις αναλύσουμε σε αυτούς τους άξονες. Βολεύει να επιλέξουμε ως άξονα χ τον κάθετο στην F_3 και ως άξονα ψ αυτόν που ταυτίζεται με τη διεύθυνση της F_3, όπως δείχνεται στην εικόνα 11.



Εικόνα 11. Τρεις δυνάμεις

Επομένως, χρειάζεται να αναλυθούν σε συνιστώσες οι F_1, F_2 καθώς οι δικές τους διευθύνσεις δεν ταυτίζονται με κάποιον άξονα. Οι συνιστώσες απεικονίζονται στο σχήμα και ο υπολογισμός τους γίνεται παρακάτω:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 50 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}\,N \quad F_{1y} = F_1 \cdot \eta\mu\theta = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25\,N$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}N$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \eta\mu\theta = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15\,N$$

Στο επόμενο βήμα συνθέτουμε αυτές που έχουν ίδια διεύθυνση.

$$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x} = 25\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 10\sqrt{3}\,N$$

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_3 = 25 + 15 - 30 = 10\,N$$

Τέλος, για τον υπολογισμό του μέτρου της ΣF θα χρησιμοποιήσουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα καθώς οι $ΣF_x$ και $ΣF_ψ$ σχηματίζουν ορθή γωνία οπότε:

$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^{\;2} + \Sigma F_y^{\;2}} = \sqrt{300+100} = \sqrt{400} = 20\,N$$

Άρα, η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $\Sigma F = 20\,N$

Β. Η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της συνισταμένης δύναμης και του άξονα x έχει εφαπτομένη

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{10}{10\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$$

1.3 Είδη δυνάμεων – Ερωτήσεις

1.3.1 **Α.** Σώμα είναι ακίνητο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο. **Στατική τριβή (Σ):** Το σώμα είναι ακίνητο, άρα η στατική τριβή εμποδίζει την κίνηση.
Β. Ποδήλατο γλιστρά με μπλοκαρισμένους τροχούς. **Τριβή ολίσθησης (Ο):** Οι τροχοί δεν κυλάνε, αλλά ολισθαίνουν πάνω στον δρόμο.
Γ. Ορειβάτης που κρατά σφιχτά ένα σχοινί (δεν είναι δεμένος από αυτό). **Στατική τριβή (Σ):** Η τριβή μεταξύ των χεριών του ορειβάτη και του σχοινιού τον εμποδίζει να γλιστρήσει.
Δ. Άνθρωπος που περπατά στο πεζοδρόμιο. **Στατική τριβή (Σ):** Κατά το περπάτημα, η στατική τριβή εμποδίζει τα πόδια του να γλιστρήσουν.
Ε. Σκιέρ που κατεβαίνει μία πλαγιά. **Τριβή ολίσθησης (Ο):** Τα σκι ολισθαίνουν πάνω στο χιόνι.

1.3.2. Η σωστή πρόταση είναι «Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης εξαρτάται από το είδος των επιφανειών».

1.3.3. Η σωστή πρόταση είναι «Η τριβή ολίσθηση είναι ανάλογη με την κάθετη δύναμη επαφής που ασκείται στο σώμα από την επιφάνεια με την οποία βρίσκεται σε επαφή».

1.3.4. Η σωστή πρόταση είναι «Αν η δύναμη που ασκείται στο σώμα διπλασιαστεί, η τριβή ολίσθησης που παρουσιάζει το σώμα με το οριζόντιο δάπεδο δεν θα μεταβληθεί».

1.3.5. Η σωστή πρόταση είναι «Στο σώμα ασκείται τριβή το μέτρο της οποίας είναι οπωσδήποτε ίσο με το μέτρο της δύναμης F».

1.3.6. **Α.** Όταν δύο σώματα βρίσκονται σε επαφή, τότε οπωσδήποτε ανάμεσά τους αναπτύσσεται δύναμη τριβής παράλληλη στην επιφάνεια συνεπαφής. **Λάθος:** Δύναμη τριβής αναπτύσσεται μόνο αν υπάρχει τάση για σχετική κίνηση μεταξύ των σωμάτων ή αν ασκείται εξωτερική δύναμη που προσπαθεί να τα μετακινήσει.
Β. Το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται σε ένα σώμα, μεταβάλλεται μεταξύ μηδέν και μιας μέγιστης τιμής. **Σωστό:** Το μέτρο της στατικής τριβής μπορεί να κυμαίνεται από 0 έως μία μέγιστη τιμή που εξαρτάται από τις επιφάνειες και την κάθετη δύναμη επαφής.
Γ. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης. **Λάθος:** Το μέτρο της τριβής ολίσθησης δεν εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης, αλλά παραμένει σταθερό μόλις αρχίσει η ολίσθηση.
Δ. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από την κάθετη δύναμη επαφής. **Σωστό:** Η τριβή ολίσθησης είναι ανάλογη με την κάθετη δύναμη επαφής (συνήθως το βάρος του σώματος).
Ε. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από το είδος των τριβόμενων επιφανειών. **Σωστό:** Το μέτρο της τριβής εξαρτάται από τον συντελεστή τριβής, ο οποίος σχετίζεται με τα υλικά των επιφανειών.
ΣΤ. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από το εμβαδό συνεπαφής. **Λάθος:** Η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από το εμβαδό επαφής, αλλά μόνο από την κάθετη δύναμη και τον συντελεστή τριβής.
Ζ. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μετρείται σε N. **Λάθος:** Ο συντελεστής τριβής είναι αδιάστατος αριθμός, δηλαδή δεν έχει μονάδες μέτρησης.
Η. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από το βάρος του σώματος. **Σωστό:** Το βάρος του σώματος επηρεάζει την κάθετη δύναμη επαφής, η οποία με τη σειρά της επηρεάζει το μέτρο της τριβής ολίσθησης.

Θ. Όταν δύο σώματα βρίσκονται σε επαφή, τότε οπωσδήποτε ανάμεσά τους αναπτύσσεται δύναμη κάθετη στην επιφάνεια συνεπαφής. **Σωστό:** Πάντα αναπτύσσεται μία δύναμη κάθετη στην επιφάνεια επαφής (δύναμη επαφής ή αντίδρασης), είτε υπάρχει κίνηση είτε όχι.

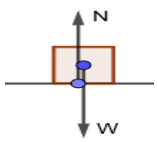
1.3.7. Για να ξεκινήσει ένα σώμα που βρίσκεται σε ηρεμία, πρέπει η οριζόντια δύναμη που του ασκούμε να ξεπεράσει την οριακή (μέγιστη) στατική τριβή. Η οριακή τριβή είναι η μέγιστη δύναμη τριβής που μπορεί να ασκηθεί πριν το σώμα αρχίσει να κινείται. Μία πολύ μικρή δύναμη (όπως στην επιλογή Α) δεν θα είναι αρκετή για να ξεπεράσει την στατική τριβή. Άρα, σωστή πρόταση είναι η **Β.**

1.3.8 **Α.** Αν αυξήσουμε την ταχύτητα ολίσθησης, **δεν θα μεταβληθεί:** Η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης. Παραμένει σταθερή μόλις το σώμα αρχίσει να ολισθαίνει.
Β. Αν τοποθετήσουμε ένα δεύτερο τούβλο επάνω στο πρώτο, **θα αυξηθεί:** Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από την κάθετη δύναμη επαφής, που είναι το βάρος των τούβλων. Αν βάλουμε ένα δεύτερο τούβλο, το συνολικό βάρος θα αυξηθεί και μαζί του και η τριβή.
Γ. Αν τοποθετήσουμε το ίδιο τούβλο όρθιο επάνω στο δάπεδο, **δεν θα μεταβληθεί:** Η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από το εμβαδό επαφής, αλλά από την κάθετη δύναμη επαφής (βάρος), η οποία παραμένει ίδια.
Δ. Αν μειώσουμε την ταχύτητα ολίσθησης, **δεν θα μεταβληθεί:** Όπως και στην Α, η τριβή ολίσθησης δεν εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης.
Ε. Αν ρίξουμε λιπαντικό στην επιφάνεια, **θα μειωθεί:** Το λιπαντικό μειώνει τον συντελεστή τριβής, άρα μειώνεται και η τριβή ολίσθησης.
ΣΤ. Αν τοποθετήσουμε άλλα δύο τούβλα επάνω στο πρώτο, **θα αυξηθεί:** Με την αύξηση του συνολικού βάρους, αυξάνεται η κάθετη δύναμη επαφής και, επομένως, η τριβή ολίσθησης.
Ζ. Αν πιέσουμε με το χέρι μας το τούβλο κατακόρυφα προς τα κάτω, **θα αυξηθεί:** Η πρόσθετη δύναμη από το χέρι αυξάνει την κάθετη δύναμη επαφής και έτσι αυξάνεται η τριβή ολίσθησης.

1.3.9 Οι σωστές λέξεις είναι:
1. ΜΑΓΝΗΤΙΚΕΣ
2. ΒΑΡΟΣ
3. ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ
4. ΕΠΑΦΗΣ
5. ΕΙΔΟΣ
6. ΤΡΙΒΗΣ
7. ΟΛΙΣΘΗΣΗ

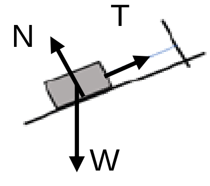
1.3 Είδη δυνάμεων – Ασκήσεις

1.3.1 Α. Στην περίπτωση αυτή στο σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις, το βάρος από τη Γη και η κάθετη δύναμη επαφής από το έδαφος, όπως δείχνεται στην εικόνα 12.



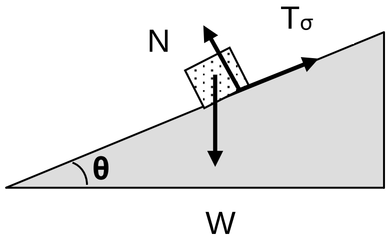
Εικόνα 12. Οριζόντιο επίπεδο

Β. Στην περίπτωση αυτή, όπως δείχνεται στην εικόνα 13, στο σώμα ασκούνται τρεις δυνάμεις, το βάρος από τη Γη, η κάθετη δύναμη επαφής από το έδαφος (κεκλιμένο επίπεδο) και η τάση του νήματος από το νήμα.

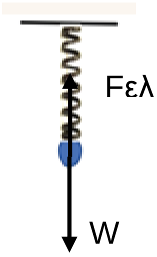


Εικόνα 13. Πλάγιο με νήμα

Γ. Στην περίπτωση αυτή, όπως δείχνεται στην εικόνα 14, στο σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις, το βάρος από τη Γη και η δύναμη από το έδαφος (κεκλιμένο επίπεδο), που αποτελείται από την κάθετη αντίδραση N (Normal Force) και τη στατική τριβή $T_σ$.



Εικόνα 14. Πλάγιο επίπεδο

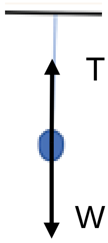


Εικόνα 16. Ελατήριο

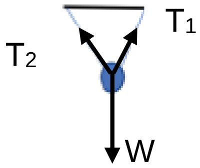
1.3.2 Α. Στην περίπτωση αυτή οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του W από τη Γη και η δύναμη από το ελατήριο $F_{ελ}$, όπως δείχνεται στην εικόνα 16.

Β. Στην περίπτωση αυτή οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του W από τη Γη και η τάση του νήματος T από το νήμα, όπως δείχνεται στην εικόνα 15.

Γ. Στην περίπτωση αυτή οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του W από τη Γη και οι τάσεις των νήματων T_1, T_2 από τα δύο νήματα, όπως δείχνεται στην εικόνα 17.

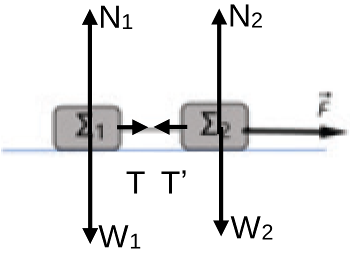


Εικόνα 15. Νήμα



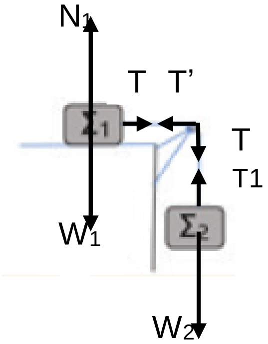
Εικόνα 17 δύο νήματα

1.3.3. Α. Στην περίπτωση αυτή, όπως δείχνεται στην εικόνα 18, οι δυνάμεις που ασκούνται, εκτός από την F που ασκείται στο σώμα $Σ_2$, είναι τα βάρη W_1, W_2 που ασκούνται στα σώματα από τη Γη, οι κάθετες δυνάμεις επαφής N_1, N_2 που ασκούνται στα σώματα από το οριζόντιο επίπεδο και οι τάσεις από το τεντωμένο νήμα T και T΄ που ασκούνται στα δύο σώματα από το νήμα.



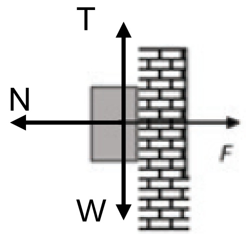
Εικόνα 18. Δύο σώματα

Β. Στην περίπτωση αυτή, όπως δείχνεται στην εικόνα 19, οι δυνάμεις που ασκούνται είναι τα βάρη W_1, W_2 που ασκούνται στα σώματα από τη Γη, η κάθετη δύναμη επαφής N_1 που ασκείται στο σώμα $Σ_1$ από το οριζόντιο επίπεδο και οι τάσεις από τα τεντωμένα νήματα T, T΄ και T_1, T_1΄ που ασκούνται στα δύο σώματα και στην τροχαλία από τα δύο νήματα.



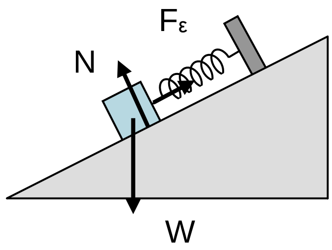
Εικόνα 19. Τροχαλία

1.3.4. Α. Στην περίπτωση αυτή, όπως δείχνεται στην εικόνα 21, οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα εκτός από την F, είναι το βάρος W από τη Γη, η κάθετη δύναμη επαφής N και η τριβή T από το κατακόρυφο επίπεδο.



Εικόνα 20 κατακόρυφο επίπεδο

Β. Στην περίπτωση αυτή, όπως δείχνεται στην εικόνα 20, οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος W από τη Γη, η κάθετη δύναμη επαφής N από το κεκλιμένο επίπεδο και η δύναμη του ελατηρίου $F_{ελ}$ από το ελατήριο.



Εικόνα 21. Κεκλιμένο, ελατήριο

1.3.5. Από τον γνωστό νόμο για την τριβή ολίσθησης προκύπτει: $T = \mu \cdot N \Rightarrow \mu = \dfrac{T}{N} = \dfrac{20}{80} = 0,25$

1.3.6. Από τον γνωστό νόμο για την τριβή ολίσθησης προκύπτει: $T = \mu \cdot N = \dfrac{5}{12} \cdot 12 = 5\,N$

Η επιφάνεια ασκεί στο σώμα και την τριβή και την κάθετη δύναμη επαφής, όπως δείχνεται στην εικόνα 22. Γι' αυτό το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται από το δάπεδο στο σώμα θα προκύψει από τη σύνθεση των δύο αυτών δυνάμεων οι οποίες είναι κάθετες.
Οπότε από το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε:

$$\mathrm{A} = \sqrt{T^2 + N^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13\,N$$

Άρα η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $\mathrm{A} = 13\,N$

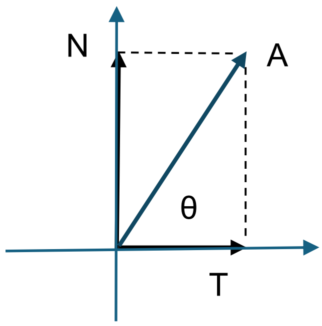
1.3.7. Η οριζόντια συνιστώσα της A είναι η τριβή και η κατακόρυφη συνιστώσα της είναι η κάθετη δύναμη επαφής, όπως δείχνεται στην εικόνα 22. Οπότε:

$$T = A \cdot \sigma \upsilon \nu \theta = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50\,N$$

$$N = A \cdot \eta \mu \theta = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}\,N$$

Και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ισούται με:

$$\mu = \frac{T}{N} = \frac{50}{50\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Εικόνα 22. Οριζόντιο επίπεδο

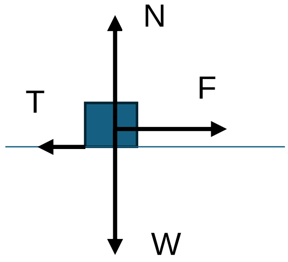
1.3.8. Α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα δείχνονται στην εικόνα 23 και είναι το βάρος W από τη Γη, η κάθετη δύναμη επαφής N και η τριβή T από το οριζόντιο επίπεδο και τέλος η δύναμη F που το σύρει από δεξιά.

Β. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει: $T = \mu \cdot N = 0,75 \cdot 40 = 30\,N$

Γ. Για το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα αρκεί να λάβουμε υπόψη πως αυτή είναι η συνισταμένη των T και N, οπότε:

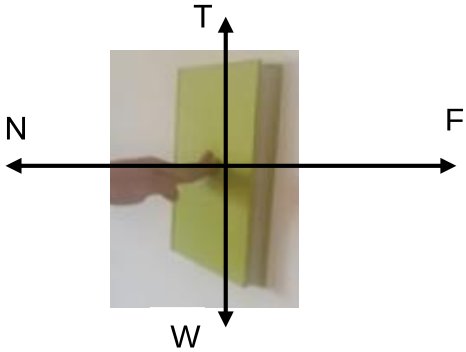
$$\mathrm{A} = \sqrt{T^2 + N^2} = \sqrt{900 + 1600} = \sqrt{2500} = 50\,N$$

Άρα η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο $\mathrm{A} = 50\,N$



Εικόνα 23. Δύναμη και τριβή

1.3.9. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα δείχνονται στην εικόνα 24 και είναι το βάρος W από τη Γη, η κάθετη δύναμη επαφής N και τριβή T από τον κατακόρυφο τοίχο και τέλος η δύναμη F από το χέρι.



Εικόνα 24. Βιβλίο – Κατακόρυφος τοίχος

1.4 Το πρότυπο του άκαμπτου σώματος υπό την επίδραση δυνάμεων – Ερωτήσεις

1.4.1. Α. Αύξηση της ροπής: Τα μεγάλα τιμόνια παρέχουν μεγαλύτερη ροπή (κλίση) για την κατεύθυνση του φορτηγού. Μεγαλύτερη ροπή σημαίνει ότι απαιτείται λιγότερη δύναμη για να περιστραφεί ο τροχός, κάνοντάς το πιο εύκολο να στρίψει το φορτηγό.

Β. Ο καρυοθραύστης είναι σχεδιασμένος ως μοχλός. Ο μηχανισμός του χρησιμοποιεί τη δύναμη που εφαρμόζεται στο ένα άκρο για να δημιουργήσει μεγάλη ροπή και πίεση στο άλλο άκρο, όπου βρίσκεται το καρύδι. Έτσι, η δύναμη που εφαρμόζεται από τον χρήστη μετατρέπεται σε πολύ μεγαλύτερη πίεση που σπάει το καρύδι.

1.4.2. Όταν χρησιμοποιούμε ένα κατσαβίδι με μεγαλύτερη λαβή, η μεγαλύτερη διάμετρος της λαβής επιτρέπει την εφαρμογή μεγαλύτερης ροπής. Ένα κατσαβίδι με χοντρότερη λαβή μας επιτρέπει να εφαρμόσουμε μεγαλύτερη δύναμη χωρίς να ασκούμε μεγάλη πίεση στα χέρια μας, διότι η ροπή αυξάνεται με την αύξηση της ακτίνας.

1.4 Το πρότυπο του άκαμπτου σώματος υπό την επίδραση δυνάμεων – Ασκήσεις

1.4.1. Εφόσον η γωνία που σχηματίζεται από τον φορέα της δύναμης και το κλειδί είναι ορθή, τότε για τη ροπή της δύναμης ισχύει:

$$\tau = F \cdot d = 20 \cdot 0,2 = 4\,N \cdot m$$

1.4.2. Η τσιμεντένια πλάκα θα ανυψωθεί όταν το μέτρο της ροπής που ασκεί η δύναμη του ανθρώπου στο δεξί άκρο γίνει μεγαλύτερη από το μέτρο της ροπής που ασκεί το βάρος της τσιμεντένιας ράβδου στο αριστερό άκρο. Επομένως, η δύναμη του ανθρώπου πρέπει να είναι τόσες φορές μικρότερη από το βάρος της πλάκας, όσες φορές μεγαλύτερο είναι το μήκος του δικού του μοχλοβραχίονα από τον μοχλοβραχίονα της πλάκας.
Α. Γιατί απαιτείται άσκηση δύναμης σημαντικά μικρότερης από το βάρος της πλάκας. Βέβαια, χρειάζεται ταυτόχρονα μεγαλύτερη μετακίνηση του σημείου εφαρμογής της δύναμης από την ανύψωση της πλάκας.
Β. Από την ισορροπία των ροπών έχουμε:

$$F \cdot 5 \cdot l = W \cdot l \Rightarrow F = \frac{W}{l} = 200\,N$$

Θα χρειαστεί δύναμη μέτρου 5 φορές μικρότερο από το βάρος της πλάκας.

1.4.3. Από την ισορροπία των ροπών έχουμε:

$$W_{κορ} \cdot d_{κορ} = W_{αγορ} \cdot d_{αγορ} \Rightarrow d_{αγορ} = \frac{W_{κορ} \cdot d_{κορ}}{W_{αγορ}} = \frac{600 \cdot 0,5}{300} = 1m$$

1.4.4. Το άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το σημείο Α είναι:

$$\tau_{ολ} = F_2 \cdot d_2 - F_1 \cdot d_1 - F_3 \cdot d_3 = 3 \cdot 0,4 - 4 \cdot 1,4 - 2 \cdot 0,4 = -5,2\, N \cdot m$$

1.4 Το πρότυπο του άκαμπτου σώματος υπό την επίδραση δυνάμεων – Προβλήματα

1.4.1. Η ροπή της δύναμης ως προς το κέντρο της βίδας είναι:

$$\tau = F \cdot d \cdot ημ60^o = 80 \cdot 0,3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 20,78\, N \cdot m$$

1.5 Νόμος της παγκόσμιας έλξης – Ερωτήσεις

1.5.1. Α. Το ένα κιλό (kg) είναι η μονάδα μέτρησης του βάρους. **Λάθος:** Το κιλό (kg) είναι μονάδα μέτρησης της μάζας, όχι του βάρους. Η μονάδα μέτρησης του βάρους είναι το Newton (N).
Β. Δεν υπάρχει βαρύτητα στο διάστημα. **Λάθος:** Υπάρχει βαρύτητα στο διάστημα. Αν και η βαρύτητα μπορεί να είναι μικρότερη σε μεγάλες αποστάσεις από τη Γη, τα ουράνια σώματα, όπως τα αστέρια και οι πλανήτες, δημιουργούν βαρυτικά πεδία που επηρεάζουν τα σώματα γύρω τους.
Γ. Ο αέρας μέσα σε ένα δωμάτιο έχει βάρος. **Σωστό:** Ο αέρας έχει μάζα και άρα βάρος. Το βάρος του αέρα μπορεί να υπολογιστεί αν γνωρίζουμε την πυκνότητά του και τον όγκο που καταλαμβάνει.
Δ. Στον διεθνή διαστημικό σταθμό η g είναι πάρα πολύ μικρή, σχεδόν μηδέν και γι' αυτό οι αστροναύτες αιωρούνται. **Λάθος:** Στον διεθνή διαστημικό σταθμό, η τιμή της επιτάχυνσης λόγω βαρύτητας (g) είναι περίπου ίδια με αυτήν στη Γη, αλλά οι αστροναύτες αιωρούνται λόγω της ελεύθερης πτώσης του διαστημικού σταθμού και των αστροναυτών γύρω από τη Γη. Είναι μια κατάσταση ελεύθερης πτώσης που δημιουργεί την αίσθηση της μηδενικής βαρύτητας.
Ε. Στη Σελήνη υπάρχει βαρύτητα. **Σωστό:** Στη Σελήνη υπάρχει βαρύτητα, αν και είναι περίπου το 1/6 της βαρύτητας της Γης. Οι δυνάμεις βαρύτητας στη Σελήνη είναι αρκετές για να επηρεάζουν τα αντικείμενα και τους ανθρώπους.

1.5.2. Α. Εξαρτάται από το υλικό μεταξύ των σωμάτων που αλληλεπιδρούν. **Λάθος**: Η βαρυτική δύναμη δεν εξαρτάται από το υλικό μεταξύ των σωμάτων, αλλά μόνο από τις μάζες των σωμάτων και την απόσταση μεταξύ τους.
Β. Είναι μια δύναμη που έχει παγκόσμιο χαρακτήρα. **Σωστό:** Η βαρυτική δύναμη ισχύει για όλα τα σώματα με μάζα, ανεξαρτήτως του μεγέθους ή του είδους του υλικού και δεν περιορίζεται μόνο στη Γη ή σε μεγάλα σώματα.
Γ. Είναι μια δύναμη που ασκείται μόνο από τη Γη. **Λάθος:** Η βαρυτική δύναμη ασκείται μεταξύ όλων των σωμάτων με μάζα, όχι μόνο από τη Γη. Όλοι οι πλανήτες, αστέρες και άλλα ουράνια σώματα ασκούν βαρυτική δύναμη.
Δ. Αφορά μόνο σώματα με πολύ μεγάλη μάζα. **Λάθος:** Η βαρυτική δύναμη αφορά όλα τα σώματα με μάζα, ανεξαρτήτως μεγέθους. Ακόμα και μικρά σώματα, όπως τα σωματίδια, ασκούν βαρυτική δύναμη, αν και είναι εξαιρετικά μικρή σε σύγκριση με μεγαλύτερα σώματα.
Άρα, σωστή είναι η πρόταση **Β.**

1.5.3. Η βαρυτική δύναμη που ασκεί η Γη στον Ήλιο έχει μέτρο ίσο με εκείνο της βαρυτικής δύναμης που ασκεί ο Ήλιος στη Γη. Αυτό οφείλεται στον Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης του Νεύτωνα και στον πρώτο Νόμο του Νεύτωνα, οι οποίοι αναφέρουν ότι για κάθε ζεύγος σωμάτων που αλληλεπιδρούν μέσω βαρυτικής δύναμης, οι δυνάμεις που ασκούνται είναι ίσες σε μέτρο και αντίθετες σε κατεύθυνση.

1.5 Νόμος της παγκόσμιας έλξης – Ασκήσεις

1.5.1. Σωστή είναι η Ε. Η μάζα αποτελεί στοιχείο ταυτότητας του σώματος και δεν μεταβάλλεται όταν αλλάζει η θέση του. Από την άλλη το μέτρο του βάρους ενός σώματος στο βαρυτικό πεδίο της Γης είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της αποστάσεως του σώματος από το κέντρο της. Σε ύψος που είναι διπλάσιο από την ακτίνα της Γης η απόσταση από το κέντρο της Γης είναι τριπλάσια από την ακτίνα της Γης και το βάρος γίνεται εννιά φορές μικρότερο.

1.5.2. Έχουμε: $F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{65 \cdot 65}{1^2} = 2,8 \cdot 10^{-7}\ N$

Η δύναμη αυτή ισούται περίπου με το 1/1000 του βάρους ενός κουνουπιού.

1.5.3. Το μέτρο του βάρους ενός ανθρώπου στην επιφάνεια της θάλασσας ισούται με:

$$w = G \cdot \frac{M_\Gamma m}{R^2}$$

όπου R η ακτίνα της Γης.

Σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης το μέτρο του βάρους δίνεται από τη σχέση:

$$w' = G \cdot \frac{M_\Gamma m}{(R+h)^2}$$

Οπότε:

$$\frac{w'}{w} = \frac{G \cdot \frac{M_\Gamma m}{(R+h)^2}}{G \cdot \frac{M_\Gamma m}{R^2}} \Rightarrow \frac{200}{800} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{1}{4} = (\frac{R}{R+h})^2 \Rightarrow \frac{R}{R+h} = \frac{1}{2}$$

Και κάνοντας τις πράξεις $h = R$. Δηλαδή το βάρος θα γίνει 200N (το ¼ του αρχικού) σε ύψος από την επιφάνεια της Γης όσο η ακτίνα της γης.

1.5.4. Ισχύουν:

$$g_0 = G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^{\ 2}} \qquad\qquad g = G \cdot \frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}$$

Κάνοντας κατά μέλη διαίρεση:

$$\frac{g}{g_0} = \frac{G \cdot \frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}}{G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^{\ 2}}} = \frac{R_\Gamma^{\ 2}}{(R_\Gamma + h)^2} \Rightarrow g = g_0 \cdot \frac{R_\Gamma^{\ 2}}{(R_\Gamma + h)^2}$$

1.5 Νόμος της παγκόσμιας έλξης – Προβλήματα

1.5.1. Το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου, στην επιφάνεια ενός σφαιρικού πλανήτη μάζας $M_{πλανήτη}$ και ακτίνας $R_{πλανήτη}$ δίνεται από τη σχέση:

$$g = G \cdot \frac{M_{πλαν}}{{R_{πλαν}}^2}$$

Ζητείται:

$$g_{πλαν} < 4g_{γης} \Rightarrow G \cdot \frac{M_{πλαν}}{{R_{πλαν}}^2} < 4G \cdot \frac{M_\Gamma}{{R_\Gamma}^2} \Rightarrow \frac{1}{{R_{πλαν}}^2} < \frac{4}{{R_\Gamma}^2} \Rightarrow R_{πλαν} > \frac{R_\Gamma}{2}$$

1.5.2. Το μέτρο του βάρους ενός σώματος μάζας m που βρίσκεται σε σημείο του βαρυτικού πεδίου της Γης (R η ακτίνα της Γης) που απέχει h από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$w' = G \cdot \frac{M_\Gamma m}{(R+h)^2}$$

Από την προηγούμενη σχέση προκύπτει πως για την επιφάνεια της Γης το μέτρο του βάρους του ίδιου σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$w = G \cdot \frac{M_\Gamma m}{R^2}$$

$$w' = \frac{w}{100} \Rightarrow G \cdot \frac{M_\Gamma m}{(R+h)^2} = \frac{G \cdot \frac{M_\Gamma m}{R^2}}{100} \Rightarrow \frac{1}{(R+h)^2} = \frac{1}{100 \cdot R^2}$$

$$\frac{1}{R+h} = \frac{1}{10R} \Rightarrow R+h = 10R \Rightarrow h = 9R$$

1.5.3. Το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου, στην επιφάνεια ενός σφαιρικού πλανήτη μάζας $M_{πλανήτη}$ και ακτίνας $R_{πλανήτη}$ δίνεται από τη σχέση:

$$g = G \cdot \frac{M_{πλαν}}{{R_{πλαν}}^2}$$

Άρα:

$$g = G \cdot \frac{2M_\Gamma}{(2R_\Gamma)^2} = \frac{2}{4} G \cdot \frac{M_\Gamma}{{R_\Gamma}^2} = \frac{1}{2} g_\Gamma = 5\frac{N}{kg}$$

1.5.4. Α. Από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης:

$$F_{πατ} = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \cdot \frac{m_{πατ} m_{μωρ}}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{100 \cdot 4,2}{0,2^2} = 7 \cdot 10^{-7}\ N$$

Β. Από τον ίδιο νόμο:

$$F_{Δία} = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \cdot \frac{m_{Δια} m_{μωρ}}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1,898 \cdot 10^{27} \cdot 4,2}{(6,29 \cdot 10^{11})^2} = 1,34 \cdot 10^{-6}\ N$$

Η δύναμη από τον Δία είναι περίπου διπλάσια από αυτήν που ασκεί ο πατέρας και παρόμοιες δυνάμεις δέχεται το μωρό από πολλά άλλα πρόσωπα (παππούδες, θείους) και αντικείμενα (ντουλάπες, κρεβάτια, φορτηγά) που θα βρεθούν κοντά του.

2ο Κεφάλαιο

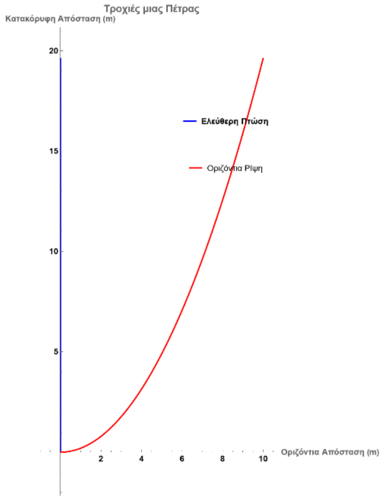
2.1 Κινηματικά φυσικά μεγέθη – Ερωτήσεις

2.1.1. Όταν αφήνουμε μια πέτρα να πέσει ελεύθερα από κάποιο ύψος κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω λόγω της βαρύτητας, οπότε η τροχιά της είναι μια ευθεία γραμμή. Η κίνηση της πέτρας είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και περιγράφεται από τη σχέση:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Αν πετάξουμε την ίδια πέτρα οριζόντια με αρχική ταχύτητα, η τροχιά της θα είναι μια παραβολική καμπύλη. Σε αυτήν την περίπτωση, έχουμε δύο συνιστώσες της κίνησης: Κατά μήκος του οριζόντιου άξονα x, η πέτρα διατηρεί σταθερή ταχύτητα υ_0, οπότε η κίνηση περιγράφεται από τη σχέση $x = \upsilon_0 \cdot t$ και κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα y, η πέτρα επιταχύνεται λόγω της βαρύτητας, όπως στην ελεύθερη πτώση, οπότε η κίνηση περιγράφεται από τη σχέση $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.
Συνδυάζοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις προκύπτει η εξίσωση:

$$y = \frac{g}{2\upsilon_0} \cdot x^2$$



Εικόνα 25. Τροχιές πέτρας

Οι δύο τροχιές δείχνονται στην εικόνα 25.

2.1.2. Α. Όταν προσαρμόζουμε μία μάζα m στο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, την τραβάμε προς τα κάτω και την αφήνουμε ελεύθερη, τότε το σύστημα μάζα-ελατήριο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση (αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχουν αποσβέσεις). Η τροχιά της μάζας θα είναι μία περιοδική ταλάντωση κατά μήκος της κατακόρυφης κατεύθυνσης, δηλαδή θα ανεβοκατεβαίνει γύρω από τη θέση ισορροπίας της.
Β. Όταν δέσουμε τη μάζα με ένα νήμα και την περιστρέφουμε, η τροχιά της θα είναι κυκλική, υπό την προϋπόθεση ότι η δύναμη που ασκείται μέσω του νήματος (κεντρομόλος δύναμη) διατηρεί τη μάζα σε συνεχή κίνηση γύρω από ένα σταθερό σημείο.

2.1.3. Η τροχιά που ακολουθούν τα παιδιά σε ένα τρενάκι του λούνα παρκ είναι γενικά καμπυλόγραμμη. Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Β.**

2.1.4. Το διάστημα που διανύει η πέτρα σε μία πλήρη περιστροφή είναι η περίμετρος του κύκλου:

$$C = 2\pi \cdot r \Rightarrow C = 2\pi\, m$$

Η μετατόπιση είναι η ευθύγραμμη απόσταση από την αρχική θέση στην τελική θέση. Σε μία πλήρη περιστροφή, η πέτρα επιστρέφει στην αρχική της θέση, οπότε η μετατόπιση είναι 0.
Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Γ.**

2.1.5. Η μετατόπιση είναι η διαφορά μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης του μαθητή.

$$\Delta x = x_3 - x_1 \Rightarrow \Delta x = -7m$$

Το διάστημα είναι το συνολικό μήκος της διαδρομής που διανύει ο μαθητής.

$$s_{o\lambda} = s_1 + s_2 = (x_2 - x_1) + (x_2 - x_3) = 7 + 14 = 21m$$

2.1.6. Η μέση αριθμητική ταχύτητα υπολογίζεται από τον τύπο: $\upsilon = \frac{s}{t}$

επομένως η μέση αριθμητική ταχύτητα του δρομέα είναι: $\upsilon = 10\frac{m}{s}$

2.1.7. Η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι:

$$\upsilon = 90\frac{km}{h} = 90\frac{1000m}{3600s} = 25\frac{m}{s}$$

2.1.8. Η μέση επιτάχυνση α ορίζεται ως η μεταβολή της ταχύτητας δια του χρόνου που απαιτείται για αυτήν τη μεταβολή. Οπότε:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{\Delta t} = \frac{3\upsilon - \upsilon}{\Delta t} = \frac{2\upsilon}{\Delta t}$$

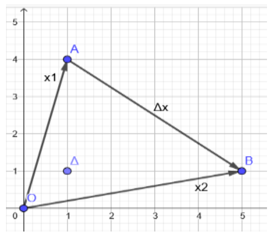
Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Α.**

2.1 Κινηματικά φυσικά μεγέθη – Ασκήσεις

2.1.1. Α. και **Β.**

Το σημείο Α είναι η αρχική θέση του υλικού σημείου και το Β η τελική του θέση, όπως δείχνεται στην εικόνα 26. Τα διανύσματα x_1 και x_2 είναι το αρχικό και τελικό διάνυσμα θέσης και το διάνυσμα Δx είναι η μετατόπιση του.

Γ. Το διάνυσμα της μετατόπισης είναι η υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές ΔΒ και ΔΑ που έχουν μήκη 5 – 1=4cm και 4 – 1=3cm αντίστοιχα.



Εικόνα 26. Μετατόπιση

Οπότε το μέτρο της μετατόπισης υπολογίζεται από το Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$\Delta x = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5cm$$

2.1.2. Στην εικόνα 27 δείχνονται οι θέσεις και οι μετατοπίσεις του μυρμηγκιού.

Το τμήμα ΑΒ έχει μήκος:

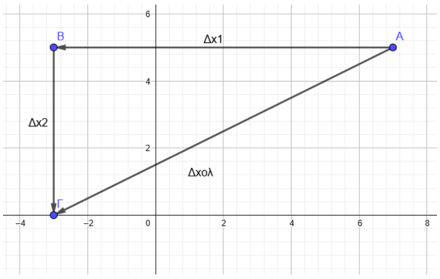
$$\Delta x_1 = 7 - (-3) = 10cm$$

Το τμήμα ΒΓ έχει μήκος:

$$\Delta x_2 = 5 - 9 = 5cm$$

Άρα το συνολικό διάστημα που διένυσε το μυρμήγκι σε αυτή την κίνησή του ισούται με:

$$s = 10 + 5 = 15cm$$



Εικόνα 27. Μυρμήγκι

Το μέτρο της μετατόπισής του για τη συνολική κίνηση υπολογίζεται από το Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$\Delta x_{o\lambda} = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125} \approx 11{,}18cm$$

και η κατεύθυνσή της μπορεί να προσδιοριστεί από την εφαπτομένη της γωνίας ΒΑΓ όπου:

$$\varepsilon\varphi \mathrm{B A \Gamma} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{AB}} = 0{,}5$$

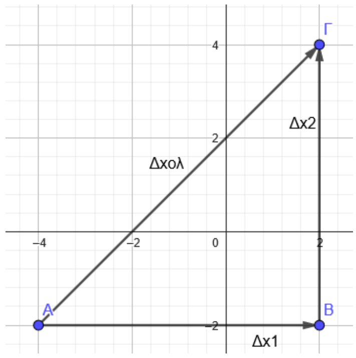
2.1.3. Α. Στην εικόνα 28 δείχνονται οι θέσεις Α(–4m, –2m), Β(–4m+6m, –2m) δηλαδή:

Β(2m, –2m) και Γ(2m, –2m+6m) δηλαδή Γ(2m,4m) και οι μετατοπίσεις του υλικού σημείου.

Β. Το μέτρο της μετατόπισής του για τη συνολική κίνηση υπολογίζεται από το Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$\Delta x_{o\lambda} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} \approx 8,48\, m$$

Γ. Το διάστημα που διένυσε ισούται με το άθροισμα των μηκών ΑΒ+ΒΓ=6+6=12m.



Εικόνα 28. Μετατοπίσεις

2.1.4. Η μετατόπισή του ισούται με μηδέν αφού επέστρεψε στο σημείο εκκίνησης. Το διάστημα ισούται με 10m για την άνοδο + 10m για την κάθοδο = 20m.

Η μέση διανυσματική ταχύτητα ορίζεται ως: $\upsilon = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = 0$

Και η μέση αριθμητική ταχύτητα ως:

$$\upsilon_\mu = \frac{s}{\Delta t} = \frac{20}{2,8} = 7,14\frac{m}{s}$$

2.1.5. Η μεταβολή της ταχύτητάς του ισούται με: $\Delta\upsilon = \upsilon_2 - \upsilon_1 = 5 - 15 = -10\dfrac{m}{s}$

Η μέση επιτάχυνσή του ισούται με:

$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{-10}{50-40} = -1\frac{m}{s^2}$$

2.1.6. Πρώτα θα μετατρέψουμε την ταχύτητα σε m/s.
Έχουμε:

$$\upsilon = 108\frac{km}{h} = 108\frac{1000m}{3600s} = 30\frac{m}{s}$$

Η μέση επιτάχυνσή του ισούται με:

$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{30}{10} = 3\frac{m}{s^2}$$

2.1 Κινηματικά φυσικά μεγέθη – Προβλήματα

2.1.1 Α. Υπολογισμός διαστήματος και μετατόπισης: Το αυτοκίνητο διανύει μια ημικυκλική τροχιά με ακτίνα r = 3m. Το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο είναι το μήκος της ημικυκλικής διαδρομής, που δίνεται από τον τύπο για το μήκος ενός ημικυκλίου:

$$s = \frac{1}{2}\cdot 2\pi r = \pi r$$

και κάνοντας τις πράξεις:

$$s = 3\pi\, m \approx 9,42\, m$$

Η μετατόπιση του αυτοκινήτου είναι η απόσταση μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης, η οποία είναι η διάμετρος του ημικυκλίου. Άρα:

$$\Delta x = x_{τελ} - x_{αρχ} = 1 - 7 = -6\,m$$

Το μέτρο της μετατόπισης είναι $|\Delta x| = 6\,m$.

Β. Υπολογισμός μέσης αριθμητικής και μέσης διανυσματικής ταχύτητας: Μέση αριθμητική ταχύτητα ορίζεται ως το συνολικό διάστημα ανά μονάδα χρόνου, άρα:

$$\upsilon_\mu = \frac{s}{t} = \pi \frac{m}{s} \approx 3{,}14 \frac{m}{s}$$

Η μέση διανυσματική ταχύτητα ορίζεται ως η μετατόπιση ανά μονάδα χρόνου:

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 2\frac{m}{s}$$

Η μέση διανυσματική ταχύτητα έχει διεύθυνση από την αρχική θέση προς την τελική (κατά μήκος της διαμέτρου του ημικυκλίου).

2.2 Μελέτη του υλικού σημείου χωρίς την επίδραση δυνάμεων – Ερωτήσεις

2.2.1. Α. Όταν ο οδηγός του αστικού λεωφορείου πατήσει απότομα φρένο, οι όρθιοι επιβάτες κινούνται προς τα μπροστά λόγω της αδράνειας. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα (νόμος της αδράνειας), ένα σώμα τείνει να παραμείνει στην κατάσταση κίνησης ή ηρεμίας στην οποία βρίσκεται, εκτός αν ασκηθεί πάνω του μια εξωτερική δύναμη. Όταν το λεωφορείο κινείται, οι επιβάτες κινούνται με την ίδια ταχύτητα. Όταν ο οδηγός φρενάρει απότομα, το λεωφορείο επιβραδύνει, αλλά τα σώματα των επιβατών λόγω αδράνειας τείνουν να συνεχίσουν να κινούνται με την αρχική ταχύτητα προς τα εμπρός. Επομένως, οι επιβάτες κινούνται προς τα μπροστά επειδή τα σώματά τους αντιστέκονται στην ξαφνική αλλαγή της ταχύτητας του λεωφορείου.

Β. Πριν το λεωφορείο ξεκινήσει, οι επιβάτες βρίσκονται σε ηρεμία. Όταν το λεωφορείο επιταχύνει ξαφνικά, οι επιβάτες τείνουν να παραμείνουν στην κατάσταση ηρεμίας λόγω αδράνειας. Αν το λεωφορείο κινείται προς τα εμπρός, οι επιβάτες φαίνεται να κινούνται προς τα πίσω, καθώς τα σώματά τους προσπαθούν να διατηρήσουν την αρχική τους κατάσταση (ηρεμία).

2.2.2. Ο ρόλος της ζώνης ασφαλείας στα αυτοκίνητα είναι για να προστατεύει τους επιβάτες, περιορίζοντας την κίνησή τους κατά τη διάρκεια απότομων επιβραδύνσεων ή συγκρούσεων, μειώνοντας έτσι τον κίνδυνο τραυματισμού. Σε περίπτωση απότομου φρεναρίσματος ή σύγκρουσης, το αυτοκίνητο επιβραδύνεται ή σταματά απότομα, αλλά το σώμα του επιβάτη, λόγω αδράνειας, τείνει να συνεχίσει την κίνησή του με την ίδια ταχύτητα προς τα εμπρός. Η ζώνη ασφαλείας αποτρέπει αυτήν την ανεξέλεγκτη κίνηση. Γενικά, η ζώνη ασφαλείας σώζει ζωές και είναι ένα από τα πιο σημαντικά μέτρα ασφάλειας σε ένα αυτοκίνητο.

2.2.3. Στην εικόνα 29 στο σχήμα (α), το σώμα είναι ακίνητο. Εδώ οι δυνάμεις είναι:

Εικόνα 29. Οριζόντιο επίπεδο

Η δύναμη βαρύτητας είναι δύναμη εξ αποστάσεως που ασκείται από τη Γη προς τα κάτω και η κάθετη αντίδραση δύναμη εξ επαφής που ασκείται από το οριζόντιο επίπεδο προς τα πάνω. Οι δυνάμεις αυτές είναι ίσες αφού:

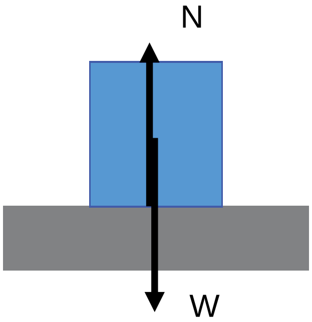
$$F_g = m \cdot g = N$$

Στην εικόνα 29 στο σχήμα (β), επειδή η κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα η συνισταμένη δύναμη στον οριζόντιο άξονα είναι μηδέν. Στον κατακόρυφο άξονα δεν αλλάζει κάτι σε σχέση με το σχήμα (α), άρα η σχέση των δυνάμεων παραμένει ίδια.

2.2 Μελέτη του υλικού σημείου χωρίς την επίδραση δυνάμεων – Ασκήσεις

2.2.1 Α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο μπλε κουτί δείχνονται στην εικόνα 30 και είναι το βάρος W από τη Γη και η κάθετη δύναμη επαφής N από το οριζόντιο επίπεδο.

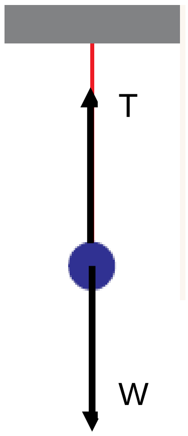
Β. Αφού το κουτί είναι ακίνητο δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, επομένως η κάθετη δύναμη επαφής είναι αντίθετη του βάρους, οπότε έχει μέτρο ίσο με το βάρος, δηλαδή 20N.



Εικόνα 30. Οριζόντιο επίπεδο

2.2.2. Α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο μπαλάκι δείχνονται στην εικόνα 31 και είναι το βάρος W από τη Γη και η τάση του νήματος T από το κατακόρυφο νήμα.

Β. Αφού το μπαλάκι είναι ακίνητο δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, επομένως η τάση του νήματος είναι αντίθετη του βάρους, οπότε έχει μέτρο ίσο με το βάρος, δηλαδή 1,5N.



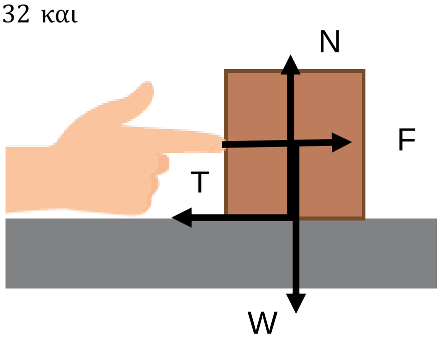
Εικόνα 31. Νήμα

2.2.3. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα δείχνονται στην εικόνα 32 και είναι το βάρος W από τη Γη, η κάθετη δύναμη επαφής N και η τριβή ολίσθησης T από το οριζόντιο επίπεδο και η οριζόντια δύναμη F από το χέρι.

Αφού το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, επομένως:

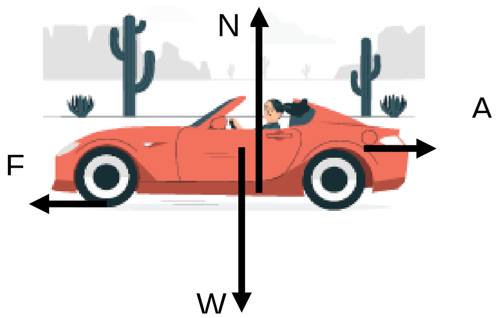
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - T = 0 \Rightarrow T = F = 20\,N$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - W = 0 \Rightarrow N = W = 30\,N$$



Εικόνα 32. Χέρι

2.2.4. Α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα αυτοκίνητο-οδηγός δείχνονται στην εικόνα 33 και είναι το συνολικό βάρος αυτοκινήτου-οδηγού W που ασκείται από τη Γη, η κάθετη δύναμη επαφής N (πρόκειται για τη συνισταμένη από τις τέσσερις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε τροχό από το οριζόντιο επίπεδο), η δύναμη F που το κινεί (πρόκειται για τη συνισταμένη από τις δυνάμεις στους κινητήριους τροχούς από τη μηχανή) και η συνολική αντίσταση A (προέρχεται από τον αέρα και τον δρόμο).



Εικόνα 33. Αυτοκίνητο-οδηγός

Β. Αφού το σύστημα κινείται με σταθερή ταχύτητα δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, επομένως:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F - A = 0 \Rightarrow T = A = 600\,N$$

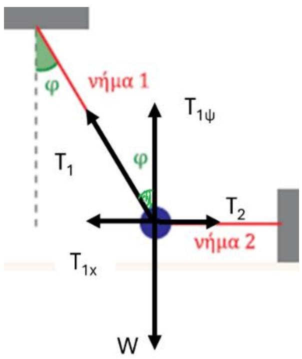
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - W = 0 \Rightarrow N = W = 1000\,N$$

2.2.5 Α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα δείχνονται στην εικόνα 34 και είναι το βάρος W από τη Γη, η τάση του νήματος 1 (T_1) και η τάση του νήματος 2 (T_2) που ασκούνται στη σφαίρα από τα δύο νήματα.

Β. Αφού η σφαίρα ισορροπεί δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, επομένως:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{1x} - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot \eta\mu 30^o$$

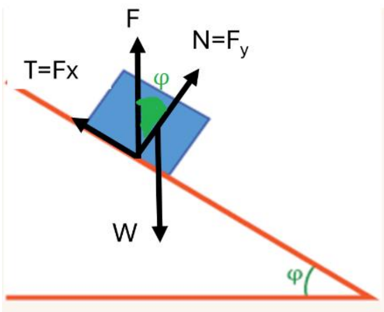
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_{1y} - W = 0 \Rightarrow T_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^o = W \Rightarrow T_1 = \frac{W}{\sigma\upsilon\nu 30^o} = 4,62\,N$$



Εικόνα 34. Σφαίρα

Έτσι προκύπτει και η τιμή της $T_2 = T_1 \cdot \eta\mu 30^o = 2,31\,N$

2.2.6. Α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο αντικείμενο δείχνονται στην εικόνα 35 και είναι το βάρος W από τη Γη και η συνολική δύναμη επαφής από το δάπεδο F. Στο σχήμα επίσης δείχνονται και δύο συνιστώσες της F με μεγάλη φυσική σημασία, η κάθετη δύναμη επαφής ($N = F_y = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$) και η παράλληλη στο δάπεδο, στατική τριβή ($T = F_x = F \cdot \eta\mu\varphi$)



Εικόνα 35. Κεκλιμένο επίπεδο

Β. Αφού το αντικείμενο είναι ακίνητο δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, επομένως η F είναι αντίθετη του βάρους, οπότε και το βάρος έχει μέτρο 10N.

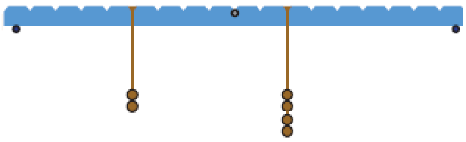
Εάν θέλουμε να υπολογίσουμε και τις συνιστώσες της F, αυτές εύκολα υπολογίζονται από την τριγωνομετρία:

$$T = F \cdot \eta\mu\varphi = 6\,N \text{ και } N = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 8\,N$$

2.2.7. Εφόσον η ράβδος ισορροπεί δέχεται μηδενική ολική ροπή.

Α. Αν παραστήσουμε ως d την απόσταση δύο εγκοπών, Β το βάρος κάθε βαριδίου και Ν το πλήθος των βαριδίων που πρέπει να κρεμάσουμε στη 2η εγκοπή δεξιά του άξονα περιστροφής, τότε έχουμε:

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow 2B\cdot 4d = N\cdot B\cdot 2d \Rightarrow N = 4$$



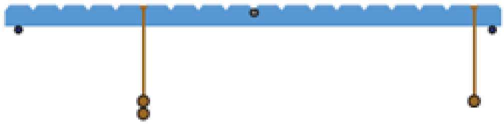
Εικόνα 36. Ράβδος

δηλαδή πρέπει να κρεμάσουμε τέσσερα βαρίδια, όπως δείχνεται στην εικόνα 36.

Β. Ομοίως για την 8η εγκοπή:

$$\Sigma\tau = 0 \Rightarrow 2B\cdot 4d = N\cdot B\cdot 8d \Rightarrow N = 1$$

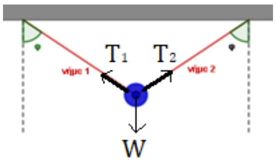
δηλαδή πρέπει να κρεμάσουμε ένα βαρίδι, όπως δείχνεται στην εικόνα 37.



Εικόνα 37. Ράβδος

2.2 Μελέτη του υλικού σημείου χωρίς την επίδραση δυνάμεων – Προβλήματα

2.2.1. Α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα από το περιβάλλον είναι οι τάσεις T_1 και T_2 από τα νήματα και το βάρος της W εξ αποστάσεως από τη Γη. Δείχνονται στην εικόνα 38.



Εικόνα 38. Σφαίρα με δύο νήματα

Β. Η σφαίρα βρίσκεται σε ισορροπία, επομένως το άθροισμα των δυνάμεων είναι μηδενικό τόσο στην κατακόρυφη όσο και στην οριζόντια διεύθυνση. Οι οριζόντιες συνιστώσες των τάσεων πρέπει να είναι ίσες και αντίθετες για να ισορροπούν.

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{2x} - T_{1x} = 0 \Rightarrow T_2\cdot\eta\mu 60^o = T_1\cdot\eta\mu 60^o \Rightarrow T_2 = T_1 = T$$

Οι κατακόρυφες συνιστώσες των τάσεων πρέπει να εξισώνονται με το βάρος της σφαίρας:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_{1y} + T_{2y} - W = 0 \Rightarrow T_1\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o + T_2\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o = W \Rightarrow 2T\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o = W$$

και αντικαθιστώντας το συνημίτονο και το βάρος μετά τις πράξεις προκύπτει $T = 6\,N$.

Γ. Αν κρεμάσουμε μια δεύτερη σφαίρα κάτω από την πρώτη, το συνολικό βάρος θα είναι διπλάσιο, δηλαδή $W = 12\,N$. Η ανάλυση γίνεται με τον ίδιο τρόπο. Η κατακόρυφη ισορροπία θα μας δώσει $2T'\cdot\sigma\upsilon\nu 60^o = W$ οπότε οι νέες τάσεις των νημάτων θα είναι $T_2' = T_1' = 12\,N$.

2.2.2. Για να ισορροπεί η ράβδος, το άθροισμα των ροπών που προκαλούν τα βαρίδια γύρω από τον άξονα περιστροφής πρέπει να είναι μηδενικό. Η ροπή από τα βαρίδια αριστερά του άξονα είναι:

$$\tau_{\alpha\rho\iota\sigma\tau\varepsilon\rho\acute{\alpha}} = 4\cdot 0{,}5\,N\cdot 6\cdot 3cm = 36N\cdot cm = 0{,}36Nm$$

Ας υποθέσουμε ότι τοποθετούμε n βαρίδια βάρους 1 N στην 3η εγκοπή δεξιά του άξονα. Η ροπή τους είναι:

$$\tau_{\delta\varepsilon\xi\iota\acute{\alpha}} = \eta\cdot 1N\cdot 3\cdot 3cm = 9n\,N\cdot cm = 0{,}09\cdot n\ \ Nm$$

Για ισορροπία, οι ροπές αριστερά και δεξιά πρέπει να είναι ίσες οπότε προκύπτει:

$$0{,}09\cdot n = 0{,}36 \Rightarrow n = \frac{0{,}36}{0{,}09} \Rightarrow n = 4$$

Άρα, χρειάζονται 4 βαρίδια βάρους 1 N στην 3η εγκοπή δεξιά.

Β. Αν τοποθετήσουμε μόνο ένα βαρίδιο, η ροπή του πρέπει να εξισωθεί με τη ροπή των 4 βαριδίων αριστερά οπότε θα ισχύει:

$$\tau_{\delta\varepsilon\xi\iota\acute{\alpha}} = \tau_{\alpha\rho\iota\sigma\tau\varepsilon\rho\acute{\alpha}} \Rightarrow 2N\cdot d\,m = 0{,}36\,N\,m \Rightarrow d = \frac{0{,}36}{2} \Rightarrow d = 0{,}18m$$

Επομένως, αν τοποθετήσουμε ένα βαρίδιο βάρους 2 N στην 6η εγκοπή δεξιά, η ράβδος θα ισορροπήσει.

Γ. Ας υποθέσουμε ότι τοποθετούμε ένα βαρίδιο στην 1η εγκοπή δεξιά και ένα βαρίδιο στην εγκοπή d_2 δεξιά του άξονα. Η συνολική ροπή δεξιά θα είναι:

$$\tau_{\delta\varepsilon\xi\iota\acute{\alpha}} = 3\cdot 1\cdot 0,03 + 3\cdot 1\cdot d_2 \Rightarrow \tau_{\delta\varepsilon\xi\iota\acute{\alpha}} = 0,09 + 3\cdot d_2$$

Για να έχουμε ισορροπία, η συνολική ροπή δεξιά πρέπει να εξισωθεί με τη ροπή των βαριδίων αριστερά, οπότε προκύπτει η σχέση:

$$0,09 + 3\cdot d_2 = 0,36 \Rightarrow 3\cdot d_2 = 0,27 \Rightarrow d_2 = 0,09\ m$$

Άρα εάν το ένα βαρίδιο 3 N τοποθετηθεί στην 1η εγκοπή (δεξιά) και το δεύτερο βαρίδιο 3 N τοποθετηθεί στην 3η εγκοπή (δεξιά), η ράβδος θα ισορροπήσει.

Αποκλείονται οι περιπτώσεις όπου και τα δύο βαρίδια τοποθετούνται στη 2η εγκοπή, αφού θέλουμε να τοποθετηθούν σε διαφορετικές εγκοπές, όπως και η περίπτωση που το ένα βαρίδιο τοποθετείται πάνω στον άξονα περιστροφής και το δεύτερο στην 4η εγκοπή δεξιά, αφού σε αυτή την περίπτωση δεξιά του άξονα περιστροφής τοποθετείται μόνο ένα βαρίδιο.

2.3 Μελέτη του υλικού σημείου υπό την επίδραση δυνάμεων – Ερωτήσεις

2.3.1. Χρησιμοποιώντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε αρχικά τη μάζα του αντικειμένου:

$$m = \frac{F_1}{\alpha_1} = \frac{10N}{5\frac{m}{s^2}} = 2kg$$

και στη συνέχεια το ζητούμενο:

$$F_2 = m\cdot a_2 = 2\,N$$

Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Β.**

2.3.2. Η επιτάχυνση υπολογίζεται από τη σχέση: $\alpha = \frac{F}{m}$

Άρα αν υποδιπλασιάσουμε τον αριθμητή και υποτετραπλασιάσουμε τον παρονομαστή θα διπλασιαστεί το κλάσμα. Άρα η επιτάχυνση που θα προκληθεί είναι:

$$\alpha = 32\frac{m}{s^2}$$

2.3.3. Παρόμοια με την απάντηση στην ερώτηση 2.3.2 η νέα επιτάχυνση είναι διπλάσια.
Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Β.**

2.3.4. Παρόμοια με την απάντηση στην ερώτηση 2.3.2 η νέα επιτάχυνση είναι τετραπλάσια.
Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Δ.**

2.3.5. Παρόμοια με την απάντηση στην ερώτηση 2.3.2 η σωστή αντιστοίχιση είναι A-ii, B-i, Γ-iii.

2.3.6. Η συμπλήρωση των κενών θα γίνει με τους όρους: μάζα, ανάλογη, αντίστροφα ανάλογη.

2.3.7. Αν και τα τρένα διαθέτουν ισχυρές μηχανές, η επιτάχυνσή τους είναι μικρότερη σε σύγκριση με μικρές μοτοσυκλέτες λόγω της έννοιας της αδράνειας και του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, η επιτάχυνση (α) ενός σώματος είναι ανάλογη της συνισταμένης δύναμης (F) που ασκείται πάνω του και αντίστροφα ανάλογη της μάζας (m) του σώματος, δηλαδή $\alpha = \frac{F}{m}$. Τα τρένα έχουν πολύ μεγαλύτερη μάζα από τις μοτοσυκλέτες. Αν και η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στα τρένα είναι μεγάλη, η μεγάλη τους μάζα μειώνει την επιτάχυνση σύμφωνα με την παραπάνω σχέση. Αντίθετα, οι μικρές μοτοσυκλέτες έχουν μικρότερη μάζα και επομένως η ίδια δύναμη μπορεί να προσδώσει μεγαλύτερη επιτάχυνση. Επιπλέον, η αδράνεια του τρένου, που σχετίζεται με τη μεγάλη του μάζα, προκαλεί μεγαλύτερη αντίσταση στην αλλαγή της ταχύτητας, καθιστώντας την επιτάχυνση του τρένου πιο αργή σε σύγκριση με τη μοτοσυκλέτα.

2.3 Μελέτη του υλικού σημείου υπό την επίδραση δυνάμεων – Ασκήσεις

2.3.1. Α. Η μόνη δύναμη που ασκείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι η συνιστώσα του βάρους του σώματος κατά τη διεύθυνση του επιπέδου (Δες λυμένο παράδειγμα 2.3.4). Αυτή η συνιστώσα της δύναμης είναι:

$$F_y = m \cdot g \cdot \eta\mu\theta$$

Επειδή το σώμα κινείται χωρίς τριβές, η επιτάχυνση του σώματος υπολογίζεται ως:

$$\alpha = \frac{F_y}{m} = g \cdot \eta\mu\theta \Rightarrow a = 5\frac{m}{s^2}$$

Β. Για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του σώματος, πρέπει να λάβουμε υπόψη όλες τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του: τη δύναμη F που ασκείται υπό γωνία φ, την τριβή και το βάρος του σώματος (δες λυμένο παράδειγμα 2.3.3). Αρχικά αναλύουμε τη δύναμη σε συνιστώσες:

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 80\,N$$

Και:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\theta = 60\,N$$

Από την ισορροπία στον κατακόρυφο άξονα υπολογίζουμε την κάθετη αντίδραση ως εξής:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y - m \cdot g = 0 \Rightarrow N = m \cdot g - F_y \Rightarrow N = 40\,N$$

Οπότε η τριβή ολίσθησης είναι:

$$T = \mu \cdot N \Rightarrow T = 20\,N$$

Η επιτάχυνση του σώματος υπολογίζεται από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

$$\alpha = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{F_x - T}{m} = \frac{80-20}{10} = 6\frac{m}{s^2}$$

2.3.2. Για να υπολογίσουμε τη μάζα του σώματος, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} \Rightarrow m = \frac{F_1 - F_2}{a} \Rightarrow m = \frac{40-25}{4} \Rightarrow m = 3,75\,kg$$

2.3 Μελέτη του υλικού σημείου υπό την επίδραση δυνάμεων – Προβλήματα

2.3.1. Αναλύουμε τη δύναμη F σε συνιστώσες και τις υπολογίζουμε σύμφωνα με τις σχέσεις:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\theta = 50\,N \text{ και } F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 50\sqrt{3}\,N$$

Το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα άρα θα ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y - W = 0 \Rightarrow N = m \cdot g - F \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow N = 100\,N$$

Η ολική τριβή δίνεται από τη σχέση:

$$T_{o\lambda} = \mu \cdot N = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 100 = 50\sqrt{3}N$$

για τον οριζόντιο άξονα θα ισχύει:

$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F_x - T_{o\lambda} = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot N}{m} \Rightarrow a = 0$$

2.4 Ευθύγραμμη κίνηση και οι αναπαραστάσεις της – Ερωτήσεις

2.4.1. Α. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η μέση και η στιγμιαία ταχύτητα ταυτίζονται. **Σωστό.** Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η ταχύτητα είναι σταθερή, οπότε η μέση ταχύτητα και η στιγμιαία ταχύτητα είναι ίσες σε κάθε χρονική στιγμή.

Β. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η εξίσωση κίνησης είναι δευτέρου βαθμού συνάρτηση του χρόνου. **Λάθος.** Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η εξίσωση κίνησης είναι της μορφής $x = x_0 + \upsilon \cdot t$ Αυτή είναι μια εξίσωση πρώτου βαθμού, όχι δευτέρου.

Γ. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η ταχύτητα διατηρεί σταθερό μέτρο, αλλά μπορεί να αλλάζει κατεύθυνση. **Λάθος.** Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η ταχύτητα διατηρεί σταθερό μέτρο και κατεύθυνση. Αν η κατεύθυνση της ταχύτητας αλλάζει, τότε η κίνηση δεν είναι πια ευθύγραμμη ομαλή, αλλά κυκλική ή καμπυλόγραμμη.

Δ. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η μετατόπιση είναι ανάλογη του χρόνου. **Σωστό.** Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η μετατόπιση είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου, δηλαδή $x = x_0 + \upsilon \cdot t$, πράγμα που σημαίνει ότι η μετατόπιση είναι ανάλογη του χρόνου με σταθερή ταχύτητα.

2.4.2. Η σωστή αντιστοίχιση είναι x-θέση, υ-ταχύτητα, x_0-αρχική θέση, t-χρόνος.

2.4.3. Για τις ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις, δηλαδή για την κίνηση με σταθερή επιτάχυνση, η σωστή πρόταση είναι η **Β.** Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι σταθερός. Οι άλλες προτάσεις **δεν** είναι σωστές:
Α. Η ταχύτητα είναι σταθερή. **Λάθος.** Στις ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις, η ταχύτητα δεν είναι σταθερή, αλλά μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό λόγω της σταθερής επιτάχυνσης.
Γ. Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι σταθερός. **Λάθος.** Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι η ταχύτητα, η οποία δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό. Στις ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις, η ταχύτητα αλλάζει γραμμικά με τον χρόνο.
Δ. Η μετατόπιση είναι ανάλογη του χρόνου κίνησης. **Λάθος.** Η μετατόπιση σε ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση είναι μια τετραγωνική συνάρτηση του χρόνου, καθώς η ταχύτητα αλλάζει γραμμικά με τον χρόνο.

2.4.4. Για τις ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες κινήσεις, η σωστή πρόταση είναι η **Β.** Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. Οι άλλες προτάσεις **δεν** είναι σωστές:
Α. Το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται. **Λάθος.** Σε ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται, καθώς η επιτάχυνση προσθέτει συνεχώς ταχύτητα στο σώμα.
Γ. Η επιτάχυνση είναι αντίθετη της ταχύτητας. **Λάθος.** Στις ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες κινήσεις, η επιτάχυνση είναι συνήθως στην ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα (ή ανάλογα με την κατεύθυνση της ταχύτητας) και προκαλεί αύξηση του μέτρου της ταχύτητας. Αν η επιτάχυνση ήταν αντίθετη της ταχύτητας, θα μιλούσαμε για επιβράδυνση ή αρνητική επιτάχυνση.
Δ. Δεν υπάρχει επιτάχυνση. **Λάθος.** Στις ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες κινήσεις, η επιτάχυνση είναι σταθερή και είναι η αιτία για την αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας.

2.4.5. Στις ευθύγραμμες ομαλά επιβραδυνόμενες κινήσεις, η σωστή πρόταση είναι η **Γ.** Η επιτάχυνση είναι αντίθετη της ταχύτητας. Οι άλλες προτάσεις **δεν** είναι σωστές:
Α. Το μέτρο της ταχύτητας μένει σταθερό. **Λάθος.** Στις ευθύγραμμες ομαλά επιβραδυνόμενες κινήσεις, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με την πάροδο του χρόνου λόγω της επιβράδυνσης.
Β. Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. **Λάθος.** Στην επιβράδυνση, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται, δεν αυξάνεται.
Δ. Δεν υπάρχει επιτάχυνση. **Λάθος.** Υπάρχει επιτάχυνση στην επιβράδυνση, απλά είναι αρνητική (ή αντίθετη της κατεύθυνσης της ταχύτητας).

2.4.6. Για να υπολογίσουμε τον χρόνο που απαιτείται για το αυτοκίνητο να μετατοπιστεί κατά 100 μέτρα με σταθερή ταχύτητα, χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης με σταθερή ταχύτητα:

$$x = \upsilon \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon} \Rightarrow t = \frac{100m}{25\frac{m}{s}} \Rightarrow t = 4s$$

2.4.7. Οι αντιστοιχίσεις είναι: Γράφημα 1 – Ε, Γράφημα 2 – Β, Γράφημα 3 – Α, Γράφημα 4 – Δ, Γράφημα 5 – Δ, Γράφημα 6 – Γ.

2.4.8. Η εξίσωση κίνησης είναι $x = x_0 + \upsilon \cdot t$. Από το γράφημα γνωρίζουμε την αρχική θέση και υπολογίζουμε την ταχύτητα $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40-10}{8-0} = \frac{30}{8} = 3{,}75\frac{m}{s}$. Οπότε η εξίσωση κίνησης του αντικειμένου είναι:

$$x = 10 + 3{,}75 \cdot t \;\; (S.I.)$$

2.4.9.

Χρονική στιγμή (s)	Ταχύτητα (m/s)	Θέση (m)	Επιτάχυνση (m/s²)
1	1	1	0
2,5	2	3	0
3,5	0	4	0
5	−0,5	3,5	0
6,6	−5	0	0
8	1	−1	0

2.4 Ευθύγραμμη κίνηση και οι αναπαραστάσεις της – Ασκήσεις

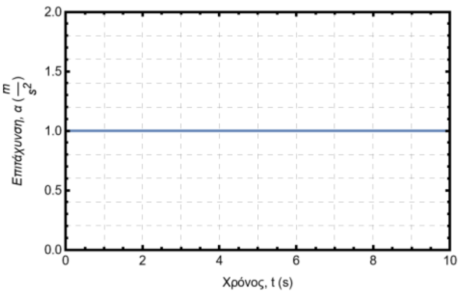
2.4.1. Οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας – χρόνου και επιτάχυνσης – χρόνου δείχνονται στις επόμενες εικόνες 39 και 40.

Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε:

$$x_0 = 0,\; t_0 = 0$$

Ενώ για τη χρονική στιγμή $t = 2s$ αφού η κλίση της συνάρτησης είναι η ταχύτητα, προκύπτει:

$$\upsilon = 2\frac{m}{s}$$



Εικόνα 39. Επιτάχυνση – χρόνος

Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη άρα:

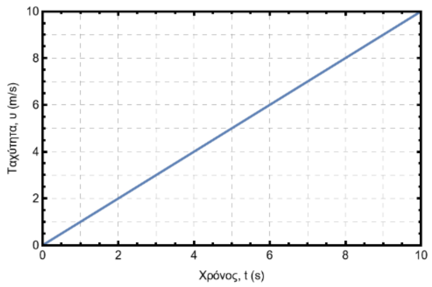
$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow 2 = \alpha \cdot 2 \Rightarrow \alpha = 1\frac{m}{s^2}$$

Ενώ η εξίσωση κίνησης προκύπτει από την εικόνα του σχήματος και είναι η:

$$x = 0{,}5 \cdot t^2$$

Η εξίσωση της ταχύτητας είναι:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \upsilon = t\,.$$



Εικόνα 40. Ταχύτητα – χρόνος

2.4.2. Α. Τα δεδομένα που προκύπτουν από τις γραφικές αναπαραστάσεις είναι:

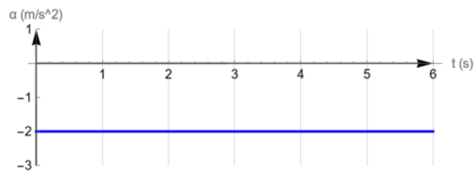
1. για τη χρονική στιγμή $t = 1s$ η ταχύτητα είναι $\upsilon = 2\frac{m}{s}$

2. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η αρχική ταχύτητα είναι $\upsilon_0 = 4\frac{m}{s}$ και το αντικείμενο ξεκινάει την κίνησή του από τη θέση $x_0 = 0$.

Η επιτάχυνση του αντικειμένου υπολογίζεται ως εξής

$$\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - \upsilon_{\alpha\rho\chi}}{t - t_0} = \frac{2-4}{1-0} = -2\frac{m}{s^2}$$

Και η γραφική της παράσταση δείχνεται στην εικόνα 41.



Εικόνα 41. Αρνητική επιτάχυνση

Β. Η εξίσωση κίνησης είναι:

$$x = x_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow x(t) = 4 \cdot t - t^2$$

Ενώ η εξίσωση ταχύτητας είναι:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \upsilon_A = 4 - 2 \cdot t \text{ .}$$

Γ. Η κλίση στο γράφημα x-t τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή είναι η ταχύτητα, δηλαδή:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = 2\frac{m}{s}$$

2.4.3. Α. Η κίνηση του αεροσκάφους είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, καθώς η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο, σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα.

Β. Εξίσωση της κίνησης και της ταχύτητας. Από τα δεδομένα παρατηρούμε ότι η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο, άρα μπορούμε να υποθέσουμε ότι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση.

Ο τύπος της ταχύτητας σε ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t$$

Χρησιμοποιούμε τα δεδομένα του πίνακα για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση και την αρχική ταχύτητα.

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{60-20}{30-10} = 2\frac{m}{s^2}$$

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας είναι:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t = 0 + 2 \cdot t \Rightarrow \upsilon = 2 \cdot t$$

ενώ η εξίσωση της κίνησης:

$$x = x_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow x(t) = t^2$$

Γ. Η απαιτούμενη ταχύτητα για απογείωση είναι 70m/s. Χρησιμοποιούμε την εξίσωση της ταχύτητας για να βρούμε τη χρονική στιγμή που το αεροσκάφος φτάνει τα 70m/s.

$$\upsilon = 2 \cdot t \Rightarrow 70 = 2 \cdot t \Rightarrow t = 35s$$

Δ. Το μήκος που διανύει το αεροσκάφος μέχρι την απόκτηση της απαιτούμενης ταχύτητας απογείωσης υπολογίζεται από την εξίσωση της κίνησης:

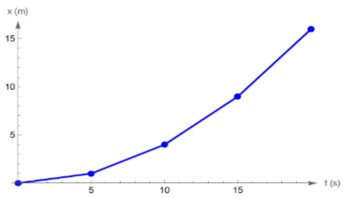
$$x(t) = t^2 \Rightarrow x(35) = 35^2 \Rightarrow x(35) = 1225m$$

Το μήκος του διαδρόμου που απαιτείται είναι το διπλάσιο:

$$x_{\alpha\sigma\varphi\alpha\lambda\acute{\varepsilon}\varsigma} = 2 \cdot 1225 = 2450m$$

Αν ο διάδρομος είχε μήκος 2km, τότε δεν θα ήταν ασφαλής η απογείωση, καθώς το απαιτούμενο μήκος (2.45km) είναι μεγαλύτερο.

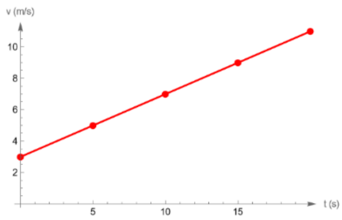
2.4.4. Για να δημιουργήσουμε τις γραφικές παραστάσεις, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα για τη θέση και την ταχύτητα του σώματος. Εφόσον ζητείται και η επιτάχυνση, θα την υπολογίσουμε από την ταχύτητα.



Εικόνα 42. Θέση – χρόνος

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{5-3}{5-0} = 0,4\frac{m}{s^2}$$

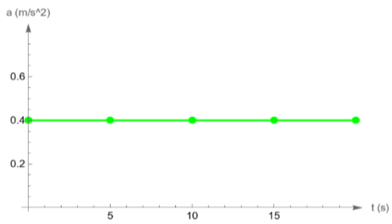
Η γραφική παράσταση της θέσης σε σχέση με τον χρόνο δείχνεται στην εικόνα 42.



Εικόνα 43. Ταχύτητα – χρόνος

Η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε σχέση με τον χρόνο δείχνεται στην εικόνα 43.

Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε σχέση με τον χρόνο δείχνεται στην εικόνα 44.



Εικόνα 44. Επιτάχυνση – χρόνος

2.4.5. Α. Για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η ταχύτητα υπολογίζεται ως:

$$\upsilon = \frac{\Delta\iota\acute{\alpha}\sigma\tau\eta\mu\alpha}{\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma} = \frac{200}{8} = 25\frac{m}{s}$$

Για να μετατρέψουμε την ταχύτητα από m/s σε km/h:

$$\upsilon = 25\frac{m}{s} = 25\frac{\frac{1}{1000}}{\frac{1}{3600}} = 90\frac{km}{h}$$

Β. Για να υπολογίσουμε τον χρόνο που απαιτείται για να διανύσει το αυτοκίνητο 1,2km

$$\upsilon = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{\upsilon} \Rightarrow t = \frac{1200}{25} \Rightarrow t = 48s$$

2.4.6. Α. Για την ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση, η ταχύτητα υπολογίζεται ως εξής:

$$\upsilon = \frac{\Delta\iota\acute{\alpha}\sigma\tau\eta\mu\alpha}{\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma} = \frac{144km}{2h} = 72\frac{km}{h}$$

και για να μετατρέψουμε την ταχύτητα από km/h σε m/s:

$$\upsilon = 22\frac{km}{h} = 22\frac{1000m}{3600s} = 20\frac{m}{s}$$

Β. Για να υπολογίσουμε τον χρόνο που απαιτείται για να διανύσει το αυτοκίνητο 1,2 km

$$\upsilon = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{\upsilon} \Rightarrow t = \frac{1200}{20} \Rightarrow t = 60s$$

Γ. Για να υπολογίσουμε το διάστημα που διανύει σε 5 λεπτά, πρώτα μετατρέπουμε τα 5 λεπτά σε δευτερόλεπτα 5 min=5×60=300 sec και έπειτα χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \Rightarrow s = \upsilon \cdot t \Rightarrow s = 20 \cdot 300 \Rightarrow s = 6000m$$

2.4.7. Α. Η εξίσωση κίνησης ενός σώματος που κινείται με σταθερή ταχύτητα δίνεται από τη σχέση:

$$x = x_0 + \upsilon \cdot t \Rightarrow x = -12 + 4 \cdot t$$

Β. Για να βρούμε τη θέση αντικαθιστούμε στην εξίσωση κίνησης:

$$x = x_0 + \upsilon \cdot t \Rightarrow x = -12 + 4 \cdot 5 \Rightarrow x = 8m$$

Γ. Για να βρούμε τη χρονική στιγμή που το υλικό σημείο διέρχεται από την αρχή του άξονα, θέτουμε x = 0 και λύνουμε ως προς t:

$$x = -12 + 4 \cdot t \Rightarrow 0 = -12 + 4 \cdot t \Rightarrow 4 \cdot t = 12 \Rightarrow t = 3s$$

Δ. Η μετατόπιση ενός σώματος είναι η διαφορά θέσης μεταξύ δύο χρονικών στιγμών. Η θέση τη χρονική στιγμή t = 0 είναι x_0 = −12 m και τη χρονική στιγμή t = 5 s είναι x(5) = 8 m. Άρα η μετατόπιση είναι:

$$\Delta x = x_5 - x_0 \Rightarrow \Delta x = 8 - (-12) \Rightarrow \Delta x = 20m$$

2.4.8. Α. Από τις εξισώσεις κίνησης των δύο υλικών σημείων υπολογίζουμε για το πρώτο το μέτρο της ταχύτητας $\upsilon_1 = -12\frac{m}{s}$, το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι το υλικό σημείο κινείται προς την αρνητική φορά του άξονα x. Για το δεύτερο $\upsilon_2 = +8\frac{m}{s}$, θετική τιμή, που σημαίνει ότι το υλικό σημείο κινείται προς τη θετική φορά του άξονα x.

Β. Για να βρούμε την απόσταση τη χρονική στιγμή t = 2 s, υπολογίζουμε τις θέσεις των δύο σημείων. Για το πρώτο:

$$x_1 = 50 - 12 \cdot t \Rightarrow x_1 = 50 - 12 \cdot 2 \Rightarrow x_1 = 26m$$

Για το δεύτερο:

$$x_2 = -10 + 8 \cdot t \Rightarrow x_2 = -10 + 8 \cdot 2 \Rightarrow x_2 = 6m$$

Η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων είναι η απόλυτη διαφορά των θέσεών τους:

$$d = x_1 - x_2 = 26 - 6 \Rightarrow d = 20\,m$$

Γ. Η μετατόπιση του πρώτου υλικού σημείου είναι:

$$\Delta x = x_1(2) - x_1(0) \Rightarrow \Delta x = -24\,m$$

και το διάστημα που διάνυσε είναι 24 m.
Η μετατόπιση του δεύτερου υλικού σημείου είναι:

$$\Delta x = x_2(2) - x_2(0) \Rightarrow \Delta x = +16\,m$$

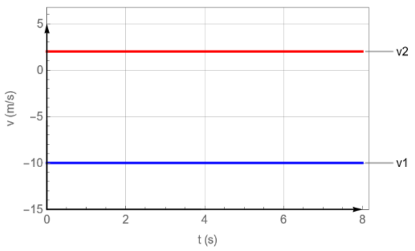
και το διάστημα που διάνυσε είναι 16 m.
Δ. Για να βρούμε τη χρονική στιγμή που τα δύο υλικά σημεία συναντώνται, θέτουμε τις εξισώσεις $x_1(t)$ και $x_2(t)$ ίσες μεταξύ τους και έπειτα λύνουμε ως προς t:

$$x_1(t) = x_2(t) \Rightarrow 50 - 12 \cdot t = -10 + 8 \cdot t \Rightarrow 60 = 20 \cdot t \Rightarrow t = 3\,s$$

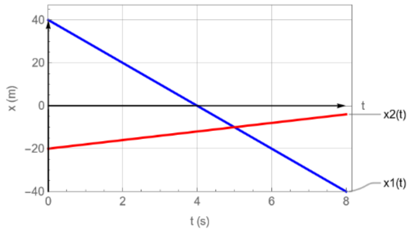
Για να βρούμε τη θέση συνάντησής τους, αντικαθιστούμε το t = 3s σε μία από τις εξισώσεις κίνησης:

$$x_1 = 50 - 12 \cdot t \Rightarrow x_1 = 50 - 12 \cdot 3 \Rightarrow x_1 = 14\,m$$

2.4.9. Α. Η γραφική παράσταση ταχύτητας χρόνου και για τα δύο υλικά σημεία δείχνεται στην εικόνα 45. Η γραφική παράσταση θέσης χρόνου και για τα δύο υλικά σημεία δείχνεται στην εικόνα 46.



Εικόνα 46. Δύο κινητά – ταχύτητες



Εικόνα 45. Δύο κινητά – θέσεις

Β. Για να βρούμε τη χρονική στιγμή που τα δύο υλικά σημεία συναντώνται, θέτουμε τις εξισώσεις $x_1(t)$ και $x_2(t)$ ίσες μεταξύ τους και έπειτα λύνουμε ως προς t:

$$x_1(t) = x_2(t) \Rightarrow 40 - 10 \cdot t = -20 + 2 \cdot t \Rightarrow 60 = 12 \cdot t \Rightarrow t = 5\,s$$

Για να βρούμε τη θέση συνάντησής τους, αντικαθιστούμε το t = 5s σε μία από τις εξισώσεις κίνησης:

$$x_1 = 40 - 10 \cdot t \Rightarrow x_1 = 40 - 10 \cdot 5 \Rightarrow x_1 = -10\,m$$

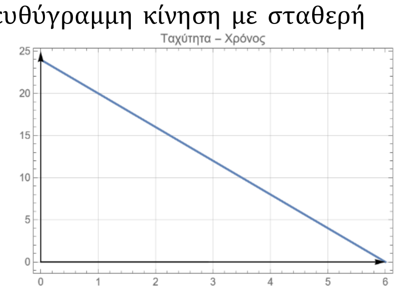
2.4.10. Α. Για να βρούμε την αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση της ταχύτητας:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow 30 = \upsilon_0 + 3 \cdot 5 \Rightarrow \upsilon_0 = 15\frac{m}{s}$$

2.4.11. Α. Η εξίσωση της ταχύτητας μας δείχνει ότι η ταχύτητα του αντικειμένου μειώνεται γραμμικά με τον χρόνο με ρυθμό $4 m/s^2$. Αυτό σημαίνει ότι το αντικείμενο εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή επιβράδυνση. Η αρχική ταχύτητα του αντικειμένου είναι 24 m/s τη χρονική στιγμή t = 0 και η ταχύτητά του μειώνεται κατά 4 m/s για κάθε δευτερόλεπτο.
Β. Το γράφημα ταχύτητας – χρόνου δείχνεται στην εικόνα 47.

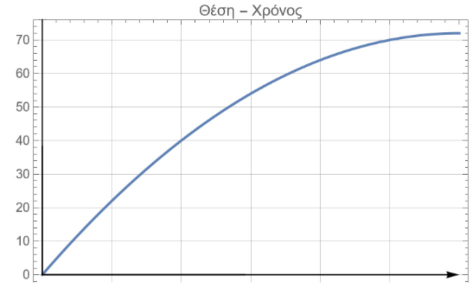
Γ. Η εξίσωση της θέσης σε σχέση με τον χρόνο είναι:

$$x = x_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow x(t) = 24 \cdot t - 2 \cdot t^2$$

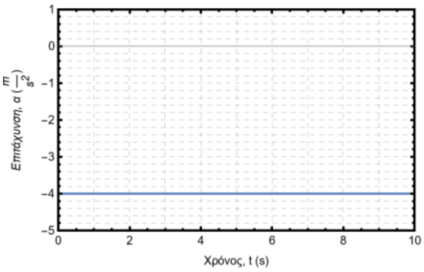


Εικόνα 47. Ταχύτητα – χρόνος

Δ. Το γράφημα θέσης – χρόνου δείχνεται στην εικόνα 48, ενώ το γράφημα επιτάχυνσης – χρόνου δείχνεται στην εικόνα 49.



Εικόνα 49. Θέση – χρόνος



Εικόνα 48. Επιτάχυνση – χρόνος

2.4.12. Α. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω, οπότε η αρχική ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι αρνητικές, αφού έχουν φορά προς τα κάτω. Χρησιμοποιούμε την εξίσωση για τη θέση του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο:

$$x = x_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow x(t) = 100 - 5 \cdot t - \frac{1}{2} 10 \cdot t^2 \Rightarrow x(t) = 100 - 5 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Αντικαθιστούμε x(t) = 0 και βρίσκουμε τον χρόνο λύνοντας μια δευτεροβάθμια εξίσωση:

$$0 = 100 - 5 \cdot t - 5 \cdot t^2 \Rightarrow 5 \cdot t^2 + 5 \cdot t - 100 = 0$$

Οι δύο λύσεις είναι $t_1 = -5s$ που απορρίπτεται και $t_2 = 4s$.

Β. Χρησιμοποιούμε την εξίσωση της ταχύτητας:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \upsilon = -5 - 10 \cdot 4 \Rightarrow \upsilon = -45 \frac{m}{s}$$

Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι η ταχύτητα του σώματος έχει φορά προς τα κάτω.

2.4.13. Α. Η επιτάχυνση είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας. Στην ευθύγραμμη κίνηση η επιτάχυνση υπολογίζεται από την κλίση της ευθείας γραμμής στη γραφική παράσταση υ(t). Από το χρονικό διάστημα 0 έως 2 δευτερόλεπτα, η ταχύτητα φαίνεται να αυξάνεται γραμμικά από 2m/s έως 12m/s, οπότε η επιτάχυνση είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{12 - 2}{2 - 0} = 5 \frac{m}{s^2}$$

Β. Από 2 έως 6 δευτερόλεπτα, η ταχύτητα του σώματος παραμένει σταθερή στα 12m/s. Αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει επιτάχυνση και το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Β3:** η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Γ. Η μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν κάτω από τη γραφική παράσταση υ(t).

$$\Delta x = E\mu\beta = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 12 = 24m$$

2.4 Ευθύγραμμη κίνηση και οι αναπαραστάσεις της – Προβλήματα

2.4.1. Α. Από τη γραφική παράσταση καταλαβαίνουμε ότι η συνάρτηση της ταχύτητας σε σχέση με τον χρόνο είναι:

$$\upsilon(t) = -2 + 0,5 \cdot t$$

Η αλλαγή της φοράς της κίνησης συμβαίνει όταν η ταχύτητα γίνει μηδέν, δηλαδή:

$$0 = -2 + 0,5 \cdot t \Rightarrow t = 4s .$$

Άρα η φορά της κίνησης αλλάζει τη χρονική στιγμή $t = 4s$.

Β. Η εξίσωση της ταχύτητας είναι ήδη γνωστή. Για την εξίσωση της κίνησης απαιτείται εκτός της αρχικής θέσης x_0, η αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = -2 \frac{m}{s}$ και η επιτάχυνση:

$$a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = 0,5 \frac{m}{s} .$$

Οπότε η εξίσωση κίνησης γράφεται:

$$x = x_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow x(t) = +8 - 2 \cdot t + 0,25 \cdot t^2$$

Γ. Για να βρούμε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t = 4s, αντικαθιστούμε στην εξίσωση κίνησης και μετά τις πράξεις έχουμε $x = 4m$.

Δ. Για να εξετάσουμε αν το σώμα επανέρχεται στην αρχική του θέση, θα λύσουμε την εξίσωση $x(t) = 8m$

$$+8 - 2 \cdot t + 0,25 \cdot t^2 = 8 \Rightarrow -2 \cdot t + 0,25 \cdot t^2 = 0 \Rightarrow t(-2 + 0,25t) = 0$$

η οποία έχει δύο λύσεις την $t = 0$ και την $t = 8s$.

2.4.2. Α. Η κίνηση του υλικού σημείου είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα, οπότε η εξίσωση της θέσης $x(t)$ σε συνάρτηση με τον χρόνο t δίνεται από τον τύπο:

$$x = x_0 + \upsilon \cdot t$$

Αντικαθιστώντας τα αριθμητικά δεδομένα για την αρχική θέση και τη σταθερή ταχύτητα προκύπτει η εξίσωση κίνησης:

$$x = 30 - 10 \cdot t$$

Β. Για να βρούμε τη θέση του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t = 5$ sec, αντικαθιστούμε το t στην εξίσωση κίνησης, οπότε προκύπτει:

$$x(5) = -20m$$

Γ. Για να βρούμε τη χρονική στιγμή που διέρχεται από την αρχή του άξονα (δηλαδή $x = 0$), λύνουμε την εξίσωση $x(t) = 0$:

$$x = 30 - 10 \cdot t \Rightarrow 0 = 30 - 10 \cdot t \Rightarrow t = 3s$$

Δ. Η μετατόπιση σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 5$ sec είναι η διαφορά θέσεων μεταξύ της αρχικής και της τελικής στιγμής, άρα:

$$\Delta x = x(5) - x(0) = -20 - 30 = -50 \Rightarrow \Delta x = -50m$$

2.4.3. Α. Κάθε υλικό σημείο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, διότι η θέση σε κάθε γράφημα είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου.

Β. Για την εξίσωση κίνησης του οχήματος Α από το γράφημα προκύπτει η αρχική θέση $x_0 = 30m$ και η σταθερή ταχύτητα:

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 30}{10} = \frac{-20}{10} = -2\frac{m}{s}$$

οπότε η εξίσωση κίνησης είναι η: $x_A = 30 - 2 \cdot t$

Για την εξίσωση κίνησης του οχήματος Β από το γράφημα προκύπτει η αρχική θέση $x_0 = 0$ και η σταθερή ταχύτητα:

$$\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40}{10} = 4\frac{m}{s}$$

οπότε η εξίσωση κίνησης του οχήματος Β είναι: $x_B = 4 \cdot t$

Γ. Το σημείο τομής των δύο γραφημάτων δείχνει τη συνάντηση των δύο οχημάτων, δηλαδή τη χρονική στιγμή και τη θέση που τα δύο οχήματα συναντώνται. Για να βρούμε αυτή τη χρονική στιγμή αλγεβρικά λύνουμε το σύστημα των δύο εξισώσεων.

$$x_A = x_B \Rightarrow 30 - 2 \cdot t = 4 \cdot t \Rightarrow 6t = 30 \Rightarrow t = 5s$$

Δ. Για να βρούμε τις χρονικές στιγμές που τα δύο οχήματα απέχουν 6m λύνουμε ως προς τον χρόνο την εξίσωση:

$$\Delta x = x_A - x_B \Rightarrow 6 = (30 - 2 \cdot t) - (4 \cdot t) \Rightarrow t = 4s$$

ή την εξίσωση:

$$\Delta x = x_B - x_A \Rightarrow 6 = (4 \cdot t) - (30 - 2 \cdot t) \Rightarrow t = 6s$$

2.4.4. Α. Το υλικό σημείο (α) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, ενώ το υλικό σημείο (β) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Β. Για το υλικό σημείο (α) γνωρίζουμε την αρχική του θέση $x_0 = 0$, την αρχική του ταχύτητα $\upsilon_0 = 30\frac{m}{s}$, και από το γράφημα την επιτάχυνση:

$$\alpha_A = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{10-30}{10} = \frac{-20}{10} = -2\frac{m}{s^2}$$

Άρα, η εξίσωση κίνησης είναι:

$$x_A = x_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow x_A = 30 \cdot t - t^2 \Rightarrow$$

Για το υλικό σημείο (β) γνωρίζουμε την αρχική του θέση $x_0 = 0$, την αρχική του ταχύτητα $\upsilon_0 = 0$, και από το γράφημα την επιτάχυνση:

$$\alpha_B = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{40}{10} = 4\frac{m}{s^2}$$

Άρα η εξίσωση κίνησης είναι:

$$x_B = x_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow x_B = 2 \cdot t^2$$

Γ. Το σημείο τομής των δύο γραφημάτων δείχνει τη χρονική στιγμή που τα υλικά σημεία έχουν την ίδια ταχύτητα. Για να υπολογίσουμε πότε συμβαίνει αυτό θα χρειαστούμε τις εξισώσεις ταχύτητας των υλικών σημείων. Για το υλικό σημείο (α) είναι:

$$\upsilon_A = \upsilon_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \upsilon_A = 30 - 2 \cdot t$$

ενώ για το υλικό σημείο (β) είναι:

$$\upsilon_B = \upsilon_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \upsilon_B = 4 \cdot t$$

Εξισώνοντας προκύπτει η χρονική στιγμή:

$$\upsilon_A = \upsilon_B \Rightarrow \upsilon_A = 30 - 2 \cdot t = 4 \cdot t \Rightarrow t = 5s$$

Δ. Για να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή συνάντησης λύνουμε την εξίσωση:

$$x_A = x_B \Rightarrow 30 \cdot t - t^2 = 2 \cdot t^2 \Rightarrow 3 \cdot t^2 - 30 \cdot t = 0 \Rightarrow t \cdot (t - 10) = 0$$

Οπότε συναντώνται τη χρονική στιγμή $t = 10s$

Ε. Η μέγιστη απόσταση βρίσκεται αντικαθιστώντας στην εξίσωση κίνησης που περιγράφει είτε το υλικό σημείο (α) είτε το (β) τον χρόνο, οπότε:

$$x_A = 30 \cdot t - t^2 = 30 \cdot 10 - 10^2 = 200m$$

2.4.5. Α. Η μετατόπιση του υλικού σημείου για τα πρώτα πέντε δευτερόλεπτα βρίσκεται από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης:

$$\Delta x_{0-5} = 5 \cdot 20 = 100m$$

Παρόμοια από 5s έως 20s:

$$\Delta x_{5-20} = 15 \cdot (-10) = -150m$$

Β. Τη χρονική στιγμή $t = 15s$ το υλικό σημείο θα ξαναβρεθεί στην ίδια θέση αφού τότε θα έχει $\Delta x = 0$.

Γ. Η θέση του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή 20s βρίσκεται ως εξής:

$$x_{20} = x_0 + \Delta x = x_0 + \Delta x_{0-5} + \Delta x_{5-20} = +50 + 100 - 150 = 0$$

Άρα το υλικό σημείο βρίσκεται στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων δηλαδή στη θέση $x = 0$.

2.4.6. Α. Τα πρώτα δύο δευτερόλεπτα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή. Τα επόμενα δύο το υλικό σημείο είναι ακίνητο. Στη συνέχεια για τέσσερα δευτερόλεπτα κινείται ευθύγραμμα ομαλά προς την αντίθετη φορά. Τα επόμενα δύο δευτερόλεπτα αφού έχει αλλάξει ξανά η φορά κίνησής του κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, ενώ τα τελευταία δύο δευτερόλεπτα παραμένει ακίνητο.

Β. Το υλικό σημείο διέρχεται από την αρχή των αξόνων τη χρονική στιγμή $t = 6s$ και όπως δείχνεται στο διάγραμμα κινείται με ταχύτητα $\upsilon = -10\frac{m}{s}$.

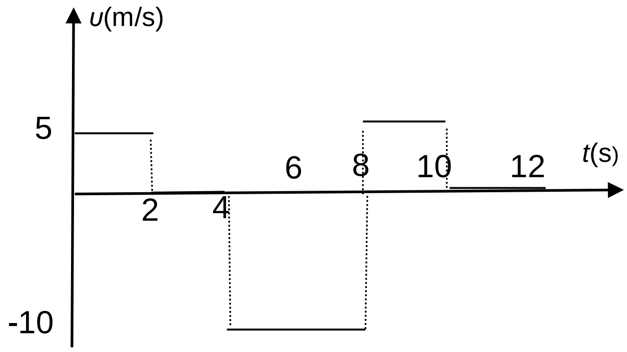
Γ. Για να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα θα πρέπει πρώτα να βρούμε το συνολικό διάστημα κίνησης του υλικού σημείου. Οπότε:

$$s_{ολ} = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 = 10 + 20 + 20 + 10 = 60\,m$$

Άρα η μέση ταχύτητα είναι:

$$\upsilon_{\mu} = \frac{s_{ολ}}{t} = \frac{60}{10} = 6\frac{m}{s}$$

Δ. Η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου δείχνεται στην εικόνα 50.



Εικόνα 50. Ταχύτητα – χρόνος

2.4.7. Στην περίπτωση της ελεύθερης πτώσης, η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη υπό την επίδραση της βαρύτητας και η εξίσωση που συνδέει το ύψος h, την επιτάχυνση g και τον χρόνο t είναι η εξής:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Από αυτή την εξίσωση βλέπουμε ότι το ύψος h είναι ανάλογο του τετραγώνου του χρόνου. Εάν αυτή η σχέση επαληθεύεται από τα δεδομένα μας, τότε η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση (που στην περίπτωση της ελεύθερης πτώσης θα είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας g). Τα δεδομένα μάς δείχνουν ότι υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ του ύψους και του τετραγώνου του χρόνου πτώσης, κάτι που συνάδει με την κίνηση ενός σώματος που επιταχύνεται σταθερά κατά την ελεύθερη πτώση. Αυτό σημαίνει ότι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη και η επιτάχυνση που δέχεται το σώμα είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας g.

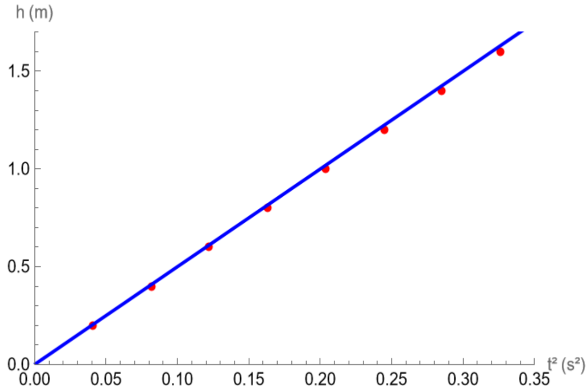
Στην εικόνα 51 δείχνεται η γραμμική σχέση που συνδέει το ύψος με το τετράγωνο της ταχύτητας.

Από την κλίση υπολογίζεται η σταθερά της επιτάχυνσης της βαρύτητας $\varepsilon\varphi\theta = 4,91$

Άρα:

$$\frac{1}{2} \cdot g = \varepsilon\varphi\theta \Rightarrow g = 9,82\frac{m}{s^2}$$

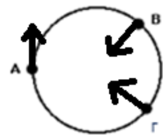
κάτι που είναι κοντά στη θεωρητική τιμή της επιτάχυνσης λόγω βαρύτητας.



Εικόνα 51. Ύψος – χρόνος

2.5 Περιοδικές κινήσεις – Ομαλή κυκλική κίνηση – Ερωτήσεις

2.5.1. Τα διανύσματα δείχνονται στην εικόνα 52.



Εικόνα 52. Κυκλική κίνηση

2.5.2. Οι σωστές προτάσεις είναι η **Α.** και η **Β.**

Α. Η ταχύτητά του παραμένει σταθερή. **Σωστό.** Στην ομαλή κυκλική κίνηση, το μέτρο της ταχύτητας (η ταχύτητα) παραμένει σταθερό, αλλά η κατεύθυνση της ταχύτητας αλλάζει συνεχώς, καθώς το αντικείμενο κινείται σε κυκλική τροχιά.

Β. Επιταχύνεται. **Σωστό.** Παρά το γεγονός ότι το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό, το αντικείμενο υφίσταται συνεχώς αλλαγή της κατεύθυνσης της ταχύτητας, πράγμα που σημαίνει ότι υπάρχει συνεχής επιτάχυνση, η οποία είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση και είναι προς το κέντρο του κύκλου.

Γ. Οι δυνάμεις που ενεργούν πάνω του ισορροπούν. **Λάθος.** Στην ομαλή κυκλική κίνηση, η δύναμη που ενεργεί στο αντικείμενο δεν ισορροπεί, καθώς υπάρχει μια συνεχής κεντρομόλος δύναμη που προκαλεί την κυκλική κίνηση.

Δ. Μόνο οι δυνάμεις φυγόκεντρος και κεντρομόλος ισορροπούν. **Λάθος.** Στην ομαλή κυκλική κίνηση, η κεντρομόλος δύναμη είναι η πραγματική δύναμη που προκαλεί την κυκλική κίνηση, ενώ η δύναμη φυγόκεντρος είναι μια ψευδαίσθηση που εμφανίζεται σε ένα περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς. Στην πράξη, μόνο η κεντρομόλος δύναμη είναι σημαντική και δεν ισορροπεί με κάποια άλλη δύναμη.

2.5.3. Τα αρχικά του μαθητή που χτυπάει η γόμα είναι ΜΔ.

2.5.4. Η κεντρομόλος επιτάχυνση (α) για ένα αντικείμενο που κινείται σε ομαλή κυκλική κίνηση δίνεται από τη σχέση $\alpha = \frac{\upsilon^2}{r}$, άρα είναι σωστή η πρόταση «Όταν έχουμε ομαλές κυκλικές κινήσεις με διαφορετικές ακτίνες αλλά με την ίδια ταχύτητα, τότε η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας». Η περίοδος Τ της κυκλικής κίνησης σχετίζεται με την ταχύτητα και την ακτίνα ως εξής $\upsilon = \frac{2\pi r}{T}$

άρα η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι:

$$\alpha = \frac{\upsilon^2}{r} = \frac{(\frac{2\pi r}{T})^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

άρα είναι σωστή η πρόταση «αν έχουμε ομαλές κυκλικές κινήσεις με την ίδια περίοδο τότε η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ανάλογη της ακτίνας».

2.5.5. Αφού η γωνιακή ταχύτητα ω είναι σταθερή, τα σημεία θα εκτελέσουν ομαλή κυκλική κίνηση. Η ακτίνα για το σημείο Α είναι διπλάσια από τις ακτίνες των σημείων Β και Γ. Αυτό σημαίνει ότι η γραμμική του ταχύτητα θα είναι και αυτή διπλάσια σύμφωνα με τη σχέση $\upsilon = \omega \cdot r$.

2.5.6. Για το ψηφιακό ερωτηματολόγιο οι απαντήσεις είναι: Λάθος, Λάθος, Σωστό, Σωστό.

2.5 Περιοδικές κινήσεις – Ομαλή κυκλική κίνηση – Ασκήσεις

2.5.1. Αρχικά, θα υπολογίσουμε τη γωνιακή ταχύτητα χρησιμοποιώντας τις στροφές ανά λεπτό (rpm). Γνωρίζουμε ότι:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1000}{60} \approx 104,72 \frac{rad}{s}$$

Για να βρούμε την ταχύτητα ενός σημείου στο άκρο του πτερυγίου του ανεμιστήρα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο για τη γραμμική ταχύτητα ενός σημείου σε κυκλική κίνηση:

$$\upsilon = \omega \cdot r \Rightarrow \upsilon = 7,33 \frac{m}{s}$$

2.5.2. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης σχετίζεται με τη γωνιακή ταχύτητα μέσω του τύπου:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 0,5\,s$$

2.5.3. Δεδομένου ότι ο δευτερολεπτοδείκτης ολοκληρώνει μία πλήρη περιστροφή σε 60 δευτερόλεπτα, η γωνιακή ταχύτητα υπολογίζεται ως εξής:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30}\frac{rad}{s}$$

Για να βρούμε την ταχύτητα του άκρου του δευτερολεπτοδείκτη, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο:

$$\upsilon = \omega \cdot r \Rightarrow \upsilon = 0,0021\frac{m}{s}\cdot$$

2.5.4. Α. Ο δίσκος εκτελεί 33 στροφές το λεπτό, άρα η γωνιακή μετατόπιση της μύγας σε ένα λεπτό ισούται με:

$$\theta = 33\,\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\varepsilon}\varsigma \cdot 2\pi\,rad \Rightarrow \theta = 66\pi\,rad$$

Β. Για να βρούμε το διάστημα που διάνυσε η μύγα, χρησιμοποιούμε τον τύπο για το μήκος της κυκλικής τροχιάς, δηλαδή την περιφέρεια:

$$c = r \cdot \theta = 0,1 \cdot 66\pi = 6,6\pi \approx 20,72\,m$$

Γ. Η ταχύτητα της μύγας είναι η γραμμική ταχύτητα και υπολογίζεται με τον τύπο $\upsilon = \omega \cdot r$ αν γνωρίζουμε τη γωνιακή ταχύτητα της μύγας.

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{33}{60} = \frac{11\pi}{10}\frac{rad}{s}$$

Άρα η ταχύτητα είναι:

$$\upsilon = \omega \cdot r = \frac{11\pi}{10} \cdot 0,1 = \frac{11\pi}{100} \approx 0,345\frac{m}{s}$$

2.5 Περιοδικές κινήσεις – Ομαλή κυκλική κίνηση – Προβλήματα

2.5.1. Για να βρούμε την περίοδο περιστροφής του πιάτου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση της κεντρομόλου επιτάχυνσης με τη γωνιακή ταχύτητα. Η κεντρομόλος επιτάχυνση *a* ενός σημείου σε κυκλική κίνηση δίνεται από τη σχέση:

$$a = \omega^2 \cdot R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha}{R^2}}$$

Και κάνοντας αντικατάσταση βρίσκουμε τη γωνιακή ταχύτητα:

$$\omega = \sqrt{1,375} \approx 1,172\frac{rad}{s}$$

Η γωνιακή ταχύτητα συνδέεται με την περίοδο περιστροφής μέσω της σχέσης:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Αντικαθιστώντας και μετά τις πράξεις έχουμε: $T \approx 5,36\,s$

2.5.2. Α. Υπολογισμός κεντρομόλου επιτάχυνσης.

1. Υπολογισμός της γωνιακής ταχύτητας:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{300}{60} = 10\pi\frac{rad}{s}$$

2. Υπολογισμός της γραμμικής ταχύτητας:

$$\upsilon = \omega \cdot R = 10\pi \cdot 4 = 40\pi \approx 125,66\frac{m}{s}$$

3. Υπολογισμός της κεντρομόλου επιτάχυνσης:

$$a = \frac{\upsilon^2}{R} \approx \frac{125,66^2}{4} = 3951,44\frac{m}{s^2}$$

Β. Η γραμμική ταχύτητα της άκρης του έλικα είναι περίπου $125,66\frac{m}{s}$, ενώ η ταχύτητα του ήχου είναι $340\frac{m}{s}$

Αν υπολογίσουμε τον λόγο $\frac{125,66}{340} \approx 0,37$ βγάζουμε το συμπέρασμα ότι η γραμμική ταχύτητα της άκρης του έλικα είναι περίπου το 37% της ταχύτητας του ήχου.

2.5.3. Α. Υπολογισμός γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου.
1. Υπολογισμός της συνολικής ακτίνας της τροχιάς:

$$r = R_\Gamma + h = 4R_\Gamma = 2,56 \cdot 10^7\ m$$

2. Υπολογισμός της γραμμικής ταχύτητας: $\upsilon = \frac{2\pi r}{T} \approx 11174\frac{m}{s}$

Β. Υπολογισμός γωνιακής ταχύτητας του δορυφόρου: $\omega = \frac{2\pi}{T} \approx 4,36 \cdot 10^{-4}\frac{rad}{s}$

Γ. Υπολογισμός κεντρομόλου επιτάχυνσης: $a = \frac{\upsilon^2}{R} \approx 4,87\frac{m}{s^2}$

2.5.4. Υπολογισμός της περιφέρειας της τροχιάς: $C = 2\pi \cdot r = 9,42 \cdot 10^{11}\ m$

Υπολογισμός της συνολικής απόστασης. Η Γη ολοκληρώνει μία πλήρη περιστροφή γύρω από τον Ήλιο κάθε έτος. Έτσι, η συνολική απόσταση που έχει διανύσει είναι:

$$C_{ολ} = C \cdot ηλικία = 9,42 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^9 = 3,768 \cdot 10^{21}\ m$$

2.5.5. Α. Υπολογισμός κεντρομόλου δύναμης στο παιδί.
1. Υπολογισμός γωνιακής ταχύτητας:

$$\omega_1 = 2\pi \cdot f_1 = 2\pi \cdot \frac{40}{60} = 4,2\frac{rad}{s}$$

2. Υπολογισμός κεντρομόλου επιτάχυνσης:

$$a_1 = \omega^2 \cdot R \approx 22,09\frac{m}{s^2}$$

3. Υπολογισμός κεντρομόλου δύναμης:

$$F_1 = m \cdot \alpha_1 \approx 485,96\,N$$

Β. Παρόμοια υπολογίζουμε για το γαϊτανάκι τις τιμές:

Γωνιακή ταχύτητα: $\omega_2 \approx 0,31\frac{rad}{s}$

Κεντρομόλος επιτάχυνση: $a_2 \approx 0,77\frac{m}{s^2}$ και

κεντρομόλος δύναμη: $F_2 \approx 16,94\,N$

Γ. Το βάρος του παιδιού είναι $W = m \cdot g = 220\,N$

Άρα στην παιδική χαρά, η κεντρομόλος δύναμη είναι μεγαλύτερη από το βάρος του παιδιού, ενώ στο γαϊτανάκι η κεντρομόλος είναι μικρότερη, επομένως το παιδί χρειάζεται μεγαλύτερη δύναμη για να διατηρηθεί στην κυκλική τροχιά του στην παιδική χαρά.

3ο Κεφάλαιο

3.1 Το φυσικό μέγεθος ενέργεια συστήματος – Ερωτήσεις

3.1.1. Ανοικτό σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ο πλανήτης μας. Η Γη απορροφά και επανεκπέμπει ακτινοβολία από τον Ήλιο. Ανοικτό σύστημα μπορεί να θεωρηθεί το ηλεκτρικό ψυγείο του σπιτιού μας στο οποίο συμβαίνει μεταβίβαση ενέργειας (ηλεκτρική ενέργεια από τη ΔΕΗ και μέσω της πόρτας θερμική ενέργεια προς τον χώρο του δωματίου). Μια ηλεκτρική σόμπα και κάθε ηλεκτρική συσκευή στο σπίτι μας μπορεί να θεωρηθεί ανοικτό σύστημα.

Κλειστό σύστημα μπορεί να θεωρηθεί ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός όταν κινείται σε σταθερό υψόμετρο με σταθερή ταχύτητα, αφού η δύναμη που δέχεται από τον πλανήτη είναι κάθετη στην ταχύτητά του. Το ηλιακό μας σύστημα είναι ένα κλειστό σύστημα κατά προσέγγιση, όπως και όλο το σύμπαν.

3.1.2. Για να εμποδίσουμε τη διαφυγή της ενέργειας (θερμότητα) από το σπίτι μας, τον χειμώνα χρησιμοποιούμε μονωτικά υλικά που τοποθετούμε κάτω από την πόρτα ή χρησιμοποιούμε διπλά τζάμια, ενώ το καλοκαίρι φροντίζουμε με περσίδες κουρτίνες και άλλα μέσα να εμποδίσουμε την είσοδο της ενέργειας από το περιβάλλον προς το σπίτι μας.

Ένα υπαρκτό πρόβλημα είναι η διατήρηση σταθερής θερμοκρασίας στο δωμάτιο του σπιτιού μας. Με δεδομένη τη διαφορά θερμοκρασίας δωματίου περιβάλλοντος και άρα τη μεταφορά ενέργειας μπορούμε να μειώσουμε την κατανάλωση ενέργειας χρησιμοποιώντας συσκευές που διαθέτουν ρυθμίσεις εξοικονόμησης ενέργειας. Ένας άλλος τρόπος είναι η κατάλληλη ρύθμιση του θερμοστάτη της συσκευής ανάλογα με την εποχή.

3.1.3. Ένα ανοικτό σύστημα λέμε ότι βρίσκεται σε κατάσταση ενεργειακού ισοζυγίου, όταν μεταφέρεται ενέργεια διαμέσου των ορίων του, αλλά ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας προς το σύστημα ισούται με τον ρυθμό μεταφοράς ενέργειας από το σύστημα προς το περιβάλλον του έτσι ώστε η συνολική ενέργεια του συστήματος να διατηρείται σταθερή. Άρα είναι δυνατόν να διατηρείται η ενέργεια σε ένα ανοικτό σύστημα αρκεί οι δύο αυτοί ρυθμοί να είναι ίσοι.

3.2 Αποθήκευση της ενέργειας – Ερωτήσεις

3.2.1. Η κινητική ενέργεια δεν μπορεί να είναι αρνητική, αφού εξαρτάται από τη μάζα και από το τετράγωνο της ταχύτητας. Ακόμα και αν η ταχύτητα είναι αρνητική το τετράγωνό της θα είναι ένας θετικός αριθμός.

3.2.2. Αφού οι μπάλες είναι όμοιες θα έχουν ίδιες μάζες. Η δεύτερη μπάλα έχει διπλάσια ταχύτητα άρα θα έχει και τετραπλάσια κινητική ενέργεια, αφού η κινητική ενέργεια εξαρτάται από τη μάζα και το τετράγωνο της ταχύτητας. Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Β.**

3.2.3. Αφού το παιδί κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα η συνισταμένη δύναμη που δέχεται είναι μηδέν. Δηλαδή εκτός από τη συνιστώσα του βάρους του ασκείται πάνω του και κάποια δύναμη τριβής ολίσθησης. Αυτό σημαίνει ότι μέρος της ενέργειάς του μετατρέπεται σε θερμότητα. Άρα, δεν διατηρείται η μηχανική ενέργεια.

3.2.4. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια εξαρτάται από τη μάζα, από την επιτάχυνση της βαρύτητας και από το ύψος του σφαιριδίου από την επιφάνεια της Γης. Το ύψος είναι το ίδιο στις θέσεις (2) και (4), ενώ είναι μεγαλύτερο στη θέση (3). Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Γ.**

3.2.5. Η θερμική ενέργεια του συστήματος είναι ανάλογη του αριθμού των ατόμων του συστήματος. Άρα μεγαλύτερη θερμική ενέργεια έχει το νερό μιας πισίνας και όχι το καυτό τσάι στο φλιτζάνι μας, αφού ο αριθμός των ατόμων στο νερό της πισίνας είναι μεγαλύτερος.

3.2.6. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια εξαρτάται από τη μάζα, από την επιτάχυνση της βαρύτητας και από το ύψος του σφαιριδίου από το σημείο αναφοράς. Κάνοντας τις πράξεις συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα ως εξής:

	$U_{βαρΑ}$	$U_{βαρΒ}$	$\Delta U_{βαρ}$
Με αναφορά το έδαφος	40 J	80 J	40 J
Με αναφορά το αρχικό σημείο Α	0	40 J	40 J
Με αναφορά το τελικό σημείο Β	−40 J	0	40 J

3.2 Αποθήκευση της ενέργειας – Ασκήσεις

3.2.1. Η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$.

Άρα η κινητική ενέργεια του βλήματος, αντικαθιστώντας τις τιμές των δεδομένων είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot 400^2 = 1600 Joule$$

ενώ του ανθρώπου:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 4^2 = 640 Joule$$

3.2.2. Ο λόγος των μαζών είναι: $\frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{2}$

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι: $\frac{K_A}{K_B} = 8$

Αντικαθιστώντας στον λόγο των κινητικών ενεργειών και κάνοντας πράξεις έχουμε για τον λόγο των ταχυτήτων:

$$\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = 4$$

3.2.3. Η μάζα του αυτοκινήτου είναι $m_α$=1500kg, ενώ η μάζα του φορτηγού είναι $m_φ$=13500kg. Η ταχύτητα του φορτηγού μετά τη μετατροπή είναι $\upsilon_\varphi = \frac{25}{3} \frac{m}{s}$.

Οι κινητικές ενέργειες αυτοκινήτου και φορτηγού είναι ίσες και μετά τις πράξεις υπολογίζουμε την ταχύτητα του αυτοκινήτου: $\upsilon_a = 5 \frac{m}{s}$.

3.2.4. Η μάζα του ανθρώπου είναι $m_a = 70\, kg$. Το αρχικό ύψος είναι $h_1 = -4\, m$ και το τελικό ύψος είναι $h_2 = 1794\, m$. Άρα η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι $\Delta U = 1258600\, J$.

3.2.5. Όλη η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια της πλαστικής μπάλας. Άρα ισχύει η ισότητα

Λύνοντας ως προς την ταχύτητα καταλαβαίνουμε ότι η ταχύτητα είναι ανάλογη της συσπείρωσης. Άρα η ταχύτητα της μπάλας θα είναι $\upsilon = 8\frac{m}{s}$. Άρα σωστή είναι η απάντηση **Β**.

3.2.6. Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είτε έχουμε συμπίεση είτε επέκταση δίνεται από τη σχέση:

$$U = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta\ell^2$$

Άρα μετά τις πράξεις η αύξουσα σειρά είναι:

$$U_3 < U_4 < U_1 < U_2 < U_5$$

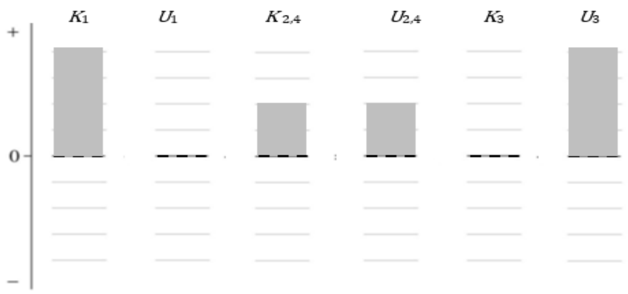
3.2.7. Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας ισχύει ΔΚ = $K_{τελ} - K_{αρχ}$, ενώ για τις μεταβολές στις δυναμικές ενέργειες ισχύουν ΔU = $U_{τελ} - U_{αρχ}$ μετά τις πράξεις συμπληρώνεται ο πίνακας ως εξής:

	1-2	1-3	2-3
ΔK	θετικό	μηδέν	αρνητικό
$\Delta U_{βαρ}$	αρνητικό	αρνητικό	αρνητικό
$\Delta U_{ελ}$	μηδέν	θετικό	θετικό

3.2 Αποθήκευση της ενέργειας – Προβλήματα

3.2.1. Α. Από τα δεδομένα του προβλήματος έχουμε m = 0,1 kg E_{MHX} = 2 10^{-3} J, A = 2 10^{-3}m και για την τυχαία θέση $x_1 = 10^{-3}$m. Το ζητούμενο είναι η ταχύτητα στην τυχαία θέση υ_1.
Η μηχανική ενέργεια είναι ίση με τη μέγιστη ελαστική δυναμική ενέργεια οπότε από την ισότητα υπολογίζουμε τη σταθερά του ελατηρίου $k = 1000\frac{N}{m}$
Γνωρίζουμε ότι στην τυχαία θέση το άθροισμα της κινητικής και της ελαστικής δυναμικής ενέργειας είναι ίσο με τη μηχανική ενέργεια. Από την ισότητα προκύπτει η ταχύτητα: $\upsilon = \sqrt{3} \cdot 10^{-1}\frac{m}{s}$
Β. Η ελαστική δυναμική ενέργεια του συστήματος κιβώτιο, τοίχος, ελατήριο εξαρτάται από τη σταθερά του ελατηρίου, τη μάζα του κιβωτίου και από τη θέση του κιβωτίου.
Γ. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή και εξαρτάται από τις αρχικές συνθήκες του προβλήματος.

3.2.2. Το ραβδόγραμμα δείχνεται στην εικόνα 53.

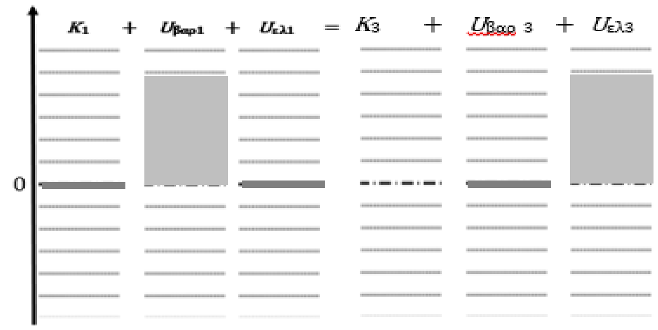


Εικόνα 53. Ραβδόγραμμα

3.2.3. Το σύστημα θα μπορούσε να αποτελείται από κιβώτιο και κατακόρυφο ελατήριο. Στην αρχική κατάσταση 1 έχουμε μόνο ελαστική δυναμική ενέργεια, άρα το ελατήριο θα μπορούσε να είναι συσπειρωμένο και να έχει επιλεγεί σαν επίπεδο βαρυτικής δυναμικής ενέργειας η ακραία θέση συσπείρωσης του ελατηρίου. Στην τελική κατάσταση 2 το κιβώτιο διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, αφού η ελαστική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν, έχει κινητική ενέργεια και η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι θετική.

3.2.4. Το σύστημα θα μπορούσε να αποτελείται από ένα κιβώτιο που βάλλεται κατακόρυφα από το έδαφος. Στην αρχική κατάσταση 1 το κιβώτιο έχει μόνο κινητική ενέργεια ενώ στην τελική κατάσταση 2 το κιβώτιο έχει σταματήσει στιγμιαία και έχει μόνο βαρυτική δυναμική ενέργεια που είναι ίση με την αρχική κινητική ενέργεια.

3.2.5. Το ραβδόγραμμα με θέση μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας την 3 δείχνεται στην εικόνα 54. Η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση 1 είναι μηδενική, όπως και η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια στη θέση 1 είναι μέγιστη. Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση 3 είναι μηδενική, διότι το σώμα έχει σταματήσει αφού το ελατήριο αποκτά τη μέγιστη συμπίεση. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια στη θέση 3 είναι μηδενική.



Εικόνα 54. Ραβδόγραμμα

3.3 Μεταφορά της ενέργειας – Ερωτήσεις

3.3.1. Το έργο του βάρους δίνεται από τη σχέση $W = F \cdot d \cdot συνφ$.
Ο άνθρωπος συγκρατεί το αυτοκίνητο ακίνητο. Άρα η δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της, συνεπώς το έργο το οποίο εκτελεί η δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος είναι μηδέν. Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Α.**

3.3.2. Η κινητική ενέργεια του καροτσιού καθορίζεται από το έργο της δύναμης του ανθρώπου. Και στις δυο περιπτώσεις αφού έχουμε την ίδια δύναμη και την ίδια μετατόπιση το έργο της δύναμης του ανθρώπου είναι ίδιο. Άρα τα δύο καρότσια αποκτούν την ίδια κινητική ενέργεια. Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Γ.**

3.3.3. Το έργο που εκτελεί ο κάθε κύριος εξαρτάται από τη μάζα της μπάρας και το ύψος. Αφού και ο κύριος Α και ο κύριος Β σηκώνουν την ίδια μπάρα στο ίδιο ύψος συμπεραίνουμε ότι εκτελούν το ίδιο έργο. Η ισχύς όμως είναι αντιστρόφως ανάλογη του χρόνου. Άρα, ο κύριος Α που χρειάζεται λιγότερο χρόνο αναπτύσσει μεγαλύτερη ισχύ. Άρα, σωστή απάντηση είναι η **Γ.**

3.3.4. Όταν η δύναμη ασκείται κάθετα στη μετατόπιση, όπως συμβαίνει σε κάθε ομαλή κυκλική κίνηση. Όταν το σώμα είναι ακίνητο. Όταν η δύναμη ασκείται κάθετα στη μετατόπιση, όπως η δύναμη του βάρους ή της κάθετης αντίδρασης του δαπέδου στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

3.3.5. Αφού ο ποδηλάτης κινείται σε οριζόντιο δρόμο, η δύναμη του βάρους και η μετατόπιση του ποδηλάτη είναι μεταξύ τους κάθετες. Άρα το έργο της δύναμης του βάρους είναι μηδέν.

3.3.6. Η θερμική ενέργεια του συστήματος είναι ανάλογη του αριθμού των ατόμων του συστήματος. Άρα μεγαλύτερη θερμική ενέργεια έχει το νερό μιας πισίνας και όχι το καυτό τσάι στο φλιτζάνι μας, αφού ο αριθμός των ατόμων στο νερό της πισίνας είναι πολύ μεγαλύτερος. Άρα, σωστή απάντηση στο **Α** είναι η **α.**
Η μεταφορά θερμότητας γίνεται από το σώμα μεγαλύτερης θερμοκρασίας στο σώμα μικρότερης

θερμοκρασίας άρα θα μεταφερθεί θερμική ενέργεια από το τσάι στο νερό. Σωστή απάντηση στο **Β** είναι η **α.**

3.3: Μεταφορά της ενέργειας – Ασκήσεις

3.3.1. Το έργο του βάρους δίνεται από τη σχέση: $W = F_g \cdot d \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$.
Το βάρος του σώματος είναι $F_g = m \cdot g = 2000N$. Η γωνία που σχηματίζει η δύναμη του βάρους που είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω, με τη μετατόπιση που είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω είναι $\varphi = 180^o$.
Οπότε το έργο του βάρους είναι $W = 2000 \cdot 15 \cdot (-1) = -30000J$.

3.3.2. Το έργο της πρώτης δύναμης είναι μηδέν, διότι η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση. Η δύναμη στην τρίτη περίπτωση εκτελεί μεγαλύτερο έργο, αφού έχουμε τις ίδιες μετατοπίσεις και:

$$W_2 = 6 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 60^o = 3 \cdot \Delta x \qquad W_3 = 5 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 0^o = 5 \cdot \Delta x$$

Άρα μεγαλύτερο έργο εκτελεί η δύναμη *F3*. Σωστή πρόταση είναι η **Δ.**

3.3.3. Μια κιλοβατώρα είναι:

$$1kWh = 1000Wh = 1000 \cdot 3600Ws = 3600000J$$

Για να μετατρέψουμε το Joule σε θερμίδες χρησιμοποιούμε τη σχέση $1cal = 4{,}184J$. Άρα η κιλοβατώρα είναι:

$$1kWh = \frac{3600000J}{4{,}184\frac{J}{cal}} \approx 860421cal$$

Άρα, η κιλοβατώρα είναι περίπου 860421 θερμίδες.

3.3.4. Η συνολική θερμότητα που παράγει το θερμαντικό σώμα είναι $1000W \cdot 30\min = 1000W \cdot \frac{1}{2}h = 500Wh$.

1 BTU είναι ίσο περίπου με 1/3Wh. Άρα η συνολική ενέργεια που απελευθερώθηκε είναι 1500BTU.

3.3.5. Αφού το αντικείμενο σταματάει η τελική κινητική του ενέργεια είναι μηδέν. Άρα $W_N = W_W = 0$ αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στη μετατόπιση. Η αρχική κινητική ενέργεια του αντικειμένου είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4^2 = 80J$$

Το έργο της τριβής είναι:

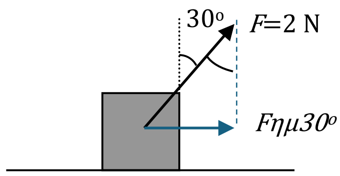
$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K - 0 = W_T \Rightarrow W_T = -80J$$

3.3 Μεταφορά της ενέργειας – Προβλήματα

3.3.1. Έργο παράγει η οριζόντια συνιστώσα της δύναμης η οποία, όπως δείχνεται στην εικόνα 55, είναι $F \cdot \eta\mu 30^o = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1\text{N}$.

Έτσι για το έργο της δύναμης έχουμε:

$$W_F = F \cdot \Delta x = 1 \cdot 2 = 2Nm = 2J$$



Εικόνα 55. Έργο δύναμης

3.3.2. Α. Γνωρίζουμε ότι για να αυξηθεί η θερμοκρασία 1g νερού κατά 1°C απαιτείται θερμότητα 1cal. Συνεπώς, για να αυξηθεί η θερμοκρασία 1000g νερού κατά 80°C θα απαιτείται θερμότητα 80.000cal.

Β. Όμως το 1 cal είναι 4,18J, άρα η θερμότητα που απαιτείται θα είναι $Q = 80.000 \cdot 4{,}18 = 334.400\text{J}$.

Η αύξηση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του αυτοκινήτου θα είναι με τη θερμότητα Q οπότε:

$$\Delta U = Q = mgh$$

από την οποία: $h = \frac{Q}{mg}$

Με αντικατάσταση έχουμε:

$$h = \frac{334.400\,J}{1000\text{kg}\cdot 10\frac{N}{kg}} = 33,44m$$

3.3.3. Α. Αφού αγνοούμε την τριβή και την αντίσταση του αέρα, το έργο της σταθερής προωστικής δύναμης θα ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του οχήματος.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2 - 0 = F\Delta x$$

Οπότε $υ = \sqrt{\frac{2F\Delta x}{m}}$

Με αντικατάσταση βρίσκουμε $υ = 100\frac{m}{s}$.

Β. Η στιγμιαία ισχύς που αναπτύσσεται από την προωστική δύναμη θα είναι:

$$P_F = Fυ$$

Με αντικατάσταση έχουμε:

$$P_F = 200.000\,N\cdot 100\frac{m}{s} = 20.000.000W$$

Επειδή $1\text{hp} = 745,7\text{W}$ προκύπτει ότι:

$$P_F = \frac{20.000.000}{745,7} = 26.826,47\text{hp}$$

3.4 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας – Ερωτήσεις

3.4.1. Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη. Άρα για το συγκεκριμένο σώμα ενδιαφέρει η υψομετρική διαφορά και όχι κάποιος συγκεκριμένος δρόμος. Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Ε.**

3.4.2. Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης είναι αντίθετο της αντίστοιχης δυναμικής ενέργειας.

3.4 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας – Ασκήσεις

3.4.1 Α. Τη στιγμή που αφήνεται το σώμα έχει αρχική ταχύτητα μηδέν, άρα και η κινητική του ενέργεια είναι μηδέν. Οπότε η μηχανική ενέργεια είναι ίση με τη βαρυτική δυναμική ενέργεια.

$$E_{μηχ} = U = m\cdot g\cdot h$$

Μετά τις πράξεις έχουμε $E_{μηχ} = 400\,J$.

Β. Τη στιγμή που φτάνει στην επιφάνεια της θάλασσας έχει μηδενιστεί η βαρυτική δυναμική ενέργεια και η μηχανική ενέργεια είναι μόνο η κινητική ενέργεια. Άρα $K = E_{μηχ} = 400\,J$.

Η ταχύτητα υπολογίζεται από την κινητική ενέργεια:

$$K = \frac{1}{2}\cdot m\cdot υ^2 \Rightarrow υ = \sqrt{\frac{2K}{m}} \Rightarrow υ = 20\frac{m}{s}$$

3.4.2. Η σφαίρα δεν μπορεί να ανέβει στο οριζόντιο επίπεδο ακόμα και αν είναι λείο. Αφού η αρχική μηχανική ενέργεια της σφαίρας είναι μόνο η κινητική:

$$K = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot 2^2 = 2\cdot m$$

Η τελική μηχανική ενέργεια είναι μόνο η δυναμική, αφού θα έχει οριακά φτάσει η σφαίρα χωρίς κινητική ενέργεια:

$$U = m\cdot g\cdot H = m\cdot 10\cdot 20 = 200\cdot m$$

Αφού ισχύει:

$$2\cdot m < 200\cdot m \Rightarrow K < U$$

η σφαίρα δεν θα καταφέρει να φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο, καθώς η κινητική της ενέργεια είναι πολύ μικρότερη από την απαιτούμενη βαρυτική δυναμική ενέργεια.

3.4.3. Για να βρούμε το ύψος της πλαγιάς, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας. Η αρχική ενέργεια του σκιέρ στην κορυφή της πλαγιάς είναι η βαρυτική δυναμική ενέργεια, και η ενέργεια που έχει στη βάση της πλαγιάς είναι η κινητική του ενέργεια.

$$K = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot 25^2 = 312{,}5\cdot m\,J$$

αφού μετατρέψουμε την ταχύτητα.

$$\upsilon = 90\frac{km}{h} = 90\frac{1000\,m}{3600\,s} = 25\frac{m}{s}$$

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι:

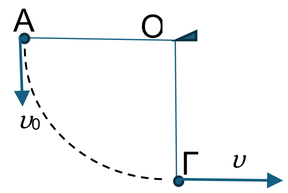
$$U = m\cdot g\cdot H = 10\cdot m\cdot H$$

Και από την ισότητα μετά τις πράξεις:

$$K = U \Rightarrow 312{,}5m = 10m\cdot H \Rightarrow H = \frac{312{,}5}{10} \Rightarrow H = 31{,}25\,m$$

3.4 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας – Προβλήματα

3.4.1. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος υλικό σημείο-Γη θα διατηρείται, αφού η τάση του νήματος είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα, όπως δείχνεται στην εικόνα 56 και συνεπώς δεν εκτελεί έργο.



Εικόνα 56. Νήμα

$E_{\mu\eta\chi A} = E_{\mu\eta\chi \Gamma}$ δηλαδή: $\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgl = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ οπότε:

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gl}$ Με αντικατάσταση προκύπτει ότι: $\upsilon = 12\frac{m}{s}$

3.4.2. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος μπάλα-Γη θα διατηρείται από τη στιγμή που έφυγε από το χέρι του παίκτη μέχρι τη στιγμή που περνά μέσα από το καλάθι, όπως δείχνεται στην εικόνα 57.

$E_{MHX1} = E_{MHX2}$. Θεωρώντας επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος έχουμε:

$$mgh_1 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2$$

από την οποία: $\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_1^2 + 2g(h_1 - h_2)}$ και με αντικατάσταση προκύπτει ότι: $\upsilon_2 = 6\frac{m}{s}$

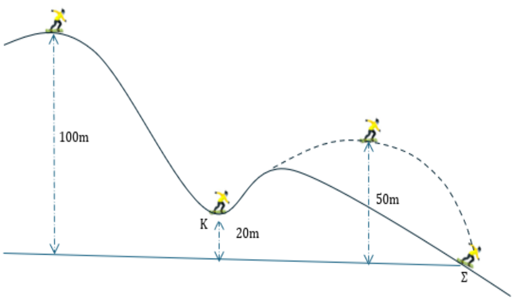
Εικόνα 57. Μπάλα – Γη

3.4.3. Α. Για να λύσουμε το πρόβλημα υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν δυνάμεις διασποράς (τριβές και αντιστάσεις αέρα), συνεπώς θα διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος αθλήτρια-Γη.

$E_{\text{ΜΗΧΑ}} = E_{\text{ΜΗΧΚ}}$. Επιλέγοντας επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Κ έχουμε:

$U_A + K_A = U_K + K_K$ δηλαδή:

$$mg(h_A - h_K) + 0 = 0 + \frac{1}{2} m\upsilon_K^2$$



Εικόνα 58. Σκιέρ

Από την οποία προκύπτει ότι: $\upsilon_\kappa = 40\dfrac{m}{s}$

Β. Μεγαλύτερη ταχύτητα θα έχει στη θέση που έχει τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια. Η θέση αυτή θα είναι στο σημείο Σ όπου έχει την ελάχιστη δυναμική ενέργεια.

Γ. $E_{\text{ΜΗΧΑ}} = E_{\text{ΜΗΧΣ}}$ δηλαδή: $mgh_A = \dfrac{1}{2} m\upsilon_\Sigma^2$ οπότε: $\upsilon_\Sigma = \sqrt{2gh_A}$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $\upsilon_\Sigma = 44,7\dfrac{m}{s}$

Δ. Από τη σχέση $\upsilon_\Sigma = \sqrt{2gh_A}$ βλέπουμε ότι η ταχύτητα με την οποία θα έφτανε στο Σ δεν εξαρτάται από τη μάζα οπότε πάλι $\upsilon_\Sigma = 44,7\dfrac{m}{s}$.

Πειραματική δραστηριότητα: Διερεύνηση της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας

Αυτό το πειραματικό πρόβλημα είναι ανοικτό, δηλαδή δεν έχει μόνο μία σωστή απάντηση. Υποθέστε ότι σας έχει ανατεθεί να διερευνήσετε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας σχεδιάζοντας ένα πείραμα στο οποίο να συμβαίνει μετατροπή αρχικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας σε κινητική ενέργεια.

Εκτός από το εργαστηριακό τραπέζι που σας είναι διαθέσιμο, έχετε στη διάθεσή σας τα παρακάτω:

1. Εργαστηριακό αμαξίδιο
2. Σχοινί
3. Κεκλιμένο επίπεδο
4. Βαρίδια με διάφορες μάζες
5. Ελαφριά τροχαλία
6. Μετροταινία
7. Χρονόμετρο
8. Ηλεκτρονική ζυγαριά

α) Επιλέξτε ποια από τα παραπάνω θα χρησιμοποιήσετε στον πειραματισμό σας.

β) Περιγράψτε αναλυτικά την πειραματική διαδικασία που θα ακολουθήσετε, κάνοντας και ένα σχήμα στο οποίο να εικονίζεται η πειραματική διάταξή σας. Επίσης, αναφέρετε τα μεγέθη τα οποία θα μετρήσετε και δώστε τους ένα σύμβολο.

γ) Περιγράψτε μια μέθοδο για τον υπολογισμό της αρχικής και της τελικής τιμής της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας καθώς και της τελικής τιμής της κινητικής ενέργειας, συναρτήσει των μεγεθών τα οποία μετρήσατε γράφοντας τους κατάλληλους τύπους.

δ) Μετά την πρώτη εκτέλεση του πειράματός σας, οι υπολογισμοί σας δείχνουν ότι η μηχανική ενέργεια αυξήθηκε κατά τη διάρκεια του πειράματος. Υποθέστε ότι δεν έχετε κάνει μαθηματικά λάθη στους υπολογισμούς σας και δώστε μια λογική εξήγηση του αποτελέσματος αυτού.

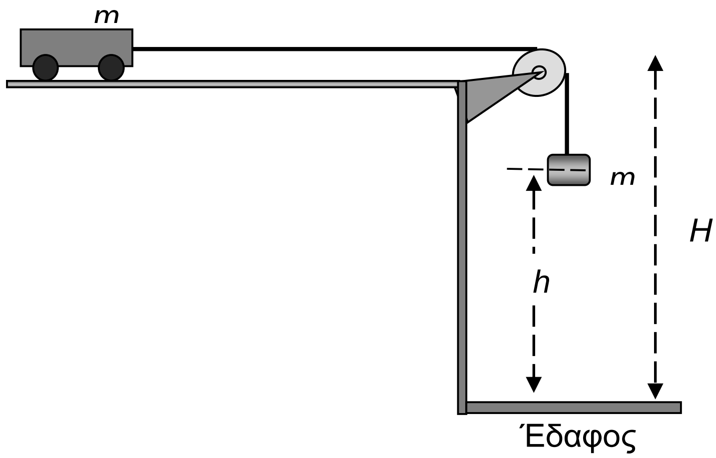
ε) Στις επόμενες φορές που εκτελέσατε το πείραμα βρήκατε πως η μηχανική ενέργεια μειώθηκε κατά τη διάρκεια του πειράματός σας, Υποθέστε πάλι ότι δεν έχετε κάνει μαθηματικά λάθη και δώστε μια λογική εξήγηση του αποτελέσματος αυτού.

Πιθανή απάντηση Ι

α) Εργαστηριακό αμαξίδιο, ηλεκτρονική ζυγαριά, σχοινί, ελαφριά τροχαλία με αμελητέες τριβές, βαρίδι και μετροταινία δείχνονται στην εικόνα 59.

β) Με την ηλεκτρονική ζυγαριά βρίσκουμε τις μάζες του αμαξιδίου $m_α$ και του βαριδιού $m_β$.

Συνδέουμε με το σχοινί το αμαξίδιο με το βαρίδι.
Τοποθετούμε το αμαξίδιο στο οριζόντιο εργαστηριακό τραπέζι έτσι ώστε το σκοινί να περάσει μέσα από την τροχαλία, όπως δείχνεται στο σχήμα.
Κρατάμε ακίνητο το σύστημα ώστε το βαρίδι να είναι σε κάποιο ύψος h από το έδαφος, το οποίο και μετράμε με τη μετροταινία.
Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο και μετράμε με το χρονόμετρο τη χρονική διάρκεια t της κίνησής του μέχρι το βαρίδι να φτάσει στο έδαφος.
επίσης, μετράμε το ύψος του τραπεζιού από το έδαφος H.



Εικόνα 59. Πείραμα 1

γ) Η αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος:

$$U_{αρχ} = m_α \cdot g \cdot H + m_β \cdot g \cdot h$$

Τελική δυναμική ενέργεια του συστήματος:

$$U_{αρχ} = m \cdot g \cdot h$$

Αρχική κινητική ενέργεια: $K_{αρχ} = 0$

Τελική κινητική ενέργεια:

$$K_{τελ} = \frac{1}{2} \cdot (m_α + m_β) \cdot {υ_{τελ}}^2$$

Μας λείπει η τελική ταχύτητα.
Η επιτάχυνση είναι σταθερή, οπότε η μέση ταχύτητα θα είναι:

$$υ_{μέση} = \frac{υ_{αρχ} + υ_{τελ}}{2}$$

έτσι:

$$h = \frac{1}{2} \cdot (υ_{αρχ} + υ_{τελ}) \cdot t$$

Όμως $υ_{αρχ} = 0$ οπότε:

$$h = \frac{1}{2} \cdot υ_{τελ} \cdot t$$

συνεπώς υπολογίζουμε την τελική ταχύτητα του συστήματος από τη σχέση: $υ_{τελ} = \frac{2h}{t}$ συναρτήσει των μεγεθών h και t που έχουμε μετρήσει και μετά αντικαθιστούμε στις εκφράσεις για τις ενέργειες.

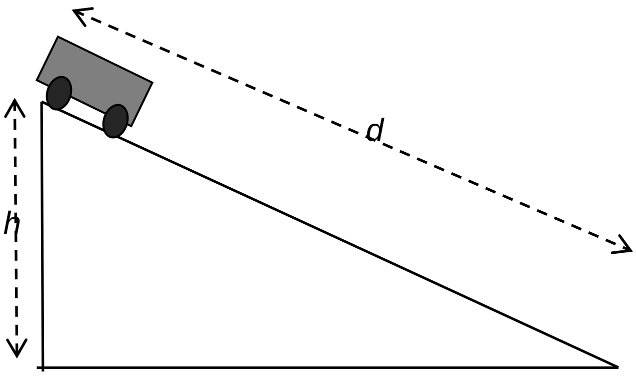
δ) Ένα ακούσιο σπρώξιμο στο καρότσι μπορεί να είναι η αιτία για την αύξηση της αρχικής μηχανικής ενέργειας δηλαδή η $v_{αρχ}$ να μην είναι μηδενική.

ε) Οι τριβές, αντιστάσεις αέρα .

Πιθανή απάντηση ΙΙ

α) Εργαστηριακό αμαξίδιο, κεκλιμένο επίπεδο, ηλεκτρονική ζυγαριά, μετροταινία και χρονόμετρο δείχνονται στην εικόνα 60.

β) Με την ηλεκτρονική ζυγαριά βρίσκουμε τη μάζα του αμαξιδίου $m_α$.
Τοποθετούμε το αμαξίδιο στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και μετράμε το ύψος h στο οποίο βρίσκεται το αμαξίδιο.
Αφήνουμε ελεύθερο το αμαξίδιο και μετράμε με το χρονόμετρο τη χρονική διάρκεια t της κίνησής του μέχρι να φτάσει στη βάση του.
Μετράμε την απόσταση d που διάνυσε το αμαξίδιο πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.



Εικόνα 60. Πείραμα 2

γ) Η αρχική δυναμική ενέργεια του συστήματος:

$$U_{αρχ} = m \cdot g \cdot h$$

Τελική δυναμική ενέργεια του συστήματος: $U_{τελ} = 0$

Αρχική κινητική ενέργεια: $K_{αρχ} = 0$

Τελική κινητική ενέργεια:

$$K_{τελ} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{τελ}^{2}$$

Μας λείπει η τελική ταχύτητα.
Η επιτάχυνση είναι σταθερή, οπότε η μέση ταχύτητα θα είναι:

$$\upsilon_{μέση} = \frac{\upsilon_{αρχ} + \upsilon_{τελ}}{2}$$

έτσι:

$$d = \frac{1}{2} \cdot (\upsilon_{αρχ} + \upsilon_{τελ}) \cdot t$$

Όμως $\upsilon_{αρχ} = 0$ οπότε:

$$d = \frac{1}{2} \cdot \upsilon_{τελ} \cdot t$$

συνεπώς υπολογίζουμε την τελική ταχύτητα του συστήματος από τη σχέση:

$$\upsilon_{τελ} = \frac{2d}{t}$$

συναρτήσει των μεγεθών d και t που έχουμε μετρήσει και μετά αντικαθιστούμε στις εκφράσεις για τις ενέργειες.

δ) Ένα ακούσιο σπρώξιμο στο καρότσι μπορεί να είναι η αιτία για την αύξηση της αρχικής μηχανικής ενέργειας δηλαδή η $v_{αρχ}$ να μην είναι μηδενική.

ε) Οι τριβές, αντιστάσεις αέρα.

3.5 Διατήρηση και υποβάθμιση της ενέργειας – Ερωτήσεις

3.5.1. Αφού ο κινητήρας μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική στο σύστημα προσφέρεται ενέργεια άρα πιο ακριβής είναι η απάντηση **Ε**.

3.5.2. Ένα κιβώτιο που κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο είναι η εξωτερική δύναμη F και η δύναμη της τριβής. Εφόσον η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή δεν μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια. Το επίπεδο είναι οριζόντιο άρα δεν μεταβάλλεται και η βαρυτική δυναμική ενέργεια. Άρα το έργο της εξωτερικής δύναμης αυξάνει τη θερμική ενέργεια του συστήματος.

3.5.3. Η έλλειψη ενέργειας οδηγεί σε αύξηση των τιμών της ενέργειας γεγονός που επηρεάζει το κόστος των αγαθών αλλά και των υπηρεσιών για τους καταναλωτές και τις επιχειρήσεις. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε περισσότερη φτώχεια και τελικά σε κοινωνικές αναταραχές.

3.5: Διατήρηση και υποβάθμιση της ενέργειας – Ασκήσεις

3.5.1. Το σύστημα αποτελείται από το μεταλλικό σφαιρίδιο, το έδαφος και τη Γη και είναι κλειστό. Άρα αρχικά το μεταλλικό σφαιρίδιο έχει κινητική και βαρυτική δυναμική ενέργεια:

$$E_{αρχ} = K + U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 + m \cdot g \cdot (h + d)$$

Μετά τις πράξεις έχουμε:

$$E_{αρχ} = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 10^2 + 0,2 \cdot 10 \cdot (20 + 0,05) \Rightarrow E_{αρχ} = 10 + 40,1 = 50,1\,J$$

Το σφαιρίδιο σταματά οπότε η τελική του ενέργεια είναι μηδέν. Η αύξηση της θερμικής ενέργειας του σφαιριδίου είναι:

$$Q = E_{αρχ} - E_{τελ} = 50,1 - 0 = 50,1\,J$$

3.5.2. Υπολογισμός του ύψους της τσουλήθρας:

$$h = s \cdot ημθ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2\,m$$

Υπολογισμός της αρχικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας:

$$U_{αρχ} = m \cdot g \cdot h = 15 \cdot 10 \cdot 2 = 300\,J$$

Υπολογισμός της τελικής κινητικής ενέργειας:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 3^2 = 67,5\,J$$

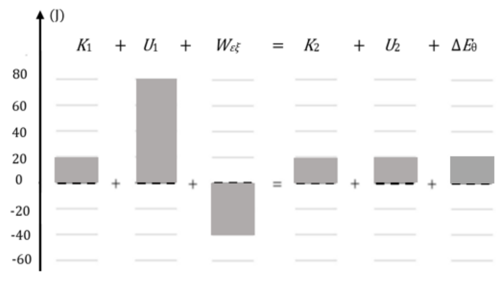
Η αρχική ενέργεια είναι η βαρυτική δυναμική και η τελική ενέργεια είναι η κινητική. Η διαφορά μεταξύ αυτών δίνει την αύξηση της θερμικής ενέργειας:

$$Q = E_{αρχ} - E_{τελ} = 300 - 67,5 = 232,5\,J$$

3.5 Διατήρηση και υποβάθμιση της ενέργειας – Προβλήματα

3.5.1. Θα μπορούσε να είναι το σύστημα Κιβώτιο-Έδαφος-Γη όπου το κιβώτιο κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα σε κεκλιμένο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβή και στο οποίο ασκείται εξωτερική δύναμη αντίθετα στην κίνησή του από κάποιο άνθρωπο. Το ραβδόγραμμα δείχνεται στην εικόνα 61.

3.5.2. Για να λύσουμε το πρόβλημα, πρέπει να εξετάσουμε τις δύο περιπτώσεις υπό τις οποίες το σώμα αφήνεται να κατέβει και να υπολογίσουμε την επιμήκυνση του ελατηρίου καθώς και την ελαστική δυναμική ενέργεια.



Εικόνα 61. Ραβδόγραμμα

Α. Όταν το σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από τη φυσική θέση του ελατηρίου (δηλαδή όταν το ελατήριο είναι χωρίς επιμήκυνση), το σώμα επιταχύνεται από τη βαρύτητα και το ελατήριο αρχίζει να επιμηκύνεται μέχρι να φτάσει στη μέγιστη επιμήκυνση. Σε αυτήν τη μέγιστη επιμήκυνση, όλη η δυναμική ενέργεια του συστήματος έχει μετατραπεί σε ελαστική δυναμική ενέργεια και η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική.

Αρχικά, το σώμα έχει μηδενική ελαστική δυναμική ενέργεια και μια βαρυτική δυναμική ενέργεια που θα υπολογίσουμε. Κατά τη μέγιστη επιμήκυνση, η βαρυτική δυναμική ενέργεια έχει μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Η αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος είναι:

$$U_{\beta\alpha\rho} = m \cdot g \cdot x_{\max}$$

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη μέγιστη επιμήκυνση είναι:

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_{\max}{}^2$$

Επειδή όλη η βαρυτική δυναμική ενέργεια έχει μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια ελατηρίου, έχουμε:

$$m \cdot g \cdot x_{\max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_{\max}{}^2 \Rightarrow x_{\max} = \frac{2m \cdot g}{k}$$

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη μέγιστη επιμήκυνση είναι:

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_{\max}{}^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(\frac{2m \cdot g}{k}\right)^2 = \frac{2m^2 \cdot g^2}{k}$$

Β. Στην περίπτωση που το σώμα αφήνεται να κατέβει πολύ αργά, το ελατήριο επιμηκύνεται σταδιακά και το σύστημα θα φτάσει στην κατάσταση ισορροπίας, όπου η δύναμη του ελατηρίου αντισταθμίζει το βάρος του σώματος. Στην κατάσταση ισορροπίας, η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με το βάρος του σώματος:

$$F_{\varepsilon\lambda} = W \Rightarrow k \cdot x = m \cdot g \Rightarrow x = \frac{m \cdot g}{k}$$

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας είναι:

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(\frac{m \cdot g}{k}\right)^2 = \frac{m^2 \cdot g^2}{2k}$$

Συμπέρασμα: Στην περίπτωση Α, η μέγιστη επιμήκυνση είναι διπλάσια της επιμήκυνσης στην περίπτωση Β. Η ελαστική δυναμική ενέργεια στην περίπτωση Α είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερη από αυτήν στην περίπτωση Β.

Η διαφορά στην ελαστική δυναμική ενέργεια οφείλεται στο γεγονός ότι στην περίπτωση Α το σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα και αποκτά κινητική ενέργεια λόγω της βαρύτητας, η οποία προστίθεται στην ελαστική δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, όταν το σώμα φτάσει στη μέγιστη επιμήκυνση. Στην περίπτωση Β, το σώμα κατεβαίνει σιγά σιγά, οπότε δεν υπάρχει πρόσθετη κινητική ενέργεια που να συνεισφέρει στην ελαστική δυναμική ενέργεια.

3.5.3. Αρχικά, υποθέτουμε ότι η κίνηση γίνεται χωρίς απώλειες ενέργειας λόγω τριβής. Το βαρίδι αφήνεται από ύψος h όπου έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια. Αυτή η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα και προκαλεί την κίνηση του βαριδίου και του σώματος μάζας Μ πάνω στο τραπέζι.

Η συνολική μηχανική ενέργεια που χάνεται από τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του βαριδιού είναι:

$$U_{\beta\alpha\rho} = m \cdot g \cdot h = 3 \cdot 10 \cdot 0{,}8 = 24\,J$$

Όταν το βαρίδι φτάνει στο έδαφος, το σώμα πάνω στο τραπέζι έχει κινητική ενέργεια:

$$K_M = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \upsilon_M{}^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (1{,}5)^2 = 5{,}625\,J$$

Το βαρίδι έχει την ίδια ταχύτητα με το σώμα μάζας Μ, διότι το νήμα είναι μη εκτατό, δηλαδή δεν επιμηκύνεται. Η κινητική ενέργεια του βαριδιού είναι:

$$K_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_m{}^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (1{,}5)^2 = 3{,}375\,J$$

Η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι το άθροισμα των δύο:

$$K_{ολ} = K_M + K_m = 5,625 + 3,375 = 9\,J$$

Η αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια του βαριδιού είναι 24 J, αλλά η συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος είναι 9 J. Άρα, υπάρχει διαφορά ενέργειας. Αυτή η ενέργεια έχει χαθεί λόγω τριβής μεταξύ του σώματος και του τραπεζιού.

$$U_{βαρ} = K_{ολ} + |W_T| \Rightarrow |W_T| = U_{βαρ} - K_{ολ} = 24 - 9 = 15\,J$$

Η απόσταση που διένυσε το σώμα είναι ίση με την επιμήκυνση του νήματος, δηλαδή την απόσταση που διανύει το βαρίδι πριν φτάσει στο έδαφος. Αυτή η απόσταση είναι $h = 0,8\,m$.

Επομένως, το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot συνφ = T \cdot \Delta x \cdot συν180^o = \mu \cdot N \cdot h \cdot (-1) = -\mu \cdot N \cdot h$$

Ο συντελεστής τριβής υπολογίζεται ως εξής:

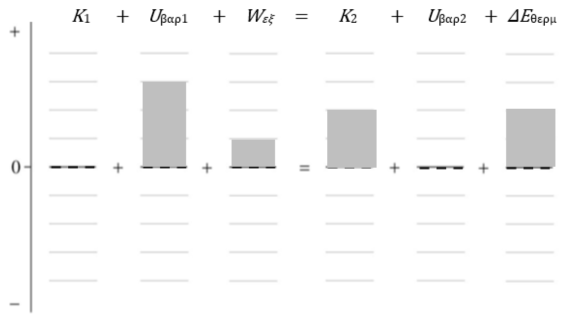
$$-\mu \cdot N \cdot h = W_T \Rightarrow \mu = -\frac{W_T}{N \cdot h} \Rightarrow \mu = -\frac{W_T}{M \cdot g \cdot h} = \frac{15}{5 \cdot 10 \cdot 0,8} = 0,375$$

Άρα ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του τραπεζιού είναι 0,375.

3.5.4. Υποθέτουμε αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια $U_{βαρ1} = 3J$ και το έργο της εξωτερικής δύναμης $W_{εξ} = 1J$. Στο ενεργειακό διάγραμμα που δείχνεται στην εικόνα 62, θα πρέπει να ισχύει.

$$K_1 + U_{βαρ1} + W_{εξ} = K_2 + U_{βαρ2} + \Delta E_{θερμ}$$

Αφού $U_{βαρ2} = 0$ θα μπορούσε $K_2 = 2J$ και $\Delta E_{θερμ} = 2\ J$



Εικόνα 62. Ραβδόγραμμα

3.6 Υποβάθμιση της ενέργειας – Θερμικές μηχανές – Ερωτήσεις

3.6.1. Πολλοί θερμοηλεκτρικοί σταθμοί βρίσκονται κοντά σε ποτάμια για τους εξής λόγους:

1. **Προμήθεια νερού:** Οι θερμοηλεκτρικοί σταθμοί απαιτούν μεγάλες ποσότητες νερού για την ψύξη των θερμικών τους κυκλωμάτων. Το νερό από τα ποτάμια χρησιμοποιείται για να απορροφήσει τη θερμότητα που παράγεται κατά τη διαδικασία παραγωγής ηλεκτρισμού.
2. **Δυνατότητα απόρριψης θερμότητας:** Το νερό του ποταμού μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απόρριψη θερμότητας από τους σταθμούς. Μετά τη χρήση του για ψύξη, το θερμαινόμενο νερό μπορεί να επιστραφεί στο ποτάμι.
3. **Πρόσβαση στις υποδομές:** Οι ποταμοί παρέχουν συνήθως φυσικούς δρόμους που διευκολύνουν την κατασκευή και τη συντήρηση των υποδομών, όπως σωληνώσεις και μεταφορές.
4. **Ευκολία στην παραγωγή ενέργειας:** Σε ορισμένες περιπτώσεις, οι θερμοηλεκτρικοί σταθμοί μπορεί να χρησιμοποιούν το νερό για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέσω υδροηλεκτρικών τουρμπινών σε συνδυασμένες εγκαταστάσεις.
5. **Προστασία από φυσικές καταστροφές:** Η εγγύτητα σε ποτάμια μπορεί να παρέχει μια φυσική άμυνα σε ακραία καιρικά φαινόμενα, εφόσον οι σταθμοί είναι σχεδιασμένοι να αντέχουν σε τέτοιες συνθήκες.

3.6.2. Είναι σχεδόν αδύνατο να επιτευχθεί πλήρης απουσία θερμικής ρύπανσης, καθώς οι φυσικοί νόμοι (όπως ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής) υποδεικνύουν ότι η μετατροπή της ενέργειας δεν είναι 100% αποδοτική και ότι κάποια ενέργεια θα απελευθερώνεται πάντα ως θερμότητα.

3.6.3. Η πρόταση Δ είναι αδύνατη, καθώς το έργο που παράγει μια θερμική μηχανή δεν μπορεί να υπερβαίνει τη θερμότητα που εισέρχεται στη μηχανή. Το αποκλείει η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

3.6 Υποβάθμιση της ενέργειας – Θερμικές μηχανές – Ασκήσεις

3.6.1. Η απόδοση η μιας θερμικής μηχανής ορίζεται ως ο λόγος του παραγόμενου έργου W προς τη θερμότητα που απορροφάται Q_1

$$n = \frac{W}{Q_1}$$

Το παραγόμενο έργο είναι η διαφορά ανάμεσα στη θερμότητα που απορροφάται Q_1 και τη θερμότητα που αποβάλλεται Q_2

$$W = Q_1 - Q_2 = 1{,}98 \cdot 10^5 - 1{,}49 \cdot 10^5 = 4{,}9 \cdot 10^4\, J$$

και τελικά η απόδοση είναι:

$$n = \frac{W}{Q_1} = \frac{4{,}9 \cdot 10^4}{1{,}98 \cdot 10^5} \approx 0{,}2475$$

Δηλαδή 24,75%

3.6.2. Για να βρούμε την ενέργεια που πρέπει να χορηγείται μέσω θερμότητας σε κάθε κύκλο, θα χρησιμοποιήσουμε τον ορισμό της απόδοσης μιας θερμικής μηχανής:

$$n = \frac{W}{Q_1}$$

Η απόδοση δίνεται: $n = 30\% \Rightarrow n = 0{,}3$

Το παραγόμενο έργο είναι η διαφορά ανάμεσα στη θερμότητα που απορροφάται Q_1 και τη θερμότητα που αποβάλλεται Q_2

$$W = Q_1 - Q_2$$

Άρα η απόδοση:

$$n = \frac{W}{Q_1} \Rightarrow n = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \Rightarrow n \cdot Q_1 = Q_1 - Q_2 \Rightarrow Q_1(1-n) = Q_2 \Rightarrow Q_1 = \frac{Q_2}{1-n}$$

Και μετά τις πράξεις βρίσκουμε την ενέργεια που πρέπει να χορηγείται μέσω θερμότητας σε κάθε κύκλο:

$$Q_1 = \frac{Q_2}{1-n} = \frac{6 \cdot 10^2}{1-0{,}3} = \frac{6 \cdot 10^2}{0{,}7} \approx 857{,}14\, J$$

3.6.3. Υπολογίζουμε αρχικά την απόδοση της θερμικής μηχανής:

$$n = 1 - \frac{T}{2T} = 1 - \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Η θερμότητα που απορροφάται από τη θερμική δεξαμενή είναι $Q_h = 100\, J$ οπότε για το έργο:

$$n = \frac{W}{Q_h} \Rightarrow W = n \cdot Q_h = 0{,}5 \cdot 100 \Rightarrow W = 50\, J$$

Η θερμότητα που αποβάλλεται στην ψυχρή δεξαμενή είναι η διαφορά μεταξύ της θερμότητας που απορροφάται και του έργου:

$$W = Q_h - Q_c \Rightarrow Q_c = Q_h - W = 100 - 50 \Rightarrow Q_c = 50\, J$$

4ο Κεφάλαιο

4.1 Μηχανικά – Ηχητικά κύματα και τα χαρακτηριστικά τους – Εφαρμογές – Ερωτήσεις

4.1.1. Όταν η ταλάντωση των σωματιδίων του μέσου γίνεται σε διεύθυνση κάθετη με αυτή της διάδοσης του κύματος, το κύμα ονομάζεται εγκάρσιο. Όταν γίνεται σε διεύθυνση παράλληλη τότε ονομάζεται διαμήκες. Τα εγκάρσια μηχανικά κύματα μπορούν να διαδοθούν εύκολα στα στερεά και στα υγρά σώματα. Τα διαμήκη μηχανικά κύματα μπορούν να διαδοθούν στα στερεά στα υγρά και στα αέρια σώματα.

4.1.2. Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη μηχανικά κύματα με συχνότητες από 20 Hz έως 20.000 Hz περίπου, τα οποία διεγείρουν το όργανο της ακοής.

4.1.3. Οι υπέρηχοι είναι ηχητικά κύματα με συχνότητες υψηλότερες από 20000Hz τα οποία οι άνθρωποι δεν μπορούν να ακούσουν. Χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση αντικειμένων, τη μέτρηση αποστάσεων και τη θραύση λίθων στα νεφρά και στη χολή ασθενών χωρίς χειρουργείο (λιθοτριψία).

4.1.4. Η ένταση του ήχου είναι ανάλογη του ρυθμού με τον οποίο μεταφέρεται η ενέργεια μέσα στο ελαστικό μέσον και είναι ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους του κύματος.

4.1.5. 1-β, 2-α, 3-α, 4-δ, 5-γ, 6-ε, 7-γ, 8-β.

4.1 Μηχανικά – Ηχητικά κύματα και τα χαρακτηριστικά τους – Εφαρμογές – Ασκήσεις

4.1.1. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών πυκνωμάτων στο διαμήκες κύμα είναι ίση με το μήκος κύματος. Άρα η συνολική απόσταση είναι ίση με τρία μήκη κύματος. Άρα $\lambda = 2$ m.

4.1.2. Η συχνότητα δίνεται από τη σχέση $f = \frac{N}{t} = \frac{600}{30} = 20\,Hz$

Οπότε η περίοδος είναι $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20} = 0,05\,s$.

4.1.3. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής υπολογίζουμε το μήκος κύματος. Άρα $\lambda = 1,1$ m.

4.1.4. Αντικαθιστούμε στη σχέση 4.1.2 και μετά τις πράξεις έχουμε $I = 2W/m^2$.

4.1.5. Γνωρίζουμε ότι αν η ένταση του ήχου δεκαπλασιαστεί, η ακουστότητά του αυξάνεται κατά 1 Bel (B) ή 10 decibels (dB). Άρα η ζητούμενη ένταση είναι $I_{εργαλείου}=1000W/m^2$.

4.1 Μηχανικά – Ηχητικά κύματα και τα χαρακτηριστικά τους – Εφαρμογές – Προβλήματα

4.1.1. Το εργαλείο εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος $h = 80\,m$. Χρησιμοποιώντας τη σχέση για την κίνηση σε ελεύθερη πτώση:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$$

όπου t_1 είναι ο χρόνος που χρειάζεται το εργαλείο για να φτάσει στο έδαφος και $g = 10\frac{m}{s^2}$ η επιτάχυνση της βαρύτητας.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow 80 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1^2 = 16 \Rightarrow t_1 = 4\,s$$

Ο συνολικός χρόνος είναι $t_{ολ} = 4,23s$. Άρα, ο χρόνος που χρειάζεται ο ήχος να φτάσει στον οικοδόμο είναι:

$$t_{ολ} = t_1 + t_{ηχ} \Rightarrow t_{ηχ} = t_{ολ} - t_1 \Rightarrow 4,23 - 4 \Rightarrow t_{ηχ} = 0,23s$$

Επομένως, η ταχύτητα του ήχου είναι:

$$\upsilon_{ηχ} = \frac{h}{t_{ηχ}} = \frac{80}{0,23} \approx 347,83\frac{m}{s}$$

4.2 Αρχή της υπέρθεσης – Στάσιμο ηχητικό κύμα – Ερωτήσεις

4.2.1. Σωστές είναι οι προτάσεις **Γ.** και **Δ.**

4.2.2. Οι σχέσεις 4.2.7 και 4.2.9 του βιβλίου υπολογίζουν τη θεμελιώδη συχνότητα για ανοικτό και κλειστό ηχητικό σωλήνα. Παρατηρούμε ότι η θεμελιώδης συχνότητα κλειστού ηχητικού σωλήνα είναι η μισή της συχνότητας του ανοικτού ηχητικού σωλήνα. Άρα, η θεμελιώδης συχνότητα αν κλείσει το ένα άκρο του σωλήνα είναι 250 Hz.

4.2.3. Η συχνότητα του στάσιμου κύματος σε ανοικτό ηχητικό σωλήνα είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της θεμελιώδους συχνότητας. Άρα, σωστή είναι η απάντηση **Γ.**

4.2 Αρχή της υπέρθεσης – Στάσιμο ηχητικό κύμα – Ασκήσεις

4.2.1. Α. Το μήκος κύματος εάν η χορδή πάλλεται με τη θεμελιώδη συχνότητα δίνεται από τη σχέση $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

Άρα αντικαθιστώντας και την ταχύτητα διάδοσης έχουμε: $\lambda_1 = \frac{2L}{1} = 2 \cdot 0,75 = 1,5m$

Παρόμοια $\lambda_2 = \frac{2L}{2} = L = 0,75m$.

Β. Οι συχνότητες δίνονται από τον γενικό τύπο $f_n = n \cdot \frac{\upsilon}{2L}$

Άρα η πρώτη αρμονική ή θεμελιώδη συχνότητα είναι για n = 1 δηλαδή: $f_1 = 1 \cdot \frac{\upsilon}{2L} = \frac{660}{2 \cdot 0,75} = 440Hz$

Ενώ η δεύτερη αρμονική είναι:

$$f_2 = 2 \cdot \frac{\upsilon}{2L} = 2 \cdot f_1 = 2 \cdot 440 = 880Hz$$

Γ. Από την εικόνα 4.2.2 για τα μοτίβα των στάσιμων κυμάτων σε χορδή, βγάζουμε το συμπέρασμα ότι ο αριθμός των κοιλιών που σχηματίζονται όταν η χορδή πάλλεται με την τέταρτη αρμονική είναι τέσσερις.

4.2.2. Η συχνότητα είναι τετραπλάσια της θεμελιώδους, άρα η θεμελιώδης συχνότητα είναι f_1=30Hz.

4.2.3. Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε το μήκος της χορδής L = 2,5m το πλάτος ταλάντωσης στην κοιλία Α = 0,2 m και συχνότητα ταλάντωσης f = 5Hz.
Άρα η περίοδος ταλάντωσης είναι T = 0,2s και για να βρούμε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος θα χρειαστεί να υπολογίσουμε το μήκος κύματος λ. Από το σχήμα βγάζουμε το συμπέρασμα ότι λ = 1m άρα για την ταχύτητα ισχύει υ = 5m/s.

4.2.4. Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε την ταχύτητα υ = 331m/s την αρχική θεμελιώδη συχνότητα $f_1 = 250$Hz και την τελική θεμελιώδη συχνότητα $f_1' = 331$Hz.
Από τη σχέση για τη θεμελιώδη συχνότητα σε ανοικτούς ηχητικούς σωλήνες υπολογίζουμε το μήκος του σωλήνα. Μετά τις πράξεις $L = 331/500$m.
Από την ίδια σχέση καταλαβαίνουμε ότι για να μεγαλώσει η θεμελιώδης συχνότητα θα πρέπει να μικραίνει το μήκος του σωλήνα. Η μεταβολή υπολογίζεται ΔL=0,162 m.

4.2 Αρχή της υπέρθεσης – Στάσιμο ηχητικό κύμα – Προβλήματα

4.2.1. Α. Οι συχνότητες των αρμονικών στον ανοικτό σωλήνα είναι: $f_n = 2n \cdot \frac{\upsilon}{4L}$ όπου n=1,2,3…

Με αντικατάσταση έχουμε: $f_1 = 139,43\text{H}z$, $f_2 = 278,86\text{H}z$, $f_1 = 139,43\text{H}z$

Β. $20 \le 2n \cdot \frac{\upsilon}{4L} \le 20.000$ οπότε $n \ge 0,143$ και $n \le 143,35$

Συνεπώς ο αριθμός των αρμονικών μέσα στο εύρος των συχνοτήτων της ανθρώπινης ακοής είναι 143.

Γ. Αν κλείσουμε το ένα άκρο οι συχνότητες των αρμονικών είναι: $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$ όπου n=1,2,3…

Με αντικατάσταση έχουμε: $f_1 = 69,72\text{H}z$, $f_2 = 209,15\text{H}z$, $f_1 = 348,58\text{H}z$

4.2.2. Πρόκειται για κλειστό ηχητικό σωλήνα αφού η επιφάνεια του νερού λειτουργεί ως το κλειστό άκρο. Όταν ακούμε έντονο ήχο έχουμε στάσιμο κύμα και δημιουργείται η πρώτη αρμονική όπου έχουμε κοιλία απομάκρυνσης στο ανοικτό άκρο και δεσμό απομάκρυνσης στο κλειστό άκρο. Το μήκος του ηχητικού σωλήνα L θα είναι όσο η απόσταση h του πάνω άκρου του από το νερό. Ισχύει ότι: $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$ και για την πρώτη αρμονική n=1 , συνεπώς $L = \frac{\lambda}{4}$. Όπου L=h=0,3m. Έτσι $\lambda = 4L = 1,2\text{m}$

Όμως $\upsilon = \lambda f$ οπότε:

$$f = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{340}{1,2} = 283,33\text{H}z$$

4.2.3. $\upsilon = \lambda f$ οπότε:

$$\lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{343}{440} = 0,78m$$

Όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα έχουμε την περίπτωση της πρώτης αρμονικής, οπότε:

$$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{0,780}{4} = 0,195m$$

4.3 Μουσικά όργανα – Ερωτήσεις

4.3.1. Το ποτήρι σπάει εξαιτίας του συντονισμού. Όταν η συχνότητα του ηχητικού κύματος είναι ίση με τη φυσική συχνότητα δόνησης του ποτηριού και η ένταση του ηχητικού κύματος είναι μεγάλη υπάρχει πιθανότητα να σπάσει το ποτήρι. Παράγοντες που επηρεάζουν το φαινόμενο είναι το σχήμα, το μέγεθος και το υλικό από το οποίο είναι φτιαγμένο το ποτήρι.

4.3.2. Στα έγχορδα όργανα, όπως το ούτι και το βιολί, ο ηχητικός συντονισμός επιτυγχάνεται με τη ρύθμιση της τάσης των χορδών. Στα πνευστά όργανα, όπως η φλογέρα και η τρομπέτα, ο ηχητικός συντονισμός επιτυγχάνεται με τη ρύθμιση του μήκους του σωλήνα αέρα. Στο τουμπερλέκι και στα υπόλοιπα κρουστά ο ηχητικός συντονισμός επιτυγχάνεται με τη ρύθμιση της τάσης των μεμβρανών.

4.3.3. Το διακρότημα στον ήχο είναι ένα φαινόμενο που συμβαίνει όταν δύο ήχοι με ελαφρώς διαφορετικές συχνότητες συμβάλλουν. Το αποτέλεσμα της σύνθεσης των ήχων είναι μια περιοδική αυξομείωση της έντασης του παραγόμενου ήχου που ονομάζεται διακρότημα.

4.3.4. Ο αριθμός των μεγιστοποιήσεων της έντασης του ήχου σε κάθε δευτερόλεπτο καλείται συχνότητα του διακροτήματος και αποδεικνύεται ότι ισούται με την απόλυτη τιμή της διαφοράς των συχνοτήτων των δύο ήχων που συνέβαλλαν.

4.3.5. Για να κουρδίσουμε ένα μουσικό όργανο χρησιμοποιούμε τη συχνότητα μιας νότας σε ένα διαπασών ή σε ένα άλλο όργανο που έχει κουρδιστεί με ακρίβεια. Όταν η συχνότητα του οργάνου δεν ταιριάζει ακριβώς με το όργανο αναφοράς παράγεται διακρότημα. Το σωστό κούρδισμα έχει σαν αποτέλεσμα την εξάλειψη του φαινομένου του διακροτήματος.

4.3.6. Αυτό σημαίνει ότι η συχνότητα του διακροτήματος είναι 2 Hz. Το συμπέρασμα που βγάζουμε για τις συχνότητες των ήχων που συνέβαλαν είναι ότι διαφέρουν κατά 2 Hz.

4.3 Μουσικά όργανα – Ασκήσεις

4.3.1. Τα δεδομένα της άσκησης που μας χρειάζονται είναι η ταχύτητα διάδοσης του ήχου υ_1=343m/s και η θεμελιώδης συχνότητα f_1=440Hz. Από την εικόνα 4.2.4 για τα στάσιμα κύματα σε κλειστούς ηχητικούς σωλήνες βγάζουμε το συμπέρασμα ότι για το ζητούμενο μήκος L ισχύει η σχέση λ_1=4L.
Το μήκος κύματος του ήχου είναι $\lambda_1 = 343/440$m και το μήκος είναι περίπου $L = 19{,}5$cm.

4.3.2. Η συχνότητα του διακροτήματος δίνεται από τη σχέση: $f = |f_1 - f_2|$
Και μετά τις πράξεις υπολογίζεται f=4 Hz.

4.3.3. Η συχνότητα του διακροτήματος που ακούμε είναι $f = 2$Hz. Η συχνότητα του διαπασών και η συχνότητα του πιάνου που δημιουργούν το διακρότημα είναι f_1=256Hz και f_2 το ζητούμενο. Από τη σχέση:

$$f = |f_1 - f_2|$$

Βγάζουμε το συμπέρασμα ότι οι πιθανές συχνότητες του πιάνου πριν τη ρύθμιση είναι f_2=258 Hz ή f_2=254 Hz.

4.3.4. Ένας ανοιχτός ηχητικός σωλήνας παράγει στάσιμα κύματα με μήκη κύματος που σχετίζονται με το μήκος του σωλήνα. Το μεγαλύτερο μήκος κύματος αντιστοιχεί στη **θεμελιώδη συχνότητα** ($n = 1$).
Η σχέση για το μήκος κύματος ενός ανοιχτού σωλήνα είναι:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2L}{1} = 2L = 2 \cdot 0{,}6 = 1{,}2m$$

Άρα φλάουτο μήκους 60cm μπορεί να παράγει ήχο μέγιστου μήκους κύματος 1,2m.

4.3.5. Από την εικόνα 4.2.4 του σχολικού βιβλίου για τα στάσιμα κύματα σε κλειστούς ηχητικούς σωλήνες, βγάζουμε το συμπέρασμα ότι για το μέγιστο μήκος κύματος λ_1 ισχύει η σχέση λ_1=4L. Μετά την αντικατάσταση έχουμε λ_1=8 m. Άρα η ελάχιστη συχνότητα των στάσιμων κυμάτων είναι:

$$f_1 = \frac{\upsilon}{\lambda_1} = \frac{340}{8} = 42{,}5Hz$$

αφού η ταχύτητα του ήχου στον αέρα μας δόθηκε υ = 340 m/s.