

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΠΑΡΑΛΛΗΛΕΣ ΕΥΘΕΙΕΣ

1.2

ΙΣΟΔΥΝΑΜΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΛΟΓΙΚΗ

«Δύο ευθείες είναι παράλληλες αν και μόνο αν σχηματίζουν τις εντός, εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες». Ποια είναι η σημασία της φράσης «αν και μόνο αν»; Η φράση αυτή αποτελείται από δύο προτάσεις:

- Την πρόταση Π1: «δύο ευθείες είναι παράλληλες» και
- την πρόταση Π2: «δύο ευθείες σχηματίζουν τις εντός, εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες».

Όπως είδατε στην παράγραφο 1.2, «αν δύο ευθείες είναι παράλληλες τότε σχηματίζουν τις εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες ίσες και, αντιστρόφως, αν οι εντός εκτός και επί τα αυτά μέρη γωνίες είναι ίσες τότε οι ευθείες είναι παράλληλες» δηλαδή η αλήθεια της πρότασης Π1, συνεπάγεται την αλήθεια της Π2 και η αλήθεια της Π2 συνεπάγεται την αλήθεια της Π1. Με χρήση συμβόλων, αυτό μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

$$\text{Π1} \Rightarrow \text{Π2} \quad \text{και} \quad \text{Π2} \Rightarrow \text{Π1}$$

Αντί αυτού, και χάριν συντομίας, γράφουμε $\text{Π1} \Leftrightarrow \text{Π2}$. Δηλαδή, αντί να διατυπώνουμε και τις δύο προτάσεις Π1 και Π2, τις ενώνουμε σε μία νέα φράση, το σύμβολο αυτό δεν συνηθίζεται να χρησιμοποιείται στη Γεωμετρία. Έτσι, αντί να λέμε την παραπάνω υπογραμμισμένη φράση, μπορούμε να πούμε για συντομία μια από τις παρακάτω:

- «Η Π1 συνεπάγεται την Π2 και αντιστρόφως»
- «Αν Π1 τότε Π2 και αντιστρόφως».
- «Η Π1 ισοδυναμεί με την Π2».
- «Π1 αν και μόνο αν Π2».
- «Π1 όταν και μόνο όταν Π2».
- «Π1 τότε και μόνο τότε Π2»

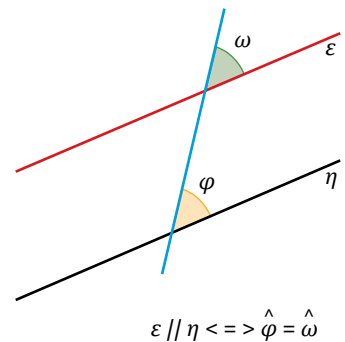
αναγκαία συνθήκη για να αληθεύει η Π1, μπορούμε, ισοδύναμα με τις παραπάνω προτάσεις, να πούμε

- «Η Π1 είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη για την Π2».

Παράδειγμα ισοδύναμων προτάσεων:

Ένα τρίγωνο είναι ισοσκελές αν και μόνο αν οι γωνίες της βάσης του είναι ίσες.

Στις ασκήσεις που περιέχουν μία από τις παραπάνω εκφράσεις, θα πρέπει να αποδεικνύετε και το ευθύ (δηλαδή ότι $\text{Π1} \Rightarrow \text{Π2}$) και το αντίστροφο (δηλαδή ότι $\text{Π2} \Rightarrow \text{Π1}$).



Τίτλος: «**Ισοδύναμες προτάσεις στη λογική**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2024**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή