Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 2.4.10

Β' ΟΜΑΔΑ

3 Αφού σχεδιάσετε έναν τριγωνομετρικό κύκλο καθώς και τον άξονα των εφαπτομένων σε αυτόν τον κύκλο να βρείτε γεωμετρικά τις εφαπτόμενες των γωνιών 30°, 45°, 60°, 75°, 80°, 85° και 87° και να δώσετε μία γεωμετρική αιτιολόγηση του γιατί δεν ορίζεται η εφ90°.

4 Αφού σχεδιάσετε έναν τριγωνομετρικό κύκλο καθώς και τους άξονες των εφαπτομένων και των συνεφαπτομένων σε αυτόν τον κύκλο να βρείτε γεωμετρικά τις εφαπτόμενες και τις συνεφαπτόμενες (όποιες ορίζονται) των γωνιών 0°, 90°, 180°, 270° και 360°.

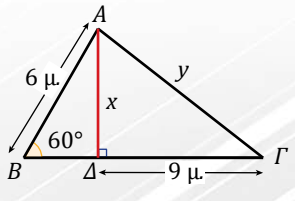
5 Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών
(i) 1485° (ii) –1020° (iii) $1990\pi/3$ (iv) $-215\pi/6$

6 Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών
(i) $\frac{9\pi}{2}$ (ii) $-\frac{13\pi}{2}$ (iii) $\frac{31\pi}{3}$ (iv) $-\frac{17\pi}{4}$

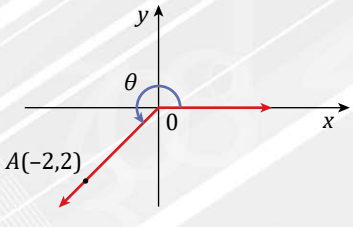
7 Ένα τόξο είναι ίσο με $109\pi/6$ ακτίνια. Να βρείτε το μήκος του αν ανήκει (α) σε κύκλο ακτίνας 2 (β) στον τριγωνομετρικό κύκλο.

8 Να δείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία θ με συν$\theta=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

9 Να υπολογίσετε τις πλευρές x και y του τριγώνου $A\Delta\Gamma$ στο διπλανό σχήμα καθώς και τη γωνία Γ. Τι είδους τρίγωνο είναι το $AB\Gamma$;



10 Στο σχήμα που ακολουθεί έχει σχεδιαστεί μία γωνία θ και ένα σημείο $A(-2,-2)$ της τελικής της πλευράς. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ καθώς και της γωνίας $\theta-180°$.



11 Στο σχήμα της Άσκησης 10 αφού σχεδιάσετε το σημείο $A'(2,-2)$ και ονομάσετε φ τη γωνία AOA', να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\theta+\varphi$.

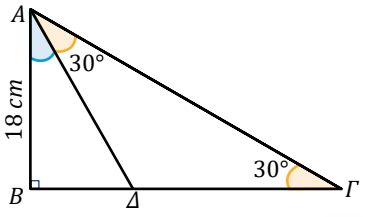
12 Να βρείτε δύο σημεία με ακέραιες συντεταγμένες τα οποία να βρίσκονται στην τελική πλευρά της γωνίας 135° και στη συνέχεια να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας αυτής. Με τη βοήθεια αυτής της διαδικασίας να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 225°. (*Υπόδειξη: Σχεδιάστε τις γωνίες αυτές στο ίδιο σύστημα αξόνων.*)

13 Το σημείο A βρίσκεται πάνω στην τελική πλευρά της γωνίας 150° και έχει τετμημένη –5. Να βρείτε την τεταγμένη του σημείου A και με βάση τις συντεταγμένες του σημείου αυτού να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 150°. Αν πάρουμε ένα σημείο $M(x,y)$ στην τελική πλευρά της γωνίας 150°, πότε η τετμημένη του είναι ακέραιος αριθμός; Υπάρχουν σημεία στην τελική πλευρά

της γωνίας 150° όπου και οι δύο συντεταγμένες είναι ακέραιες;

14 Να βρείτε δύο γωνίες που έχουν τη ίδια τελική πλευρά με τις γωνίες

(α) 135° (β) −45° (γ) 390° (δ) −240°



15 Να αποδείξετε ότι ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων $A\Gamma\Delta$ και $AB\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι 3 και ο λόγος των μεγαλύτερων πλευρών τους είναι ίσος με $\sqrt{3}$. Αν μεταβληθεί το μήκος της πλευράς AB θα μεταβληθούν αυτοί οι λόγοι; (Συζητήστε το.) (*Υπόδειξη: Δεν χρειάζεται να κάνετε μία ξεχωριστή απόδειξη.)*

16 Να δείξετε ότι οι γωνίες −1107° και 1413° έχουν την ίδια τελική πλευρά στον τριγωνομετρικό κύκλο.

17 Αν $0° < x < 90°$ και $90° < y < 180°$ να δείξετε ότι $\eta\mu x\, \varepsilon\varphi y - \varepsilon\varphi x + \sigma\varphi y < 0$.

18 Αν $\eta\mu x\, \varepsilon\varphi y < 0$ και $\sigma\upsilon\nu x\, \sigma\varphi x < 0$, να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας x.

19 Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της επίκεντρης γωνίας ω που βαίνει σε τόξο μήκους S=15,7 cm αν η ακτίνα του κύκλου είναι ρ=20 cm. (*Υπόδειξη: Δίνεται ότι* $\frac{\pi}{4} \simeq 0{,}785$.)

20 Να δείξετε ότι η ανίσωση $6\sigma\upsilon\nu^2 x + 12 < 17\sigma\upsilon\nu x$ είναι αδύνατη.

21 Υπάρχει γωνία θ για την οποία ισχύει $\sigma\upsilon\nu\theta < \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$;

22 Υπάρχει γωνία θ τέτοια ώστε $\eta\mu\theta = \frac{\alpha^2+\beta^2}{2\alpha\beta}$, $\alpha\beta \neq 0$;

23 Να δείξετε ότι οι εικόνες των αριθμών $x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$, $k \in \mathbb{R}$ στον τριγωνομετρικό κύκλο είναι κορυφές κανονικού εξαγώνου. (Το κανονικό εξάγωνο και κάθε κανονικό πολύγωνο έχει όλες του τις πλευρές ίσες και όλες του τις γωνίες επίσης ίσες.)

Τίτλος: «**Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 2.4.10**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2025**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.

Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού

ΙΕΠ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ 2021-2027

Πρόγραμμα Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή