

Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 2.4.11

Β' ΟΜΑΔΑ

- 7 Δίνεται ότι $\varepsilon\phi 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$. Να αποδειχθεί ότι
- (i) $\frac{\varepsilon\phi 165^\circ - \varepsilon\phi 105^\circ}{1 + \varepsilon\phi 165^\circ \varepsilon\phi 105^\circ} = \varepsilon\phi 60^\circ$ (ii) $\frac{\varepsilon\phi 195^\circ - \varepsilon\phi 105^\circ}{\varepsilon\phi 255^\circ + \varepsilon\phi 345^\circ} = 2\varepsilon\phi 30^\circ$
- 8 Αν σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\eta\mu B = \frac{\sqrt{7}}{5}$ και $\eta\mu \Gamma = \frac{3\sqrt{2}}{5}$ να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.
- 9 Αν $\varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \varepsilon\phi\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \alpha$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\varepsilon\phi^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \varepsilon\phi^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$.
- 10 Να αποδείξετε ότι $\varepsilon\phi 1^\circ \varepsilon\phi 2^\circ \varepsilon\phi 3^\circ \dots \varepsilon\phi 86^\circ \varepsilon\phi 88^\circ \varepsilon\phi 89^\circ = 1$.
- 11 Αν $0 < x < \frac{\pi}{2}$ και $5\eta\mu x + 12\sigma\upsilon\nu x = 13$ να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας x .
- 12 Αν $x = 2\sigma\upsilon\nu w$ και $y = 2\eta\mu w$ να δείξετε ότι τα x, y επαληθεύουν την εξίσωση $x^2 + y^2 = 4$. Αν το (x, y) είναι οι συντεταγμένες ενός σημείου M , δώστε μία γεωμετρική ερμηνεία της εξίσωσης. (Συζητήστε το.)
- 13 Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία $A = 30^\circ$ και $\eta\mu B = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών B και Γ του τριγώνου. Αν δίνεται επιπλέον ότι το μήκος της πλευράς $B\Gamma$ είναι ίσο με 5 να υπολογιστούν τα μήκη των άλλων δύο πλευρών.
- 14 Δίνεται ότι $\eta\mu \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$. Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών $\frac{7\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}$ και $\frac{13\pi}{8}$.
- 15 Να αποδειχθεί ότι $\eta\mu 27^\circ \sigma\upsilon\nu 63^\circ + \eta\mu 243^\circ \sigma\upsilon\nu 153^\circ + \varepsilon\phi 243^\circ \varepsilon\phi 207^\circ = 2$.
- 16 Να βρείτε πόσες διαφορετικές τιμές παίρνει το $\eta\mu \frac{k\pi}{7}$, $k \in \mathbb{Z}$.
- 17 Να δείξετε ότι $\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\phi(90^\circ - \theta) > 2(1 - \sigma\upsilon\nu\theta)$, $-90^\circ < \theta < 90^\circ$.
- 18 Να δείξετε ότι $1 + \sigma\phi^2 760^\circ = \frac{1}{\eta\mu^2 40^\circ}$.
- 19 Να αποδείξετε τις ταυτότητες
- (i) $\varepsilon\phi x + \sigma\phi x = \frac{1}{\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x}$ (ii) $(1 - \sigma\upsilon\nu x)(1 + \sigma\upsilon\nu x) = \eta\mu^2 x$
- (iii) $\sigma\upsilon\nu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x \varepsilon\phi^2 x = 1$ (iv) $\eta\mu^2 x(1 + \sigma\phi^2 x) = 1$
- 20 (α) Υπάρχει γωνία θ τέτοια ώστε $\eta\mu\theta = \sigma\upsilon\nu\theta = 1/2$;
 (β) Υπάρχει γωνία θ τέτοια ώστε $\eta\mu\theta = \sigma\upsilon\nu\theta = 1$;

(γ) Υπάρχει γωνία θ τέτοια ώστε $\eta\mu\theta = -\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

(δ) Αν $\eta\mu x = -\sigma\upsilon\nu x$ να βρεθεί η γωνία x .

21 Να αποδείξετε ότι $(1 - \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 2(1 - \eta\mu\theta)(1 + \sigma\upsilon\nu\theta)$.

22 Αν $\eta\mu\theta + \sigma\varphi\theta = 5$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $K = 13\sigma\upsilon\nu\theta + 12\epsilon\varphi\theta + 1$.

23 Να αποδειχτεί ότι $-\frac{1}{2} \leq \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x \leq \frac{1}{2}$ για κάθε x .

(Υπόδειξη: Είναι $-\frac{1}{2} \leq \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -1 \leq 2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x \leq 1 \Leftrightarrow |2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x| \leq 1 = \eta\mu^2 x \sigma\upsilon\nu^2 x$ κ.λπ.)

24 Να αποδειχτεί ότι $|\epsilon\varphi x + \sigma\varphi x| \geq 2$ για κάθε x με $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ή $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

25 Αν $x = \alpha \sigma\upsilon\nu\omega$ και $y = \beta \eta\mu\omega$ να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε να ισχύει η εξίσωση $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Τίτλος: «**Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 2.4.11**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2025**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΕΠ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή