Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 1.1.6

Β' ΟΜΑΔΑ

6 Να δείξετε ότι ο αριθμός $A=\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{135}+\sqrt[3]{320}$ μπορεί να πάρει τη μορφή

(α) $\alpha\sqrt[3]{\beta}$ με α,β φυσικούς (β) $\sqrt[3]{\gamma}$ με γ φυσικό.

7 Να δείξετε ότι ο αριθμός $\dfrac{1}{\sqrt{49-20\sqrt{6}}}+\dfrac{1}{\sqrt{49+20\sqrt{6}}}$ είναι ακέραιος. (Γράψτε όλα τα υπόρριζα με μορφή τέλειων τετραγώνων.)

8 Να δείξετε ότι ο αριθμός $\left(\sqrt{\alpha}+\dfrac{1}{\sqrt{\alpha}}\right)^2$ είναι ρητός, αν ο α είναι θετικός ρητός.

9 Αφού υπολογίσετε τα αναπτύγματα $\left(3+2\sqrt{2}\right)^3$ και $\left(3-2\sqrt{2}\right)^3$ να αποδείξετε ότι

(α) $\sqrt[3]{99+70\sqrt{2}}+\sqrt[3]{99-70\sqrt{2}}=6$ (β) $\sqrt[3]{99+70\sqrt{2}}-\sqrt[3]{99-70\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

(γ) $\sqrt[3]{99+70\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}\left(2+\sqrt{2}\right)^2$

(Όταν έχουμε ασκήσεις που αναφέρονται στο σύνολο ορισμού μίας παράστασης με ριζικά θέτουμε όλα τα υπόρριζα μεγαλύτερα ή ίσα του μηδενός, τους παρονομαστές διάφορους του μηδενός και συναληθεύουμε τις ανισώσεις που προκύπτουν.)

10 Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες ορίζονται οι παραστάσεις

(α) $\sqrt{5-x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$ (β) $\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-4x+4}+\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$

11 Να εκφράσετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς τη χρήση των συμβόλων της ρίζας και της απόλυτης τιμής

(α) $\sqrt{x^2-2x+1}$, $x\geq 1$ (β) $\sqrt{x^2+2x+1}$, $x\leq -1$

(γ) $\sqrt{x^2+2x+1}$, $x\geq 0$ (δ) $\sqrt{x^2-2|x|+1}$, $-1<x<1$

12 Να απλοποιήσετε την παράσταση $A=\sqrt[3]{x^3+3x^2+3x+1}-\sqrt[3]{1-3x+3x^2-x^3}$.

(*Υπόδειξη:* $\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3=(\alpha+\beta)^3$ *και* $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3=(\alpha-\beta)^3$)

13 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

(α) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ (β) $\sqrt{\alpha+2\sqrt{\alpha-1}}+\sqrt{\alpha-2\sqrt{\alpha-1}}$, $1<\alpha<2$

(Γράψτε όλα τα υπόρριζα με μορφή τέλειων τετραγώνων).

Τίτλος: Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 1.1.6
Έκδοση: 1.0
Συντ. ανάπτυξης & σχεδιασμού: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**
Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**