

## Οι σύνδεσμοι και, ή, και όχι

Στα μαθηματικά χρησιμοποιούνται πολύ οι λέξεις και, ή, και όχι με πολύ ακριβείς τρόπους και με πολύ σαφές και συγκεκριμένο νόημα.

Η μαθηματική χρήση του και και του όχι είναι ουσιαστικά η ίδια με αυτή της τυπικής γλώσσας. Η χρήση του ή, όπως θα δούμε στη συνέχεια, είναι περισσότερο ιδιότυπη. Ωστόσο, εδώ μας ενδιαφέρει η χρήση τους μόνο όταν συνδέουν προτάσεις (δηλαδή, εκφράσεις που μπορούν να χαρακτηριστούν ως αληθείς ή ψευδείς) ή αναφέρονται σε προτάσεις και πάνω σε αυτή τη βάση στηρίζεται η συζήτηση που ακολουθεί.

- Μαθηματική χρήση του και.  
Η πρόταση « $A$  και  $B$ » έχει αληθές περιεχόμενο (και φαίνεται πολύ λογικό αυτό) όταν και οι δύο προτάσεις  $A$  και  $B$  είναι αληθείς.

## Παράδειγμα 2.1.4.1

Το γινόμενο δύο πραγματικών αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$  είναι διάφορο του μηδενός, αν και μόνο αν και οι δύο αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι διάφοροι του μηδενός. Αυτό σε μαθηματική γλώσσα γράφεται ισοδύναμα

$$\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0 \text{ και } \beta \neq 0.$$

## Παράδειγμα 2.1.4.2

Αν το άθροισμα των τετραγώνων δυο αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$  είναι μηδέν τότε και οι δυο αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι μηδέν. Αυτό γράφεται ισοδύναμα

$$\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0 \text{ και } \beta = 0.$$

Ένα άλλο παράδειγμα της «μαθηματικής» χρήσης του και είναι το εξής:

## Παράδειγμα 2.1.4.3

Κάθε ακέραιος αριθμός του οποίου το τελευταίο ψηφίο του είναι 0 διαιρείται με το 2 και το 5. Αυτό σημαίνει ότι ένας αριθμός που τελειώνει σε μηδέν, όπως το 230, διαιρείται και με το 2 και με το 5. Σε κάθε άλλη περίπτωση είναι ψευδές.

Το και στα μαθηματικά λέγεται **σύζευξη**.

- Μαθηματική χρήση του όχι.  
Η πρόταση «όχι  $A$ » είναι αληθής αν και μόνο αν η  $A$  είναι ψευδής.

## Παράδειγμα 2.1.4.4

Η πρόταση «Όλοι οι πρώτοι είναι περιττοί» είναι ψευδής (γιατί;). Επομένως, η πρόταση «Δεν είναι όλοι οι πρώτοι αριθμοί περιττοί» είναι αληθής.

## Παράδειγμα 2.1.4.5

Η πρόταση «Όλα τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι ισοσκελή» είναι αληθής.

Το *όχι* στα μαθηματικά λέγεται **άρνηση**.

Πρέπει να θυμόμαστε ότι: Η μαθηματική χρήση του *και* και του *όχι* είναι ακριβώς η ίδια με την καθομιλουμένη γλώσσα.



• Μαθηματική χρήση του *ή*.

Η χρήση του *ή* **δεν** είναι ίδια με τη χρήση του στην καθομιλουμένη γι' αυτό χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή. Στην καθομιλουμένη γλώσσα, το *ή* συχνά προτείνει τη δυνατότητα της μίας επιλογής ή της άλλης, αλλά *όχι* και των δύο. Σκεφτείτε την ερώτηση: «Απόψε, όταν θα βγούμε για δείπνο, θα ήθελες πίτσα ή κινέζικο;» Το συμπέρασμα είναι ότι θα δειπνήσουμε με το ένα ή το άλλο. Αλλά *όχι* και με τα δύο. Σε αντίθεση, το μαθηματικό *ή* επιτρέπει τη δυνατότητα και των δύο.

Η πρόταση « $A$  ή  $B$ » σημαίνει ότι το  $A$  είναι αληθές, ή το  $B$  είναι αληθές ή και το  $A$  και το  $B$  είναι αληθή. Στο παράδειγμα που αμέσως ακολουθεί, τα πράγματα είναι ξεκάθαρα, ωστόσο το μεθεπόμενο παράδειγμα χρειάζεται πιο μεγάλη προσοχή.

#### Παράδειγμα 2.1.4.6

Το γινόμενο δύο πραγματικών αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$  είναι ίσο με το μηδέν, αν και μόνο αν ένας τουλάχιστον από τους αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  είναι ίσος με το μηδέν. Αυτό γράφεται ισοδύναμα  $\alpha \cdot \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$  ή  $\beta = 0$ .

Ας δούμε τώρα το παράδειγμα που ακολουθεί.

#### Παράδειγμα 2.1.4.7

Ας υποθέσουμε ότι οι  $x$  και  $y$  είναι ακέραιοι με την ιδιότητα: Το  $x$  διαιρεί το  $y$  και το  $y$  διαιρεί το  $x$ . Τότε  $x=y$  ή  $x=-y$ .

Δείτε γιατί:

- $x=y$  αλλά *όχι*  $x=-y$  (π.χ. πάρτε  $x=3$  και  $y=3$ )
- $x=-y$  αλλά *όχι*  $x=y$  (π.χ. πάρτε  $x=-7$  και  $y=7$ )
- $x=y$  και  $x=-y$  (π.χ. πάρτε  $x=0$  και  $y=0$ )

Το *ή* στα μαθηματικά λέγεται **διάζευξη**.

Δεν έχουμε κάνει καθόλου ή σχεδόν καθόλου αναφορά στο τι πρέπει να σκεφτούμε για μία πρόταση στην οποία η υπόθεση είναι αδύνατη και ο λόγος είναι ότι δεν θα σας ζητηθεί να απαντήσετε σε ένα πρόβλημα με ψευδή υπόθεση, αν και στη συνέχεια κάποιες φορές «θα χρειαστεί να θεωρήσουμε ψευδείς υποθέσεις».

Τίτλος: «**Οι σύνδεσμοι και, ή, και όχι**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2025**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



*Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.*



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων  
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση  
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα  
Ανθρώπινο Δυναμικό και  
Κοινωνική Συνοχή