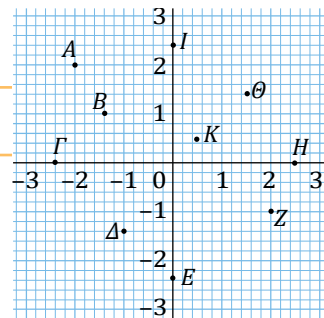


Ορθοκανονικά Συστήματα

Παράδειγμα 2.4.4.1

Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει ένα ορθοκανονικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων που υποδεικνύονται. (Συζητήστε το.)

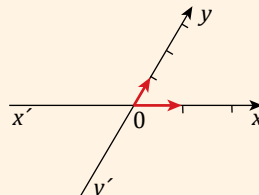


Παράδειγμα 2.4.4.2

Στο ίδιο σχήμα να βρείτε τις αποστάσεις των σημείων από Γ και Η από την αρχή Ο. Να κάνετε το ίδιο και για τα σημεία Ι και Ε. Είναι αναμενόμενα τα αποτελέσματα; Διατυπώστε έναν κανόνα σχετικά με τις αποστάσεις από την αρχή Ο σημείων που βρίσκονται πάνω στους άξονες γενικά και ειδικά σαν τις περιπτώσεις των σημείων Γ και Η, καθώς και των Ι και Ε. (Συζητήστε το.)

Σχόλιο

Δεν είναι όλα τα συστήματα ορθοκανονικά και κάποιες φορές ούτε καν ορθογώνια (βλ. διπλανό σχήμα). Ένα τέτοιο σύστημα δεν θα μας απασχολήσει στο μέλλον γιατί δεν είναι εύχρηστο. Πού εντοπίζετε το πρόβλημα στη χρήση ενός τέτοιου συστήματος; Πώς θα προσδιορίζατε γεωμετρικά τις συντεταγμένες ενός σημείου στο διπλανό σύστημα; (Συζητήστε το.)

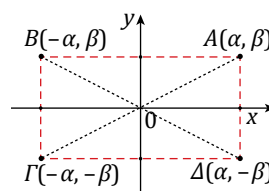
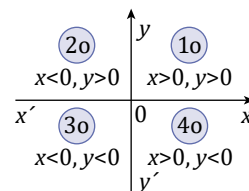


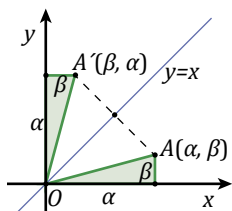
Στο εξής, όταν αναφερόμαστε στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, θα εννοούμε ορθοκανονικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Υπάρχουν ορθογώνια συστήματα τα οποία δεν είναι ορθοκανονικά, δηλαδή, οι αποστάσεις στους άξονες μετρούνται με διαφορετικές μονάδες μήκους. Τέτοια συστήματα χρησιμοποιούνται ευρέως, στη Φυσική, τη Χημεία, τη Βιολογία και σε άλλες επιστήμες. Για παράδειγμα, αν θέλουμε να κάνουμε τη γραφική παράσταση του διαστήματος που διανύει ένα κινητό με ταχύτητα 30 m/s, σε σχέση με το χρόνο είναι πρακτικά αδύνατο να χρησιμοποιήσουμε ένα ορθοκανονικό σύστημα.

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα σύστημα Οxy συντεταγμένων στο επίπεδο. Τότε

- Τα σημεία του άξονα x'x και μόνο αυτά έχουν τεταγμένη ίση με το μηδέν, ενώ τα σημεία του άξονα y'y και μόνο αυτά έχουν τετμημένη ίση με το μηδέν.
- Οι άξονες χωρίζουν το επίπεδο σε τέσσερα τεταρτημόρια, που είναι τα εσωτερικά των γωνιών xOy, yOx, x'Oy' και y'Ox και ονομάζονται 1ο, 2ο, 3ο και 4ο, τεταρτημόριο αντιστοίχως.
- Τα πρόσημα των συντεταγμένων των σημείων φαίνονται στο διπλανό σχήμα.
- Αν A(α,β) είναι ένα σημείο του καρτεσιανού επιπέδου, με τη βοήθεια της συμμετρίας ως προς άξονα και ως προς κέντρο, διαπιστώνουμε ότι:
 - Το συμμετρικό του ως προς τον άξονα x'x είναι το σημείο Δ(α,-β), που έχει ίδια τετμημένη και αντίθετη τεταγμένη (βλ. διπλανό σχήμα).
 - Το συμμετρικό του ως προς τον άξονα y'y είναι το σημείο Β(-α,β), που έχει ίδια τεταγμένη και αντίθετη τετμημένη (βλ. διπλανό σχήμα).
 - Το συμμετρικό του ως προς την αρχή των αξόνων είναι το σημείο Γ(-α,-β), που έχει αντίθετες συντεταγμένες (βλ. διπλανό σχήμα).





- Το συμμετρικό του ως προς τη διχοτόμο της 1ης και 3ης γωνίας των αξόνων είναι το σημείο $A'(\beta, \alpha)$ που έχει τεταγμένη την τεταγμένη του A και τεταγμένη την τεταγμένη του A (βλ. διπλανό σχήμα).

Παράδειγμα 2.4.4.3

Δίνεται το σημείο $A(2,3)$. Να βρείτε το συμμετρικό του ως προς

- (i) τον άξονα $x'x$.
- (ii) τον άξονα $y'y$.
- (iii) την αρχή των αξόνων.
- (vi) τη διχοτόμο της xOy .

Λύση

Με βάση τους παραπάνω ορισμούς τα συμμετρικά που αναζητούμε είναι τα σημεία

- (i) $B(2,-3)$.
- (ii) $\Delta(-2,3)$.
- (iii) $\Gamma(-2,-3)$.
- (vi) $A'(3,2)$.