

Παραδείγματα Ενότητας 2.3.1

Παρουσιάζουμε δύο ακόμα προβλήματα που λύνονται με τη βοήθεια εξισώσεων 1ου βαθμού.

Παράδειγμα 2.3.1.4

Ποιον αριθμό πρέπει να αφαιρέσουμε από τους όρους του κλάσματος $\frac{3}{4}$ και να προσθέσουμε στους όρους του κλάσματος $\frac{3}{8}$ για να προκύψουν ισοδύναμα κλάσματα;

Λύση

Έστω x ο αριθμός. Τότε $\frac{3-x}{4-x} = \frac{3+x}{8+x} \Leftrightarrow (3-x)(8+x) = (3+x)(4-x)$

$$\Leftrightarrow 24 + 3x - 8x - x^2 = 12 - 3x + 4x - x^2$$

$$\Leftrightarrow 3x - 8x + 3x - 4x = 12 - 24$$

$$\Leftrightarrow -6x = -12 \Leftrightarrow x = 2$$

Παράδειγμα 2.3.1.5

Μια αντλία αδειάζει μία δεξαμενή σε 1 ώρα, μία άλλη σε 48 λεπτά και μία τρίτη σε 1 ώρα και 20 λεπτά. Σε πόσες ώρες θα αδειάσει η δεξαμενή αν λειτουργήσουν και οι τρεις μαζί;

Λύση

Η πρώτη αντλία σε 1 λεπτό αδειάζει το $\frac{1}{60}$ της δεξαμενής. Η δεύτερη σε 1 λεπτό αδειάζει το $\frac{1}{48}$ της δεξαμενής. Η τρίτη σε 1 λεπτό αδειάζει το $\frac{1}{80}$ της δεξαμενής. Εάν χρειάζονται x λεπτά λειτουργίας για όλες τις αντλίες ώσπου να αδειάσει η δεξαμενή θα έχουμε

$$\frac{1}{60} \cdot x + \frac{1}{48} \cdot x + \frac{1}{80} \cdot x = 1 \Leftrightarrow 240 \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{48} + \frac{1}{80} \right) x = 240 \quad (\text{ΕΚΠ}, (60,48,80)=240)$$

$$\Leftrightarrow (4+5+3)x = 240$$

$$\Leftrightarrow 12x = 240 \Leftrightarrow x = 20$$

Εξισώσεις που ανάγονται σε εξισώσεις 1ου βαθμού

Στη συνέχεια θα δούμε, με τη βοήθεια παραδειγμάτων, πώς μπορούμε να επιλύσουμε εξισώσεις οι οποίες δεν είναι μεν εξισώσεις 1ου βαθμού, αλλά, με κατάλληλη διαδικασία, ανάγονται σε εξισώσεις 1ου βαθμού.

Παράδειγμα 2.3.1.6

Να λύσετε την εξίσωση $1 - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2-x} = \frac{2x}{x^2-4}$.

Λύση

Πρέπει $x+2 \neq 0$, $2-x \neq 0$ και $x^2-4 \neq 0$, δηλαδή $x \neq \pm 2$. Έχουμε

$$1 - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2-x} = \frac{2x}{x^2-4} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} = \frac{2x}{(x+2)(x-2)}$$

$$\stackrel{(x+2)(x-2)}{\Leftrightarrow} (x+2)(x-2) - (x-2) + (x+2) = 2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 - x + 2 + x + 2 = 2x$$

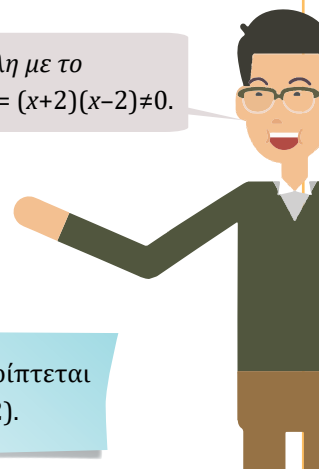
$$\Leftrightarrow x^2 - 4 - x + 2 + x + 2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x=0 \text{ ή } x=2$$

Πολλαπλασιάσαμε κατά μέλη με το ΕΚΠ $(x-2, x+2, (x+2)(x-2)) = (x+2)(x-2) \neq 0$.

Η λύση $x=2$ απορρίπτεται (αφού $x \neq \pm 2$).



Παράδειγμα 2.3.1.7

Να λύσετε την εξίσωση $|(x^2-1)(x+2)|=|(x+1)(x^2-4)|$.

Λύση

Από τις ιδιότητες των απολύτων τιμών έχουμε

$$|(x^2-1)(x+2)|=|(x+1)(x^2-4)| \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2-1)(x+2)=(x+1)(x^2-4) & \text{(I)} \\ \text{ή} \\ (x^2-1)(x+2)=-(x+1)(x^2-4) & \text{(II)} \end{cases}$$

Όμως

$$(I) \Leftrightarrow (x^2-1)(x+2)-(x+1)(x^2-4)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x+2)-(x+1)(x-2)(x+2)=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2)[(x-1)-(x-2)]=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2)[x-1-x+2]=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \text{ ή } x+2=0$$

$$\Leftrightarrow x=-1 \text{ ή } x=-2$$

$$(II) \Leftrightarrow (x^2-1)(x+2)+(x+1)(x^2-4)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x+2)+(x+1)(x-2)(x+2)=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2)[(x-1)+(x-2)]=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2)[x-1+x-2]=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+2)(2x-3)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \text{ ή } x+2=0 \text{ ή } 2x-3=0$$

$$\Leftrightarrow x=-1 \text{ ή } x=-2 \text{ ή } x=\frac{3}{2}$$

Δύο αριθμοί που έχουν ίσες απόλυτες τιμές είναι ίσοι ή αντίθετοι



Επομένως, η εξίσωση έχει τρεις λύσεις, τους αριθμούς -1 , -2 και $3/2$.

Τίτλος: «**Παραδείγματα Ενότητας 2.3.1**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2025**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΕΠ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή