

Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 2.3.8

Β' ΟΜΑΔΑ

- 6** Να δείξετε ότι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2ax - a + 1 = 0$, $a \in \mathbb{Q}$ είναι άρρητοι αριθμοί. (Αρκεί να δείξετε ότι η διακρίνουσα δεν είναι τετράγωνο ρητού αριθμού.)
- 7** Να δειχτεί ότι $x^2 - (\beta + \gamma)x + \beta^2 - \beta\gamma + \gamma^2 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και για όλους τους πραγματικούς αριθμούς β και γ με $\beta \neq \gamma$. Τι συμβαίνει όταν είναι $\beta = \gamma$;
- 8** Να λύσετε τις ανισώσεις
 (α) $x^2 - 4|x| + 3 \leq 0$ (Να θέσετε $|x| = y$.)
 (β) $x^2 + |x - 1| - 5 > 0$ (Να διακρίνετε τις περιπτώσεις $x \geq 1$ και $x < 1$.)
 (γ) $|x^2 - x| \geq 2$ (Να χρησιμοποιήσετε την ιδιότητα $|x - a| \geq \rho \Leftrightarrow x \leq a - \rho$ ή $x \geq a + \rho$.)
 (δ) $(x^2 - x)^2 - |x^2 - x| - 6 \leq 0$ (Να θέσετε $|x^2 - x| = y$.)
- 9** Να λύσετε τις ανισώσεις
 (α) $(3x - 2)^2 - 5(2 - 3x) + 4 > 0$ (Να θέσετε $|2 - 3x| = y$.)
 (β) $|x^2 - 3x + 4| < 2x - 2$ (Παρατηρήστε ότι $x^2 - 3x + 4 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.)
 (γ) $|x^2 - 3| < 2x$ (Παρατηρήστε ότι πρέπει να είναι $x > 0$.)
 (δ) $|x - 1| < |x^2 - x|$ (Παρατηρήστε ότι $|x^2 - x| = |x(x - 1)| = |x||x - 1|$)
- 10** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $2x^2 + (3\lambda - 1)x + \lambda^2 - 2\lambda + 4 = 0$ έχει πάντοτε ρίζες ομόσημες. Πότε είναι θετικές; Πότε είναι ίσες;
- 11** Για ποιες ακέραιες τιμές του a η εξίσωση $(a - 5)x^2 + 2(a - 5)x + 1 = 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες;



Τίτλος: «**Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 2.3.8**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2025**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΕΠ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή