

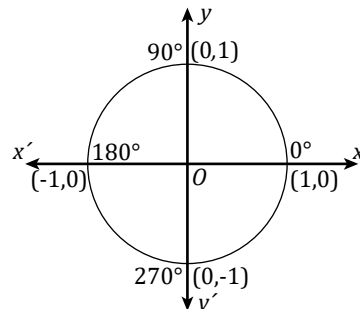
Παραδείγματα Ενότητας 2.4.10

**Παράδειγμα 2.4.10.3**

Να βρείτε τα ημίτονα και τα συνημίτονα των γωνιών  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  και  $360^\circ$ .  
(Υπόδειξη: Δεν είναι απαραίτητο να κάνετε πράξεις.)

**Λύση**

- Η τελική πλευρά της γωνίας με μέτρο  $0^\circ$  τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο  $(1, 0)$ . Άρα  
 $\eta\mu 0^\circ = 0$  (τεταγμένη του  $(1, 0)$ )      $\sigma\upsilon\nu 0^\circ = 1$  (τετμημένη του  $(1, 0)$ ).
- Η τελική πλευρά της γωνίας μέτρου  $90^\circ$  τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο  $(0, 1)$ . Άρα  
 $\eta\mu 90^\circ = 1$  (τεταγμένη του  $(0, 1)$ )      $\sigma\upsilon\nu 90^\circ = 0$  (τετμημένη του  $(0, 1)$ ).
- Η τελική πλευρά της γωνίας μέτρου  $180^\circ$  τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο  $(-1, 0)$ . Άρα  
 $\eta\mu 180^\circ = 0$  (τεταγμένη του  $(-1, 0)$ )      $\sigma\upsilon\nu 180^\circ = -1$  (τετμημένη του  $(-1, 0)$ ).
- Η τελική πλευρά της γωνίας με μέτρο  $270^\circ$  τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο  $(0, -1)$ . Άρα  
 $\eta\mu 270^\circ = -1$  (τεταγμένη του  $(0, -1)$ )      $\sigma\upsilon\nu 270^\circ = 0$  (τετμημένη του  $(0, -1)$ ).
- Η τελική πλευρά της γωνίας με μέτρο  $360^\circ$  τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο  $(1, 0)$ , δηλαδή, στο ίδιο σημείο με την τελική πλευρά της γωνίας  $0^\circ$ , οπότε θα έχει το ίδιο ημίτονο και το ίδιο συνημίτονο με τη γωνία με μέτρο  $0^\circ$ .



**Παράδειγμα 2.4.10.4**

Να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών των γωνιών με μέτρο  $70^\circ, 160^\circ, 260^\circ, 310^\circ, -50^\circ, -160^\circ, -180^\circ, -210^\circ, -315^\circ$  και  $-350^\circ$ .

(Υπόδειξη: Σχεδιάστε έναν τριγωνομετρικό κύκλο και τοποθετήστε τις γωνίες που δίνονται.)

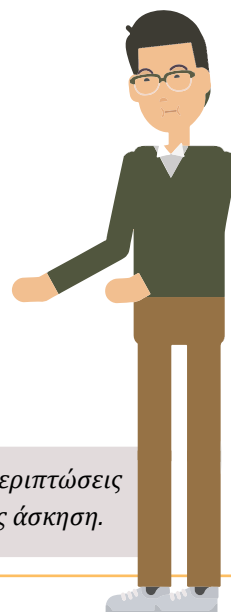
**Λύση**

Η γωνία των  $70^\circ$  έχει τελική πλευρά που βρίσκεται στο 1<sup>ο</sup> τεταρτημόριο ( $0^\circ < 70^\circ < 90^\circ$ ) και επομένως όλοι οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί είναι θετικοί.

Η γωνία των  $160^\circ$  έχει τελική πλευρά που βρίσκεται στο 2<sup>ο</sup> τεταρτημόριο ( $90^\circ < 160^\circ < 180^\circ$ ) και επομένως έχει θετικό ημίτονο (γιατί η τεταγμένη οποιουδήποτε σημείου της τελικής της πλευράς είναι θετική) και αρνητικούς όλους τους άλλους τριγωνομετρικούς της αριθμούς. (Το  $\sigma\upsilon\nu 160^\circ$  είναι αρνητικό γιατί η τετμημένη οποιουδήποτε σημείου της τελικής της πλευράς είναι αρνητική και οι  $\epsilon\phi 260^\circ$  και  $\sigma\phi 260^\circ$  είναι αρνητικές ως πηλίκια ετεροσήμων αριθμών (δικαιολογήστε αυτό τον ισχυρισμό).)

Με επιχειρήματα παρόμοια με των παραπάνω δύο περιπτώσεων (ή και με διαφορετικό τρόπο) βρίσκουμε ότι:

- Η γωνία  $260^\circ$  έχει τελική πλευρά που βρίσκεται στο 3<sup>ο</sup> τεταρτημόριο, οπότε έχει αρνητικό ημίτονο, αρνητικό συνημίτονο και θετικές την εφαπτομένη και την συνεφαπτομένη.
- Η γωνία  $310^\circ$  έχει τελική πλευρά που βρίσκεται στο 4<sup>ο</sup> τεταρτημόριο, οπότε έχει θετικό συνημίτονο και αρνητικούς όλους τους άλλους τριγωνομετρικούς της αριθμούς.



Οι υπόλοιπες περιπτώσεις αφήνονται ως άσκηση.