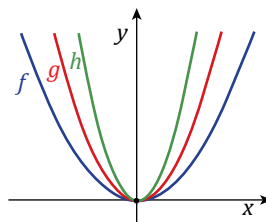


Παράδειγμα Ενότητας 2.4.7

Παράδειγμα 2.4.7.2

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των παραβολών $f(x)=\alpha_1 x^2$, $g(x)=\alpha_2 x^2$ και $h(x)=\alpha_3 x^2$. Αν $\alpha_1=|\lambda|-\frac{1}{8}$, $\alpha_2=\lambda^2-\frac{1}{8}$ και $\alpha_3=\frac{1}{8}$, να βρείτε τις επιτρεπτές τιμές που μπορεί να πάρει το λ (Θυμηθείτε το ρόλο του α στην παραβολή).



Λύση

Γνωρίζουμε ότι καθώς οι τιμές του $|\alpha|$ αυξάνουν, η καμπύλη πλησιάζει τον άξονα y' και στις γραφικές παραστάσεις που είναι χαραγμένες στο σχήμα είναι $\alpha > 0$. Επομένως, θα έχουμε

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 \Leftrightarrow |\lambda| - \frac{1}{8} > \lambda^2 - \frac{1}{8} > \frac{1}{8}$$

ή ισοδύναμα

$$\left. \begin{array}{l} |\lambda| - \frac{1}{8} > \lambda^2 - \frac{1}{8} \\ \text{και} \\ \lambda^2 - \frac{1}{8} > \frac{1}{8} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} |\lambda| > \lambda^2 \\ \text{και} \\ \lambda^2 > \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} |\lambda|^2 - |\lambda| < 0 \\ \text{και} \\ |\lambda|^2 > \frac{1}{4} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} |\lambda|(|\lambda| - 1) < 0 \\ \text{και} \\ \sqrt{|\lambda|^2} > \sqrt{\frac{1}{4}} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} |\lambda| < 1 \\ \text{και} \\ |\lambda| > \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

$$\Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} -1 < \lambda < 1 \\ \text{και} \\ \lambda < -\frac{1}{2} \quad \text{και} \quad \lambda > \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Leftrightarrow -1 < \lambda < -\frac{1}{2} \quad \text{και} \quad \frac{1}{2} < \lambda < 1$$