

Επιπλέον Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 2.3.5

Β' ΟΜΑΔΑ

- 1 Αν η εξίσωση $16\alpha^2x^2 - 8\alpha^2x + \beta^2 = 0$ έχει πραγματικές ρίζες να αποδείξετε ότι το ίδιο συμβαίνει και για την εξίσωση $4\beta^2x^2 + 4\alpha^2x + \alpha^2 = 0$.
- 2 Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου αν είναι τρεις διαδοχικοί άρτιοι αριθμοί.
- 3 Να δειχτεί ότι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - \alpha(1 + \sqrt{2})x + \alpha^2\sqrt{2} = 0$ παριστάνουν αντίστοιχα το μήκος της πλευράς και της διαγωνίου ενός τετραγώνου. Τι παριστάνει το γινόμενο τους;
- 4 Αν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - \alpha(2 + \sqrt{3})x + \alpha^2\sqrt{3} = 0$ παριστάνουν τη βάση και το αντίστοιχο ύψος ενός τριγώνου, να βρεθεί το είδος του τριγώνου αν το ύψος αυτό είναι και διάμεσος στο τρίγωνο.
- 5 Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (4\lambda + 2)x + 4\lambda^2 + 4\lambda = 0$, $\lambda \neq 0$. Να αποδειχτεί ότι
 - (i) οι ρίζες της είναι ακέραιοι διαδοχικοί άρτιοι αριθμοί.
 - (ii) αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης να προσδιορίσετε το λ ώστε να ισχύει $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = 148$.
- 6 Τι παριστάνουν οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 4(\pi + 1)\alpha x + 16\pi\alpha^2 = 0$ για $\pi = 3, 14$. (Η απάντηση έχει σχέση με τη γεωμετρία.)
- 7 Αν η εξίσωση $(\alpha - \beta)x^2 - 2(\beta - \gamma)x + \gamma - \alpha = 0$ έχει δύο ρίζες ίσες και τα α, β, γ είναι πλευρές τριγώνου να δειχτεί ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.
- 8 Αν η εξίσωση $x^2 - 2(\alpha + \beta)x + \gamma^2 + 2\alpha\beta = 0$ έχει ρίζες ίσες και τα α, β, γ είναι πλευρές τριγώνου να βρεθεί το είδος του τριγώνου αυτού.
- 9 Αν $\alpha + \beta + \gamma = 0$ να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει πραγματικές ρίζες. Πότε αυτές είναι ίσες; (Αυτή η άσκηση παρέχει ένα τρόπο να κατασκευάζουμε εξισώσεις 2ου βαθμού με πραγματικές ρίζες.)
- 10
 - (i) Αν $\lambda > 0$, $\sqrt{\lambda}$ άρρητος και x, y ρητοί να δειχτεί ότι ισχύει η ισοδυναμία $x + y\sqrt{\lambda} = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$.
 - (ii) Αν οι αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma, \kappa$ και λ είναι ρητοί και το λ δεν είναι τετράγωνο ρητού αριθμού να αποδείξετε ότι αν το $\kappa + \sqrt{\lambda}$ είναι ρίζα της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ τότε και το $\kappa - \sqrt{\lambda}$ είναι επίσης ρίζα της.
 - (iii) Να προσδιοριστεί το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 - \lambda x - \lambda - 1 = 0$ να έχει ρίζα το $1 - \sqrt{2}$. Ποια είναι η άλλη ρίζα; (Για να βρείτε την άλλη ρίζα δεν είναι απαραίτητο να λύσετε την εξίσωση.)
- 11 Να βρεθούν οι τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 - 2x + \lambda - 3 = 0$ να έχει
 - (i) δύο ρίζες ετερόσημες
 - (ii) δύο ρίζες ίσες
 - (iii) δύο ρίζες θετικές.
 (Χρησιμοποιήστε την Άσκηση 5 της Β' Ομάδας αυτής της ενότητας ή το Σ.Υ. 2.3.5.3.)
- 12 Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $\frac{1}{x-\alpha} + \frac{1}{x-\beta} + \frac{1}{x-\gamma} = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες. (Αρκεί να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης που προκύπτει μετά την απαλοιφή των παρονομαστών είναι θετική. Παρατηρήστε ότι οι αριθμοί α, β και γ δεν μπορεί να είναι όλοι ίσοι μεταξύ τους.)
- 13 Θεωρήστε την εξίσωση $x^2 + \beta x + \gamma = 0$, υποθέστε ότι έχει δύο ρίζες διαφορετικές μεταξύ τους και υπολογίστε την απόσταση μεταξύ τους πάνω στην πραγματική ευθεία.
Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για την εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$. Ποιος είναι ο ρόλος του α σχετικά με την απόσταση των ριζών μεταξύ τους;

Τίτλος: «**Επιπλέον Ασκήσεις Β' Ομάδας Ενότητας 2.3.5**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2025**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή