

### Απόσταση σημείων του καρτεσιανού επιπέδου

Η πρόταση που ακολουθεί μας δίνει την απόσταση δύο σημείων  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  στο καρτεσιανό επίπεδο.

#### Πρόταση 2.4.4.1

Έστω  $Oxy$  ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , δύο σημεία του. Τότε, η απόσταση των σημείων  $A$  και  $B$  δίνεται από τον τύπο

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

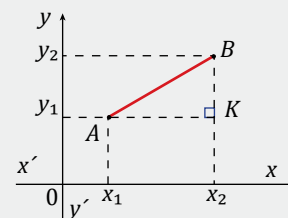
#### Απόδειξη

Είναι  $(AK) = |x_2 - x_1|$  και  $(KB) = |y_2 - y_1|$ , οπότε από το ορθογώνιο τρίγωνο  $KAB$  (βλ. διπλανό σχήμα) έχουμε

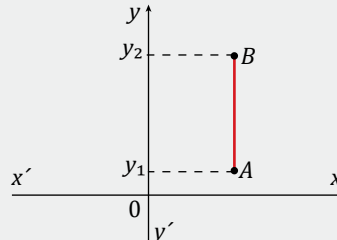
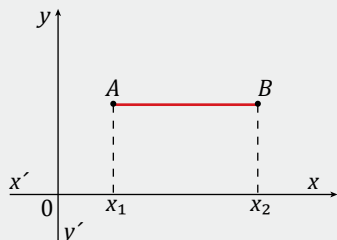
$$\begin{aligned} (AB)^2 &= (KA)^2 + (KB)^2 \\ &= |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2 \\ &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \end{aligned}$$

οπότε

$$(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



Ο τύπος αυτός ισχύει και στην περίπτωση που η  $AB$  είναι παράλληλη με τον άξονα  $x'$  ή παράλληλη με τον άξονα  $y'$  (βλ. παρακάτω σχήματα). Ειδικότερα



- Αν το  $AB$  είναι παράλληλο στον άξονα  $x'$ , τότε  $y_1 = y_2$ , οπότε

$$(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = |x_2 - x_1|$$

- Αν το  $AB$  είναι παράλληλο στον άξονα  $y'$ , τότε  $x_1 = x_2$ , οπότε

$$(AB) = \sqrt{(x_1 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2} = |y_2 - y_1|$$

Για παράδειγμα, αν δίνονται τα σημεία  $A(1,1), B(4,1)$  και  $\Gamma(5,1)$ , τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων  $AB, A\Gamma$  και  $B\Gamma$  είναι

$$(AB) = \sqrt{(4 - 1)^2 + (1 - 1)^2} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$(A\Gamma) = \sqrt{(5 - 1)^2 + (1 - 1)^2} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$(B\Gamma) = \sqrt{(5 - 1)^2 + (1 - 1)^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Παρατηρήστε, επιπλέον επειδή ισχύει ότι  $(AB)^2 + (A\Gamma)^2 = 9 + 16 = 25 = (B\Gamma)^2$ , το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

