ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

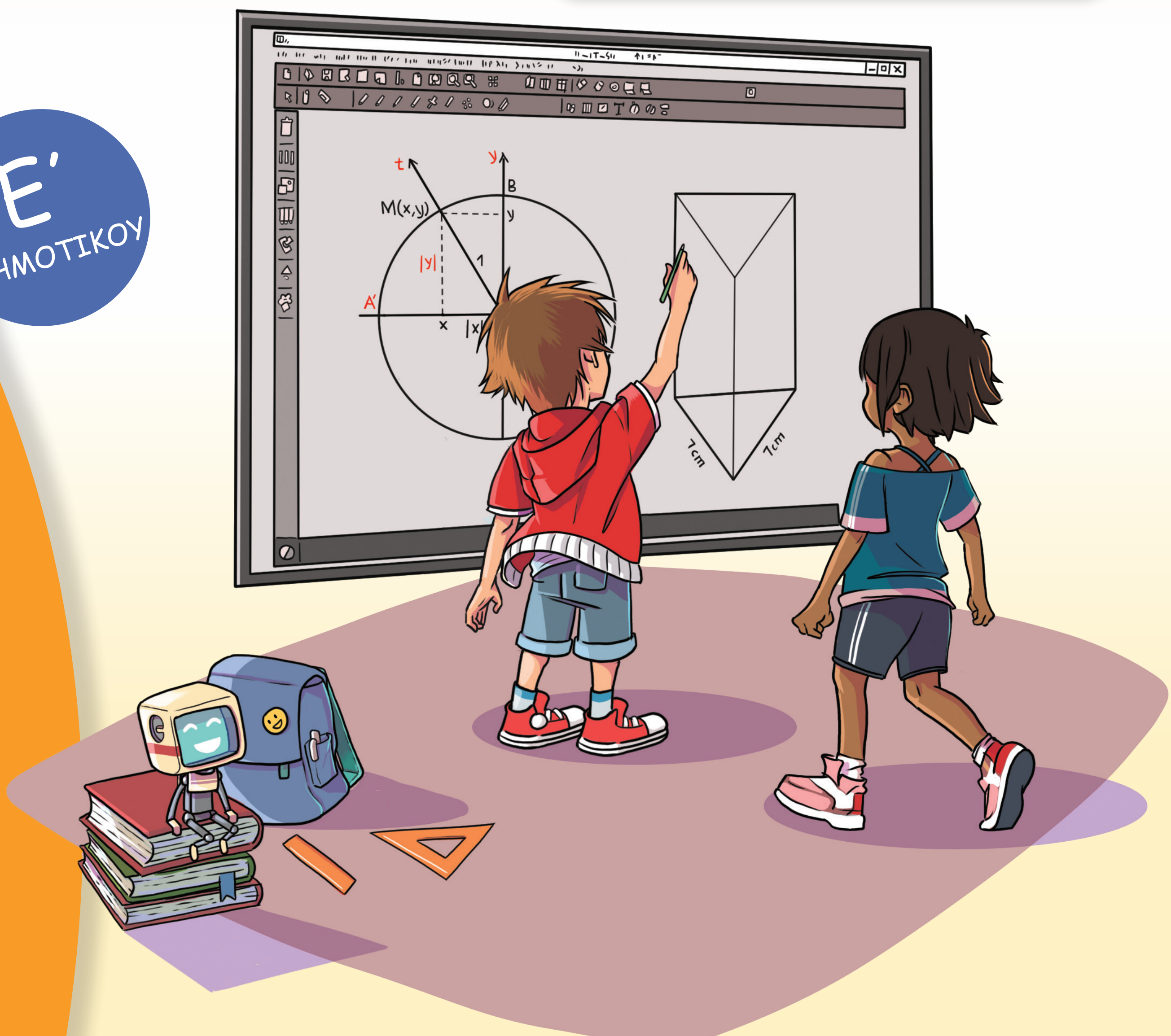
Χαράλαμπος Λεμονίδης – Ιωάννα Καϊάφα – Γενοβέφα Τσιρικίδου

Μαθηματικά

της φύσης και της ζωής

Βιβλίο μαθητή / μαθήτριας

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ



ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Μαθηματικά

της φύσης και της ζωής

Βιβλίο μαθητή / μαθήτριας

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Επιστημονική Επιτροπή Αξιολόγησης

Συντονιστής/τρια / Αξιολογητής/τρια: **Νατσιόπουλος Δημήτριος**
Εν ενεργεία μέλος Διδακτικού Ερευνητικού Προσωπικού Πανεπιστημίου

Αξιολογητής/τρια: **Νούλης Ιωάννης**
Εν ενεργεία Εκπαιδευτικός

Αξιολογητής/τρια: **Φλόκα Νικούλα**
Εν ενεργεία Εκπαιδευτικός

Τεχνικός Εμπειρογνώμονας: **Σιδηρόπουλος Αντώνιος**
Πτυχιούχος Πληροφορικής

Επικουρικός Εμπειρογνώμονας: **Συρίγος Ευάγγελος**
Πτυχιούχος γραφιστικής

Υπεύθυνος/η του μαθήματος/γνωστικού αντικειμένου στο πλαίσιο της Πράξης: **Δημήτριος Ζυμπίδης**, Σύμβουλος Α΄ ΙΕΠ και Μέλος του Δ.Σ. του ΙΕΠ
Μέλος της Επιστημονικής Ομάδας Έργου (ΕΟΕ) της Πράξης

Πράξη με τίτλο: «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ 6010165 στο Πρόγραμμα «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή» 2021-2027

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
Σπυρίδων Δουκάκης
Πρόεδρος του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Υπεύθυνη Πράξης
Πολυξένη Μπίλλα
Σύμβουλος Α΄ του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής
Προϊσταμένη Τμήματος Β΄ Προγραμμάτων Σπουδών και Εκπαιδευτικού Υλικού

Αναπληρώτρια Υπεύθυνη Πράξης
Άννα-Αικατερίνη Λυκούρη
Σύμβουλος Α΄ του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

«Με τη συγχρηματοδότηση της Ευρωπαϊκής Ένωσης»
και το Πρόγραμμα «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή»

Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων | ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού | ΙΕΠ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ | Με τη συγχρηματοδότηση της Ευρωπαϊκής Ένωσης | ΕΣΠΑ 2021-2027 | Πρόγραμμα Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Χαράλαμπος Λεμονίδης – Ιωάννα Καϊάφα – Γενοβέφα Τσιρικίδου

Μαθηματικά

της φύσης και της ζωής

Βιβλίο μαθητή / μαθήτριας

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ **Χαράλαμπος Λεμονίδης**, *Καθηγητής Διδακτικής Μαθηματικών Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας*
Ιωάννα Καϊάφα, *Δασκάλα, διδάκτωρ Διδακτικής Μαθηματικών*
Γενοβέφα Τσιρικίδου, *Δασκάλα, Κάτοχος Μεταπτυχιακού τίτλου Διδακτικής Μαθηματικών*

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ & ΕΞΩΦΥΛΛΟΥ **Κωνσταντίνος Ξύγκας**, *Εικονογράφος*

ΔΙΚΑΙΟΥΧΟΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΤΑΚΗ

ΣΕΛΙΔΟΠΟΙΗΣΗ **ERMISgraphics**
Κατερίνα Δανάλη, *Γραφίστρια*

ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ **Μάγδα Τικοπούλου**, *Φιλόλογος*
Ειρήνη Μαρκούρη, *Φιλόλογος*

ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ **Βαγγέλης Μπακλαβάς**, *Φιλόλογος*

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΞΩΦΥΛΛΟΥ **Κυριακή Βογιατζή**, *Γραφίστρια*

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ενότητα 1: Φυσικοί και ακέραιοι αριθμοί......14
Μάθημα 1ο: Αριθμοί μέχρι το 100.000......15
Μάθημα 2ο: Αριθμοί μέχρι το 1.000.000......19
Μάθημα 3ο: Σύγκριση και διάταξη εξαψήφιων αριθμών......21
Μάθημα 4ο: Αριθμογραμμή μέχρι το 1.000.000......23
Μάθημα 5ο: Στρογγυλοποίηση εξαψήφιων αριθμών......25
Μάθημα 6ο: Αρνητικοί αριθμοί......27
Τι μάθαμε στην 1η ενότητα......30

Ενότητα 2: Προσθέσεις και αφαιρέσεις......32
Μάθημα 7ο: Νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις......33
Μάθημα 8ο: Κάθετες γραπτές προσθέσεις μέχρι εξαψήφιων αριθμών......35
Μάθημα 9ο: Κάθετες γραπτές αφαιρέσεις μέχρι εξαψήφιων αριθμών......37
Μάθημα 10ο: Υπολογιστικές εκτιμήσεις προσθέσεων και αφαιρέσεων......39
Μάθημα 11ο: Προβλήματα με πράξεις πολυψήφιων αριθμών......41
Τι μάθαμε στη 2η ενότητα......43

Ενότητα 3: Πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις......46
Μάθημα 12ο: Νοεροί πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις......47
Μάθημα 13ο: Πολλαπλασιασμοί με πολυψήφιους αριθμούς......49
Μάθημα 14ο: Ποιοι αριθμοί διαιρούνται με το 4, το 8 και το 25......51
Μάθημα 15ο: Διαίρεση πολυψήφιου με διψήφιο αριθμό......53
Μάθημα 16ο: Διαίρεση πολυψήφιου με τριψήφιο αριθμό......55
Μάθημα 17ο: Προβλήματα με πολυψήφιους αριθμούς......57
Τι μάθαμε στην 3η ενότητα......59

Ενότητα 4: Κλάσματα......62
Μάθημα 18ο: Το κλάσμα ως διαίρεση και ως τελεστής......63
Μάθημα 19ο: Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων......65
Μάθημα 20ό: Πολλαπλασιασμός κοινών ή συνηθισμένων κλασμάτων......67
Μάθημα 21ο: Πολλαπλασιασμός κλασμάτων......69
Μάθημα 22ο: Διαίρεση κλασματικής μονάδας με φυσικό αριθμό......71
Μάθημα 23ο: Διαίρεση φυσικού αριθμού με κλασματική μονάδα......73
Μάθημα 24ο: Διαίρεση κοινών ή συνηθισμένων και ομώνυμων κλασμάτων......75
Μάθημα 25ο: Διαίρεση κλασμάτων......77
Μάθημα 26ο: Προβλήματα με κλάσματα......79
Τι μάθαμε στην 4η ενότητα......81

Ενότητα 5: Δεκαδικοί αριθμοί και ποσοστά......84
Μάθημα 27ο: Οι δεκαδικοί αριθμοί ως κλάσματα......85
Μάθημα 28ο: Πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών......87
Μάθημα 29ο: Πολλαπλασιασμός δεκαδικών με το 10, το 100 και το 1.000......91

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Μάθημα 30ό: Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών 93
Μάθημα 31ο: Διαίρεση με το 10, το 100 και το 1.000 95
Μάθημα 32ο: Διαίρεση δεκαδικών αριθμών 97
Μάθημα 33ο: Εισαγωγή στα ποσοστά 99
Μάθημα 34ο: Τα ποσοστά ως κλάσματα και ως δεκαδικοί 101
Τι μάθαμε στην 5η ενότητα 104

Ενότητα 6: Γεωμετρία-Μετασχηματισμοί 108
Μάθημα 35ο: Σημεία, ευθείες, ημιευθείες, ευθύγραμμα τμήματα 109
Μάθημα 36ο: Είδη τριγώνων 111
Μάθημα 37ο: Άθροισμα των γωνιών τριγώνου 113
Μάθημα 38ο: 3διάστατα σχήματα από διαφορετικές οπτικές γωνίες 115
Μάθημα 39ο: Αξονική συμμετρία 119
Μάθημα 40ό: Μεταφορά. Θέσεις σημείων στο επίπεδο 121
Μάθημα 41ο: Κέντρο συμμετρίας και στροφές 123
Τι μάθαμε στην 6η ενότητα 125

Ενότητα 7: Μετρήσεις 128
Μάθημα 42ο: Μονάδες μέτρησης μήκους 129
Μάθημα 43ο: Μέτρηση γωνιών με μοιρογνωμόνιο 131
Μάθημα 44ο: Υπολογισμός περιμέτρου 133
Μάθημα 45ο: Υπολογισμός επιφάνειας 135
Μάθημα 46ο: Η διαφορά του εμβαδού από την περίμετρο 139
Μάθημα 47ο: Υπολογισμός όγκου 141
Τι μάθαμε στην 7η ενότητα 143

Ενότητα 8: Αλγεβρική σκέψη 146
Μάθημα 48ο: Κανονικότητες 147
Μάθημα 49ο: Συναρτήσεις 149
Μάθημα 50ό: Αριθμητικές παραστάσεις 151
Μάθημα 51ο: Προβλήματα με αριθμητικές παραστάσεις 153
Μάθημα 52ο: Αλγεβρικές σχέσεις 155
Τι μάθαμε στην 8η ενότητα 158

Ενότητα 9: Στατιστική - Πιθανότητες 160
Μάθημα 53ο: Ο μέσος όρος 161
Μάθημα 54ο: Διαγράμματα μίσχου - φύλλου ή φυλλογράμματα 163
Μάθημα 55ο: Πιθανότητα με αριθμό 165
Τι μάθαμε στην 9η ενότητα 167

Η ταυτότητα του βιβλίου

1. Οι βασικές αρχές της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής (ΜΑ.ΦΥ.ΖΩ.) του Πανεπιστημίου Δυτικής Μακεδονίας που εφαρμόστηκαν στο βιβλίο.

Τα περιεχόμενα των μαθημάτων και ο τρόπος ανάπτυξής τους εκφράζουν και υλοποιούν το πνεύμα του Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών. Η απόδοση των διδακτικών αρχών που εφαρμόστηκαν στο συγκεκριμένο εγχειρίδιο και στα αντίστοιχα Ψηφιακά Μαθησιακά Αντικείμενα (Ψ.Μ.Α.) βασίζεται στη λογική της σχολής των Μαθηματικών της Φύσης και της Ζωής (ΜΑ.ΦΥ.ΖΩ). Παραθέτουμε σύντομα, στη συνέχεια, τις αρχές αυτές.

Τα παιδιά οδηγούνται να κατασκευάσουν και να ανακαλύψουν μόνα τους τις μαθηματικές έννοιες. Στην αρχή κάθε μαθήματος, προτείνονται κατάλληλες διδακτικές καταστάσεις ώστε να οδηγηθούν τα παιδιά να ανακαλύψουν μόνα τους και να κατασκευάσουν τις νέες μαθηματικές έννοιες με βάση τις σχετικές με αυτές προϋπάρχουσες γνώσεις που διαθέτουν. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται στις δύο πρώτες σελίδες κάθε ενότητας, που φέρουν τις ενδείξεις «Ερευνώ» και «Ανακαλύπτω» αντίστοιχα και παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Τα μαθηματικά συνδέονται με την καθημερινή ζωή του παιδιού. Οι καταστάσεις (πλαίσια) μέσα στις οποίες εμφανίζονται οι μαθηματικές έννοιες φροντίζουμε να συνδέονται με τα ενδιαφέροντα και την καθημερινή ζωή του παιδιού. Για να είναι ελκυστικά και ενδιαφέροντα τα μαθηματικά, παρουσιάζονται μέσα από καταστάσεις που είναι οικείες στο παιδί και συνδέονται με θέματα όπως η προστασία του περιβάλλοντος, ο πολιτισμός, η τεχνολογία, το παιχνίδι κ.ά.

Έμφαση στην κατανόηση. Θεωρούμε ότι τα μαθηματικά μπορούν να είναι ελκυστικά τόσο για τα παιδιά τυπικής ανάπτυξης, όσο και για τα παιδιά με δυσκολίες, όταν συνδέονται με τις προϋπάρχουσες γνώσεις τους και δίνεται έμφαση στην εννοιολογική τους κατανόηση. Τα μαθηματικά, λοιπόν, στο βιβλίο αυτό παρουσιάζονται με τέτοιον τρόπο ώστε να γίνονται κατανοητά και να μην αποτελούν απλώς μια σειρά τεχνικών και κανόνων που πρέπει να εφαρμόζει το παιδί, χωρίς να κατανοεί.

Έμφαση στον συλλογισμό και τη λογική έκφραση των μαθηματικών. Ένας από τους βασικούς σκοπούς των μαθηματικών είναι ο συλλογισμός και η έκφρασή του μέσα από τον λόγο. Στο βιβλίο αυτό, πολλές από τις δραστηριότητες που προτείνονται είναι έτσι διαμορφωμένες, ώστε να δίνουν την ευκαιρία στα παιδιά να συλλογίζονται, να εξηγούν τη σκέψη τους και να αιτιολογούν τις απαντήσεις και τις λύσεις που προτείνουν. Επιπλέον, σε κάθε μάθημα υπάρχει και μια ειδική δραστηριότητα με την ένδειξη «Συλλογίζομαι», η οποία παρουσιάζεται στη συνέχεια.

Χρήση της τεχνολογίας. Σε πολλά σημεία του βιβλίου προτείνονται Ψηφιακά Μαθησιακά Αντικείμενα (Ψ.Μ.Α.) με τα οποία αξιοποιείται η τεχνολογία για την αποτελεσματικότερη μάθηση, εξάσκηση και κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και δεξιοτήτων. Τα Ψ.Μ.Α. που προτείνονται είναι έτσι κατασκευασμένα, ώστε να είναι προσαρμοσμένα στη λογική και τις διδακτικές αρχές του βιβλίου. Τα Ψ.Μ.Α. είναι συμπληρωματικά υλικά, που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο σχολείο ή στο σπίτι, με σκοπό την καλύτερη κατανόηση και εξάσκηση των μαθηματικών περιεχομένων του βιβλίου.

Επανάληψη, αξιολόγηση και αυτοαξιολόγηση των παιδιών. Στο τέλος κάθε ενότητας υπάρχει ένα επαναληπτικό μάθημα, τα περιεχόμενα του οποίου παρουσιάζονται πιο αναλυτικά στη συνέχεια. Στο Βιβλίο Μαθητή/ Μαθήτριας, στο επαναληπτικό μάθημα, με τίτλο «Τι μάθαμε στην ενότητα», προτείνεται να γίνει επανάληψη των μαθηματικών περιεχομένων που διδάχτηκαν σε αυτή. Στο Τετράδιο Εργασιών, αντίστοιχα, στο τέλος κάθε ενότητας γίνεται εξέταση των γνώσεων που απέκτησαν τα παιδιά στην ενότητα αυτή, ενώ στη δραστηριότητα «Ποιο φανάρι θα ανάψει;» τα παιδιά αξιολογούν τα ίδια (αυτοαξιολόγηση) τις γνώσεις και τις δεξιότητες που απέκτησαν σε αυτή.

2. Η δομή του βιβλίου

Το Βιβλίο του Μαθητή (ΒΜ)

Τίτλος μαθήματος

Αριθμός και τίτλος ενότητας

Αριθμός μαθήματος

Αριθμός δραστηριότητας

1 Αριθμοί μέχρι το 100.000

Ερευνώ

1 Τα γεωγραφικά διαμερίσματα της Ελλάδας

Η Ελλάδα χωρίζεται σε 9 γεωγραφικά διαμερίσματα. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται στοιχεία για την έκταση κάθε γεωγραφικού διαμερίσματος.

ΓΕΩΓΡ. ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ	ΕΚΤΑΣΗ
ΘΡΑΚΗ	8.578 km^2
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑ	34.177 km^2
ΗΠΕΙΡΟΣ	9.203 km^2
ΘΕΣΣΑΛΙΑ	14.037 km^2
ΣΤΕΡΕΑ ΕΛΛΑΔΑ	24.135 km^2
ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΣ	21.761 km^2
ΝΗΣΙΑ ΙΟΝΙΟΥ	2.608 km^2
ΝΗΣΙΑ ΑΙΓΑΙΟΥ	9.122 km^2
ΚΡΗΤΗ	8.336 km^2

km^2 = τετραγωνικό χιλιόμετρο

Παρατηρώ τον πίνακα και απαντώ στις ερωτήσεις:

Ποιο γεωγραφικό διαμέρισμα έχει τη μεγαλύτερη έκταση; ....

Ποιο γεωγραφικό διαμέρισμα έχει τη μικρότερη έκταση; ....

Εκτιμώ: Η έκταση της Ελλάδας ξεπερνά τα 100.000 km^2; ΝΑΙ ΟΧΙ

Σε ποιον από τους αριθμούς το ψηφίο **3** δηλώνει **δεκάδες χιλιάδων**; ....

Σε ποιον από τους αριθμούς το ψηφίο **1** δηλώνει **χιλιάδες**; ....

Σε ποιον από τους αριθμούς το ψηφίο **3** δηλώνει **εκατοντάδες;** ....

Εκτιμώ: Μεγαλύτερη έκταση έχει η Στερεά Ελλάδα ή η Ήπειρος μαζί με τη Θεσσαλία;

Στερεά Ελλάδα **Ήπειρος και Θεσσαλία**

Στην πρώτη δραστηριότητα, με την ένδειξη «Ερευνώ», παρουσιάζεται ένα θέμα από την καθημερινή ζωή με κάποιον τίτλο, όπως ο τίτλος «Στρογγυλοποιούμε αριθμούς» στη σελίδα 25. Στο πλαίσιο αυτό, τίθενται ερωτήματα που θα οδηγήσουν τα παιδιά στη/στις νέα/-ες έννοια/-ες. Η λογική της διδασκαλίας είναι κατασκευαστική. Οδηγούμε δηλαδή τα παιδιά να ανακαλύψουν και να κατασκευάσουν τη νέα γνώση, με βάση τις σχετικές προϋπάρχουσες γνώσεις τους.

Προσοχή! Λαμβάνουμε μέτρα, ώστε τα παιδιά να δουλεύουν σε αυτή την πρώτη σελίδα του μαθήματος χωρίς να βλέπουν την επόμενη σελίδα με την ένδειξη «Ανακαλύπτω», γιατί εκεί δίνονται οι απαντήσεις στα ερωτήματα που τίθενται.

1. Αριθμοί μέχρι το 100.000

Ανακαλύπτω

2 **α)** Ανεβαίνω ανά 10.000 και συμπληρώνω τους αριθμούς στα πλαίσια.

10.000	20.000								

β) Ανεβαίνω ανά 1.000 και συμπληρώνω τους αριθμούς στα πλαίσια.

61.000	62.000								

3 Παρατηρώ το πλαίσιο θεσιακής αξίας και γράφω ως άθροισμα τον αριθμό που εκφράζει.

ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
10.000 10.000 10.000	1.000 1.000 1.000	100 100 100	10 10 10	1 1
10.000	1.000 1.000	100 100 100	10 10 10	1
			10	

\+ \+ \+ \+ =

Γράφω με αριθμολέξεις τον αριθμό που βρήκα.

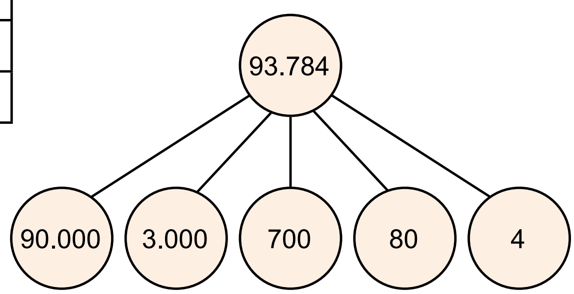
Στη δεύτερη σελίδα δίνονται οι απαντήσεις στα ερωτήματα που τέθηκαν στην πρώτη σελίδα. Μερικές φορές, κατά τη διαδικασία των απαντήσεων, υπάρχουν και κάποια ερωτήματα που πρέπει να απαντήσουν τα παιδιά.

Οι απαντήσεις στα ερωτήματα της πρώτης σελίδας δίνονται με τέτοιον τρόπο ώστε να ακολουθείται μια ομαλή εξελικτική πορεία για την ανακάλυψη των νέων εννοιών, με τη βοήθεια των κατάλληλων εικονικών αναπαραστάσεων. Για τον λόγο αυτό, απαιτείται η καθοδήγηση των παιδιών στην ανάγνωση, με τη βοήθεια του/της εκπαιδευτικού, των απαντήσεων της δεύτερης σελίδας. Στη συνέχεια, μπορεί να γίνεται επιβεβαίωση ή αντιπαραβολή των τρόπων επίλυσης και των λύσεων που έδωσαν τα παιδιά με αυτές που παρουσιάζονται στη σελίδα αυτή.

Μαθαίνω

ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
x10.000	x1.000	x100	x10	x1
9	3	7	8	4
90.000	3.000	700	80	4

Η αξία κάθε ψηφίου ορίζεται από τη θέση του μέσα στον αριθμό **(αξία θέσης ψηφίου)**.



Μπορώ να γράψω έναν αριθμό ως άθροισμα της αξίας των ψηφίων του.

90.000 + 3.000 + 700 + 80 + 4 = 93.784

Ενενήντα τρεις χιλιάδες εφτακόσια ογδόντα τέσσερα

Πολλές φορές, μετά τις απαντήσεις που δίνονται στη δεύτερη σελίδα, ακολουθεί η επισημοποίηση ή η ανακοίνωση της/των νέας/-ων γνώσης/-ων. Παρουσιάζονται, δηλαδή, σε επίσημη μαθηματική μορφή οι γνώσεις που ανακαλύφθηκαν με βάση τα ερωτήματα που τέθηκαν. Αυτό έχει την ένδειξη «Μαθαίνω». Σε ορισμένες περιπτώσεις, όταν πρόκειται συνήθως για μεθόδους ή στρατηγικές, το «Μαθαίνω» μπορεί να ταυτίζεται ολόκληρο ή σε ένα μέρος με το κείμενο του «Ανακαλύπτω».

Το Τετράδιο Εργασιών (ΤΕ)

Στο Βιβλίο Μαθητή/ Μαθήτριας, όπως είδαμε, τα παιδιά οδηγήθηκαν στην ανακάλυψη της/των νέας/-ων γνώσης/-ων. Στη συνέχεια, εργάζονται στο Τετράδιο Εργασιών σε δραστηριότητες εφαρμογής και εμπέδωσης των νέων γνώσεων που κατέκτησαν τα ίδια στο ΒΜ. Μεταξύ των δραστηριοτήτων αυτών υπάρχουν οι δραστηριότητες «Λύνω πρόβλημα», «Συλλογίζομαι» και «Διαλέγω το σωστό».

Λύνω πρόβλημα

Στα περισσότερα μαθήματα δίνεται ένα πρόβλημα σχετικό με τις έννοιες που διδάσκονται στο μάθημα. Τα παιδιά εξασκούνται στις έννοιες του μαθήματος μέσα από μια κατάσταση επίλυσης προβλήματος που παρουσιάζεται. Ο/Η εκπαιδευτικός φροντίζει να οργανώσει κατάλληλα την τάξη

–σε ομάδες, εταιρικά, ατομικά κ.ά., ανάλογα με το πρόβλημα που προτείνεται κάθε φορά. Στο συμπληρωματικό υλικό δίνονται επιπλέον προβλήματα.

Συλλογίζομαι

Σε κάθε μάθημα προτείνεται μια δραστηριότητα «Συλλογίζομαι», το πλαίσιο της οποίας κάθε φορά είναι σχετικό με το περιεχόμενο του μαθήματος. Στόχος της δραστηριότητας αυτής είναι να αναπτυχθεί η ικανότητα μαθηματικής συλλογιστικής στα παιδιά. Εδώ δηλαδή τα παιδιά αναπτύσσουν τον λόγο τους, με τον οποίο επεξηγούν, επιχειρηματολογούν, δικαιολογούν, τεκμηριώνουν και ανακαλύπτουν. Ο/Η εκπαιδευτικός θα πρέπει να φροντίζει να οργανώνει έτσι την τάξη, ώστε τα παιδιά να έχουν την ευκαιρία να συνδιαλέγονται μεταξύ τους και να ανταλλάσσουν απόψεις.

Διαλέγω το σωστό

Τίθενται διάφορα ερωτήματα, με μορφή πολλαπλής επιλογής, με τα οποία εξετάζονται οι γνώσεις των παιδιών στις έννοιες που διδάχτηκαν στην ενότητα. Με βάση τις απαντήσεις τους στα ερωτήματα αυτά, μπορούμε να έχουμε μια αξιολόγηση των γνώσεών τους στα περιεχόμενα της ενότητας.

Το Επαναληπτικό Μάθημα (ΕΜ)

Στο **Βιβλίο Μαθητή/ Μαθήτριας**, στο Επαναληπτικό μάθημα **(Τι μάθαμε στην ενότητα):** Παρουσιάζονται σύντομα όλες οι μαθητικές έννοιες που διδάχτηκαν στην ενότητα. Τα παιδιά με αυτόν τον τρόπο θα έχουν την ευκαιρία να κάνουν επανάληψη σε αυτές τις έννοιες. Ο/Η εκπαιδευτικός, αν το κρίνει αναγκαίο, μπορεί να οδηγήσει τα παιδιά να διαβάσουν περισσότερες λεπτομέρειες, σχετικά με τις έννοιες που έμαθαν στο Βιβλίο Μαθητή/ Μαθήτριας, στους χώρους «Μαθαίνω» ή «Ανακαλύπτω», όπου παρουσιάζονται οι νέες έννοιες.

Μαθηματικό Ημερολόγιο

Από την αρχή της χρονιάς ο/η εκπαιδευτικός φροντίζει ώστε τα παιδιά να έχουν ένα τετράδιο το οποίο θα ονομάσουν «Μαθηματικό Ημερολόγιο». Οι δραστηριότητες που προτείνονται για το Μαθηματικό Ημερολόγιο είναι εφαρμογές των εννοιών που μαθαίνουν στην καθημερινή ζωή. Στόχος είναι τα παιδιά αφενός να αναπτύξουν τον λόγο τους για αυτές τις έννοιες και αφετέρου να συγκεντρώσουν δικά τους γραπτά κείμενα σχετικά με τα μαθηματικά που διδάσκονται κατά τη διάρκεια της χρονιάς.

Συλλογίζομαι

Στο επαναληπτικό μάθημα παρουσιάζεται κάθε φορά και μια δραστηριότητα «Συλλογίζομαι», η οποία έχει τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζουμε παραπάνω.

Στο **Τετράδιο Εργασιών** στο Επαναληπτικό Μάθημα **(Εξέταση γνώσεων ενότητας):**

Ποιο φανάρι θα ανάψει;

Στόχος εδώ είναι η αυτοαξιολόγηση του παιδιού στα μαθηματικά περιεχόμενα που διδάχτηκε στην ενότητα. Τίθενται ερωτήματα σχετικά με τις έννοιες της ενότητας και το παιδί καλείται να αξιολογήσει τη γνώση του σχετικά με αυτές σε τρία επίπεδα «Σίγουρα μπορώ να το κάνω!» (πράσινο φανάρι), «Το καταφέρνω με μια μικρή υποστήριξη» (πορτοκαλί φανάρι), και «Χρειάζομαι βοήθεια» (κόκκινο φανάρι). Η λογική των φαναριών ορίζει πως, αν το παιδί άναψε το πράσινο φανάρι, είναι σε θέση να προχωρήσει παρακάτω, αν άναψε το πορτοκαλί, πρέπει να σταθεί για λίγο και να διευκρινίσει κάποια σημεία που το δυσκολεύουν, ενώ, αν άναψε το κόκκινο, πρέπει να σταματήσει, για να μελετήσει και να εξασκηθεί περισσότερο.

Τα μοντέλα και οι οπτικές αναπαραστάσεις

Τα μοντέλα και οι οπτικές αναπαραστάσεις στα μαθηματικά συμβάλουν στην εννοιολογική κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Αυτά αποτελούν τη γέφυρα μεταξύ της πραγματικής κατάστασης στην οποία αναφέρονται οι μαθηματικές έννοιες και της συμβολικής μαθηματικής έκφρασης των εννοιών. Τα μοντέλα και οι οπτικές αναπαραστάσεις που χρησιμοποιούνται στο βιβλίο αυτό παρουσιάζονται λεπτομερώς μέσω των Ψηφιακών Μαθησιακών Αντικειμένων, αλλά και στον παρακάτω ψηφιακό πόρο για τον/την εκπαιδευτικό.

Με ποια λογική διδάσκονται ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση των κλασμάτων

Στην προηγούμενη τάξη (Δ΄ Δημοτικού) διδάχτηκε η πρόσθεση και η αφαίρεση ομώνυμων και απλών ετερώνυμων κλασμάτων, καθώς και ο πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού με κλάσμα. Τώρα στην Ε΄ τάξη αρχικά θα διδαχτεί το κλάσμα ως διαίρεση και ως τελεστής. Στη συνέχεια θα διδαχτούν οι πράξεις των κλασμάτων. Στην Ε΄ τάξη προχωρά περισσότερο η διδασκαλία της πρόσθεσης και της αφαίρεσης ετερώνυμων κλασμάτων και φτάνουμε στους κανόνες υπολογισμού των πράξεων αυτών.

Πώς εξελίσσεται η μάθηση του πολλαπλασιασμού κλασμάτων

Η διδασκαλία του πολλαπλασιασμού των κλασμάτων ακολουθεί την παρακάτω εξέλιξη από τα πιο απλά προς τα πιο δύσκολα σύμφωνα με τα παρακάτω στάδια:

- Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού με κλάσμα, π.χ. 4 x 3/5 ή γενικά κ x α/β
- Πολλαπλασιασμός κοινών ή συνηθισμένων κλασμάτων
- Πολλαπλασιασμός οποιωνδήποτε γνήσιων κλασμάτων
- Πολλαπλασιασμός μεικτών αριθμών ή καταχρηστικών κλασμάτων

Πώς εξελίσσεται η μάθηση της διαίρεσης κλασμάτων

Η διδασκαλία της διαίρεσης των κλασμάτων παρουσιάζεται εξελικτικά από τα πιο απλά προς τα πιο δύσκολα σύμφωνα με τα παρακάτω στάδια:

- διαίρεση κλασματικής μονάδας με φυσικό αριθμό, π.χ. 1/2 : 3 ή γενικά 1/β : κ.
- διαίρεση φυσικού αριθμού με κλασματική μονάδα, π.χ. 2 : 1/3 ή γενικά κ : 1/β

- διαίρεση κοινών ή συνηθισμένων και ομώνυμων κλασμάτων
- διαίρεση μεταξύ οποιωνδήποτε κλασμάτων.

Η διδασκαλία της διαίρεσης αρχίζει με τη διαίρεση κλασματικής μονάδας με φυσικό αριθμό (π.χ. 1/3 : 4), η οποία είναι μια διαίρεση μερισμού. Στη συνέχεια διδάσκεται η διαίρεση φυσικού αριθμού με κλασματική μονάδα (π.χ. 2 : 1/4). Αυτή η διαίρεση είναι διαίρεση μέτρησης (πόσες φορές χωράει ή μετράει) ο διαιρέτης (1/4) στον διαιρετέο 2. Μετά παρουσιάζεται η διαίρεση μεταξύ κοινών ή συνηθισμένων κλασμάτων και μεταξύ ομώνυμων κλασμάτων. Με τις διαιρέσεις αυτές αποδίδεται η σημασία σε μια διαίρεση κλασμάτων, π.χ. στο 3/4 : ¼ η σημασία της πράξης είναι πόσες φορές ο διαιρέτης (1/4) χωράει στον διαιρετέο (3/4) ή με μέτρο το ¼ μετράμε το 3/4. Τέλος διδάσκεται η διαίρεση μεταξύ οποιωνδήποτε κλασμάτων. Εδώ φτάνουμε και ανακαλύπτουμε τον κανόνα της διαίρεσης των κλασμάτων (π.χ. 3/5 : 2/7 = 3/5 x 7/2), αντιστρέφω τον διαιρέτη και τον πολλαπλασιάζω με τον διαιρετέο. Ακολουθώντας αυτήν την πορεία μάθησης, θα μπορούμε να διαιρούμε οποιαδήποτε κλάσματα χρησιμοποιώντας τον κανόνα, αλλά θα κατανοούμε τη σημασία της πράξης της διαίρεσης.

Στον παρακάτω ψηφιακό πόρο για τον/την εκπαιδευτικό θα βρείτε περισσότερα στοιχεία για τη διδασκαλία των κλασμάτων στην τάξη αυτή.

Ψηφιακός πόρος για τον/
την εκπαιδευτικό

Ενότητα 1

Φυσικοί και ακέραιοι αριθμοί

Μάθημα 1ο: Αριθμοί μέχρι το 100.000
Θα κάνουμε επανάληψη στους αριθμούς μέχρι το 100.000.

Μάθημα 2ο: Αριθμοί μέχρι το 1.000.000
Θα μάθουμε και θα εξασκηθούμε στους αριθμούς μέχρι το 1.000.000.

Μάθημα 3ο: Σύγκριση και διάταξη εξαψήφιων αριθμών
Θα συγκρίνουμε και θα διατάσσουμε 6ψήφιους αριθμούς.

Μάθημα 4ο: Αριθμογραμμή μέχρι το 1.000.000
Θα προσδιορίζουμε αριθμούς ως το 1.000.000 και θα εκτιμούμε τη θέση τους επάνω στην αριθμογραμμή.

Μάθημα 5ο: Στρογγυλοποίηση εξαψήφιων αριθμών
Θα μάθουμε να στρογγυλοποιούμε 6ψήφιους αριθμούς.

Μάθημα 6ο: Αρνητικοί αριθμοί
Θα μάθουμε για τους αρνητικούς αριθμούς.

Τι μάθαμε στην 1η ενότητα

1 Αριθμοί μέχρι το 100.000

Ερευνώ

1 Τα γεωγραφικά διαμερίσματα της Ελλάδας

Η Ελλάδα χωρίζεται σε 9 γεωγραφικά διαμερίσματα. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται στοιχεία για την έκταση κάθε γεωγραφικού διαμερίσματος.

ΓΕΩΓΡ. ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ	ΕΚΤΑΣΗ
ΘΡΑΚΗ	8.578 km^2
ΜΑΚΕΔΟΝΙΑ	34.177 km^2
ΗΠΕΙΡΟΣ	9.203 km^2
ΘΕΣΣΑΛΙΑ	14.037 km^2
ΣΤΕΡΕΑ ΕΛΛΑΔΑ	24.135 km^2
ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΣ	21.761 km^2
ΝΗΣΙΑ ΙΟΝΙΟΥ	2.608 km^2
ΝΗΣΙΑ ΑΙΓΑΙΟΥ	9.122 km^2
ΚΡΗΤΗ	8.336 km^2

km^2 = τετραγωνικό χιλιόμετρο

Παρατηρώ τον πίνακα και απαντώ στις ερωτήσεις:

Ποιο γεωγραφικό διαμέρισμα έχει τη μεγαλύτερη έκταση; ....

Ποιο γεωγραφικό διαμέρισμα έχει τη μικρότερη έκταση; ....

Εκτιμώ: Η έκταση της Ελλάδας ξεπερνά τα 100.000 km^2; ΝΑΙ ΟΧΙ

Σε ποιον από τους αριθμούς το ψηφίο **3** δηλώνει **δεκάδες χιλιάδων**; ....

Σε ποιον από τους αριθμούς το ψηφίο **1** δηλώνει **χιλιάδες**; ....

Σε ποιον από τους αριθμούς το ψηφίο **3** δηλώνει **εκατοντάδες;** ....

Εκτιμώ: Μεγαλύτερη έκταση έχει η Στερεά Ελλάδα ή η Ήπειρος μαζί με τη Θεσσαλία;

Στερεά Ελλάδα **Ήπειρος και Θεσσαλία**

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Ανακαλύπτω

2 **α)** Ανεβαίνω ανά 10.000 και συμπληρώνω τους αριθμούς στα πλαίσια.

10.000	20.000								

β) Ανεβαίνω ανά 1.000 και συμπληρώνω τους αριθμούς στα πλαίσια.

61.000	62.000								

3 Παρατηρώ το πλαίσιο θεσιακής αξίας και γράφω ως άθροισμα τον αριθμό που εκφράζει.

ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
10.000 10.000 10.000 10.000	1.000 1.000 1.000 1.000 1.000	100 100 100 100 100 100	10 10 10 10 10 10 10	1 1 1

_____ + _____ + _____ + _____ + _____ = _____

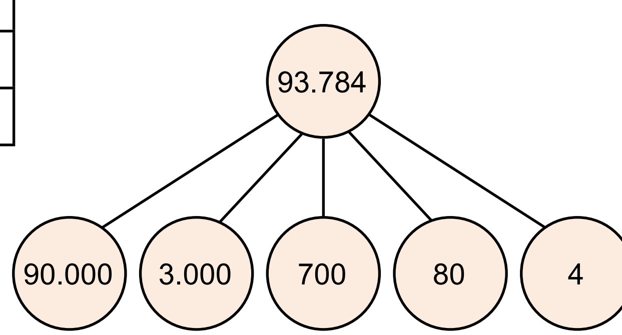
Γράφω με αριθμολέξεις τον αριθμό που βρήκα.

....

Μαθαίνω

ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
x10.000	x1.000	x100	x10	x1
9	3	7	8	4
90.000	3.000	700	80	4

Η αξία κάθε ψηφίου ορίζεται από τη θέση του μέσα στον αριθμό **(αξία θέσης ψηφίου)**.



Μπορώ να γράψω έναν αριθμό ως άθροισμα της αξίας των ψηφίων του.

90.000 + 3.000 + 700 + 80 + 4 = 93.784

Ενενήντα τρεις χιλιάδες εφτακόσια ογδόντα τέσσερα

Ανακαλύπτω

4 Γράφω τους αριθμούς ως άθροισμα της αξίας των ψηφίων τους και ως αριθμολέξεις.

α) 87.543 = 80.000 + 7.000 + 500 + 40 + 3

Ογδόντα επτά χιλιάδες πεντακόσια σαράντα τρία.

β) 65.076 = ……………………………………………………

……………………………………………………

γ) 98.600 = ……………………………………………………

……………………………………………………

δ) 50.309 = ……………………………………………………

……………………………………………………

5 Βρίσκω και γράφω τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο αριθμό.

46.577	< 46.578 <	46.579		< 59.480 <	
	< 73.600 <			< 98.000 <	
	< 70.000 <			< 90.000 <	
	< 80.040 <			< 79.999 <	

6 Βρίσκω και γράφω τον αριθμό που είναι μικρότερος και μεγαλύτερος κατά 1.000 ή 10.000.

	1.000	1.000			1.000	1.000	
	< 70.456 <				< 69.999 <		

	10.000	10.000			10.000	10.000	
	< 80.946 <				< 89.999 <		

7 Γράφω με ψηφία τους αριθμούς που ακολουθούν.

Εβδομήντα οκτώ χιλιάδες τετρακόσια ένα

Δώδεκα χιλιάδες τέσσερα

Δεκαεπτά χιλιάδες ογδόντα τρία

Πενήντα χιλιάδες δύο

Ενενήντα χιλιάδες δέκα οκτώ

8 Βάζω τους αριθμούς στη σειρά ξεκινώντας από τον μικρότερο.

27.986 27.896 28.787 28.878 27.698

‹ ‹ ‹ ‹

9 Συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν.

20.000 + ____________ + 500 + 40 + 8 = 28.548

40.000 + 6.000 + _________ + 70 + 4 = 46.974

___________ + 3.000 + 300 + 60 + 2 = 53.362

70.000 + 6.000 + 200 + _____ + 9 = 76.279

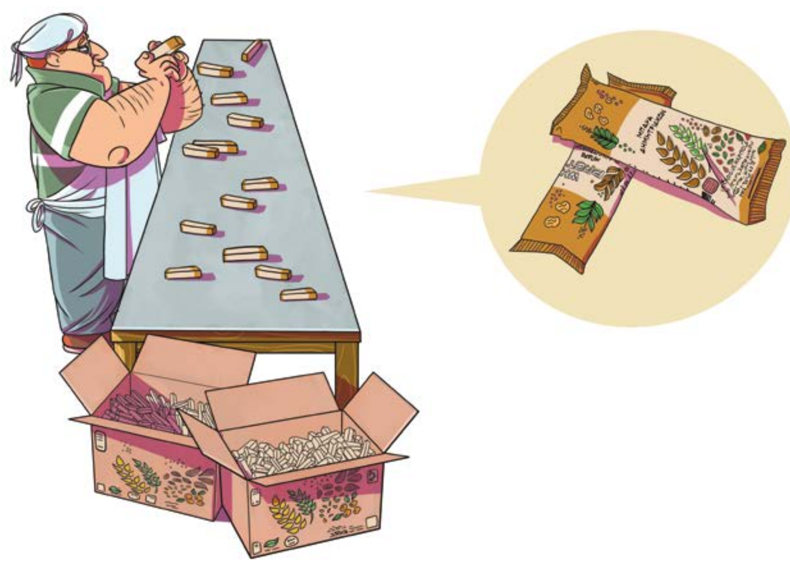
60.000 + 3.000 + 800 + 90 + 5 = ____________

Ερευνώ

1

Το εργοστάσιο δημητριακών

Ένα εργοστάσιο δημητριακών παράγει κάθε μέρα 285.470 μπάρες δημητριακών.



α) Ποια είναι η αξία κάθε ψηφίου στον αριθμό 285.470; Συμπληρώνω τον πίνακα.

ΕΧ					
2	8	5	4	7	0
2 x 100.000					
200.000					

ΕΧ = Εκατοντάδες Χιλιάδων

β) Οι μπάρες συσκευάζονται σε παλέτες των 100.000 τεμαχίων.
Πόσα τεμάχια περιλαμβάνουν 10 παλέτες;

Οι 10 παλέτες περιλαμβάνουν .... τεμάχια.

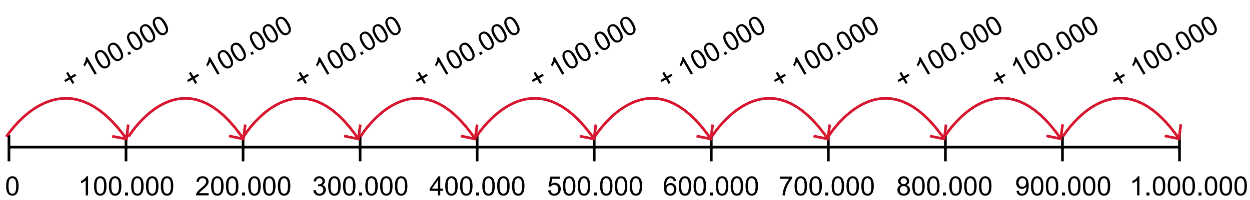
Ο αριθμός αυτός διαβάζεται: ....

Ανακαλύπτω

2 **α)** Η αξία των ψηφίων του αριθμού 285.470 είναι η εξής:

ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
2	8	5	4	7	0
2 x 100.000	8 x 10.000	5 x 1.000	4 x 100	7 x 10	0 x 1
200.000	80.000	5.000	400	70	0

β) Για να βρω πόσες μπάρες δημητριακών έχουν οι 10 παλέτες, ανεβαίνω στην αριθμογραμμή ανά 100.000.



Επομένως, οι 10 παλέτες περιλαμβάνουν **1.000.000** μπάρες δημητριακών.
Ο αριθμός αυτός διαβάζεται: **<u>ένα εκατομμύριο.</u>**

3 Γράφω με ψηφία τους ακόλουθους αριθμούς.

Εκατόν ογδόντα δύο χιλιάδες τριακόσια δύο. ....

Τετρακόσιες χιλιάδες δώδεκα. ....

Οχτακόσιες δύο χιλιάδες ένα. ....

4 Γράφω τους παρακάτω αριθμούς ως άθροισμα της αξίας των ψηφίων τους.

350.144		+		+		+		+		+	
816.417		+		+		+		+		+	
760.105		+		+		+		+		+	

3 Σύγκριση και διάταξη εξαψήφιων αριθμών

1 Στο μεσιτικό γραφείο

Ο κύριος Άγγελος και η κυρία Άννα επισκέφτηκαν ένα μεσιτικό γραφείο, γιατί θέλουν να αγοράσουν ένα εξοχικό σε κάποιο νησί των Κυκλάδων. Ο μεσίτης τούς πρότεινε 6 σπίτια.

Νησί	Τιμή
Σαντορίνη	485.750 €
Άνδρος	230.500 €
Πάρος	360.850 €
Μήλος	275.350 €
Τήνος	195.000 €
Σέριφος	255.380 €

Παρατηρώ τον πίνακα και απαντώ στις ερωτήσεις:

α) Σε ποιο νησί βρίσκεται το ακριβότερο σπίτι; ....

β) Σε ποιο νησί βρίσκεται το φθηνότερο σπίτι;..

γ) Σε ποιο νησί είναι ακριβότερο το σπίτι; Στη Μήλο ή στη Σέριφο; ....

δ) Τοποθετώ τις τιμές των σπιτιών στον πίνακα και στη συνέχεια βάζω τις τιμές στη σειρά, από τη μικρότερη στη μεγαλύτερη.

ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ

_______ < _______ < _______ < _______ < _______ < _______

Ανακαλύπτω

2 **α)** Παρατηρώ τις τιμές στον πίνακα. Μεγαλύτερος είναι ο αριθμός 485.750, γιατί έχει τις περισσότερες **εκατοντάδες χιλιάδων**. Επομένως, το ακριβότερο σπίτι είναι στη Σαντορίνη.

Νησί	Τιμή
Σαντορίνη	485.750 €
Άνδρος	230.500 €
Πάρος	360.850 €
Μήλος	275.350 €
Τήνος	195.000 €
Σέριφος	255.380 €

β) Ο μικρότερος αριθμός στον πίνακα είναι ο αριθμός **195.000**, γιατί έχει τις λιγότερες **εκατοντάδες χιλιάδων**. Επομένως, το φθηνότερο σπίτι βρίσκεται στην Τήνο.

γ) Το σπίτι στη Μήλο κοστίζει **275.350 €**, ενώ το σπίτι στη Σέριφο **255.380 €**. Οι δύο αριθμοί έχουν το ίδιο ψηφίο στις εκατοντάδες χιλιάδων. Οπότε προχωράμε δεξιά και συγκρίνουμε τις δεκάδες χιλιάδων. Βλέπουμε ότι 7>5. Επομένως, μεγαλύτερος είναι ο αριθμός **275.350** και πιο ακριβό είναι το σπίτι στη Μήλο.

δ) Τοποθετώ τις τιμές των σπιτιών στον πίνακα και συγκρίνω τους αριθμούς από αριστερά προς τα δεξιά.

ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
4	**8**	**5**	**7**	**5**	**0**
2	**3**	**0**	**5**	**0**	**0**
3	**6**	**0**	**8**	**5**	**0**
2	**7**	**5**	**3**	**5**	**0**
1	**9**	**5**	**0**	**0**	**0**
2	**5**	**5**	**3**	**8**	**0**

195.000 < **230.500** < **255.380** < **275.350** < **360.850** < **485.750**

Μαθαίνω

Όταν συγκρίνω δύο ή περισσότερους πολυψήφιους αριθμούς που έχουν τον ίδιο αριθμό ψηφίων, ξεκινάω πάντα από αριστερά και συγκρίνω τα ψηφία τους. Μεγαλύτερος είναι ο αριθμός που έχει το μεγαλύτερο ψηφίο στην ίδια τάξη.

Συγκρίνω τους αριθμούς 580.892 και 535.954.

ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
5	8	0	8	9	2
5	3	5	9	5	4

Τα ψηφία στην τάξη των εκατοντάδων χιλιάδων είναι ίσα. Οπότε περνάω στις δεκάδες χιλιάδων.

8 > 3. Επομένως, ο πρώτος αριθμός είναι ο μεγαλύτερος.

580.892 > 535.954

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

4 Αριθμογραμμή μέχρι το 1.000.000

Ερευνώ

1

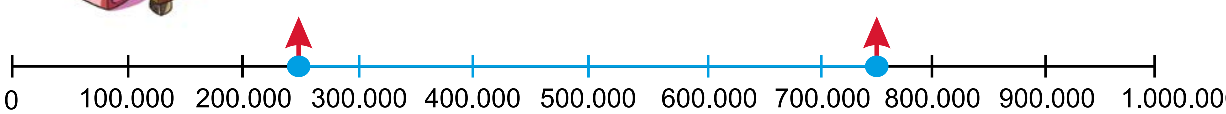
Αναζήτηση επαγγελματικού χώρου

Η κυρία Ειρήνη αναζητά στο διαδίκτυο επαγγελματικό χώρο, για να στεγάσει την επιχείρησή της.

Στην αριθμογραμμή φαίνεται το εύρος τιμών που όρισε στη μηχανή αναζήτησης.

α) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή που όρισε; ______ €

β) Ποια είναι η ανώτερη τιμή που όρισε; ______ €



γ) Με τα κριτήρια αναζήτησης που όρισε η κυρία Ειρήνη, εμφανίστηκαν 3 επαγγελματικοί χώροι. Μπορείς να τοποθετήσεις τις τιμές τους στην αριθμογραμμή;

Α) 425.000 €

Β) 550.000 €

Γ) 680.000 €

δ) Διαγράφω τις τιμές που δεν ανήκουν στο εύρος τιμών που όρισε η κυρία Ειρήνη.

225.000 € **295.000 €** **635.000 €**

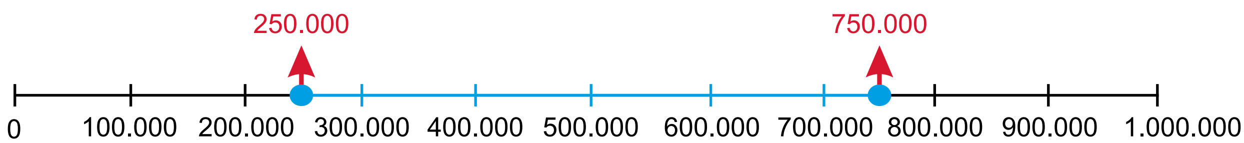
590.000 € **780.000 €** **820.000 €**

198.000 € **715.000 €** **360.000 €**

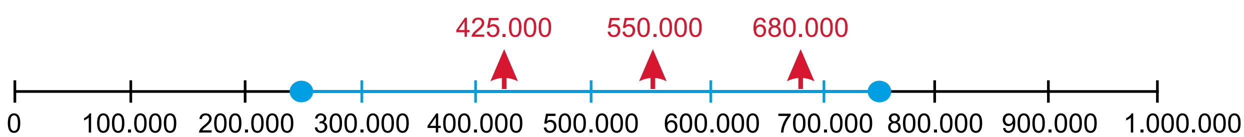
Ανακαλύπτω

2 **α)** Η ελάχιστη τιμή που όρισε η κυρία Ειρήνη είναι 250.000 €, αφού το σημείο βρίσκεται ανάμεσα στο 200.000 και το 300.000.

β) Η ανώτερη τιμή που όρισε η κυρία Ειρήνη είναι 750.000 €, αφού το σημείο βρίσκεται ανάμεσα στο 700.000 και το 800.000.



γ) Τοποθετώ στην αριθμογραμμή τις τιμές, εκτιμώντας πόσο κοντά είναι στην αντίστοιχη εκατοντάδα χιλιάδων.



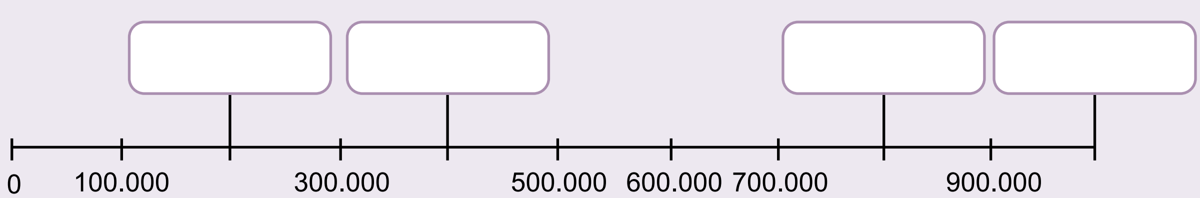
δ) Διαγράφω τους αριθμούς που είναι μικρότεροι από το 250.000 και μεγαλύτεροι από το 750.000.

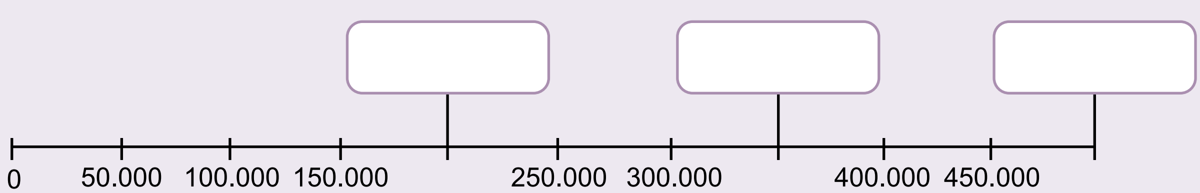
~~225.000 €~~ **295.000 €** **635.000 €**

590.000 € **~~780.000 €~~** **~~820.000 €~~**

~~198.000 €~~ **715.000 €** **360.000 €**

3 Παρατηρώ τις αριθμογραμμές και συμπληρώνω τους αριθμούς που λείπουν.





5 Στρογγυλοποίηση εξαψήφιων αριθμών

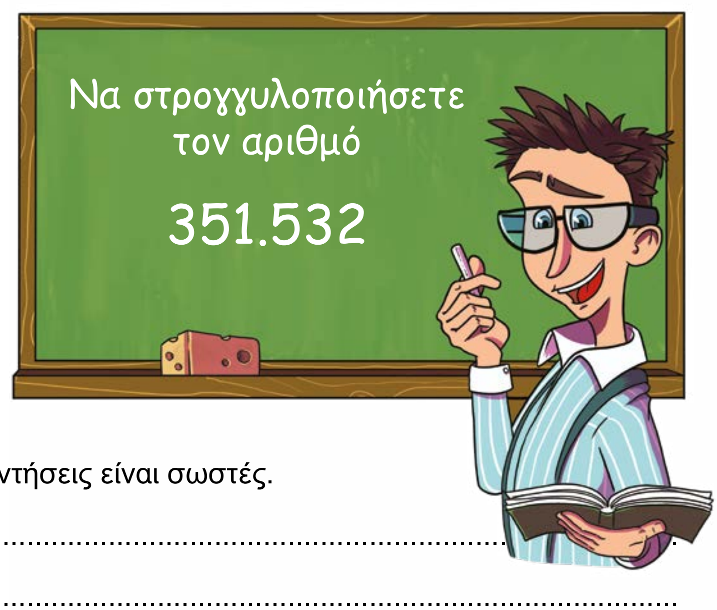
Ερευνώ

1 Στρογγυλοποιούμε αριθμούς

Ο δάσκαλος της Ε΄ τάξης ζήτησε από τα παιδιά να στρογγυλοποιήσουν τον αριθμό **351.532.**
Ο Νίκος και η Ελπίδα έδωσαν τις παρακάτω απαντήσεις:

Νίκος 400.000

Ελπίδα 350.000



Ο δάσκαλος είπε ότι και οι δύο απαντήσεις είναι σωστές.

Πώς γίνεται αυτό;..

....

Τι έπρεπε να διευκρινίσει ο δάσκαλος, για να στρογγυλοποιήσουν όλα τα παιδιά με τον ίδιο τρόπο;..

....

Σε ποιο ψηφίο στρογγυλοποίησε το κάθε παιδί;

Νίκος	
Ελπίδα	

Για ποιους λόγους στρογγυλοποιούμε κάποιους αριθμούς; ....

....

Μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε όλους τους αριθμούς ή υπάρχουν αριθμοί που πρέπει να τους θυμόμαστε και να τους χρησιμοποιούμε όπως ακριβώς είναι; ....

....

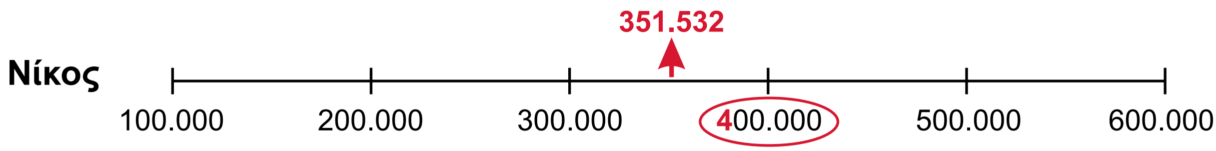
Εσύ γνωρίζεις αριθμούς που δεν τους στρογγυλοποιούμε ποτέ;..

....

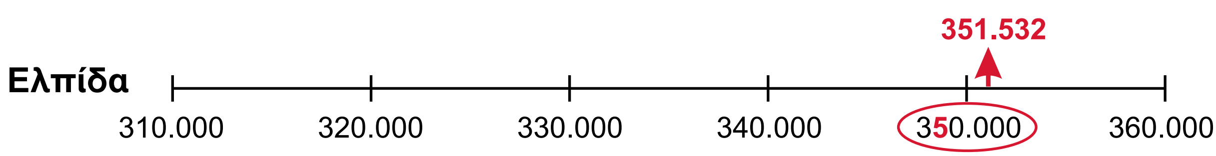
Ανακαλύπτω

2 Τα παιδιά στρογγυλοποίησαν σε διαφορετικό ψηφίο. Γι’ αυτόν τον λόγο βρήκαν διαφορετικά αποτελέσματα.

351.532



400.000: Ο Νίκος στρογγυλοποίησε στην πιο κοντινή **εκατοντάδα χιλιάδων.**



350.000: Η Ελπίδα στρογγυλοποίησε στην πιο κοντινή **δεκάδα χιλιάδων.**

Ο δάσκαλος έπρεπε να διευκρινίσει σε ποιο ψηφίο ήθελε να στρογγυλοποιήσουν τα παιδιά. Αν το έκανε αυτό, τότε θα έβρισκαν το ίδιο αποτέλεσμα.

Στρογγυλοποιούμε τους αριθμούς όταν θέλουμε να κάνουμε γρήγορα υπολογισμούς.

Μαθαίνω

Η στρογγυλοποίηση είναι η διαδικασία κατά την οποία αντικαθιστούμε κάποιον αριθμό με έναν άλλο αριθμό, λίγο μεγαλύτερο ή λίγο μικρότερο, που είναι πιο «βολικός» και μας επιτρέπει να κάνουμε πιο εύκολα υπολογισμούς και να παίρνουμε γρήγορα αποφάσεις.

Για να στρογγυλοποιήσω έναν αριθμό, ακολουθώ τα εξής βήματα:

1. Αποφασίζω σε ποιο ψηφίο του αριθμού θέλω να κάνω τη στρογγυλοποίηση.

2. Εξετάζω το ψηφίο που βρίσκεται ακριβώς δεξιά του. Αν είναι:

- **α)** **0, 1, 2, 3 ή 4,** τότε αντικαθιστώ αυτό το ψηφίο και όλα όσα είναι δεξιά του με μηδενικά.
- **β)** **5, 6, 7, 8 ή 9,** τότε προσθέτω μία μονάδα στο ψηφίο που στρογγυλοποιώ και αντικαθιστώ με μηδενικά όλα τα ψηφία που βρίσκονται δεξιά του.

Παράδειγμα

Στρογγυλοποιώ τους αριθμούς που ακολουθούν στην πιο κοντινή **εκατοντάδα χιλιάδων**.

- **α)** **418.987**: Μετά το 4 ακολουθεί το 1, οπότε ο αριθμός γίνεται **400.000.**
- **β)** **498.234**: Μετά το 4 ακολουθεί το 9, οπότε ο αριθμός γίνεται **500.000**.

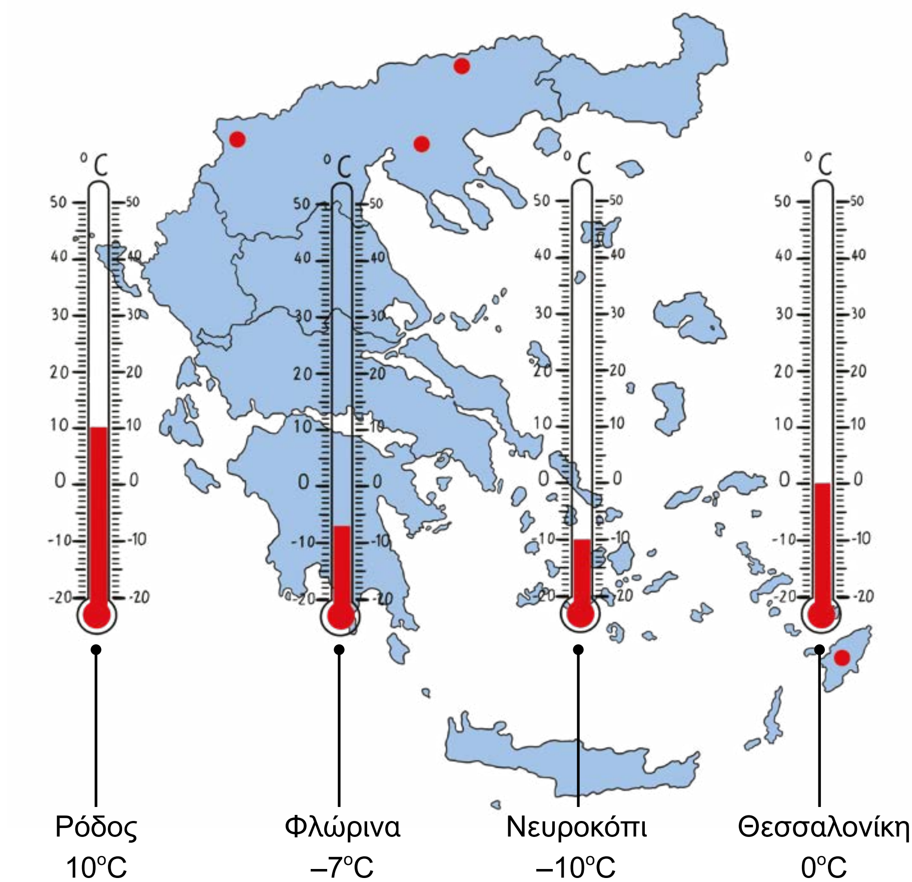
ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Ερευνώ

1

Θερμοκρασίες

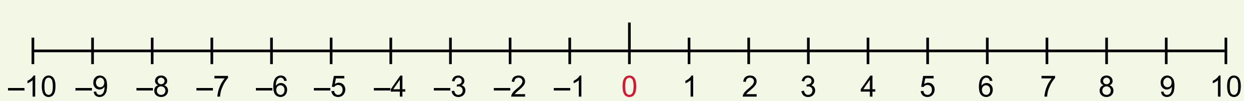
Μετρήσαμε τη θερμοκρασία σε 4 διαφορετικές περιοχές της Ελλάδας στις 12 Δεκεμβρίου.



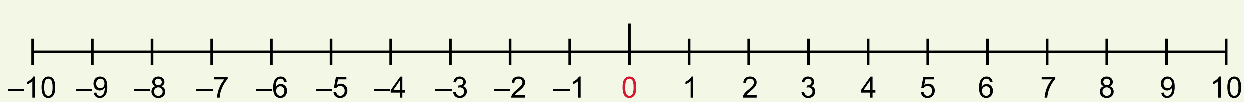
α) Ποια περιοχή είχε τη χαμηλότερη θερμοκρασία; ....

β) Ποια περιοχή είχε την υψηλότερη θερμοκρασία; ....

γ) Πόσους βαθμούς διαφορά είχαν το Νευροκόπι και η Φλώρινα; ....



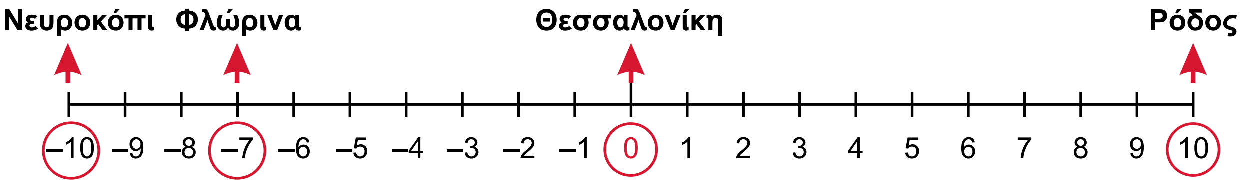
δ) Πόσους βαθμούς διαφορά είχαν η Ρόδος και το Νευροκόπι; ....



ΙΣΤΟΡΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Ανακαλύπτω

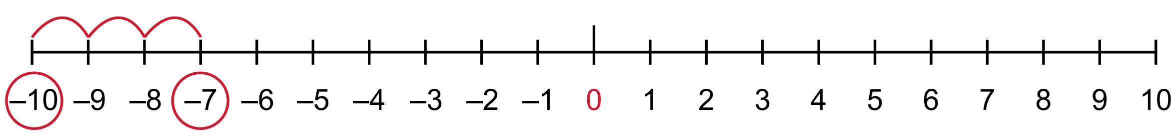
2 Για να συγκρίνω τις θερμοκρασίες, σημειώνω τις τιμές τους πάνω στην αριθμογραμμή.



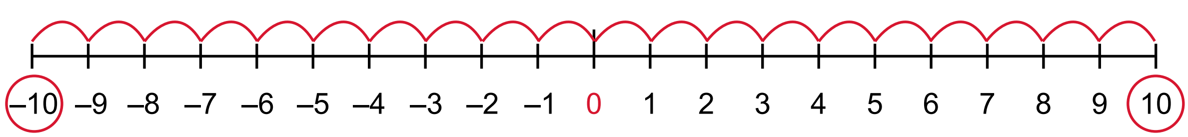
α) Τη χαμηλότερη θερμοκρασία έχει το **Νευροκόπι**, αφού ο αριθμός –10 βρίσκεται πιο αριστερά από όλες τις τιμές.

β) Την υψηλότερη θερμοκρασία έχει η **Ρόδος**, αφού ο αριθμός 10 βρίσκεται πιο δεξιά από όλες τις τιμές.

γ) Η διαφορά θερμοκρασίας ανάμεσα στο Νευροκόπι και τη Φλώρινα είναι **3 βαθμοί**.



δ) Η διαφορά θερμοκρασίας ανάμεσα στο Νευροκόπι και τη Ρόδο είναι **20 βαθμοί**.

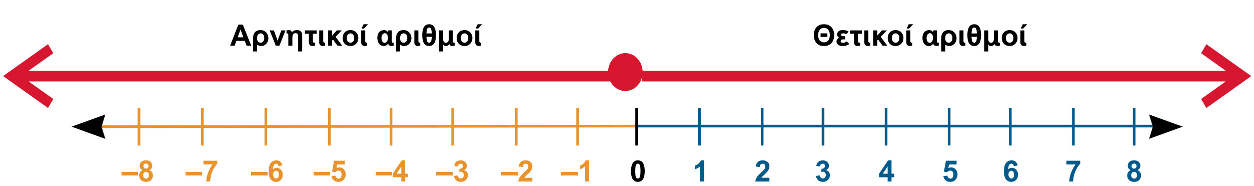


Μαθαίνω

Οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4... ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**. Οι φυσικοί αριθμοί είναι άπειροι, αφού για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει κάποιος που είναι κατά 1 μονάδα μεγαλύτερος.

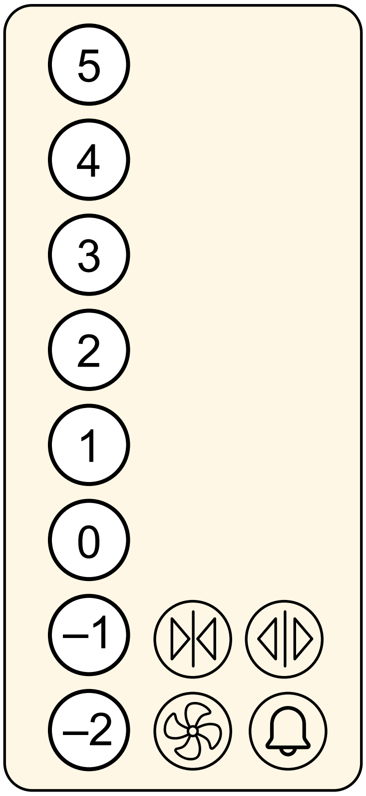
Οι αριθμοί που έχουν μπροστά το (–) μείον και βρίσκονται αριστερά από το μηδέν ονομάζονται **αρνητικοί αριθμοί**. Οι αρνητικοί αριθμοί είναι μικρότεροι από το μηδέν.

Οι αριθμοί που βρίσκονται δεξιά από το μηδέν ονομάζονται **θετικοί αριθμοί**. Οι θετικοί αριθμοί είναι μεγαλύτεροι από το μηδέν.



Ανακαλύπτω

3 **α)** Η κυρία Ελένη από τον 4ο όροφο που εργάζεται κατέβηκε στον –2 όροφο στο γκαράζ για να πάρει το αυτοκίνητό της.



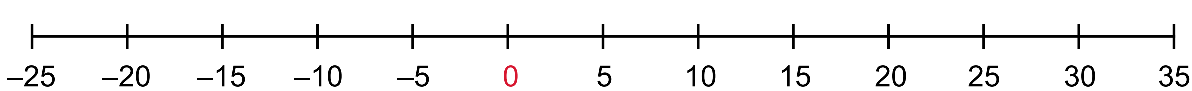
Πόσους ορόφους κατέβηκε η κυρία Ελένη;

β) Ο κύριος Πέτρος από τον –1 όροφο ανέβηκε στον 3ο όροφο. Πόσους ορόφους ανέβηκε ο κύριος Πέτρος;

4 Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τη θερμοκρασία σε πέντε πόλεις του κόσμου.

Θεσσαλονίκη	Αλεξάνδρεια	Όσλο	Μόσχα	Ναϊρόμπι
13^{o}C	23^{o}C	– 15^{o}C	– 8^{o}C	35^{o}C

α) Τοποθετώ τις θερμοκρασίες των πόλεων επάνω στην αριθμογραμμή.



β) Πόσους βαθμούς διαφορά έχουν η Θεσσαλονίκη και η Αλεξάνδρεια;

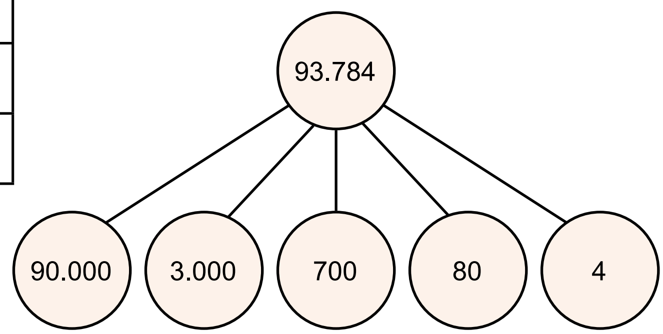
γ) Πόσους βαθμούς διαφορά έχουν το Όσλο και το Ναϊρόμπι;

Τι μάθαμε στην 1η ενότητα

Αριθμοί μέχρι το 100.000

ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
x10.000	x1.000	x100	x10	x1
9	3	7	8	4
90.000	3.000	700	80	4

Η αξία κάθε ψηφίου ορίζεται από τη θέση του μέσα στον αριθμό **(αξία θέσης ψηφίου).**



Μπορώ να γράψω έναν αριθμό ως άθροισμα της αξίας των ψηφίων του.

90.000 + 3.000 + 700 + 80 + 4 = 93.784

Ενενήντα τρεις χιλιάδες εφτακόσια ογδόντα τέσσερα

Αριθμοί μέχρι το 1.000.000

Η αξία των ψηφίων του αριθμού 834.563 είναι η εξής:

ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
8	3	4	5	6	3
8 x 100.000	3 x 10.000	4 x 1.000	5 x 100	6 x 10	3 x 1
800.000	30.000	4.000	500	60	3

Σύγκριση και διάταξη εξαψήφιων αριθμών

Όταν συγκρίνω δύο ή περισσότερους πολυψήφιους αριθμούς που έχουν τον ίδιο αριθμό ψηφίων, ξεκινάω πάντα από αριστερά και συγκρίνω τα ψηφία τους. Μεγαλύτερος είναι ο αριθμός που έχει το μεγαλύτερο ψηφίο στην ίδια τάξη.

Συγκρίνω τους αριθμούς 580.892 και 535.954

ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
5	8	0	8	9	2
5	3	5	9	5	4

Τα ψηφία στην τάξη των εκατοντάδων χιλιάδων είναι ίσα. Οπότε, περνάω στις δεκάδες χιλιάδων.

8 > 3. Επομένως, ο πρώτος αριθμός είναι ο μεγαλύτερος.

580.892 > 535.954

Αριθμογραμμή μέχρι το 1.000.000

Στρογγυλοποίηση εξαψήφιων αριθμών

Η **στρογγυλοποίηση** είναι η διαδικασία κατά την οποία αντικαθιστούμε κάποιον αριθμό με έναν άλλο αριθμό, λίγο μεγαλύτερο ή λίγο μικρότερο, που είναι πιο «βολικός» και μας επιτρέπει να κάνουμε πιο εύκολα υπολογισμούς και να παίρνουμε γρήγορα αποφάσεις.

Για να στρογγυλοποιήσω έναν αριθμό, ακολουθώ τα εξής βήματα:

1. Αποφασίζω σε ποιο ψηφίο του αριθμού θέλω να κάνω τη στρογγυλοποίηση.
2. Εξετάζω το ψηφίο που βρίσκεται ακριβώς δεξιά του. Αν είναι:
  α) 0, 1, 2, 3 ή 4, τότε αντικαθιστώ αυτό το ψηφίο και όλα όσα είναι δεξιά του με μηδενικά.
  β) 5, 6, 7, 8 ή 9, τότε προσθέτω μία μονάδα στο ψηφίο που στρογγυλοποιώ και αντικαθιστώ με μηδενικά όλα τα ψηφία που βρίσκονται δεξιά του.

Παράδειγμα

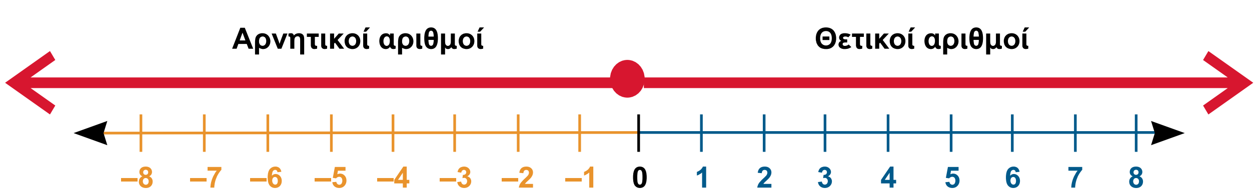
Στρογγυλοποιώ τους αριθμούς που ακολουθούν στην πιο κοντινή **εκατοντάδα χιλιάδων.**
  α) 418.987: Μετά το 4 ακολουθεί το 1, οποτε ο αριθμός γίνεται **400.000.**
  β) 498.234: Μετά το 4 ακολουθεί το 9, οπότε ο αριθμός γίνεται **500.000.**

Αρνητικοί αριθμοί

Οι αριθμοί 0, 1, 2, 3, 4... ονομάζονται **φυσικοί αριθμοί**. Οι φυσικοί αριθμοί είναι άπειροι, αφού για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει κάποιος που είναι κατά 1 μονάδα μεγαλύτερος.

Οι αριθμοί που έχουν μπροστά το (–) μείον και βρίσκονται αριστερά από το μηδέν ονομάζονται **αρνητικοί αριθμοί**. Οι αρνητικοί αριθμοί είναι μικρότεροι από το μηδέν.

Οι αριθμοί που βρίσκονται δεξιά από το μηδέν ονομάζονται **θετικοί αριθμοί.**
Οι θετικοί αριθμοί είναι μεγαλύτεροι από το μηδέν.



ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ενότητα 2

Προσθέσεις και αφαιρέσεις

Μάθημα 7ο: Νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις
Θα ασκηθούμε σε νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις.

Μάθημα 8ο: Κάθετες γραπτές προσθέσεις μέχρι εξαψήφιων αριθμών
Θα ασκηθούμε σε κάθετες γραπτές προσθέσεις μέχρι 6ψήφιων αριθμών.

Μάθημα 9ο: Κάθετες γραπτές αφαιρέσεις μέχρι εξαψήφιων αριθμών
Θα ασκηθούμε σε κάθετες γραπτές αφαιρέσεις μέχρι 6ψήφιων αριθμών.

Μάθημα 10ο: Υπολογιστικές εκτιμήσεις προσθέσεων και αφαιρέσεων
Θα πραγματοποιήσουμε εκτιμήσεις σε προσθέσεις και αφαιρέσεις.

Μάθημα 11ο: Προβλήματα με πράξεις πολυψήφιων αριθμών
Θα λύσουμε προβλήματα με πράξεις πολυψήφιων αριθμών.

Τι μάθαμε στη 2η ενότητα

Ερευνώ

1

Υπολογίζω με το μυαλό

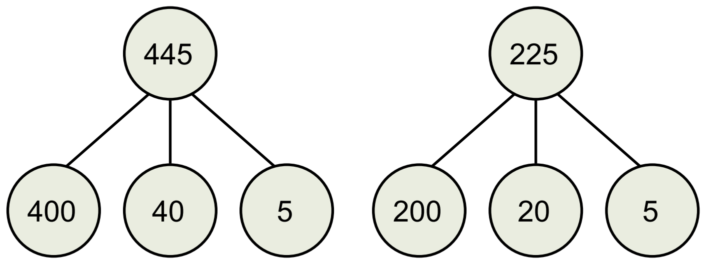
Η κυρία Στεφανία βρίσκεται σε ένα κατάστημα ηλεκτρονικών ειδών και σκέφτεται να αγοράσει τον υπολογιστή και το τάμπλετ της εικόνας.

α) Μπορείς να υπολογίσεις με το μυαλό πόσο κοστίζουν συνολικά και οι δύο συσκευές; Να περιγράψεις στο πλαίσιο τον τρόπο με τον οποίο υπολόγισες.

β) Η κυρία Στεφανία έχει στη χρεωστική της κάρτα 890 ευρώ. Πόσα χρήματα θα της μείνουν, αν αγοράσει και τις δύο συσκευές; Να περιγράψεις τον τρόπο με τον οποίο υπολόγισες.

Ανακαλύπτω

2 **α)** Για να υπολογίσουμε το άθροισμα 445 + 225, μπορούμε να χωρίσουμε τους αριθμούς σε τμήματα.



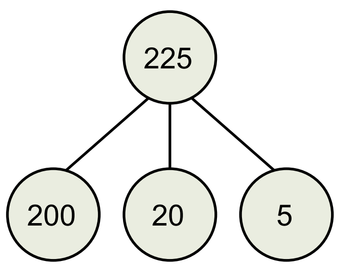
400 + 200 = 600

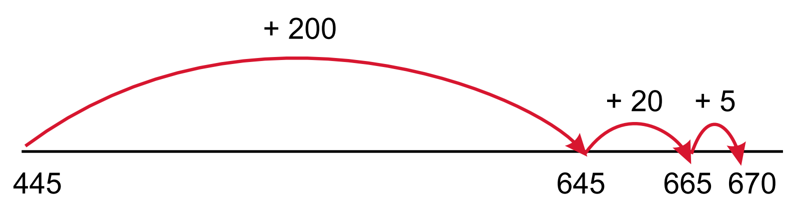
40 + 20 = 60

5 + 5 = 10

600 + 60 + 10 = 670

Μπορούμε να κρατήσουμε τον έναν αριθμό όπως είναι και να προσθέσουμε διαδοχικά τα μέρη του άλλου αριθμού.



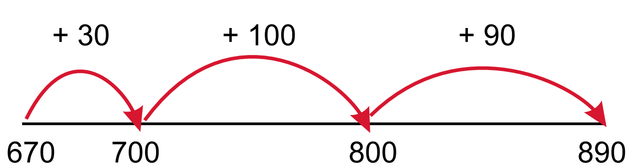


445 + 200 = 645 645 + 20 = 665 665 + 5 = 670

Και οι δύο συσκευές κοστίζουν συνολικά ....€.

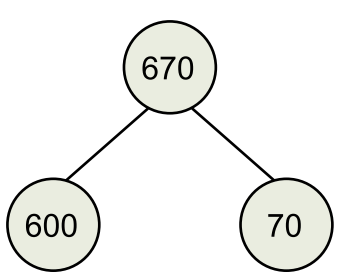
β) Για να υπολογίσουμε πόσα χρήματα θα μείνουν στην κάρτα της κυρίας Στεφανίας, πρέπει να κάνουμε την αφαίρεση 890 – 670.

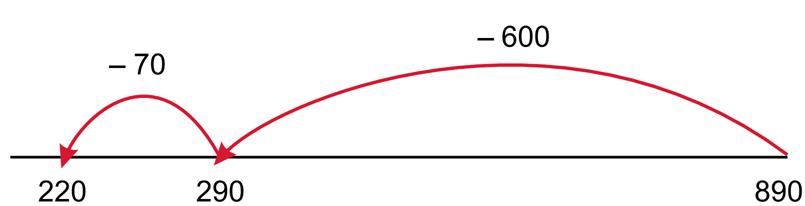
Μπορούμε να ξεκινήσουμε από τον μικρότερο αριθμό και να ανεβαίνουμε, μέχρι να φτάσουμε στον μεγαλύτερο.



30 + 100 + 90 = 220

Μπορούμε να «σπάσουμε» τον μικρότερο αριθμό και να κάνουμε διαδοχικές αφαιρέσεις.





Θα της μείνουν ....€.

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Ερευνώ

1 **Ο προϋπολογισμός του δήμου**

Ο Δήμος Καβάλας αποφάσισε να αναμορφώσει τις παιδικές χαρές του δήμου, ώστε αυτές να είναι ασφαλείς για τα παιδιά, και να ανακαινίσει το κολυμβητήριο. Ο προϋπολογισμός για τα δύο έργα είναι ο εξής:

Παιδικές χαρές: 289.456 € Κολυμβητήριο: 47.712 €

α) Κάνω μία εκτίμηση για το ποσό που θα ξοδέψει ο δήμος και για τα δύο έργα. Καταγράφω τον τρόπο σκέψης μου.

β) Τώρα υπολογίζω με ακρίβεια.

Και τα δύο έργα του δήμου θα κοστίσουν ______ €.

Ανακαλύπτω

2 **α)** Εκτιμώ:

Στρογγυλοποιώ τις τιμές που μου δίνονται:

289.456: Στρογγυλοποιώ στην πιο κοντινή δεκάδα χιλιάδων: **290.000.**

47.712: Στρογγυλοποιώ στην πιο κοντινή δεκάδα χιλιάδων: **50.000.**

Οπότε: 290.000 + 50.000 = 340.000 €

Ο δήμος θα ξοδέψει και για τα δύο έργα περίπου 340.000 €.

β) Υπολογίζω με ακρίβεια:

$$\begin{array}{r} {}^{1\,1\,1} \\ 289.456 \\ +\ \ 47.712 \\ \hline 337.168 \end{array}$$

Τοποθετώ τους αριθμούς με προσοχή! Οι μονάδες κάτω από τις μονάδες, οι δεκάδες κάτω από τις δεκάδες...

Ο δήμος θα ξοδέψει και για τα δύο έργα 337.168 €.

3 Κάνω τις προσθέσεις.

$$\begin{array}{r} 798.794 \\ +\ \ \ 9.872 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 409.407 \\ +\ \ \ 3.019 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 194.619 \\ +\ \ \ \ 682 \\ \hline \end{array}$$

Μαθαίνω

Πρόσθεση στους φυσικούς αριθμούς είναι η πράξη κατά την οποία βάζω μαζί δύο ή περισσότερους φυσικούς αριθμούς για να βρω το σύνολο των μονάδων τους.

Οι αριθμοί που προσθέτω ονομάζονται **προσθετέοι**.
Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης ονομάζεται **άθροισμα**.

$$\begin{array}{rl} {}^{1\,1\,1} & \\ 289.456 & \longrightarrow \textbf{Προσθετέος} \\ +\ \ 47.712 & \longrightarrow \textbf{Προσθετέος} \\ \hline 337.168 & \longrightarrow \textbf{Άθροισμα} \end{array}$$

ΑΣΚΗΣΗ –
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ερευνώ

1

Μεγάλα γήπεδα ποδοσφαίρου

Επισκεφτήκαμε δύο από τα μεγαλύτερα γήπεδα ποδοσφαίρου στον κόσμο.

Το γήπεδο της Μπαρτσελόνα
Camp Nou
Χωρητικότητα: 99.354 θεατές

Το γήπεδο του κολεγίου του Μίσιγκαν
Michigan Stadium
Χωρητικότητα: 107.601 θεατές

α) Πόσες περισσότερες θέσεις έχει το γήπεδο του κολεγίου του Μίσιγκαν από το γήπεδο της Μπαρτσελόνα; Κάνω μία εκτίμηση και καταγράφω τον τρόπο σκέψης μου.

β) Τώρα υπολογίζω με ακρίβεια.

Η διαφορά μεταξύ των δύο γηπέδων είναι ______ θέσεις.

Ανακαλύπτω

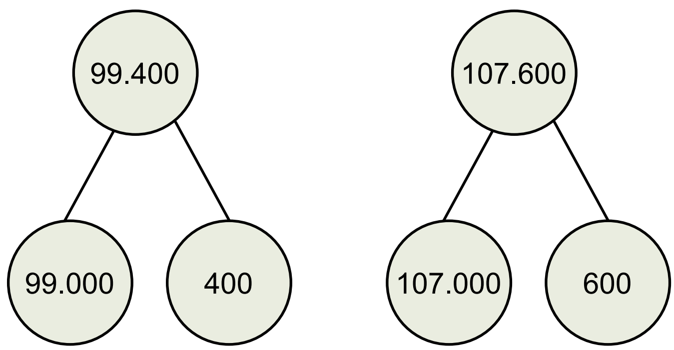
2 **α)** Εκτιμώ:

Στρογγυλοποιώ τους αριθμούς που μου δίνονται:

99.354: Στρογγυλοποιώ στην πιο κοντινή εκατοντάδα: **99.400.**

107.601: Στρογγυλοποιώ στην πιο κοντινή εκατοντάδα: **107.600.**

«Σπάω τους δύο αριθμούς και κάνω την αφαίρεση:



107.000 – 99.000 = 8.000

600 – 400 = 200

8.000 + 200 = 8.200

Η απάντηση αυτή είναι πολύ κοντά στο ακριβές αποτέλεσμα. Αν ήθελα μια πιο γρήγορη εκτίμηση, θα μπορούσα να μετατρέψω το 99.354 σε 100.000 και το 107.601 σε 108.000 και να πω πως η διαφορά τους είναι περίπου 8.000.

β) Υπολογίζω με ακρίβεια:

$$\begin{array}{r} 1\,0\,{}^{1}7.\,6\,{}^{1}0\,{}^{1}1 \\ -\quad 9_{1}9.\,3_{1}5_{1}4 \\ \hline 8.\,2\,4\,7 \end{array}$$

Η διαφορά χωρητικότητας των δύο γηπέδων είναι 8.247 θέσεις.

Μαθαίνω

Αφαίρεση στους φυσικούς αριθμούς είναι η πράξη με την οποία βρίσκω τη **διαφορά** μεταξύ δύο φυσικών αριθμών, του **μειωτέου** και του **αφαιρετέου**.

$$\begin{array}{rl} 1\,0\,{}^{1}7.\,6\,{}^{1}0\,{}^{1}1 & \longrightarrow \textbf{Μειωτέος} \\ -\quad 9_{1}9.\,3_{1}5_{1}4 & \longrightarrow \textbf{Αφαιρετέος} \\ \hline 8.\,2\,4\,7 & \longrightarrow \textbf{Διαφορά} \end{array}$$

Η αφαίρεση είναι η αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης. Δηλαδή, αν προσθέσω τη **διαφορά** και τον **αφαιρετέο**, βρίσκω τον **μειωτέο**.

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

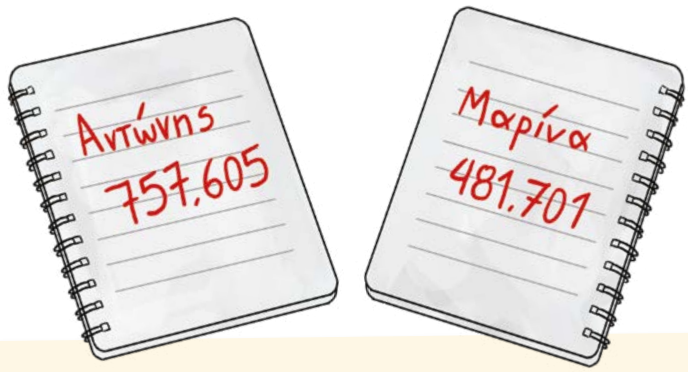
ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

10 Υπολογιστικές εκτιμήσεις προσθέσεων και αφαιρέσεων

1 Εκτιμώ και υπολογίζω

Ο Αντώνης και η Μαρίνα έκαναν κάθετα την ίδια πρόσθεση, αλλά βρήκαν διαφορετικό αποτέλεσμα.

451.045 + 30.656 =



α) Μπορείς να υπολογίσεις, χωρίς να κάνεις κάθετα την πράξη, ποιο από τα δύο παιδιά έχει δίκιο;

Δίκιο έχει..

Πώς σκέφτηκες για να απαντήσεις;

β) Τώρα λύνω την πρόσθεση κάθετα, για να ελέγξω αν υπολόγισα σωστά.

γ) Ο Αντώνης θέλει να αγοράσει έναν χυμό και μία τυρόπιτα. Εκτιμώ: Του φτάνουν τα 3 ευρώ που έχει στο πορτοφόλι του;

ΝΑΙ **ΟΧΙ**

1,55 €

1,60 €

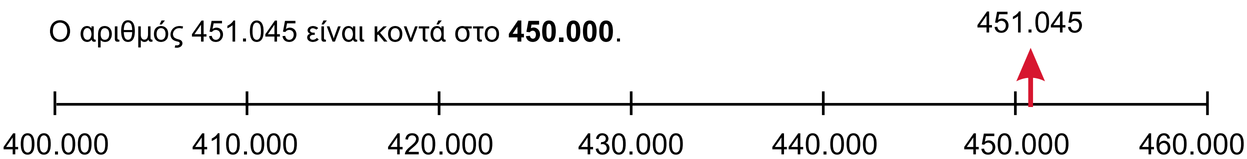
Πώς σκέφτηκες για να απαντήσεις;

Ανακαλύπτω

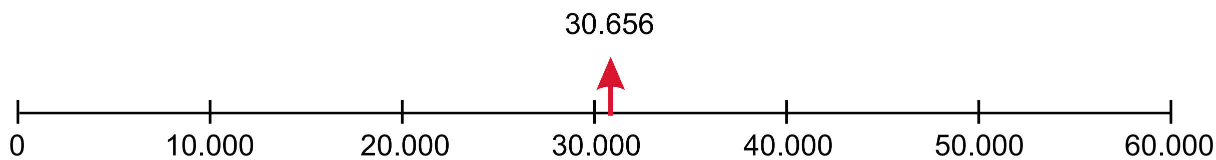
2 **α)** Εκτιμώ:

4 5 1. 0 4 5 + 3 0. 6 5 6 =

Ο αριθμός 451.045 είναι κοντά στο **450.000**.



Ο αριθμός 30.656 είναι κοντά στο **30.000**.



450.000 + 30.000 = 480.000

Επομένως, σωστά έλυσε την πρόσθεση η Μαρίνα, αφού ο αριθμός 481.701 είναι πολύ κοντά στην εκτίμηση που κάναμε, ενώ το αποτέλεσμα του Αντώνη (757.605) απέχει πολύ.

β)

$$\begin{array}{r} \overset{}{4\,5\,1.}\,\overset{1}{0}\,\overset{1}{4}\,5 \\ +\quad 3\,0.\,6\,5\,6 \\ \hline 4\,8\,1.\,7\,0\,1 \end{array}$$

Διαπιστώνουμε και με την κάθετη πρόσθεση ότι το σωστό αποτέλεσμα βρήκε η Μαρίνα.

γ) Η τυρόπιτα κοστίζει 1 ευρώ και 55 λεπτά και ο χυμός 1 ευρώ και 60 λεπτά.

Υπολογίζω πρώτα τα ολόκληρα ευρώ (1+1= 2).

Στη συνέχεια, υπολογίζω τα λεπτά. Και στα δύο ποσά, τα λεπτά είναι πάνω από το 50. Οπότε, το άθροισμά τους θα είναι πάνω από το 100, δηλαδή πάνω από 1 €.

Συμπεραίνω ότι δε φτάνουν τα 3 ευρώ για να αγοράσει την τυρόπιτα και τον χυμό.

Υπολογίζω με ακρίβεια:

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1,}\,5\,5 \\ +\; 1,\,6\,0 \\ \hline 3,\,1\,5 \end{array}$$

3,15 > 3

ΒΙΝΤΕΟ

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

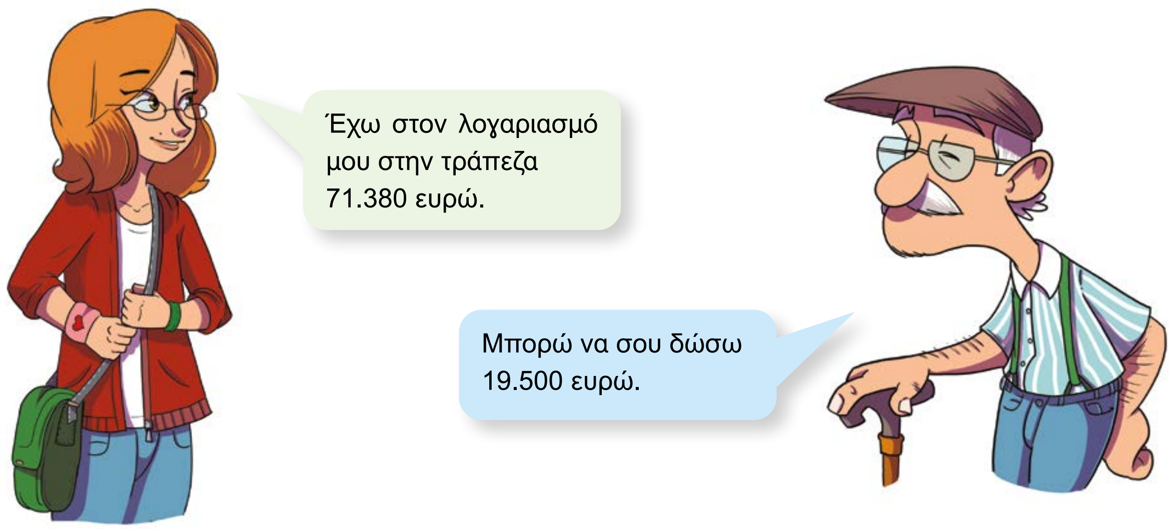
11 Προβλήματα με πράξεις πολυψήφιων αριθμών

Ερευνώ

1

Αγορά διαμερίσματος

Η Μαρία θέλει να αγοράσει ένα διαμέρισμα, η τιμή του οποίου είναι 123.000 €. Έχει κάποια χρήματα και ο παππούς της της υποσχέθηκε πως θα τη βοηθήσει με την αγορά. Αποφάσισε να πάρει και ένα δάνειο.



Πόσα χρήματα πρέπει να δανειστεί η Μαρία από την τράπεζα για να αγοράσει το διαμέρισμα;

Εκτιμώ:

Υπολογίζω με ακρίβεια:

Πρέπει να δανειστεί ______ ευρώ.

Ανακαλύπτω

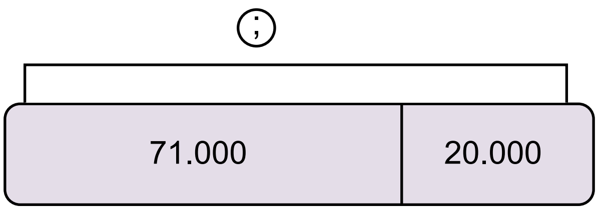
2 Εκτιμώ:

Πρέπει πρώτα να βρω πόσα χρήματα έχει η Μαρία στη διάθεσή της.

Στρογγυλοποιώ τους αριθμούς στην πιο κοντινή χιλιάδα.

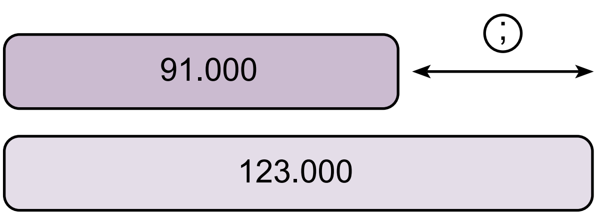
71.380 ⟶ 71.000   19.500 ⟶ 20.000

Προσθέτω τα χρήματα που έχει η Μαρία και τα χρήματα που της έδωσε ο παππούς της.



71.000 + 20.000 = 91.000

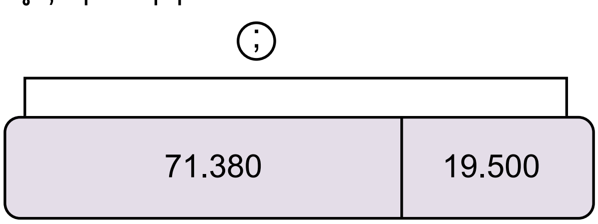
Η Μαρία έχει στη διάθεσή της περίπου 91.000 €, ενώ το διαμέρισμα κοστίζει 123.000 €.
Πρέπει να βρω τη διαφορά ανάμεσα στα δύο ποσά.



123.000 – 91.000 = 32.000

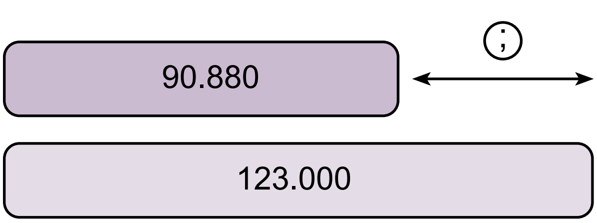
Η Μαρία πρέπει να δανειστεί περίπου 32.000 €.

Υπολογίζω με ακρίβεια:



$$\begin{array}{r} {}^{1}71.380 \\ +\ 19.500 \\ \hline 90.880 \end{array}$$

Η Μαρία έχει στη διάθεσή της 90.880 €. Αλλά το σπίτι κοστίζει 123.000 €.



$$\begin{array}{r} 1{}^{1}23.{}^{1}0{}^{1}00 \\ -{}_{1}\ 9\underset{1}{0}.\underset{1}{8}80 \\ \hline 32.120 \end{array}$$

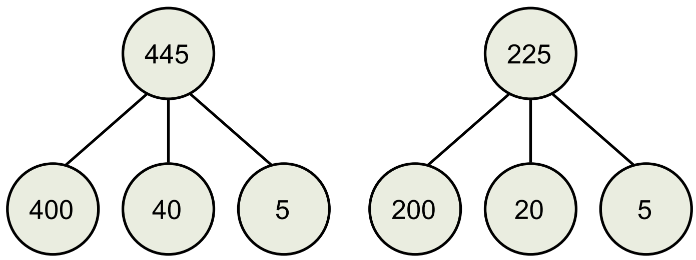
Η Μαρία πρέπει να δανειστεί 32.120 €.

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις

Για να υπολογίσουμε νοερά ένα άθροισμα, π.χ. το 445 + 225, μπορούμε:

α) Να χωρίσουμε τους αριθμούς σε τμήματα.



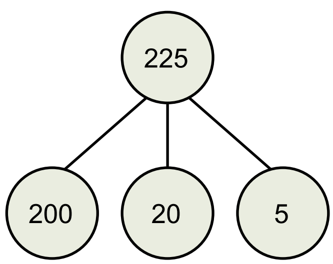
400 + 200 = 600

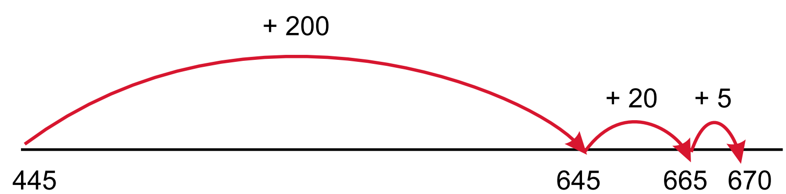
40 + 20 = 60

5 + 5 = 10

600 + 60 + 10 = 670

β) Να κρατήσουμε τον έναν αριθμό όπως είναι και να προσθέσουμε διαδοχικά τα μέρη του άλλου αριθμού.

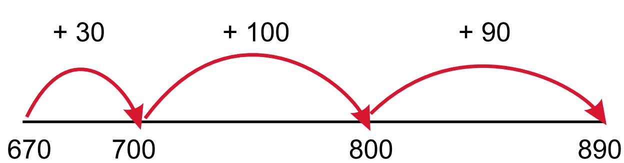




445 + 200 = 645   645 + 20 = 665   665 + 5 = 670

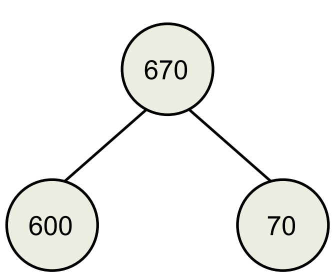
Για να υπολογίσουμε νοερά μια αφαίρεση, π.χ. το 890 – 670, μπορούμε:

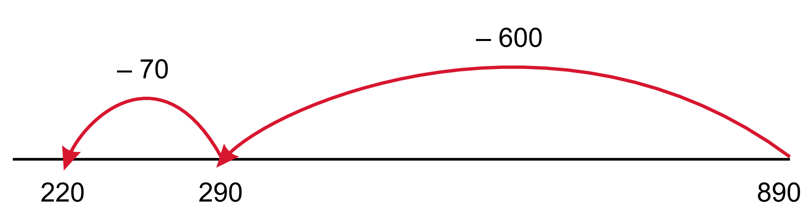
α) Να ξεκινήσουμε από τον μικρότερο αριθμό και να ανεβαίνουμε μέχρι να φτάσουμε στον μεγαλύτερο.



30 + 100 + 90 = 220

β) Να «σπάσουμε» τον μικρότερο αριθμό και να κάνουμε διαδοχικές αφαιρέσεις.





890 – 600 = 290   290 – 70 = 220

Κάθετες γραπτές προσθέσεις μέχρι εξαψήφιων αριθμών

Πρόσθεση στους φυσικούς αριθμούς είναι η πράξη κατά την οποία βάζω μαζί δύο ή περισσότερους φυσικούς αριθμούς για να βρω το σύνολο των μονάδων τους.

Οι αριθμοί που προσθέτω ονομάζονται **προσθετέοι**.

Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης ονομάζεται **άθροισμα**.

$$\begin{array}{rl} {}^{1\;1\;\;1} & \\ 2\,8\,9.\,4\,5\,6 & \longrightarrow \textbf{Προσθετέος} \\ +\quad 4\,7.\,7\,1\,2 & \longrightarrow \textbf{Προσθετέος} \\ \hline 3\,3\,7.\,1\,6\,8 & \longrightarrow \textbf{Άθροισμα} \end{array}$$

Κάθετες γραπτές αφαιρέσεις μέχρι εξαψήφιων αριθμών

Αφαίρεση στους φυσικούς αριθμούς είναι η πράξη με την οποία βρίσκω τη **διαφορά** μεταξύ δύο φυσικών αριθμών, του **μειωτέου** και του **αφαιρετέου**.

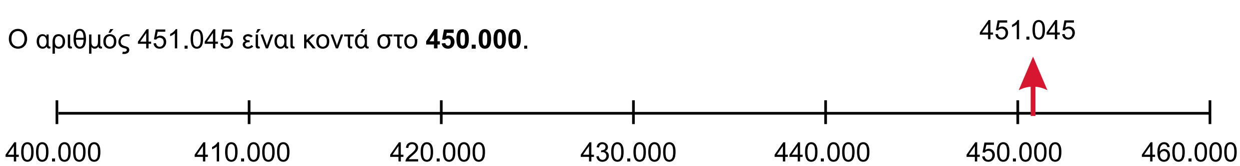
$$\begin{array}{rl} 1\,0\,{}^{1}7.\,6\,{}^{1}0\,{}^{1}1 & \longrightarrow \textbf{Μειωτέος} \\ -\;9_{1}9.\,3_{1}5_{1}4 & \longrightarrow \textbf{Αφαιρετέος} \\ \hline 8.\,2\,4\,7 & \longrightarrow \textbf{Διαφορά} \end{array}$$

Η αφαίρεση είναι η αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης. Δηλαδή, αν προσθέσω τη **διαφορά** και τον **αφαιρετέο**, βρίσκω τον **μειωτέο**.

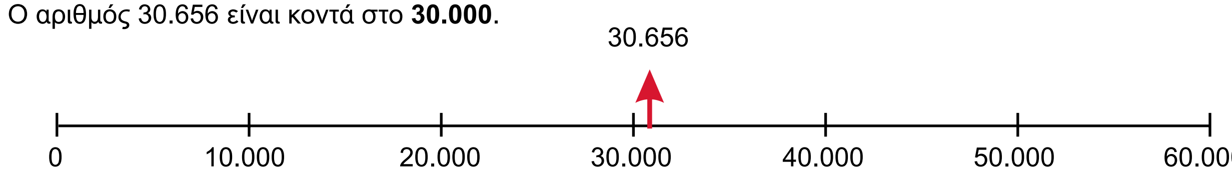
Υπολογιστικές εκτιμήσεις προσθέσεων και αφαιρέσεων

Κάνω μια εκτίμηση της πρόσθεσης 4 5 1. 0 4 5 + 3 0. 6 5 6.

Ο αριθμός 451.045 είναι κοντά στο **450.000**.



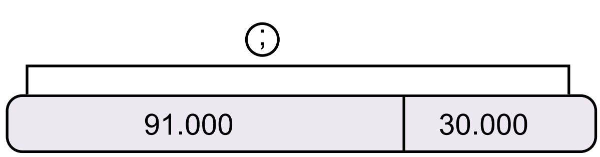
Ο αριθμός 30.656 είναι κοντά στο **30.000**.



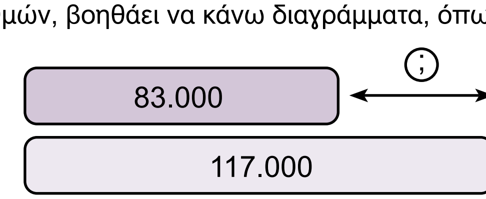
450.000 + 30.000 = 480.000 Επομένως 451.045 + 30.656 είναι περίπου 480.000.

Προβλήματα με πράξεις πολυψήφιων αριθμών

Όταν λύνω προβλήματα με πράξεις πολυψήφιων αριθμών, βοηθάει να κάνω διαγράμματα, όπως:



Πόσο κάνουν 91.000 και 30.000;



Ποια είναι η διαφορά του 117.000 και του 83.000;

Μαθηματικό Ημερολόγιο

Εκτελώ τις πράξεις. Εξηγώ πώς επαληθεύω, και κάνω τις επαληθεύσεις.

$$\begin{array}{r} 518.924 \\ +\ 175.064 \\ \hline \end{array}$$

Επαλήθευση

$$\begin{array}{r} 839.617 \\ -\ 177.501 \\ \hline \end{array}$$

Επαλήθευση

....

....

....

Λύνω πρόβλημα

Μία οικογένεια πρόκειται να αγοράσει ένα αυτοκίνητο και ένα τροχόσπιτο για τις διακοπές της. Κατέληξε σε ένα αυτοκίνητο που να μπορεί να τραβά τροχόσπιτο, το οποίο κοστίζει 32.650 ευρώ. Για το τροχόσπιτο είναι ανάμεσα σε δύο επιλογές: α) τροχόσπιτο 5 μέτρων, αξίας 26.499 ευρώ και β) τροχόσπιτο 6 μέτρων, αξίας 28.699 ευρώ. Πόσο κοστίζει η κάθε επιλογή αυτοκινήτου και τροχόσπιτου στην οικογένεια και πόσο παραπάνω θα πληρώσει με την ακριβότερη επιλογή;

Απάντηση ....

Συλλογίζομαι

Τοποθετώ τις κάρτες στα κενά, έτσι ώστε η αφαίρεση να είναι σωστή. Μπορώ να χρησιμοποιήσω μία κάρτα περισσότερες από μία φορές. Υπάρχει μόνο μία λύση;

1 2 3 4 6 7 8 9

$$\begin{array}{r} 8\square 5.6\square 9 \\ -\ \square 8\ 1.\square 2\square \\ \hline 4\ 9\ 4.3\square 8 \end{array}$$

Ενότητα 3

Πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις

Μάθημα 12ο: Νοεροί πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις
Θα υπολογίσουμε νοερά πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις.

Μάθημα 13ο: Πολλαπλασιασμοί με πολυψήφιους αριθμούς
Θα πραγματοποιήσουμε πολλαπλασιασμούς με μέχρι 4ψήφιους ή 5ψήφιους αριθμούς.

Μάθημα 14ο: Ποιοι αριθμοί διαιρούνται με το 4, το 8 και το 25
Θα μάθουμε ποιοι αριθμοί διαιρούνται με το 4, το 8 και το 25.

Μάθημα 15ο: Διαίρεση πολυψήφιου με διψήφιο αριθμό
Θα πραγματοποιήσουμε διαιρέσεις 5ψήφιων με 2ψήφιους αριθμούς.

Μάθημα 16ο: Διαίρεση πολυψήφιου με τριψήφιο αριθμό
Θα πραγματοποιήσουμε διαιρέσεις 6ψήφιων με 3ψήφιους αριθμούς.

Μάθημα 17ο: Προβλήματα με πολυψήφιους αριθμούς
Θα λύσουμε προβλήματα με πράξεις πολυψήφιων αριθμών.

Τι μάθαμε στην 3η ενότητα

Ερευνώ

1

Σχολική εκδρομή

α) Το δημοτικό σχολείο της πόλης μας θα πάει εκδρομή σε έναν αρχαιολογικό χώρο. Οι μαθητές και οι δάσκαλοι μπήκαν σε 6 λεωφορεία. Σε κάθε λεωφορείο μπήκαν 49 άτομα. Πόσοι συμμετείχαν συνολικά στην εκδρομή;

Υπολογίζω με το μυαλό και καταγράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

Συζητούμε στην τάξη τις στρατηγικές που χρησιμοποιήσαμε.

Στην εκδρομή συμμετείχαν συνολικά ______ άτομα.

β) Τον ίδιο αρχαιολογικό χώρο επισκέφτηκαν οι μαθητές και οι δάσκαλοι ενός άλλου σχολείου, συνολικά 235 άτομα. Μοιράστηκαν ίσα σε 5 λεωφορεία. Πόσα άτομα μπήκαν σε κάθε λεωφορείο;

Υπολογίζω με το μυαλό και καταγράφω τον τρόπο που σκέφτηκα.

Συζητούμε στην τάξη τις στρατηγικές που χρησιμοποιήσαμε.

Σε κάθε λεωφορείο μπήκαν ______ άτομα.

Ανακαλύπτω

2 **α)** Για να βρω πόσα άτομα συμμετείχαν στην εκδρομή, πρέπει να κάνω τον πολλαπλασιασμό 6 x 49.

Εγώ «έσπασα» το 49 σε 40 + 9. Μετά πολλαπλασίασα κάθε αριθμό με το 6 και πρόσθεσα τα δύο γινόμενα.

6 x 40 = 240

6 x 9 = 54

240 + 54 = 294

6 x 50 = 300

300 – 6 = 294

Εγώ σκέφτηκα ότι το 49 είναι 50 – 1. Οπότε, πολλαπλασίασα 6 x 50 και από το γινόμενο αφαίρεσα 6.

Επομένως, τα άτομα που συμμετείχαν στην εκδρομή ήταν ....

β) Για να βρω πόσα άτομα μπήκαν σε κάθε λεωφορείο, πρέπει να κάνω τη διαίρεση 235 : 5.

«Έσπασα» το 235 σε 200 + 35. Μετά διαίρεσα κάθε αριθμό με το 5 και πρόσθεσα τα δύο πηλίκα.

200 : 5 = 40

35 : 5 = 7

40 + 7 = 47

Επομένως, σε κάθε λεωφορείο μπήκαν .... άτομα.

3 Λύνω με το μυαλό τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις.

40 x 6 =	48 x 5 =	440 : 4 =	840 : 4 =
35 x 4 =	99 x 8 =	550 : 10 =	663 : 3 =
399 x 5 =	40 x 20 =	680 : 20 =	990 : 9 =
48 x 100 =	187 x 10 =	3.200 : 100 =	510 : 5 =

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

ΒΙΝΤΕΟ

Ερευνώ

1

Στο εργοστάσιο

Η διεύθυνση ενός εργοστασίου αποφάσισε να δώσει ως δώρο σε κάθε εργάτη 325 €.
Στο εργοστάσιο εργάζονται 2.853 εργάτες. Πόσα χρήματα δόθηκαν συνολικά;

α) Υπολογίζω το αποτέλεσμα με τον ελληνικό πολλαπλασιασμό.

	2.000	800	50	3
300	600.000	240.000		
20				
5				

```
   600.000
   240.000
+
__________
```

2.853 x 325 =

β) Υπολογίζω το αποτέλεσμα κάθετα.

```
    2.853
 x    325
 ________
              2.853 x 5

+             2.853 x 20

              2.853 x 300
 ________
```

Δόθηκαν συνολικά στους εργάτες ________ ευρώ.

Ανακαλύπτω

2 **α)** Υπολογίζω το αποτέλεσμα με τον ελληνικό πολλαπλασιασμό.

	2.000	800	50	3
300	600.000	240.000	15.000	900
20	40.000	16.000	1.000	60
5	10.000	4.000	250	15

2.853 x 325 =

$$
\begin{array}{r}
600.000 \\
240.000 \\
15.000 \\
900 \\
40.000 \\
16.000 \\
+\quad 1.000 \\
60 \\
10.000 \\
4.000 \\
250 \\
15 \\
\hline
927.225
\end{array}
$$

β) Υπολογίζω το αποτέλεσμα κάθετα.

$$
\begin{array}{rl}
2.853 & \\
\times \quad 325 & \\
\hline
14.265 & 2.853 \times 5 \\
57.060 & 2.853 \times 20 \\
+\ 855.900 & 2.853 \times 300 \\
\hline
927.225 &
\end{array}
$$

Δόθηκαν συνολικά στους εργάτες ______ ευρώ.

Μαθαίνω

Πολλαπλασιασμός

Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού ονομάζεται **γινόμενο**.

Οι δύο αριθμοί που πολλαπλασιάζονται ονομάζονται **παράγοντες του γινομένου**.

$$
\left.\begin{array}{r} 354 \\ \times \quad 4 \end{array}\right\} \text{Παράγοντες του γινομένου}
$$
$$
1.416 \longrightarrow \text{Γινόμενο}
$$

α) Όταν πολλαπλασιάζω έναν αριθμό με το 0, το γινόμενο είναι 0 (153 x 0 = 0).

β) Όταν πολλαπλασιάζω έναν αριθμό με το 1, το γινόμενο είναι ο ίδιος ο αριθμός (153 x 1 = 153).

γ) **Αντιμεταθετική ιδιότητα**: Δεν έχει σημασία με ποια σειρά πολλαπλασιάζω τους παράγοντες του γινομένου (5 x 8 = 8 x 5).

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ερευνώ

1

Ελέγχω με την αριθμομηχανή μου

α) Ελέγχω με την αριθμομηχανή μου και κυκλώνω τους αριθμούς που διαιρούνται ακριβώς με το 4.

56.123 32.124 1.112 148 1.329 4.184 3.315 6.711 5.400 928

Παρατηρώ τους αριθμούς που κύκλωσα. Τι κοινό έχουν; Μπορώ να διατυπώσω έναν κανόνα για τους αριθμούς που διαιρούνται ακριβώς με το 4;

....

....

β) Ελέγχω με την αριθμομηχανή μου και κυκλώνω τους αριθμούς που διαιρούνται ακριβώς με το 8.

9.400 6.448 12.251 15.232 1.504 11.127 4.236 9.640 312.136

Παρατηρώ τους αριθμούς που κύκλωσα. Τι κοινό έχουν; Μπορώ να διατυπώσω έναν κανόνα για τους αριθμούς που διαιρούνται ακριβώς με το 8;

....

....

γ) Ελέγχω με την αριθμομηχανή μου και κυκλώνω τους αριθμούς που διαιρούνται ακριβώς με το 25.

7.600 5.275 3.155 4.100 8.112 6.175 7.150 8.133 1.400

Παρατηρώ τους αριθμούς που κύκλωσα. Τι κοινό έχουν; Μπορώ να διατυπώσω έναν κανόνα για τους αριθμούς που διαιρούνται ακριβώς με το 25;

....

....

Ανακαλύπτω

2 **α)** Μετά τον έλεγχο που πραγματοποιήσαμε με την αριθμομηχανή μας, διαπιστώσαμε ότι οι αριθμοί που διαιρούνται ακριβώς με το **4** είναι οι:

56.123 32.124 1.112 148 1.329 4.184 3.315 6.711 5.400 928

Παρατηρώντας τους αριθμούς που κυκλώσαμε, διαπιστώνουμε ότι:
Διαιρούνται ακριβώς με το 4 οι αριθμοί στους οποίους τα 2 τελευταία ψηφία, αν τα δω ως έναν αριθμό, διαιρούνται ακριβώς με το 4.
Επίσης διαιρούνται με το 4 όσοι αριθμοί λήγουν σε 00.

β) Μετά τον έλεγχο που πραγματοποιήσαμε με την αριθμομηχανή μας, διαπιστώσαμε ότι οι αριθμοί που διαιρούνται ακριβώς με το **8** είναι οι:

9.400 6.448 12.251 15.232 1.504 11.127 4.236 9.640 312.136

Παρατηρώντας τους αριθμούς που κυκλώσαμε, διαπιστώνουμε ότι:
Διαιρούνται ακριβώς με το 8 οι αριθμοί στους οποίους τα 3 τελευταία ψηφία, αν τα δω ως έναν αριθμό, διαιρούνται ακριβώς με το 8.

γ) Μετά τον έλεγχο που πραγματοποιήσαμε με την αριθμομηχανή μας, διαπιστώσαμε ότι οι αριθμοί που διαιρούνται ακριβώς με το **25** είναι οι:

7.600 5.275 3.155 4.100 8.112 6.175 7.150 8.133 1.400

Παρατηρώντας τους αριθμούς που κυκλώσαμε, διαπιστώνουμε ότι:
Διαιρούνται ακριβώς με το 25 οι αριθμοί στους οποίους τα 2 τελευταία ψηφία, αν τα δω ως έναν αριθμό, διαιρούνται ακριβώς με το 25.
Επίσης διαιρούνται με το 25 όσοι αριθμοί λήγουν σε 00.

Μαθαίνω

Κριτήρια διαιρετότητας για τους αριθμούς 4, 8 και 25

Διαιρούνται ακριβώς με το 4 οι αριθμοί που τα δύο τελευταία ψηφία τους διαιρούνται με το 4 και οι αριθμοί που λήγουν σε 00.

Διαιρούνται ακριβώς με το 8 οι αριθμοί που τα τρία τελευταία ψηφία τους διαιρούνται με το 8.

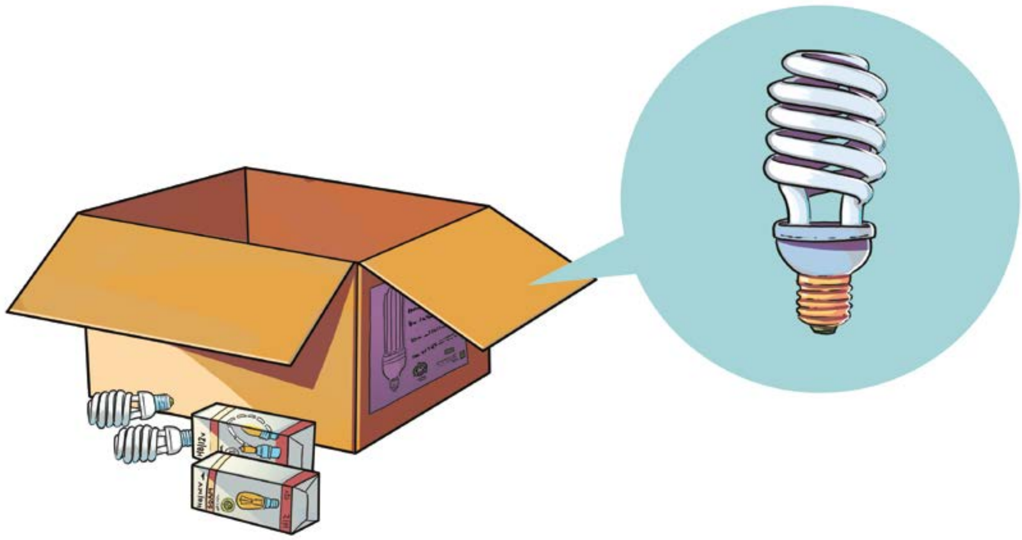
Διαιρούνται ακριβώς με το 25 οι αριθμοί που τα δύο τελευταία ψηφία τους διαιρούνται με το 25 και οι αριθμοί που λήγουν σε 00. Δηλαδή οι αριθμοί που λήγουν σε 25, 50, 75 και 00.

Ερευνώ

1

Εργοστάσιο παραγωγής λαμπτήρων

Ένα εργοστάσιο παράγει λάμπες χαμηλής κατανάλωσης. Σε κάθε κουτί συσκευάζει 24 λάμπες.



Πόσα κουτιά χρειάζονται για να συσκευαστούν 25.640 λάμπες; Πόσες θα περισσέψουν;

Βρίσκω το αποτέλεσμα

Ελέγχω το αποτέλεσμα που βρήκα

Χρειάζονται ______ κουτιά και θα περισσέψουν ______ λάμπες.

Ανακαλύπτω

2 Πρέπει να βρούμε πόσο κάνει 25.640 : 24. Θα κάνουμε τη διαίρεση κάθετα.

```
 25.640 | 24
–24     |----
-----   | 1
  1     |
```

Το 24 έχει 2 ψηφία, 2 ψηφία τονίζω και στο 25.640.
Το 24 στο 25 χωράει μία φορά. Γράφω το 1 στη θέση του πηλίκου.
1 x 24 = 24. Αφαιρώ το 24 από το 25.

```
 25.640 | 24
–24     |----
-----   | 10
  16    |
```

Τονίζω και κατεβάζω το 6.
Το 24 δε χωράει στο 16. Οπότε, βάζω στο πηλίκο 0.

```
 25.640 | 24
–24     |----
-----   | 106
  164   |
 –144   |
 -----  |
   20   |
```

Τονίζω και κατεβάζω το 4. Το 24 στο 164 χωράει 6 φορές.
Γράφω το 6 στη θέση του πηλίκου. 6 x 24 = 144. Αφαιρώ το 144.

```
 25.640 | 24
–24     |----
-----   | 1068
  164   |
 –144   |
 -----  |
   200  |
  –192  |
  ----- |
     8  |
```

Τονίζω και κατεβάζω το 0. Το 24 στο 200 χωράει 8 φορές.
Γράφω το 8 στη θέση του πηλίκου. 8 x 24 = 192. Αφαιρώ το 192.

Χρειάζονται ______ κουτιά και θα περισσέψουν ______ λάμπες.

Επαληθεύω το αποτέλεσμα κάνοντας πολλαπλασιασμό.

```
   1.068
    x 24
  ------
    4272
+  21360
  ------
  25.632
```

Επαληθεύω με τον τύπο της ευκλείδειας διαίρεσης.
Διαιρετέος = διαιρέτης x πηλίκο + υπόλοιπο.

25.640 = 24 x 1.068 + 8

16 Διαίρεση πολυψήφιου με τριψήφιο αριθμό

Ερευνώ

1

Χρηματικό έπαθλο

Το δημοτικό συμβούλιο ενός μεγάλου δήμου αποφάσισε να μοιράσει το χρηματικό ποσό των 976.250 ευρώ, ως βραβείο, στους 355 μαθητές και μαθήτριες της Γ΄ λυκείου που πέρασαν στο πανεπιστήμιο. Πόσα χρήματα δόθηκαν σε κάθε παιδί;

Βρίσκω το αποτέλεσμα

Ελέγχω το αποτέλεσμα που βρήκα

Κάθε παιδί θα πάρει ______ ευρώ.

Ανακαλύπτω

2 Πρέπει να βρούμε πόσο κάνει 976.250 : 355. Θα κάνουμε τη διαίρεση κάθετα.

Βήμα 1

$$\begin{array}{r|l} 976.250 & 355 \\ \cline{2-2} -710 & 2 \\ \cline{1-1} 266 & \end{array}$$

Βήμα 2

$$\begin{array}{r|l} 976.250 & 355 \\ \cline{2-2} -710 & 27 \\ \cline{1-1} 2662 & \\ -2485 & \\ \cline{1-1} 177 & \end{array}$$

Βήμα 3

$$\begin{array}{r|l} 976.250 & 355 \\ \cline{2-2} -710 & 275 \\ \cline{1-1} 2662 & \\ -2485 & \\ \cline{1-1} 1775 & \\ -1775 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Βήμα 4

$$\begin{array}{r|l} 976.250 & 355 \\ \cline{2-2} -710 & 2750 \\ \cline{1-1} 2662 & \\ -2485 & \\ \cline{1-1} 1775 & \\ -1775 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

Προσοχή!
Δεν ξεχνώ να βάλω 0 στο πηλίκο!

Κάθε παιδί θα πάρει ______ ευρώ.

Κάνω επαλήθευση

$$\begin{array}{r} 2.750 \\ \times\ 355 \\ \hline 13750 \\ 137500 \\ +\ 825000 \\ \hline 976.250 \end{array}$$

Μαθαίνω

Οι όροι της διαίρεσης

$$\begin{array}{r|l} 350 & 15 \\ \cline{2-2} -30 & 23 \\ \cline{1-1} 50 & \\ -45 & \\ \cline{1-1} 5 & \end{array}$$

Διαιρετέος (350), διαιρέτης (15), πηλίκο (23), υπόλοιπο (5)

Δ = δ · π + υ Η διαίρεση αυτής της μορφής ονομάζεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

Το υπόλοιπο είναι πάντα μικρότερο από τον διαιρέτη.

Η διαίρεση που δεν έχει υπόλοιπο ονομάζεται **τέλεια διαίρεση**.

Η τέλεια διαίρεση είναι η αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού.

Όταν διαιρώ έναν αριθμό με το 1, το πηλίκο είναι ο ίδιος ο αριθμός (15 : 1 = 15).

Όταν διαιρώ έναν αριθμό με τον εαυτό του, το πηλίκο είναι το 1 (15 : 15 = 1).

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

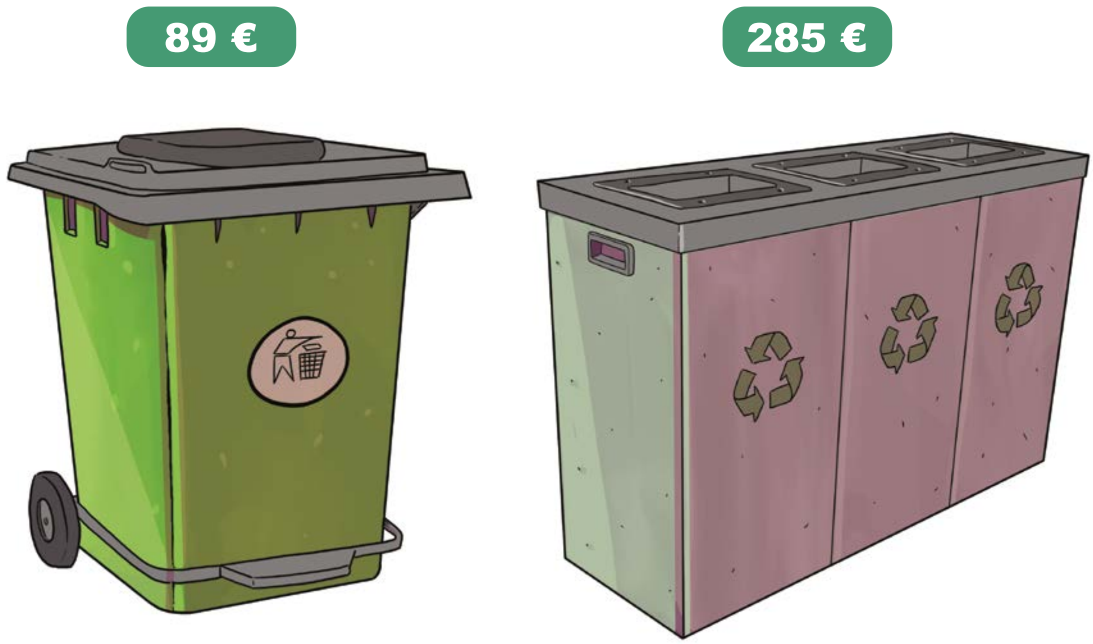
ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Ερευνώ

1

Αγορά κάδων ανακύκλωσης

Ο Δήμος Καβάλας αγόρασε 1.350 κάδους ανακύκλωσης προς 285 ευρώ τον έναν και 4.285 κάδους απορριμμάτων προς 89 ευρώ τον έναν.



Πόσο κόστισαν συνολικά οι κάδοι;

Οι κάδοι κόστισαν συνολικά ______ ευρώ.

Ανακαλύπτω

2

Βρίσκουμε πρώτα πόσο κοστίζουν
οι κάδοι ανακύκλωσης.
Κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$\begin{array}{r} 1.350 \\ \times\ 285 \\ \hline 6750 \\ 108000 \\ +\ 270000 \\ \hline 384.750 \end{array}$$

Μετά βρίσκουμε πόσο κοστίζουν
οι κάδοι απορριμμάτων.
Κάνουμε πολλαπλασιασμό.

$$\begin{array}{r} 4.285 \\ \times\ 89 \\ \hline 38565 \\ +\ 342800 \\ \hline 381.365 \end{array}$$

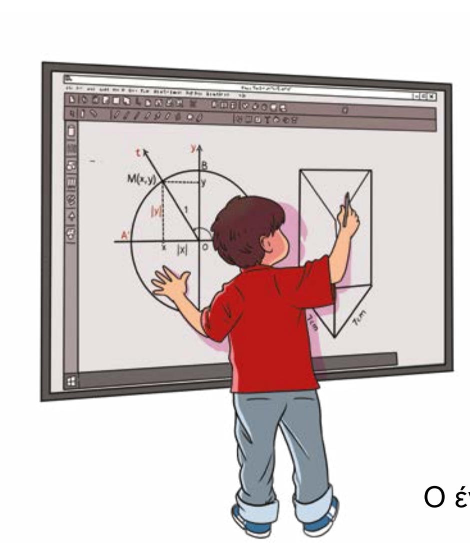
Οι κάδοι ανακύκλωσης κοστίζουν **384.750** ευρώ και οι κάδοι απορριμμάτων **381.365** ευρώ.

Για να βρω πόσο κοστίζουν όλοι οι κάδοι μαζί, θα προσθέσω τα δύο ποσά.

$$\begin{array}{r} 384.750 \\ +\ 381.365 \\ \hline 766.115 \end{array}$$

Όλοι οι κάδοι κοστίζουν ______ ευρώ.

3 Για τον εξοπλισμό ενός σχολείου αγοράστηκαν 12 διαδραστικοί πίνακες, που κόστισαν συνολικά 31.800 ευρώ. Πόσο κόστισε ο ένας διαδραστικός πίνακας;



Ο ένας διαδραστικός πίνακας κόστισε ______ ευρώ.

ΑΣΚΗΣΗ –
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Νοεροί πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις

Μπορώ να υπολογίσω νοερά τον πολλαπλασιασμό **6 x 49** με τους εξής τρόπους:

α) «Σπάζω» το 49 σε 40 + 9. Μετά πολλαπλασιάζω κάθε αριθμό με το 6 και τέλος προσθέτω τα δύο γινόμενα: 49 = 40 + 9 6 x 40 = 240 6 x 9 = 54 240 + 54 = 294.

β) Το 49 είναι 50 – 1. Οπότε, πολλαπλασιάζω 6 x 50 και από το γινόμενο αφαιρώ το 6: 49 = 50 – 1 6 x 50 = 300 300 – 6 = 294.

Υπολογίζω νοερά τη διαίρεση **235 : 5** με τον εξής τρόπο:
«Σπάζω» το 235 σε 200 + 35. Μετά διαιρώ κάθε αριθμό με το 5 και τέλος προσθέτω τα δύο πηλίκα:
235 = 200 + 35 200 : 5 = 40 35 : 5 = 7 40 + 7 = 47.

Πολλαπλασιασμοί με πολυψήφιους αριθμούς

Θέλω να υπολογίσω το γινόμενο **2.853 x 325.**

α) Υπολογίζω το αποτέλεσμα με τον ελληνικό πολλαπλασιασμό.

	2.000	800	50	3
300	600.000	240.000	15.000	900
20	40.000	16.000	1.000	60
5	10.000	4.000	250	15

$$\begin{array}{rr} & 600.000 \\ & 240.000 \\ & 15.000 \\ & 900 \\ & 40.000 \\ + & 16.000 \\ & 1.000 \\ & 60 \\ & 10.000 \\ & 4.000 \\ & 250 \\ & 15 \\ \hline & 927.225 \end{array}$$

β) Υπολογίζω το αποτέλεσμα κάθετα.

$$\begin{array}{rrl} & 2.853 & \\ \times & 325 & \\ \hline & 14.265 & 2.853 \times 5 \\ & 57.060 & 2.853 \times 20 \\ + & 855.900 & 2.853 \times 300 \\ \hline & 927.225 & \end{array}$$

Πολλαπλασιασμός

Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού ονομάζεται **γινόμενο**.
Οι δύο αριθμοί που πολλαπλασιάζονται ονομάζονται **παράγοντες του γινομένου**.

α) Όταν πολλαπλασιάζω έναν αριθμό με το 0, το γινόμενο είναι 0 (153 x 0 = 0).

β) Όταν πολλαπλασιάζω έναν αριθμό με το 1, το γινόμενο είναι ο ίδιος ο αριθμός (153 x 1 = 153).

γ) **Αντιμεταθετική ιδιότητα**: Δεν έχει σημασία με ποια σειρά πολλαπλασιάζω τους παράγοντες του γινομένου (5 x 8 = 8 x 5).

Ποιοι αριθμοί διαιρούνται με το 4, το 8 και το 25

Κριτήρια διαιρετότητας για τους αριθμούς 4, 8 και 25.

– Διαιρούνται ακριβώς με το 4 οι αριθμοί που τα δύο τελευταία ψηφία τους διαιρούνται με το 4 και οι αριθμοί που λήγουν σε 00.
– Διαιρούνται ακριβώς με το 8 οι αριθμοί που τα τρία τελευταία ψηφία τους διαιρούνται με το 8.
– Διαιρούνται ακριβώς με το 25 οι αριθμοί που τα δύο τελευταία ψηφία τους διαιρούνται με το 25 και οι αριθμοί που λήγουν σε 00. Δηλαδή οι αριθμοί που λήγουν σε 25, 50, 75 και 00.

Διαίρεση πολυψήφιου με τριψήφιο αριθμό

Οι όροι της διαίρεσης

Διαιρετέος
διαιρέτης

```
 350 | 15
 -30 |----
 ---  | 23
  50 |
 -45 |
 --- |
   5 |
```

πηλίκο
υπόλοιπο

Δ = δ · π + υ Η διαίρεση αυτής της μορφής ονομάζεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

Το υπόλοιπο είναι πάντα μικρότερο από τον διαιρέτη.

Η διαίρεση που δεν έχει υπόλοιπο ονομάζεται **τέλεια διαίρεση**.

Η τέλεια διαίρεση είναι η αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού.

Όταν διαιρώ έναν αριθμό με το 1, το πηλίκο είναι ο ίδιος ο αριθμός (15 : 1 = 15).

Όταν διαιρώ έναν αριθμό με τον εαυτό του, το πηλίκο είναι το 1 (15 : 15 = 1).

Θέλουμε να υπολογίσουμε τη διαίρεση 976.250 : 355 κάθετα.

Βήμα 1

```
 976.250 | 355
-710     |-----
 ---     | 2
 266     |
```

Βήμα 2

```
 976.250 | 355
-710     |-----
 ----    | 27
 2662    |
-2485    |
 ----    |
  177    |
```

Βήμα 3

```
 976.250 | 355
-710     |-----
 ----    | 275
 2662    |
-2485    |
 -----   |
  1775   |
 -1775   |
 -----   |
     0   |
```

Βήμα 4

```
 976.250 | 355
-710     |-----
 ----    | 2750
 2662    |
-2485    |
 -----   |
  1775   |
 -1775   |
 -----   |
     00  |
```

Προσοχή!
Δεν ξεχνώ να βάλω 0 στο πηλίκο!

Άρα 976.250 : 355 = 2.750.

Κάνω επαλήθευση

```
    2.750
  x   355
  -------
    13750
   137500
 + 825000
 --------
  976.250
```

Μαθηματικό Ημερολόγιο

Εκτελώ τις πράξεις. Εξηγώ πώς γίνονται.

6.584 x 126	65.109 | 274 2

....

....

....

Λύνω πρόβλημα

Μια εταιρεία παραγωγής τυροκομικών προϊόντων αγόρασε 3 καινούρια φορτηγά ψυγεία, που κόστισαν 110.395 ευρώ. Έδωσε τα 66.235 ευρώ και τα υπόλοιπα τα έβαλε σε άτοκες μηνιαίες δόσεις για 2 χρόνια. Πόσο είναι το ποσό της μηνιαίας δόσης που θα πληρώνει;

Απάντηση ....

Συλλογίζομαι

Συμπληρώνω τα ψηφία που λείπουν, ώστε οι αριθμοί να διαιρούνται:

α) με το 4 και το 8

4.8 __ __

25.54 __

735.3 __ 0

β) με το 4 και το 25

2. __ __ 0

75.8 __ 0

926. __ __ 0

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ενότητα 4

Κλάσματα

Μάθημα 18ο: Το κλάσμα ως διαίρεση και ως τελεστής
Θα μάθουμε να θεωρούμε τα κλάσματα ως διαιρέσεις και ως τελεστές.

Μάθημα 19ο: Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων
Θα προσθέτουμε και θα αφαιρούμε ετερώνυμα κλάσματα.

Μάθημα 20ό: Πολλαπλασιασμός κοινών ή συνηθισμένων κλασμάτων
Θα πολλαπλασιάζουμε κοινά ή συνηθισμένα γνήσια κλάσματα.

Μάθημα 21ο: Πολλαπλασιασμός κλασμάτων
Θα πολλαπλασιάζουμε κλάσματα.

Μάθημα 22ο: Διαίρεση κλασματικής μονάδας με φυσικό αριθμό
Θα διαιρούμε κλασματικές μονάδες με φυσικούς αριθμούς.

Μάθημα 23ο: Διαίρεση φυσικού αριθμού με κλασματική μονάδα
Θα διαιρούμε φυσικούς αριθμούς με κλασματικές μονάδες.

Μάθημα 24ο: Διαίρεση κοινών ή συνηθισμένων και ομώνυμων κλασμάτων
Θα διαιρούμε κοινά ή συνηθισμένα και ομώνυμα κλάσματα.

Μάθημα 25ο: Διαίρεση κλασμάτων
Θα διαιρούμε κλάσματα με τον κανόνα και θα αποδίδουμε νόημα στην πράξη.

Μάθημα 26ο: Προβλήματα με κλάσματα
Θα λύνουμε προβλήματα της καθημερινής ζωής που περιέχουν πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις κλασμάτων.

Τι μάθαμε στην 4η ενότητα

18 Το κλάσμα ως διαίρεση και ως τελεστής

Ερευνώ

1

Στην καλοκαιρινή κατασκήνωση

α) Σε μια σκηνή μένουν 5 παιδιά και έχουν για πρωινό 4 μπάρες δημητριακών. Θέλουν να τις μοιραστούν ίσα μεταξύ τους. Πόση μπάρα θα πάρει το κάθε παιδί;

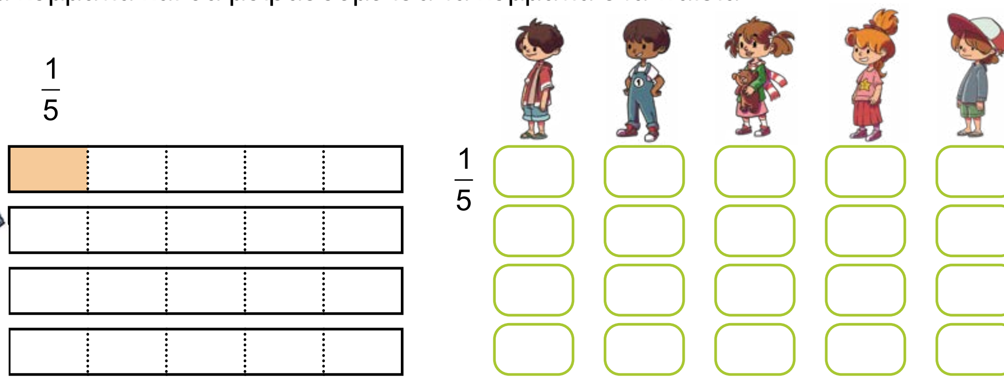
β) Στην κατασκήνωση θα αυξήσουν την ποσότητα από τις μπάρες δημητριακών που δίνουν σε κάθε ομάδα παιδιών και από 4 μπάρες θα τις κάνουν 7. Πόσες φορές θα αυξηθεί η ποσότητα από μπάρες που δίνουν σε κάθε ομάδα παιδιών;

ΒΙΝΤΕΟ

Ανακαλύπτω

2 **α)** Για να μοιράσουμε ίσα τις 4 μπάρες στα 5 παιδιά, θα κόψουμε την κάθε μπάρα σε 5 ίσα κομμάτια και θα μοιράσουμε ίσα τα κομμάτια στα παιδιά.

$\frac{1}{5}$



$\frac{1}{5}$

Από τη μία μπάρα το κάθε παιδί θα πάρει το $\frac{1}{5}$. Κάθε παιδί θα πάρει 4 κομμάτια του $\frac{1}{5}$.

Κάθε παιδί θα πάρει δηλαδή $4 \times \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ της μπάρας.

Θα μπορούσαμε να βρούμε πόσο θα πάρει το κάθε παιδί, αν διαιρούσαμε απευθείας τις 4 μπάρες με τα 5 παιδιά, δηλαδή $4 : 5 = \frac{4}{5}$.

Μαθαίνω

Το κλάσμα ως διαίρεση

Ένα κλάσμα, π.χ. το $\frac{2}{3}$, μπορεί να θεωρηθεί διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή (2 : 3).

Για παράδειγμα, 3 παιδιά μοιράζονται ίσα 2 μπάρες. Πόσο θα πάρει το κάθε παιδί;

Το κάθε παιδί θα πάρει από $\frac{2}{3}$, γιατί $\frac{2}{3}$ x 3 παιδιά = 2 μπάρες.

β) Οι μπάρες θα αυξηθούν και θα γίνουν 7. Για να βρούμε πόσες φορές θα αυξηθούν οι μπάρες, θα πρέπει να βρούμε με ποιον αριθμό θα πολλαπλασιάσουμε το 4 για να γίνει 7.

$4 \times \boxed{\;;\;} = 7$ Αν πολλαπλασιάσουμε το 4 με το $\frac{7}{4}$, θα έχουμε $4 \times \frac{7}{4} = \frac{\cancel{4} \times 7}{\cancel{4}} = 7$.

Άρα οι μπάρες θα αυξηθούν κατά $\frac{7}{4}$.

Μαθαίνω

Το κλάσμα ως τελεστής (πολλαπλασιαστής)

Ένα κλάσμα μπορεί να θεωρηθεί ως τελεστής (πολλαπλασιαστής) που δείχνει πόσες φορές μπορεί να μεγαλώνει $\left(\text{π.χ. } \frac{3}{2}\right)$ ή να μικραίνει κάτι $\left(\text{π.χ. } \frac{2}{3}\right)$.

Για παράδειγμα, ένα δέντρο που ήταν 2 μέτρα ψήλωσε και έγινε 3 μέτρα. Πόσες φορές μεγάλωσε το δέντρο; Το δέντρο μεγάλωσε $\frac{3}{2}$ ή 1,5 φορά.

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

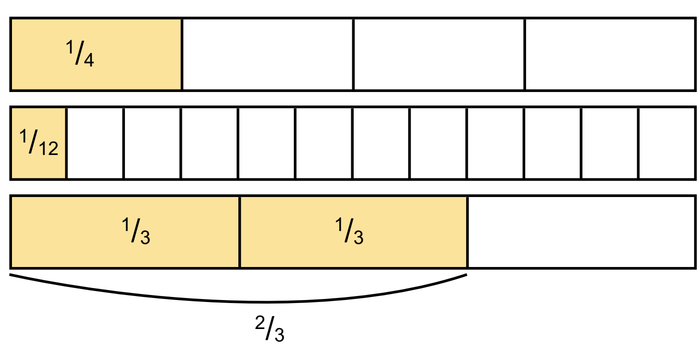
Ερευνώ

1

Σκουπίδια, ένα ετερογενές μείγμα

Ο Αλέξανδρος και η Κορίνα, επηρεασμένοι από το μάθημα των Φυσικών, βλέπουν τώρα τα σκουπίδια του σπιτιού τους ως ένα ετερογενές μείγμα. Θα κάνουν μια πρώτη διαλογή στα σκουπίδια του σπιτιού τους και θα ξεχωρίσουν το χαρτί, το γυαλί και το αλουμίνιο.

α) Τα παιδιά έβγαλαν από τα σκουπίδια του σπιτιού τους 1/4 kg αλουμίνιο και 2/3 kg χαρτί. Πόσο βάρος έχουν μαζί το αλουμίνιο και το χαρτί;



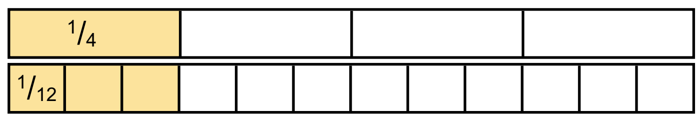
β) Στα σκουπίδια δεν υπήρχε γυαλί. Αν το αρχικό βάρος των σκουπιδιών ήταν $1\frac{2}{3}$ kg, πόσα κιλά σκουπίδια έμειναν μετά την αφαίρεση του αλουμίνιου και του χαρτιού;

Ανακαλύπτω

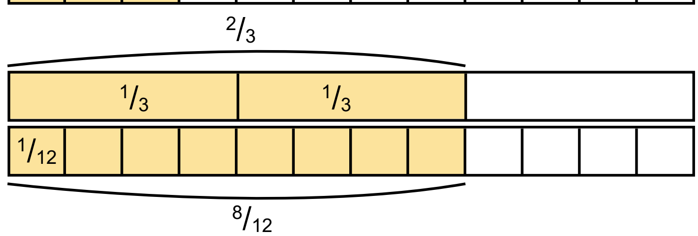
2 **α)** Για να βρούμε πόσο βάρος έχουν μαζί το αλουμίνιο και το χαρτί, θα προσθέσουμε 1/4 kg και 2/3 kg.

Για να μπορούμε να κάνουμε την πρόσθεση $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$, τα κλάσματα θα πρέπει να είναι ομώνυμα, να έχουν δηλαδή ίσους παρονομαστές. Για να κάνουμε τα κλάσματα 1/4 και 2/3 ομώνυμα, θα πρέπει να βρούμε ισοδύναμα κλάσματα με αυτά, τα οποία θα έχουν τον ίδιο παρονομαστή. Ο παρονομαστής των ισοδύναμων κλασμάτων είναι ένα κοινό πολλαπλάσιο του 4 και του 3, είναι δηλαδή το 4 x 3 = 12.

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times 3}{4\times 3}=\frac{3}{12}$$



$$\frac{2}{3}=\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{8}{12}$$



$$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}=\frac{1\times 3}{4\times 3}+\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{11}{12}$$

Άρα το αλουμίνιο και το χαρτί ζυγίζουν μαζί 11/12 kg.

β) Για να βρούμε πόσα κιλά σκουπίδια έμειναν μετά την αφαίρεση του αλουμινίου και του χαρτιού, θα αφαιρέσουμε από τα $1^2/_3$ kg τα 11/12 kg. Θα κάνουμε δηλαδή την αφαίρεση $1^2/_3$ – 11/12.

Αρχικά θα μετατρέψουμε το μεικτό κλάσμα $1^2/_3$ σε καταχρηστικό: $1\frac{2}{3}=\frac{3}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$

$1\frac{2}{3}-\frac{11}{12}=\frac{5}{3}-\frac{11}{12}$. Για να κάνουμε αυτή την αφαίρεση, πρέπει τα κλάσματα να είναι ομώνυμα.

$\frac{5}{3}-\frac{11}{12}=\frac{5\times 4}{3\times 4}-\frac{11}{12}=\frac{20}{12}-\frac{11}{12}=\frac{20-11}{12}=\frac{9}{12}$. Άρα θα περισσέψουν $\frac{9}{12}$ kg σκουπίδια.

Μαθαίνω

Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερώνυμα κλάσματα, κλάσματα δηλαδή με διαφορετικούς παρονομαστές, θα πρέπει να μετατρέψουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα, σε κλάσματα δηλαδή με ίδιους παρονομαστές. Για να μετατρέψουμε τα ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα, χρησιμοποιούμε τα ισοδύναμα κλάσματα. Πολλαπλασιάζουμε δηλαδή τους όρους του ενός ή και των δύο κλασμάτων με έναν αριθμό, ώστε να γίνουν ομώνυμα.

Για παράδειγμα στην αφαίρεση $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$ πολλαπλασιάζουμε κάθε κλάσμα με τον παρονομαστή του άλλου.

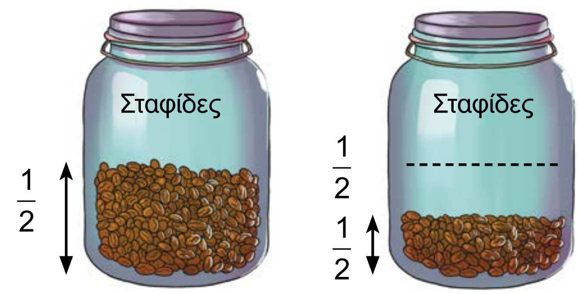
$$\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{4\times 3}{5\times 3}-\frac{2\times 5}{3\times 5}=\frac{12}{15}-\frac{10}{15}=\frac{2}{15}$$

20 Πολλαπλασιασμός κοινών ή συνηθισμένων κλασμάτων

1

Τα παιδιά φτιάχνουν μπισκότα

Θα χρησιμοποιήσουμε το 1/2 από τις σταφίδες που έμειναν στο βάζο.



α) Το βάζο είναι γεμάτο κατά το 1/2 με σταφίδες. Τα παιδιά πρέπει να χρησιμοποιήσουν το 1/2 από αυτές. Πόσο μέρος του βάζου με σταφίδες θα χρησιμοποιήσουν;
Για να βρω το 1/2 του 1/2, κάνω ένα σχέδιο. Ποια πράξη αντιστοιχεί;

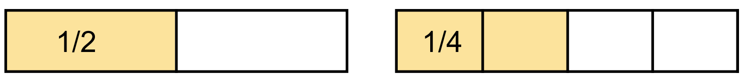
β) Η κανάτα είναι γεμάτη κατά τα 3/4 με λάδι. Τα παιδιά χρειάζονται να χρησιμοποιήσουν το 1/2 από αυτό. Πόσο μέρος της κανάτας θα χρησιμοποιήσουν;

Για να βρω το 1/2 του 3/4, κάνω ένα σχέδιο. Ποια πράξη αντιστοιχεί;

Ανακαλύπτω

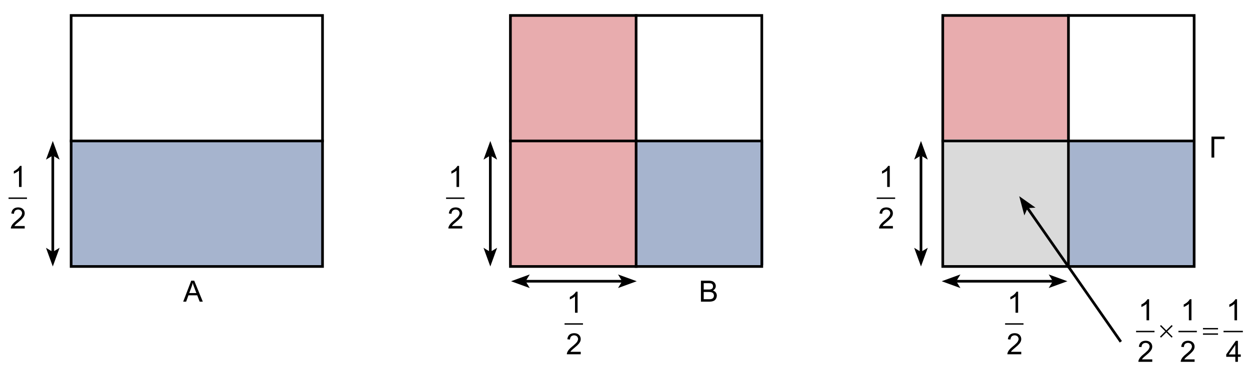
2 **α)** Τα παιδιά, για να φτιάξουν τα μπισκότα, θα χρησιμοποιήσουν το 1/2 του 1/2 του βάζου με τις σταφίδες. Θα χρησιμοποιήσουν δηλαδή το μισό του μισού του βάζου.

Το 1/2 του 1/2 είναι 1/4.



Επομένως, και 1/2 x 1/2 = 1/4.

Τον πολλαπλασιασμό 1/2 x 1/2 τον αναπαριστούμε και με το μοντέλο του εμβαδού του ορθογώνιου παραλληλογράμμου.



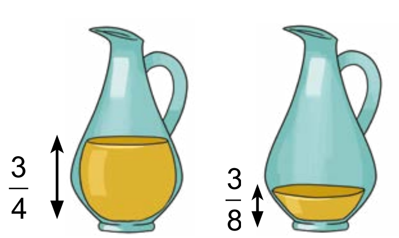
Στην κατακόρυφη πλευρά του ορθογωνίου σημειώνουμε το 1/2 και χωρίζουμε το ορθογώνιο οριζόντια σε δύο ίσα τμήματα.

Στην οριζόντια πλευρά του ορθογωνίου σημειώνουμε το 1/2 και χωρίζουμε το ορθογώνιο κατακόρυφα σε δύο ίσα τμήματα.

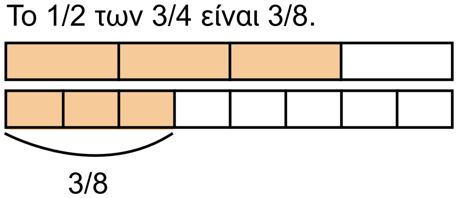
Η κοινή τομή (το γκρίζο) των δύο χωρισμών σε 1/2 (κόκκινο) και 1/2 (μπλε) αναπαριστά το γινόμενο 1/2 x 1/2.

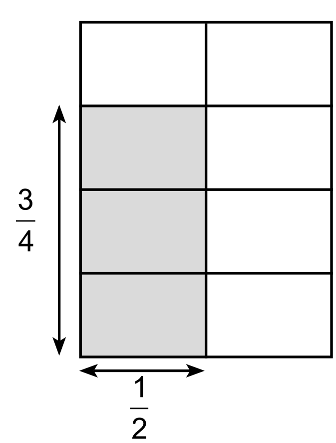
Άρα τα παιδιά, για να φτιάξουν τα μπισκότα τους, θα χρησιμοποιήσουν το 1/4 του βάζου με σταφίδες.

β)



Το 1/2 των 3/4 είναι 3/8.





$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

Άρα τα παιδιά θα χρησιμοποιήσουν τα 3/8 της κανάτας.

ΒΙΝΤΕΟ

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

21 Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Ερευνώ

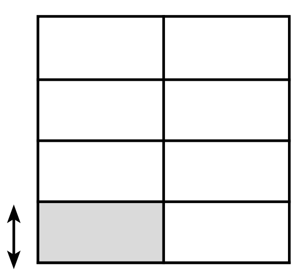
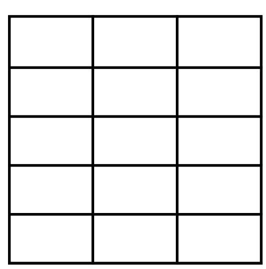
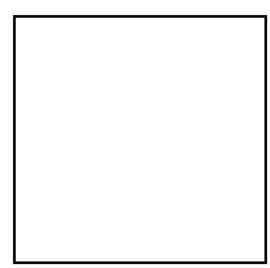
1 **Παρατηρώ τους πολλαπλασιασμούς των κλασμάτων**

α) Η δασκάλα πρότεινε τρεις πολλαπλασιασμούς στον πίνακα. Κάνω μια εκτίμηση για το αποτέλεσμα.

1) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ **2)** $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$ **3)** $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$

β) Υπολογίζω τους πολλαπλασιασμούς με τη βοήθεια των μοντέλων του εμβαδού ορθογώνιου παραλληλογράμμου.

1) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \boxed{}$ **2)** $\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \boxed{}$ **3)** $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \boxed{}$

γ) Τι παρατηρώ για τα γινόμενα και τα αποτελέσματά τους; Πώς μπορώ να τα υπολογίσω χωρίς τα μοντέλα του εμβαδού ορθογωνίου;

Ανακαλύπτω

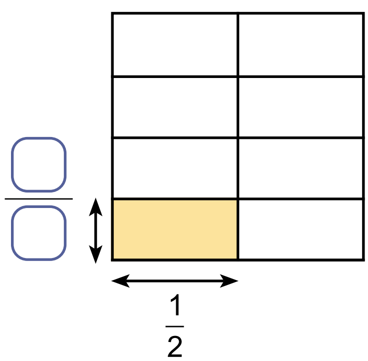
2 **α)** Εκτιμώ το αποτέλεσμα των παρακάτω πολλαπλασιασμών:

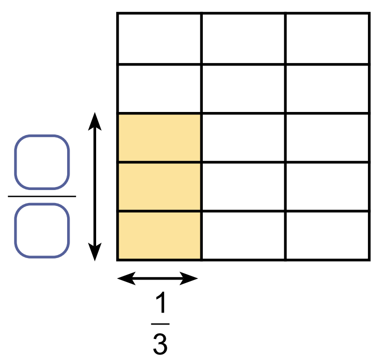
1) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$ είναι το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{4}$, δηλαδή το μισό του $\frac{1}{4}$, θα είναι μικρότερο από το $\frac{1}{4}$.

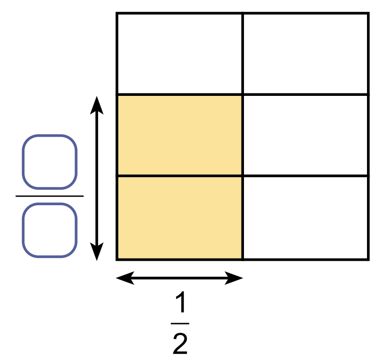
2) $\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}$ είναι το $\frac{1}{3}$ των $\frac{3}{5}$, θα είναι μικρότερο από τα $\frac{3}{5}$.

3) $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$ είναι το $\frac{1}{2}$ των $\frac{2}{3}$, δηλαδή το μισό των $\frac{2}{3}$, θα είναι μικρότερο από τα $\frac{2}{3}$.

β) Υπολογίζουμε τους πολλαπλασιασμούς με τη βοήθεια των μοντέλων του εμβαδού ορθογώνιου παραλληλογράμμου.







1) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$ **2)** $\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{15}$ **3)** $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{6}$

Παρατηρούμε ότι στο αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού ο παρονομαστής εκφράζει τον συνολικό αριθμό από τα τετραγωνάκια και ο αριθμητής το σκιασμένο μέρος.

Παρατηρώ ότι, όταν πολλαπλασιάζω δύο κλάσματα, πολλαπλασιάζω αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή!

Μαθαίνω

Πολλαπλασιασμός κλάσματος με κλάσμα

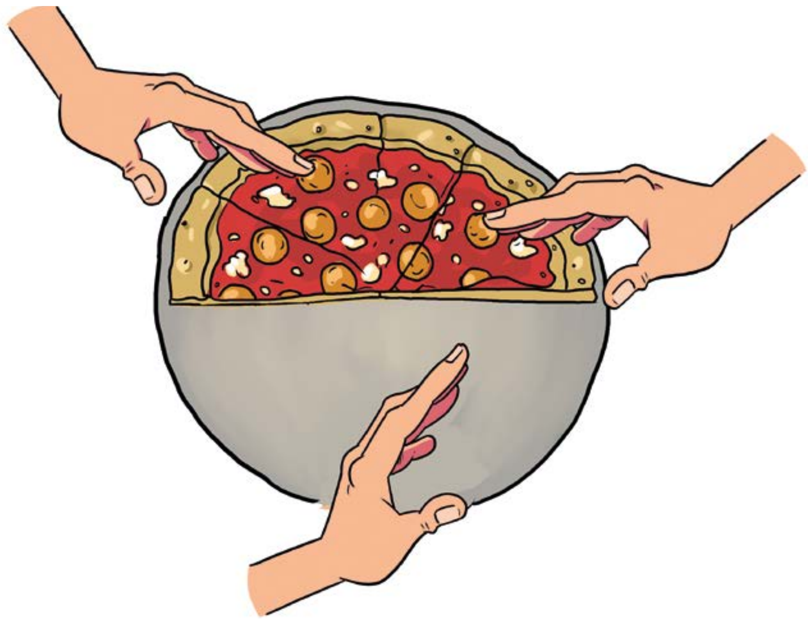
Όταν πολλαπλασιάζουμε δύο κλάσματα, π.χ. $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}$, το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ένα κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών $\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{3\times2}{4\times5}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$.

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

22 Διαίρεση κλασματικής μονάδας με φυσικό αριθμό

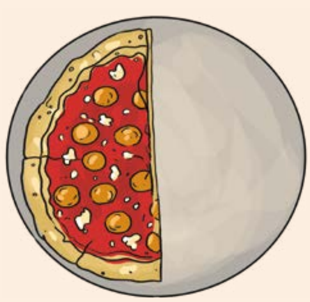
1

Τα κομμάτια της πίτσας



Τη μισή πίτσα που έμεινε στο κουτί θα τη μοιραστούν ίσα τα τρία παιδιά.

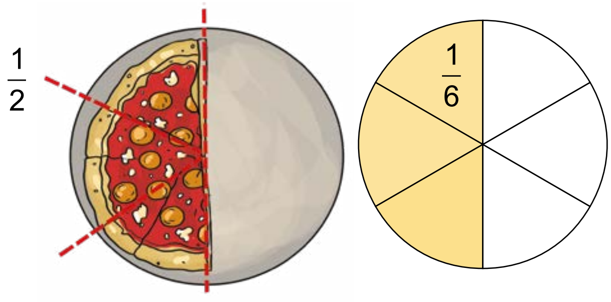
α) Ποιο κλάσμα της αρχικής πίτσας θα πάρει το κάθε παιδί; Κάνω ένα σχέδιο.



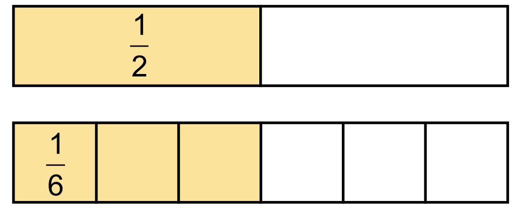
β) Ποια πράξη αντιστοιχεί στη μοιρασιά του 1/2 της πίτσας σε 3 ίσα μέρη;

Ανακαλύπτω

2 **α)** Τη μισή πίτσα τη χωρίζουμε σε 3 ίσα κομμάτια.



ή



Αν χωρίσουμε τη μισή πίτσα σε 3 ίσα κομμάτια, το κάθε κομμάτι θα είναι το $\frac{1}{6}$ της πίτσας.

β) Η πράξη που αντιστοιχεί στη μοιρασιά του 1/2 της πίτσας σε 3 ίσα μέρη είναι η διαίρεση $\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$.

Παρατηρώ ότι στο αποτέλεσμα ο παρονομαστής 6 προκύπτει από το γινόμενο 2 x 3 του αρχικού παρονομαστή 2 με τον φυσικό αριθμό 3.

3 Πολλαπλασιάζω με έναν αριθμό για να έχω αποτέλεσμα 1.

$4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$ $\quad \frac{1}{6} \times 6 = \frac{6}{6} = 1$ $\quad \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$ $\quad \frac{5}{6} \times \frac{\square}{\square} = \frac{30}{30} = 1$

$\frac{1}{8} \times \frac{\square}{\square} = 1$ $\quad 7 \times \frac{\square}{\square} = 1$ $\quad \frac{6}{7} \times \frac{\square}{\square} = 1$ $\quad \frac{5}{3} \times \frac{\square}{\square} = 1$

Μαθαίνω

Αντίστροφοι αριθμοί

Όταν το γινόμενο δύο αριθμών είναι ίσο με 1, οι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι.

Για παράδειγμα, ο αντίστροφος του 6 είναι το $\frac{1}{6}$, επειδή $6 \times \frac{1}{6} = 1$,

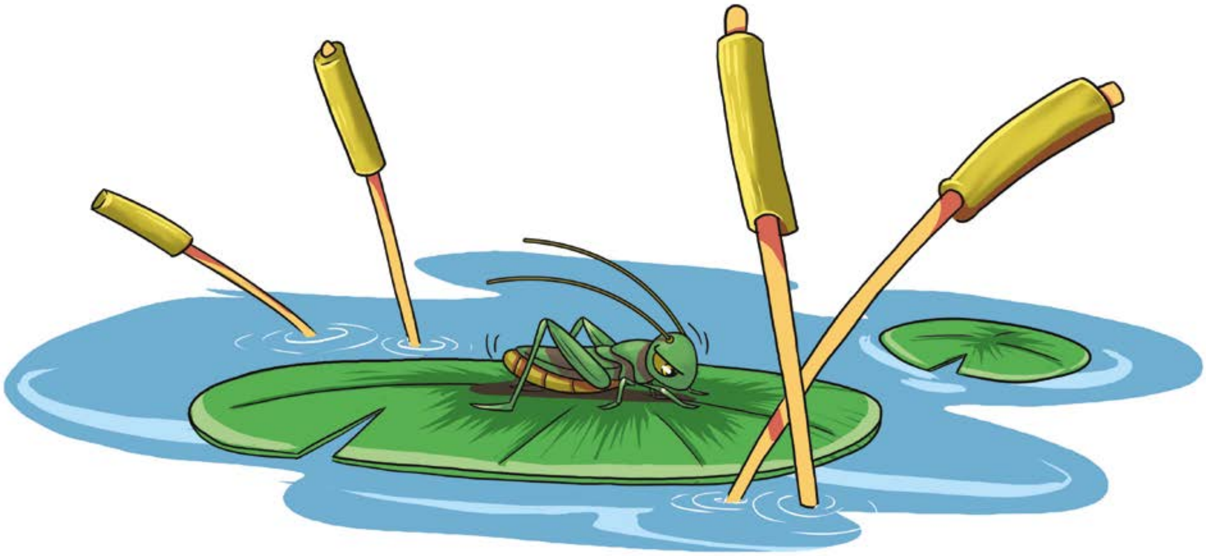
και ο αντίστροφος του $\frac{1}{6}$ είναι το 6. Ο αντίστροφος αριθμός του $\frac{3}{2}$ είναι το $\frac{2}{3}$, επειδή $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$.

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Ερευνώ

1

Τα άλματα της ακρίδας



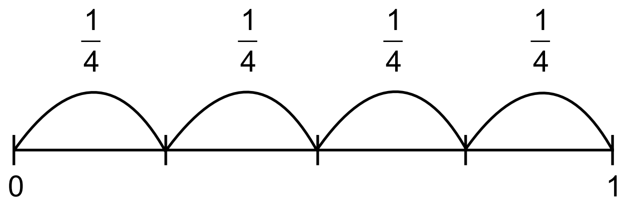
Μια ακρίδα πηδάει με ίσα άλματα. Κάθε άλμα είναι το 1/4 του μέτρου.

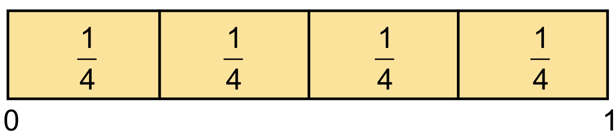
α) Πόσα άλματα θα κάνει η ακρίδα για να διανύσει 1 μέτρο; Κάνω ένα σχέδιο.

β) Πόσα άλματα θα κάνει η ακρίδα για να διανύσει 3 μέτρα; Κάνω ένα σχέδιο.
Ποια πράξη αντιστοιχεί σε αυτόν τον υπολογισμό;

Ανακαλύπτω

2 **α)** Υπολογίζω πόσα άλματα του $\frac{1}{4}$ του μέτρου θα κάνει η ακρίδα, για να διανύσει απόσταση 1 μέτρου.

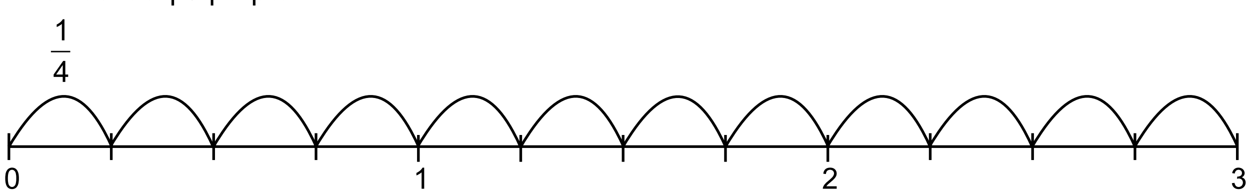


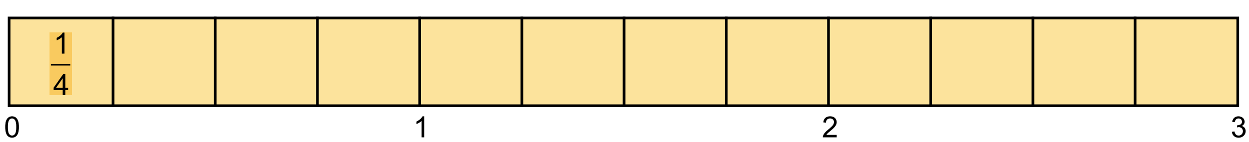


Η ακρίδα, για να διανύσει 1 μέτρο, θα κάνει 4 άλματα του $\frac{1}{4}$ του μέτρου.

$$1 : \frac{1}{4} = 4, \text{ γιατί } 4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1.$$

β) Υπολογίζω πόσα άλματα του $\frac{1}{4}$ του μέτρου θα κάνει η ακρίδα για να διανύσει απόσταση 3 μέτρων.





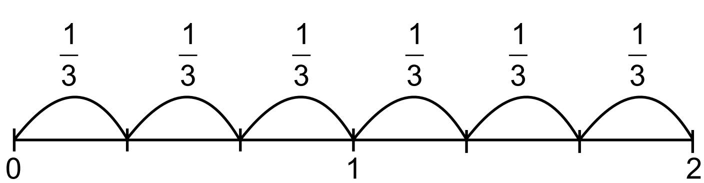
Η ακρίδα, για να διανύσει 3 μέτρα, θα κάνει 12 άλματα του $\frac{1}{4}$ του μέτρου.

$$3 : \frac{1}{4} = 12, \text{ γιατί } 12 \times \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

Μαθαίνω

Διαίρεση φυσικού αριθμού με κλασματική μονάδα

Σε μια διαίρεση φυσικού αριθμού με κλασματική μονάδα, π.χ. $2 : \frac{1}{3}$, μετράμε πόσες φορές χωράει η κλασματική μονάδα $\left(\frac{1}{3}\right)$ στον φυσικό αριθμό 2. Η κλασματική μονάδα $\frac{1}{3}$ χωράει 3 φορές στο 1. Επομένως στο 2 θα χωράει 2 x 3 = 6 φορές: $2 : \frac{1}{3} = 6$.



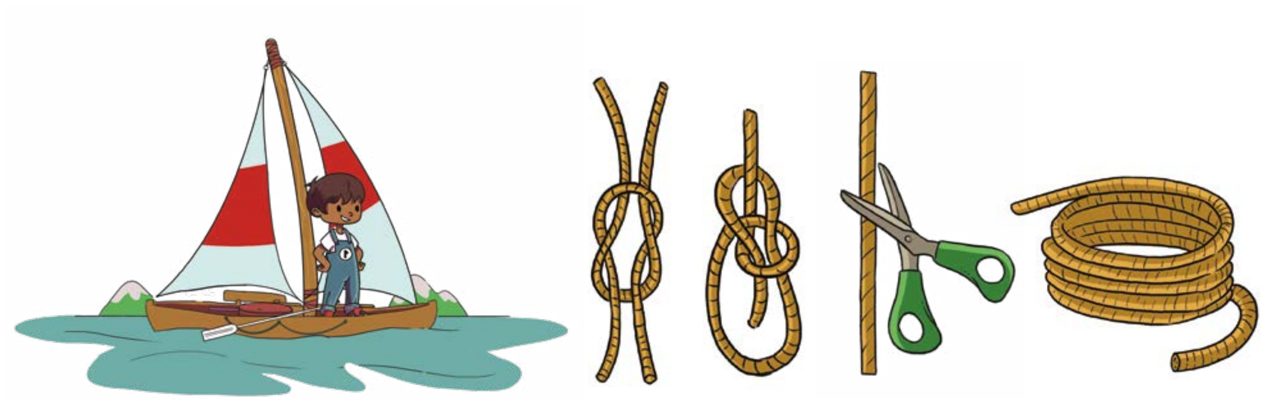
ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Ερευνώ

1

Οι ναυτικοί κόμποι



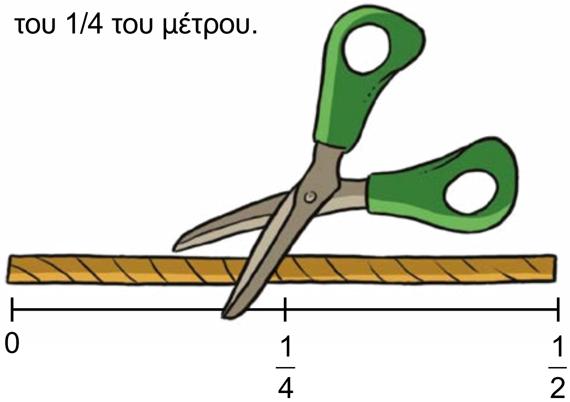
Σε έναν ναυτικό όμιλο οι μαθητευόμενοι ιστιοπλόοι θα μάθουν να κάνουν ναυτικούς κόμπους. Κόβουν σχοινιά σε κομμάτια.

α) Χωρίζουν ένα σχοινί, που έχει μήκος 1/2 του μέτρου, σε κομμάτια του 1/4 του μέτρου. Πόσα κομμάτια θα δημιουργηθούν; Κάνω ένα σχέδιο. Ποια πράξη αντιστοιχεί;

β) Ένα σχοινί με μήκος 8/5 του μέτρου το χωρίζουν σε κομμάτια των 2/5 του μέτρου. Πόσα κομμάτια θα δημιουργηθούν; Κάνω ένα σχέδιο. Ποια πράξη αντιστοιχεί;

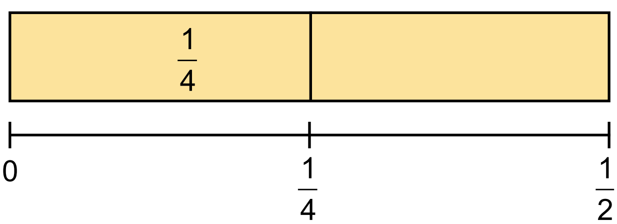
Ανακαλύπτω

2 **α)** Το σχοινί με μήκος 1/2 του μέτρου, αν το χωρίσουμε στη μέση, θα έχουμε δύο κομμάτια του 1/4 του μέτρου.



$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$

Μέσα στο 1/2 του μέτρου υπάρχουν 2 κομμάτια του 1/4 του μέτρου.

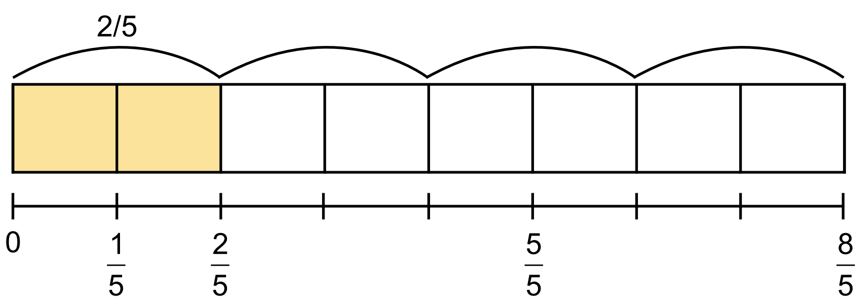


$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$

Το 1/4 χωράει δύο φορές μέσα στο 1/2.

Άρα από το 1/2 του μέτρου θα δημιουργηθούν 2 κομμάτια του 1/4 του μέτρου.

β) Για να βρούμε πόσα κομμάτια σχοινί των 2/5 θα δημιουργηθούν από τα 8/5, θα εξετάσουμε πόσες φορές χωράνε τα 2/5 στα 8/5.



$\frac{8}{5} : \frac{2}{5} = 4$

Τα 2/5 χωράνε 4 φορές μέσα στα 8/5.

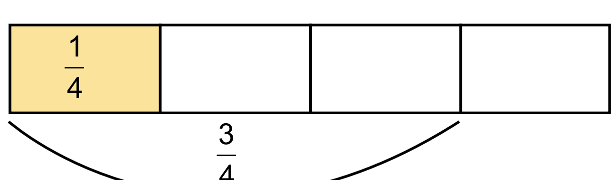
Άρα από τα 8/5 θα δημιουργηθούν 4 κομμάτια των 2/5 του μέτρου.

Μαθαίνω

Διαίρεση με κοινά ή συνηθισμένα και ομώνυμα κλάσματα

Όταν έχουμε να διαιρέσουμε μεταξύ τους κοινά ή συνηθισμένα ή ομώνυμα κλάσματα, όπως π.χ. 3/4 : 1/4, εξετάζουμε πόσες φορές χωράει ο διαιρέτης (1/4) στον διαιρετέο (3/4).

$\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 3$

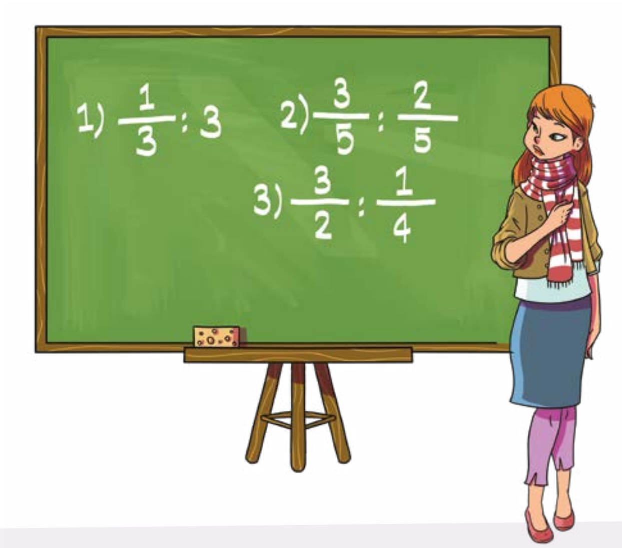


ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

25 Διαίρεση κλασμάτων

1

Παρατηρώ τις διαιρέσεις των κλασμάτων

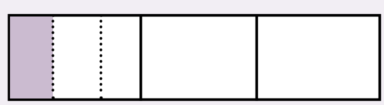


α) Η δασκάλα πρότεινε τρεις διαιρέσεις στον πίνακα. Κάνω μια εκτίμηση για το αποτέλεσμα.

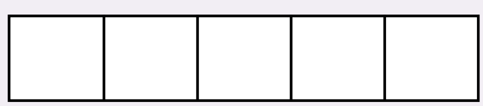
1) $\frac{1}{3}:3$ **2)** $\frac{3}{5}:\frac{2}{5}$ **3)** $\frac{3}{2}:\frac{1}{4}$

β) Συμπληρώνω τα διαγράμματα και υπολογίζω τις διαιρέσεις.

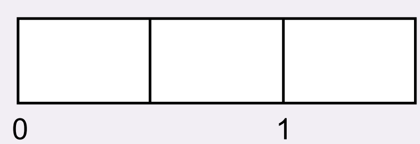
1) $\frac{1}{3}:3 =$ ☐



2) $\frac{3}{5}:\frac{2}{5} =$ ☐



3) $\frac{3}{2}:\frac{1}{4} =$ ☐



γ) Τι παρατηρώ για τις διαιρέσεις και τα αποτελέσματά τους; Πώς μπορώ να τα υπολογίσω χωρίς τα διαγράμματα;

Ανακαλύπτω

2 **α)** Εκτιμώ το αποτέλεσμα των διαιρέσεων.

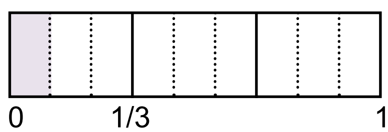
1) $\frac{1}{3}:3$ Θα χωρίσουμε το 1/3 σε 3 ίσα μέρη. Άρα το αποτέλεσμα θα είναι μικρότερο από το 1/3.

2) $\frac{3}{5}:\frac{2}{5}$ Το αποτέλεσμα θα δείχνει πόσες φορές χωράει το 2/5 στο 3/5 και, επειδή το 2/5 είναι μικρότερο από το 3/5, θα χωράει τουλάχιστον μία φορά.

3) $\frac{3}{2}:\frac{1}{4}$ Το αποτέλεσμα θα δείχνει πόσες φορές χωράει το 1/4 στο 3/2. Επειδή το 3/2 είναι μεγαλύτερο από το 1 και το 1/4 χωράει 4 φορές στο 1, το αποτέλεσμα θα είναι μεγαλύτερο από το 4.

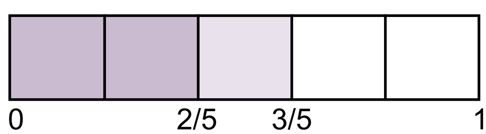
β) Υπολογίζουμε τις διαιρέσεις με τη βοήθεια των διαγραμμάτων.

1) $\frac{1}{3}:3=\frac{1}{9}$



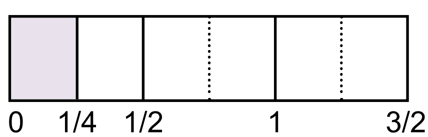
Χωρίζουμε το 1/3 σε 3 ίσα μέρη και γίνεται 1/9.

2) $\frac{3}{5}:\frac{2}{5}=\frac{3}{2}$



Το 2/5 χωράει στο 3/5, 1,5 ή 3/2 φορές.

3) $\frac{3}{2}:\frac{1}{4}=6$



Το 1/4 χωράει στο 3/2 6 φορές.

γ) **1)** $\frac{1}{3}:3=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ **2)** $\frac{3}{5}:\frac{2}{5}=\frac{3}{5}\times\frac{5}{2}=\frac{3\times5}{5\times2}=\frac{3}{2}$

3) $\frac{3}{2}:\frac{1}{4}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{1}=\frac{3\times4}{2\times1}=\frac{12}{2}=6$

Παρατηρώ στις διαιρέσεις ότι μπορώ να έχω το ίδιο αποτέλεσμα, αν αντιστρέψω τον διαιρέτη και τον πολλαπλασιάσω με τον διαιρετέο.

Μαθαίνω

Διαίρεση κλάσματος με κλάσμα

Όταν διαιρούμε δύο κλάσματα, π.χ. $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}$, αντιστρέφουμε τον διαιρέτη $\left(\frac{1}{2}\rightarrow\frac{2}{1}\right)$ και τον πολλαπλασιάζουμε με τον διαιρετέο $\left(\frac{3}{4}\right)$.

$$\frac{3}{4}:\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\times\frac{2}{1}=\frac{3\times2}{4\times1}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ερευνώ

1

Το κοκτέιλ χυμού

Η Κορίνα ετοιμάζει ένα κοκτέιλ χυμού σε μια κανάτα χωρητικότητας 1,5 L.
Αδειάζει μέσα στην κανάτα όλο το περιεχόμενο των δύο παραπάνω κουτιών με χυμό.

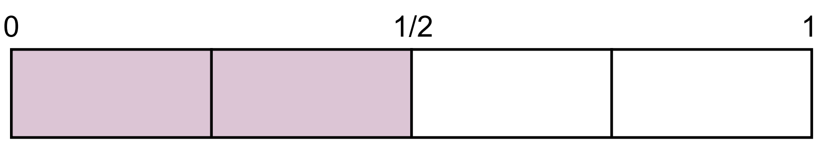
α) Θα χωρέσει στην κανάτα το περιεχόμενο των δύο κουτιών;

β) Το κοκτέιλ του χυμού από την κανάτα η Κορίνα το μοιράζει ίσα σε 10 μικρά ποτήρια.
Πόσο χυμό θα βάλει σε κάθε ποτήρι; Κάνω ένα σχήμα για να δείξω τη μοιρασιά στα ποτήρια.

2 **α)** Θα προσθέσω τον όγκο των δύο κουτιών χυμού 3/4 L και 1/2 L για να βρω πόσο όγκο έχουν μαζί.

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{5}{4}$$

Άρα τα δύο κουτιά μαζί είναι 5/4 L ή $1^1/_4$ L, που είναι λιγότερο από τα 1,5 L ή $1^1/_2$ L, που είναι η χωρητικότητα της κανάτας.

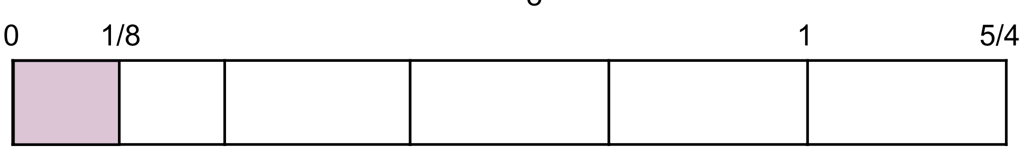


Επομένως, ο χυμός από τα δύο κουτιά μαζί θα χωρέσει στην κανάτα.

β) Το κοκτέιλ του χυμού στην κανάτα έχει όγκο 5/4 L και το μοιράζουμε σε 10 ποτήρια.

Ο χυμός που θα βάλει σε κάθε ποτήρι θα είναι: $\frac{5}{4}:10=\frac{5}{4}\times\frac{1}{10}=\frac{5\times1}{4\times10}=\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$.

Άρα σε κάθε ποτήρι η Κορίνα θα βάλει $\frac{1}{8}$ L κοκτέιλ χυμού.



3 Η Ελένη υπολογίζει ότι το μισό των δύο πέμπτων των πέντε τετάρτων μιας κορδέλας 280 cm είναι 70 cm. Υπολόγισε σωστά η Ελένη;

Το κλάσμα ως διαίρεση και ως τελεστής

Το κλάσμα ως διαίρεση

Ένα κλάσμα, π.χ. το $\frac{3}{4}$, μπορεί να θεωρηθεί ως διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή (3 : 4).

Για παράδειγμα 4 παιδιά μοιράζονται ίσα 3 μπάρες. Πόσο θα πάρει το κάθε παιδί;

Το κάθε παιδί θα πάρει από $\frac{3}{4}$, γιατί $\frac{3}{4}$ x 4 παιδιά = 3 μπάρες.

Το κλάσμα ως τελεστής (πολλαπλασιαστής)

Ένα κλάσμα μπορεί να θεωρηθεί ως τελεστής (πολλαπλασιαστής), που δείχνει πόσες φορές μπορεί να μεγαλώνει $\left(\text{π.χ. } \frac{3}{2}\right)$ ή να μικραίνει κάτι $\left(\text{π.χ. } \frac{2}{3}\right)$.

Για παράδειγμα, ένα δέντρο που ήταν 2 μέτρα ψήλωσε και έγινε 3 μέτρα. Πόσες φορές μεγάλωσε το δέντρο; Το δέντρο μεγάλωσε $\frac{3}{2}$ ή 1,5 φορά.

Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερώνυμα κλάσματα, κλάσματα δηλαδή με διαφορετικούς παρονομαστές, θα πρέπει να μετατρέψουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα, σε κλάσματα δηλαδή με ίδιους παρονομαστές.

Για να μετατρέψουμε τα ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα, χρησιμοποιούμε τα ισοδύναμα κλάσματα. Πολλαπλασιάζουμε δηλαδή τους όρους του ενός ή και των δύο κλασμάτων με έναν αριθμό ώστε να γίνουν ομώνυμα.

Για παράδειγμα, στην αφαίρεση 4/5 – 2/3 πολλαπλασιάζουμε κάθε κλάσμα με τον παρονομαστή του άλλου.

$$\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{4\times 3}{5\times 3}-\frac{2\times 5}{3\times 5}=\frac{12}{15}-\frac{10}{15}=\frac{2}{15}$$

Για να μπορούμε να κάνουμε την αφαίρεση 4/5 – 2/3, τα κλάσματα θα πρέπει να είναι ομώνυμα, να έχουν δηλαδή τον ίδιο παρονομαστή. Για να κάνουμε τα κλάσματα 4/5 και 2/3 ομώνυμα, θα πρέπει να βρούμε ισοδύναμα κλάσματα με αυτά, τα οποία θα έχουν τον ίδιο παρονομαστή. Ο παρονομαστής των ισοδύναμων κλασμάτων είναι ένα κοινό πολλαπλάσιο του 5 και του 3, είναι δηλαδή το 5 x 3 =15.

$$\frac{4}{5}=\frac{4\times 3}{5\times 3}=\frac{12}{15}$$

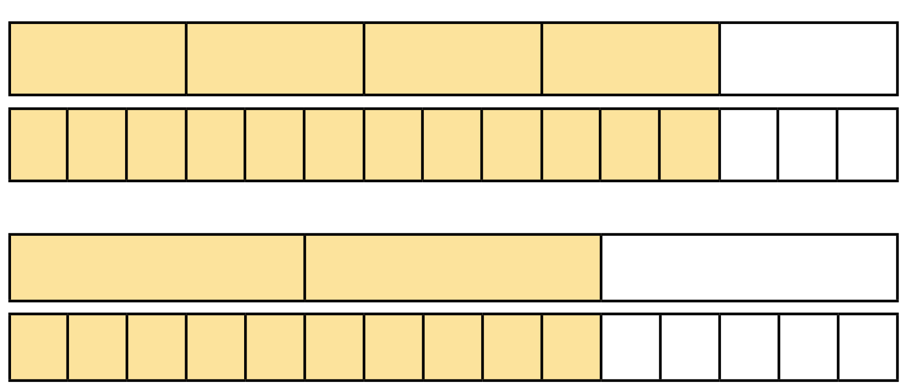
$$\frac{2}{3}=\frac{2\times 5}{3\times 5}=\frac{10}{15}$$

4/5

12/15

2/3

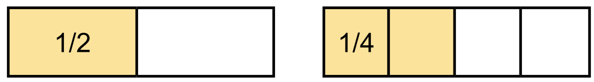
10/15



Πολλαπλασιασμός κοινών ή συνηθισμένων κλασμάτων

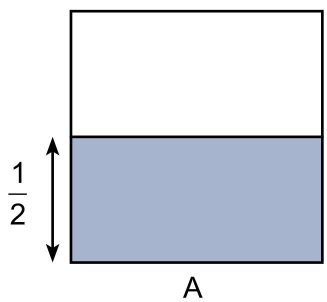
Θέλω να υπολογίσω το 1/2 του 1/2, το οποίο σημαίνει το ίδιο με τον πολλαπλασιασμό 1/2 x 1/2.

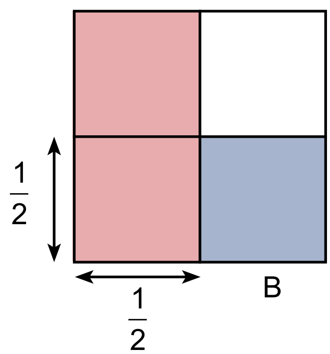
Το 1/2 του 1/2 είναι 1/4.

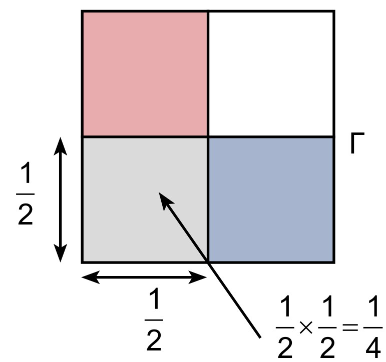


Επομένως και 1/2 x 1/2 = 1/4.

Τον πολλαπλασιασμό 1/2 x 1/2 τον αναπαριστούμε και με το μοντέλο του εμβαδού του ορθογώνιου παραλληλογράμμου.







Στην κατακόρυφη πλευρά του ορθογωνίου σημειώνουμε το 1/2 και χωρίζουμε το ορθογώνιο οριζόντια σε δύο ίσα τμήματα.

Στην οριζόντια πλευρά του ορθογωνίου σημειώνουμε το 1/2 και χωρίζουμε το ορθογώνιο κατακόρυφα σε δύο ίσα τμήματα.

Η κοινή τομή (το γκρίζο) των δύο χωρισμών σε 1/2 (κόκκινο) και 1/2 (μπλε) αναπαριστά το γινόμενο 1/2 x 1/2.

Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Πολλαπλασιασμός κλάσματος επί κλάσμα

Όταν πολλαπλασιάζουμε δύο κλάσματα, π.χ. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$, το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ένα κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

Διαίρεση κλασματικής μονάδας με φυσικό αριθμό

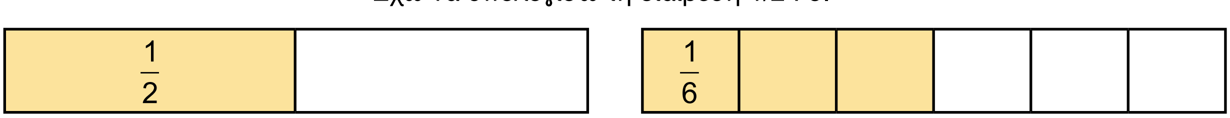
Αντίστροφοι αριθμοί

Όταν το γινόμενο δύο αριθμών είναι ίσο με 1, οι αριθμοί λέγονται αντίστροφοι.

Για παράδειγμα, ο αντίστροφος του 6 είναι το $\frac{1}{6}$, επειδή $6 \times \frac{1}{6} = 1$,

και ο αντίστροφος του $\frac{1}{6}$ είναι το 6. Ο αντίστροφος αριθμός του $\frac{3}{2}$ είναι το $\frac{2}{3}$, επειδή $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$.

Έχω να υπολογίσω τη διαίρεση 1/2 : 3.

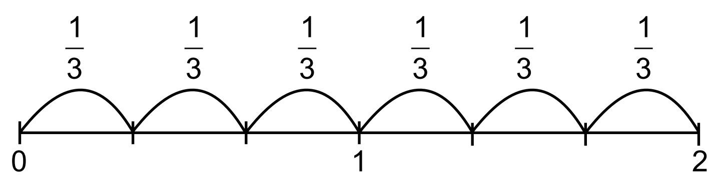


Αν χωρίσω δηλαδή το 1/2 σε 3 ίσα μέρη, παίρνω το 1/6: $\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$.

Μπορώ να πω ότι 1/2 : 3 = 1/2 x 1/3 = 1/6. Πολλαπλασιάζω δηλαδή το 1/2 με τον αντίστροφο του 3, που είναι το 1/3.

Διαίρεση φυσικού αριθμού με κλασματική μονάδα

Σε μια διαίρεση φυσικού αριθμού με κλασματική μονάδα, π.χ. $2 : \frac{1}{3}$, μετράμε πόσες φορές χωράει η κλασματική μονάδα $\left(\frac{1}{3}\right)$ στον φυσικό αριθμό 2. Η κλασματική μονάδα $\frac{1}{3}$ χωράει 3 φορές στο 1. Επομένως στο 2 θα χωράει 2 x 3 = 6 φορές. $2 : \frac{1}{3} = 6$

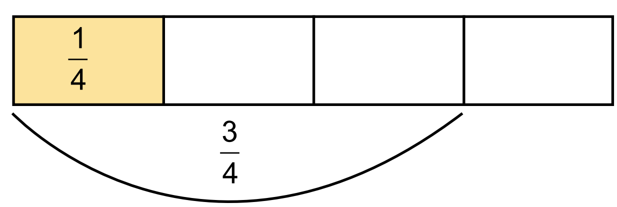


Μπορώ να πω ότι 2 : 1/ 3 = 2 x 3 = 6. Πολλαπλασιάζω δηλαδή το 2 με τον αντίστροφο του 1/3, που είναι το 3.

Διαίρεση κοινών ή συνηθισμένων και ομώνυμων κλασμάτων

Όταν έχουμε να διαιρέσουμε μεταξύ τους κοινά ή συνηθισμένα ή ομώνυμα κλάσματα, όπως π.χ. 3/4 : 1/4, εξετάζουμε πόσες φορές χωράει ο διαιρέτης (1/4) στον διαιρετέο (3/4).

$\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 3$



Μπορώ να πω ότι 3/4 : 1/ 4 = 3/4 x 4 = 3. Πολλαπλασιάζω δηλαδή το 3/4 με τον αντίστροφο του 1/4, που είναι το 4.

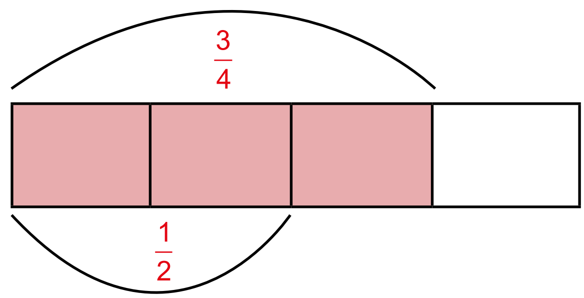
Διαίρεση κλασμάτων

Διαίρεση κλάσματος με κλάσμα

Όταν διαιρούμε δύο κλάσματα, π.χ. $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$, αντιστρέφουμε τον διαιρέτη $\left(\frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{1}\right)$ και τον πολλαπλασιάζουμε με τον διαιρετέο $\left(\frac{3}{4}\right)$.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{3 \times 2}{4 \times 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Η διαίρεση 3/4 : 1/2 σημαίνει πόσες φορές χωράει το 1/2 στο 3/4. Το 3/4 = 1/2 + 1/4.
Άρα το 1/2 χωράει στο 3/4 μία και μισή φορά, δηλαδή 3/4 : 1/2 = 1,5 = 3/2.



ΠΑΙΧΝΙΔΙ

Ενότητα 5

Δεκαδικοί αριθμοί και ποσοστά

Μάθημα 27ο: Οι δεκαδικοί αριθμοί ως κλάσματα
Θα μάθουμε να θεωρούμε τους δεκαδικούς αριθμούς ως κλάσματα.

Μάθημα 28ο: Πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών
Θα πραγματοποιούμε προσθέσεις και αφαιρέσεις δεκαδικών αριθμών.

Μάθημα 29ο: Πολλαπλασιασμός δεκαδικών με το 10, το 100 και το 1.000
Θα πραγματοποιούμε πολλαπλασιασμούς δεκαδικών με το 10, το 100 και το 1.000.

Μάθημα 30ό: Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών
Θα πραγματοποιούμε πολλαπλασιασμούς δεκαδικών αριθμών.

Μάθημα 31ο: Διαίρεση με το 10, το 100 και το 1.000
Θα πραγματοποιούμε διαιρέσεις δεκαδικών με το 10, το 100 και το 1.000.

Μάθημα 32ο: Διαίρεση δεκαδικών αριθμών
Θα πραγματοποιούμε διαιρέσεις δεκαδικών αριθμών.

Μάθημα 33ο: Εισαγωγή στα ποσοστά
Θα κάνουμε εισαγωγή στα ποσοστά.

Μάθημα 34ο: Τα ποσοστά ως κλάσματα και ως δεκαδικοί
Θα θεωρούμε τα ποσοστά ως κλάσματα και ως δεκαδικούς αριθμούς.

Τι μάθαμε στην 5η ενότητα

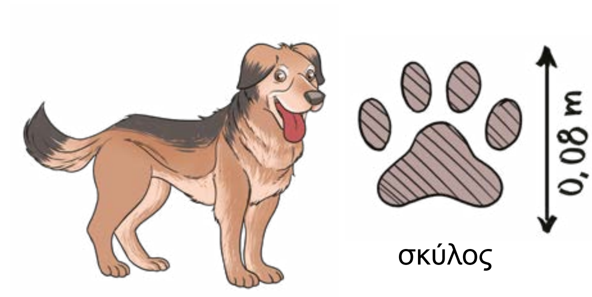
27 Οι δεκαδικοί αριθμοί ως κλάσματα

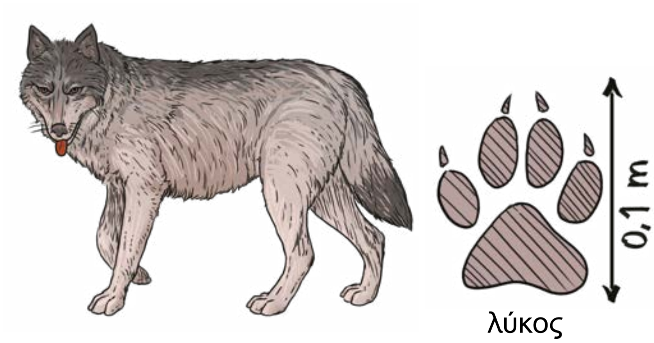
Ερευνώ

1

Τα αποτυπώματα των ζώων

Μετρήσαμε το μήκος των αποτυπωμάτων διάφορων θηλαστικών.





Εκφράζω τους δεκαδικούς ως κλάσματα. Μπορούν κάποιοι από αυτούς να εκφραστούν με περισσότερα κλάσματα; Αν ναι, γράφω όλα τα κλάσματα που μπορούν να τους εκφράσουν και εξηγώ τον τρόπο που σκέφτηκα.

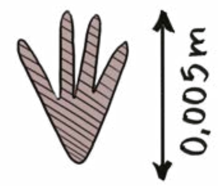
0,005 =

0,08 =

0,1 =

Ανακαλύπτω

2 Τοποθετώ τους δεκαδικούς αριθμούς στα πλαίσια θεσιακής αξίας.

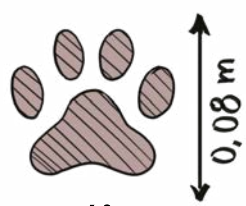


ποντίκι

Μ	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
0	,			0,001 0,001 0,001 0,001 0,001

Το μήκος του πέλματος του ποντικιού είναι 5 χιλιοστά.

$0{,}005 = \frac{5}{1.000}$



σκύλος

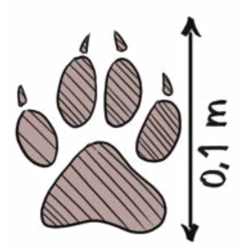
Μ	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
0	,		0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01 0,01	

Το μήκος του πέλματος του σκύλου είναι 8 εκατοστά.

$0{,}08 = \frac{8}{100}$

Γνωρίζω ότι 1 εκ. = 10 χιλ.

Οπότε: $0{,}08 = \frac{80}{1.000}$.



λύκος

Μ	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
0	,	0,1		

Το μήκος του πέλματος του λύκου είναι 1 δέκατο.

$0{,}1 = \frac{1}{10}$

Γνωρίζω ότι 1 δεκ. = 10 εκ. = 100 χιλ. Οπότε: $0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1.000}$.

Μαθαίνω

Μετατροπή δεκαδικού αριθμού σε κλάσμα

Για να μετατρέψω έναν δεκαδικό αριθμό σε κλάσμα, βλέπω αν το δεκαδικό μέρος χωρίζεται σε δέκατα, εκατοστά ή χιλιοστά, δηλαδή αν έχει 1, 2 ή 3 δεκαδικά ψηφία.

Γράφω στη θέση του αριθμητή τον αριθμό που μου δίνεται, χωρίς υποδιαστολή, και στη θέση του παρονομαστή το 10, αν πρόκειται για δέκατα, το 100, αν πρόκειται για εκατοστά, και το 1.000, αν πρόκειται για χιλιοστά.

δέκατα εκατοστά χιλιοστά

0,675

Π.χ. το 0,7 είναι 7 δέκατα, δηλαδή $\frac{7}{10}$.

Το 0,54 είναι 54 εκατοστά, δηλαδή $\frac{54}{100}$.

Το 0,675 είναι 675 χιλιοστά, δηλαδή $\frac{675}{1.000}$.

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Ερευνώ

1 Στο βιβλιοχαρτοπωλείο

Ο Μάρκος επισκέφτηκε ένα βιβλιοχαρτοπωλείο και επέλεξε 4 αντικείμενα. Στο ταμείο, όμως, κατάλαβε ότι δεν του έφταναν τα 10 ευρώ που είχε μαζί του. Έτσι, αγόρασε μόνο τα 3 αντικείμενα.

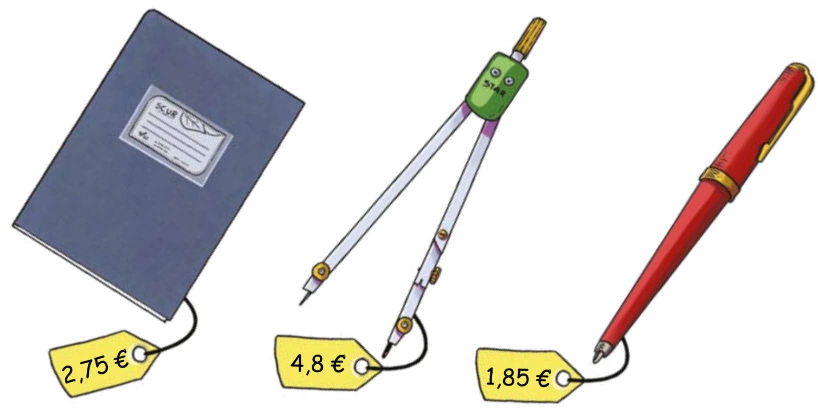
α) Ποια αντικείμενα αγόρασε με τα 10 ευρώ; Μπορείς να κάνεις μια εκτίμηση με το μυαλό;

β) Πόσο κόστισαν ακριβώς τα 3 αντικείμενα που αγόρασε ο Μάρκος;

γ) Πόσα ρέστα πήρε από τα 10 ευρώ;

Ανακαλύπτω

2



α) Τα 3 αντικείμενα που αγόρασε ο Μάρκος είναι το τετράδιο, ο διαβήτης και το στιλό. Το τετράδιο κοστίζει περίπου 3 ευρώ, ο διαβήτης περίπου 5 και το στιλό περίπου 2 ευρώ (3 + 5 + 2 = 10 ευρώ).
Ο Μάρκος άφησε το συρραπτικό, που είναι το ακριβότερο αντικείμενο, γιατί κατάλαβε ότι όποιον συνδυασμό και να έκανε, πάντα το σύνολο θα ήταν μεγαλύτερο από 10 ευρώ.

β) Προσθέτω κάθετα τις τιμές των τριών αντικειμένων που αγόρασε.
Όταν τοποθετώ κάθετα τους δεκαδικούς αριθμούς, για να τους προσθέσω ή να τους αφαιρέσω, προσέχω τα ψηφία της ίδιας τάξης να είναι το ένα κάτω από το άλλο (τα δέκατα κάτω από τα δέκατα, τα εκατοστά κάτω από τα εκατοστά κ.ο.κ.).

	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά
2,75	1 1		0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,01 0,01 0,01 0,01 0,01
+ 4,80	1 1 1 1	,	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	
1,85	1 1 1	,	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	0,01 0,01 0,01 0,01 0,01
9,40	1 1 1 1 1 1 1 1 1	,	0,1 0,1 0,1 0,1	

$$\begin{array}{r} 2,7\boxed{5} \\ 4,8\boxed{0} \\ +\;1,8_{1}\boxed{5} \\ \hline 9,40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,\boxed{7}5 \\ 4,\boxed{8}0 \\ +\;1^{2},\boxed{8}_{1}5 \\ \hline 9,40 \end{array}$$

Τα 3 αντικείμενα που αγόρασε ο Μάρκος κοστίζουν 9,40 ευρώ.

Ανακαλύπτω

γ) Για να βρω πόσα ρέστα θα πάρει ο Μάρκος από τα 10 ευρώ που έδωσε, θα κάνω την αφαίρεση 10 – 9,40.
Το 10 δεν είναι δεκαδικός αριθμός. Για να κάνω την αφαίρεση, βάζω υποδιαστολή και συμπληρώνω 2 μηδενικά, για να έχει τον ίδιο αριθμό δεκαδικών ψηφίων με τον αριθμό 9,40. Δεν ξεχνώ ότι, όταν προσθέτω μηδενικά μετά την υποδιαστολή, η αξία του αριθμού δεν αλλάζει.

Αφαιρώ τα δέκατα

	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά
10,00	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	,	0,1 0,1 0,1 ~~0,1~~ ~~0,1~~ 0,1 0,1 0,1 ~~0,1~~ ~~0,1~~	
– **9,40**	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	,	0,1 0,1 0,1 0,1	
0,60		,	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	

	Μ	,	Δ/τα	Ε/στα
	1 0	,	^{1}0	0
–	9_1	,	4	0
	0	,	6	0

Δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε το 4 από το 0. Προσθέτουμε 1 μονάδα (=10 δέκατα) στα δέκατα του 10,00 και 1 μονάδα στις μονάδες του 9,40 (το δανεικό).
Αφαιρούμε τώρα το 4 από το 10 και μένουν 6.

Αφαιρώ τις μονάδες

	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά
10,00	~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~ ~~1~~	,	0,1 0,1 0,1 ~~0,1~~ ~~0,1~~ 0,1 0,1 0,1 ~~0,1~~ ~~0,1~~	
– **9,40**	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	,	0,1 0,1 0,1 0,1	
0,60		,	0,1 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1	

	Μ	,	Δ/τα	Ε/στα
	1 0	,	^{1}0	0
–	9_1	,	4	0
	0	,	6	0

Μία μονάδα το δανεικό και 9 ίσον 10, αφαιρούμε τις 10 μονάδες από τις 10 μονάδες και μένουν 0.

3 Βάζω την υποδιαστολή στη σωστή θέση, για να ισχύουν οι ισότητες.

α) 6,45 + 5 5 2 = 11,97 **β)** 124,12 – 3 2 1 5 = 91,97

γ) 15,876 + 3 1 0 9 = 18,985 **δ)** 71,2 – 6 8 6 5 = 2,55

ΠΑΙΧΝΙΔΙ

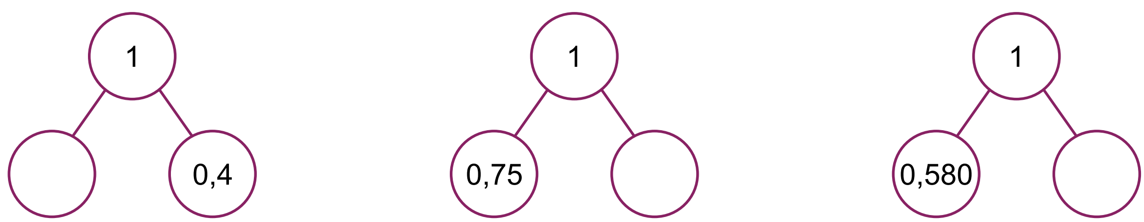
4 **α)** Λύνω με το μυαλό τις παρακάτω προσθέσεις:

3,3 + 2,35 =	3,4 + 3,022 =	5,004 + 2,04 =
5,45 + 3,23 =	7,5 + 3,35 =	8,3 + 2,006 =

β) Λύνω με το μυαλό τις παρακάτω αφαιρέσεις:

8,7 - 3,3 =	5,756 - 3,24 =	6,87 - 4,3 =
9,55 - 2,02 =	12,1 - 2,05 =	8,78 - 3,04 =

5 Συμπληρώνω τα διαγράμματα μέρος-όλου.



6 **α)** Λύνω κάθετα τις παρακάτω προσθέσεις:

34,78 + 23,654

184,08 + 98,6

6,745 + 912,5

β) Λύνω κάθετα τις παρακάτω αφαιρέσεις:

96,6 - 6,78

547 - 67,75

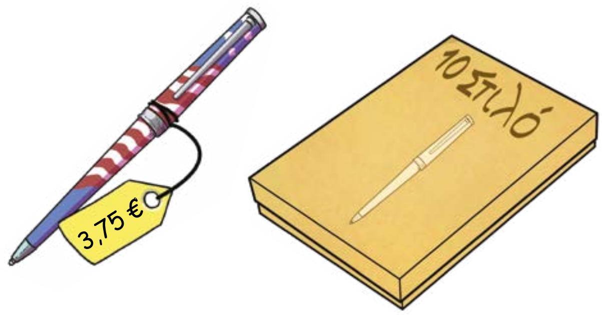
67,4 - 38,867

Ερευνώ

1

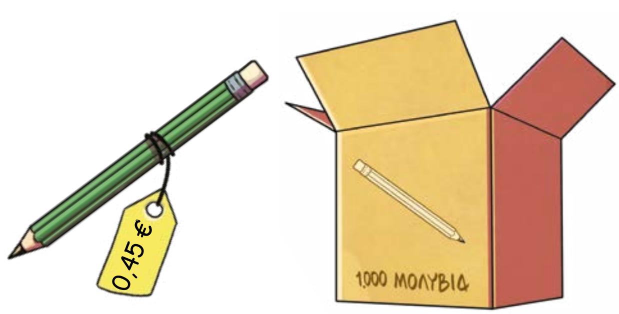
Η τιμή των σχολικών

α) Το ένα στιλό κοστίζει 3,75 ευρώ. Πόσο κοστίζουν τα 10 στιλό;



β) Το ένα τετράδιο κοστίζει 1,25 ευρώ. Πόσο κοστίζουν τα 100 τετράδια;

γ) Το ένα μολύβι κοστίζει 0,45 ευρώ. Πόσο κοστίζουν τα 1.000 μολύβια;



Τι παρατηρείς; Μπορείς να διατυπώσεις έναν κανόνα για τον πολλαπλασιασμό δεκαδικών αριθμών με το 10, το 100 ή το 1.000;

Ανακαλύπτω

2 **α)** Το ένα στιλό κοστίζει 3,75 ευρώ. Για να βρω πόσο κοστίζουν τα 10 στιλό, θα κάνω πολλαπλασιασμό.

x 10

Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά
	3	,	7	5
	30	,	70	50
3	**7**	,	**5**	**0**

Κάνω τις μετατροπές

3,75 x 10 = 37,5

Πολλαπλασίασα το 3,75 με το 10. Ο αριθμός μεγάλωσε 10 φορές και η υποδιαστολή μετακινήθηκε μία θέση δεξιά.

Τα 10 στιλό κοστίζουν 37,5 ευρώ.

β) Το ένα τετράδιο κοστίζει 1,25 ευρώ. Για να βρω πόσο κοστίζουν τα 100 τετράδια, θα κάνω πολλαπλασιασμό.

x 100

Εκατοντ.	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά
		1	,	2	5
		100	,	200	500
1	**2**	**5**	,		

Κάνω τις μετατροπές

1,25 x 100 = 125

Πολλαπλασίασα το 1,25 με το 100. Ο αριθμός μεγάλωσε 100 φορές και η υποδιαστολή μετακινήθηκε δύο θέσεις δεξιά.

Τα 100 τετράδια κοστίζουν 125 ευρώ.

γ) Το ένα μολύβι κοστίζει 0,45 ευρώ. Για να βρω πόσο κοστίζουν τα 1.000 μολύβια, θα κάνω πολλαπλασιασμό.

Πολλαπλασιάζω το 0,45 με το 1.000. Θα μετακινήσω την υποδιαστολή τρεις θέσεις δεξιά και ο αριθμός θα μεγαλώσει 1.000 φορές.

0,45 x 1.000 = 450 Επειδή το 0,45 έχει 2 δεκαδικά ψηφία, πρόσθεσα στο γινόμενο ένα μηδενικό.

Τα 1.000 μολύβια κοστίζουν 450 ευρώ.

Μαθαίνω

Πολλαπλασιασμός δεκαδικών με το 10, το 100 και το 1.000

Όταν πολλαπλασιάζω έναν δεκαδικό αριθμό με το **10**, το **100** ή το **1.000**, μεταφέρω την υποδιαστολή του αντίστοιχα 1, 2 ή 3 θέσεις **δεξιά**. Αν τα δεκαδικά του ψηφία είναι λιγότερα, τότε προσθέτω στο τέλος του αριθμού όσα μηδενικά χρειάζεται.

Π.χ. 0,67 x 10 = 6,7 0,67 x 100 = 67 0,67 x 1.000 = 670

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

ΒΙΝΤΕΟ

Ερευνώ

1

Στη λαϊκή αγορά

Ο κύριος Σωτήρης πήγε στη λαϊκή αγορά της γειτονιάς του.

Αγόρασε 1 καρπούζι που ζύγιζε 4,8 κιλά, προς 0,5 ευρώ το κιλό. Πόσα χρήματα πλήρωσε;

Εκτιμώ:

Υπολογίζω με ακρίβεια με όσους τρόπους μπορώ:

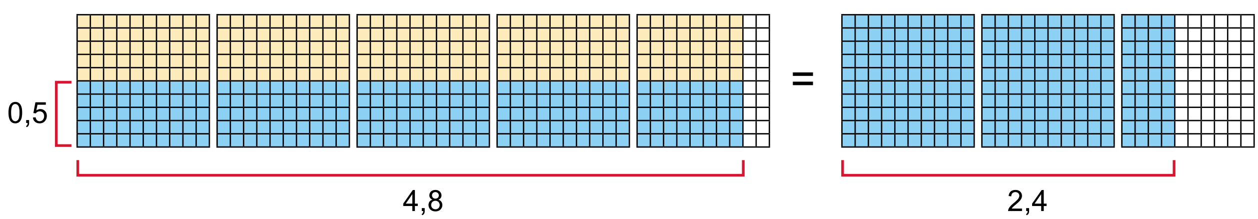
Ανακαλύπτω

2 Το 1 κιλό καρπούζι κοστίζει 0,5 ευρώ. Πρέπει να βρω πόσο κοστίζουν τα 4,8 κιλά.

Εκτιμώ: Το 4,8 είναι κοντά στο 5. Αφού κάθε κιλό κοστίζει 0,5 ευρώ, 5 x 0,5 = 2,5.
Επομένως, το καρπούζι κοστίζει **περίπου 2,5 ευρώ**.

Υπολογίζω με ακρίβεια:

1ος τρόπος: Με το πλαίσιο των εκατοστών.



Κάθε τετράγωνο είναι μία ολόκληρη μονάδα.
Χρωματίσαμε με κίτρινο τον αριθμό 4,8
(4 ολόκληρες μονάδες και 8 δέκατα).
Στη συνέχεια, με μπλε χρώμα χρωματίσαμε το 0,5
του 4,8, δηλαδή το μισό του 4,8.
Το μπλε χρώμα μάς δίνει το γινόμενο 4,8 x 0,5.

Βάζουμε όλα μαζί τα μπλε
τετραγωνάκια, για να
σχηματίσουμε το γινόμενο.

2ος τρόπος: Μετατρέπω τους δεκαδικούς σε κλάσματα και πολλαπλασιάζω.

$4,8 = \frac{48}{10}$ $\qquad 0,5 = \frac{5}{10}$ $\qquad \frac{48}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{48 \times 5}{10 \times 10} = \frac{240}{100} = 2,4$

Μαθαίνω

Κάθετος πολλαπλασιασμός δεκαδικών

3ος τρόπος: Πολλαπλασιάζω κάθετα.

$$\begin{array}{r} 4,8 \\ \times\ 0,5 \\ \hline 240 \\ +\ 00 \\ \hline 2,40 \end{array}$$

4,8 και 0,5: 2 δεκαδικά ψηφία

2,40: 2 δεκαδικά ψηφία

Κάνω τον πολλαπλασιασμό, χωρίς να λαμβάνω υπόψη μου τις υποδιαστολές.

Όταν βρω το γινόμενο, βλέπω πόσα δεκαδικά ψηφία έχουν οι αριθμοί που πολλαπλασίασα. Το 4,8 έχει ένα δεκαδικό ψηφίο, όπως και το 0,5. Άρα έχω 2 δεκαδικά ψηφία.

Χωρίζω 2 δεκαδικά ψηφία στο γινόμενο.

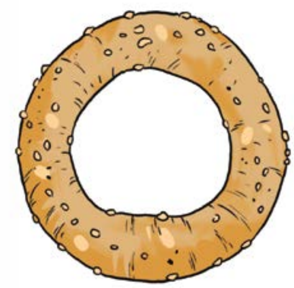
ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

31 Διαίρεση με το 10, το 100 και το 1.000

Ερευνώ

1

Στον φούρνο της γειτονιάς



α) Ο κύριος Πέτρος αγόρασε από τον φούρνο της γειτονιάς του 10 κουλούρια και πλήρωσε 7,5 ευρώ. Πόσο κοστίζει το ένα κουλούρι;

Υπολογίζω και εξηγώ τον τρόπο σκέψης μου:

β) Η κυρία Μερόπη παρήγγειλε 100 κουλούρια για το κυλικείο του σχολείου και πλήρωσε 65 ευρώ. Πόσο κόστισε το ένα κουλούρι στην κυρία Μερόπη;

Υπολογίζω και εξηγώ τον τρόπο σκέψης μου:

Ανακαλύπτω

2 **α)** Πρέπει να κάνω τη διαίρεση: **7,5 : 10.**

Σκέφτομαι ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσω με το 10 για να βρω 7,5.

7,5

$\boxed{}$ x 10 = 7,5

7,5

0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75

0,75 x 10 = 7,5 οπότε 7,5 : 10 = 0,75

Το ένα κουλούρι κοστίζει 0,75 ευρώ.

Διαιρέσαμε το 7,5 με το 10 και η υποδιαστολή μετακινήθηκε μία θέση αριστερά.

β) Πρέπει να κάνω τη διαίρεση: **65 : 100.**

Σκέφτομαι ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσω με το 100 για να βρω 65.

$\boxed{0,65}$ x 100 = 65

0,65 x 100 = 65 οπότε 65 : 100 = 0,65

Το ένα κουλούρι κόστισε 0,65 ευρώ.

Πόσες θέσεις μετρήσαμε από δεξιά προς τα αριστερά για να τοποθετήσουμε την υποδιαστολή; Ποιο είναι το πηλίκο της διαίρεσης που ακολουθεί;

678 : 1.000 =

Μαθαίνω

Διαίρεση με το 10, το 100 και το 1.000

Όταν διαιρώ έναν φυσικό αριθμό με το **10**, το 1**00** ή το **1.000**, χωρίζω από το τέλος με υποδιαστολή 1, 2 ή 3 θέσεις **αντίστοιχα**. Αν τα ψηφία είναι λιγότερα, τότε προσθέτω στην αρχή του αριθμού όσα μηδενικά χρειάζεται.

Π.χ. 167 : 10 = 16,7 167 : 100 = 1,67 167 : 1.000 = 0,167

Όταν διαιρώ έναν δεκαδικό αριθμό με το **10**, το **100** ή το **1.000**, μετακινώ την υποδιαστολή 1, 2 ή 3 θέσεις αντίστοιχα προς τα αριστερά. Αν δεν επαρκούν τα ψηφία, τότε προσθέτω στην αρχή του αριθμού όσα μηδενικά χρειάζεται.

Π.χ. 545,5 : 10 = 54,55 545,5 : 100 = 5,455 545,5 : 1.000 = 0,5455

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

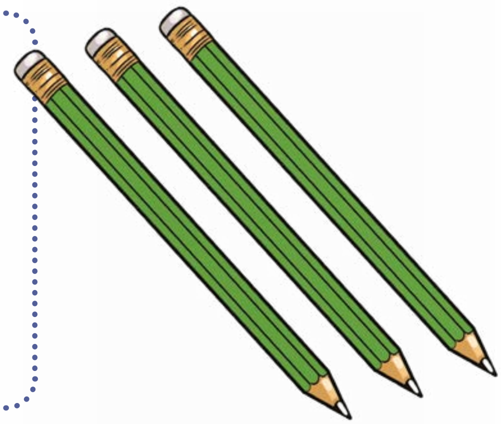
Ερευνώ

1

Η τιμή των μολυβιών

Η Μαρία αγόρασε 3 μολύβια και πλήρωσε 2,1 ευρώ. Πόσο κοστίζει το ένα μολύβι;

α) Υπολογίζω με το μυαλό.



β) Υπολογίζω με γραπτό αλγόριθμο ή με ένα μοντέλο.

γ) Ελέγχω αν το αποτέλεσμα που βρήκα είναι σωστό.

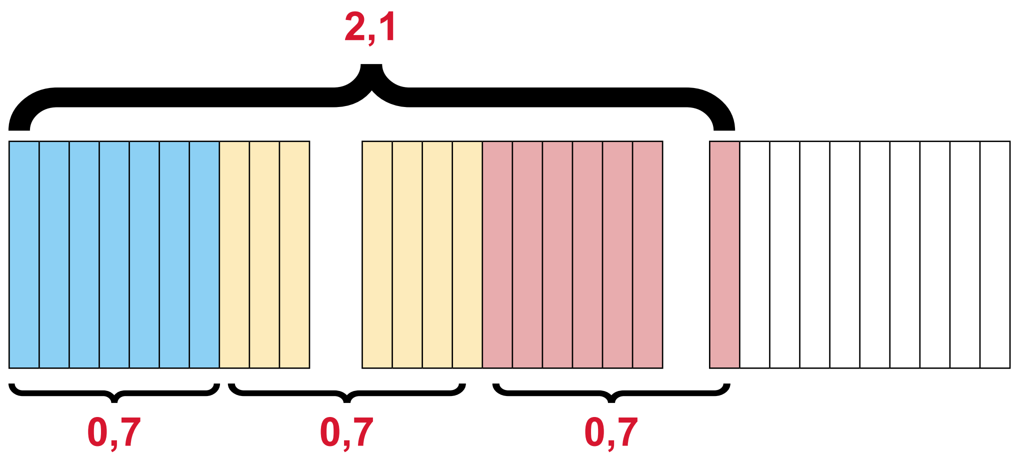
Το ένα μολύβι κοστίζει ______ ευρώ.

Ανακαλύπτω

2 **α)** 2,1 : 3. Υπολογίζω με το μυαλό.

Σκέφτομαι με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσω το 3 για να βρω 2,1.
Ξέρω ότι 3 x 7 = 21. Οπότε 3 x 0,7 = 2,1.

β) Υπολογίζω με ένα μοντέλο. Κάθε μεγάλο ορθογώνιο αναπαριστά μία μονάδα.



2,1 : 3 = 0,7

Μαθαίνω

Υπολογίζω με τον γραπτό αλγόριθμο.

```
  2,1 0 | 30
− 2 1 0 |----
  -----  | 0,7
    0 0 |
```

Βήμα 1: Πολλαπλασιάζω τον διαιρετέο και τον διαιρέτη με το 10, για να είναι και οι δύο φυσικοί αριθμοί.

2,1 x 10 = 21   3 x 10 = 30

Βήμα 2: Επειδή το 30 δε χωράει στο 21, μετατρέπω το 21 σε 210 **δέκατα** και βάζω 0 και υποδιαστολή στο πηλίκο.

Βήμα 3: Το 30 στο 210 χωράει 7 φορές.

γ) Ελέγχω αν είναι σωστό το αποτέλεσμα που βρήκα κάνοντας πολλαπλασιασμό.

3 x 0,7 = 2,1   Το ένα μολύβι κοστίζει 0,7 ευρώ.

3 Λύνω κάθετα τη διαίρεση 9 : 4, χωρίς να αφήσω υπόλοιπο.

```
    9 | 4
  − 8 |-----
  --- | 2,25
   1 0|
  − 8 |
  --- |
   2 0|
 − 2 0|
  --- |
     0|
```

Το 4 χωράει 2 φορές στο 9 και μένει υπόλοιπο 1.

Το 4 δε χωράει στο 1. Μετατρέπω το 1 σε 10 δέκατα και βάζω υποδιαστολή στο πηλίκο.

Το 4 χωράει 2 φορές στο 10 και μένει υπόλοιπο 2.

Το 4 δε χωράει στο 2. Μετατρέπω τα 2 δέκατα σε 20 εκατοστά. Το 4 χωράει 5 φορές στο 20.

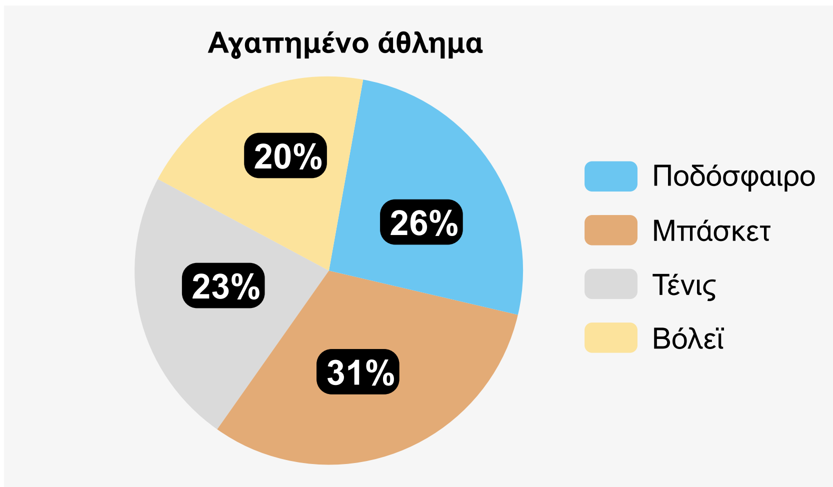
ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ερευνώ

1

Το αγαπημένο μου άθλημα

Τα παιδιά της Ε΄ τάξης έκαναν μια μικρή έρευνα και ρώτησαν 100 μαθητές και μαθήτριες που φοιτούν στο σχολείο ποιο είναι το αγαπημένο τους άθλημα.



α) Ποιο από τα αθλήματα είναι πιο δημοφιλές;

....

β) Συμπληρώνω τον πίνακα με τον αριθμό των παιδιών που προτιμούν το κάθε άθλημα.

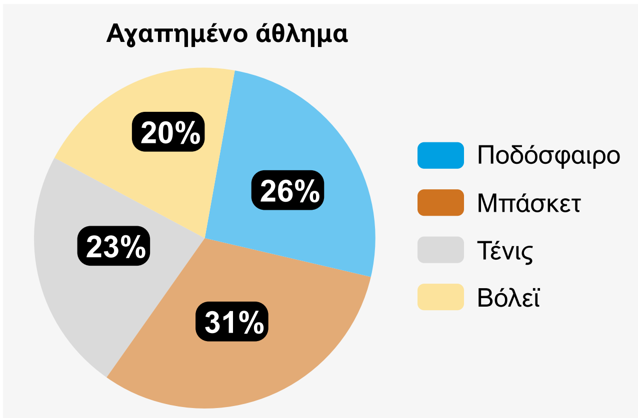
Αγαπημένο άθλημα	Ποσοστό	Αριθμός παιδιών
Ποδόσφαιρο	26%	
Μπάσκετ	31%	
Τένις	23%	
Βόλεϊ	20%	

γ) Σε ένα άλλο σχολείο της ίδιας περιοχής, που λειτουργεί όμιλος τένις, πήραν μέρος στην έρευνα 200 παιδιά και το 50% απάντησε ότι προτιμά το τένις. Πόσα παιδιά προτιμούν το τένις;

Το τένις προτιμούν .... παιδιά.

Ανακαλύπτω

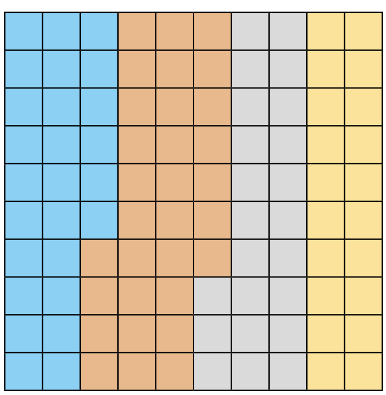
2



α) Το πιο δημοφιλές άθλημα είναι το μπάσκετ, γιατί από τα 100 παιδιά, τα 31 προτιμούν αυτό.
Τα **ποσοστά** που συγκέντρωσαν τα άλλα αθλήματα είναι μικρότερα.

β) Το ποσοστό στα 100 (%) εκφράζει το μέρος μιας ποσότητας που είναι χωρισμένη σε 100 ίσα μέρη.

Τα παιδιά που πήραν μέρος στην έρευνα ήταν 100. Παρατηρούμε το πλαίσιο των εκατοστών και συμπληρώνουμε:



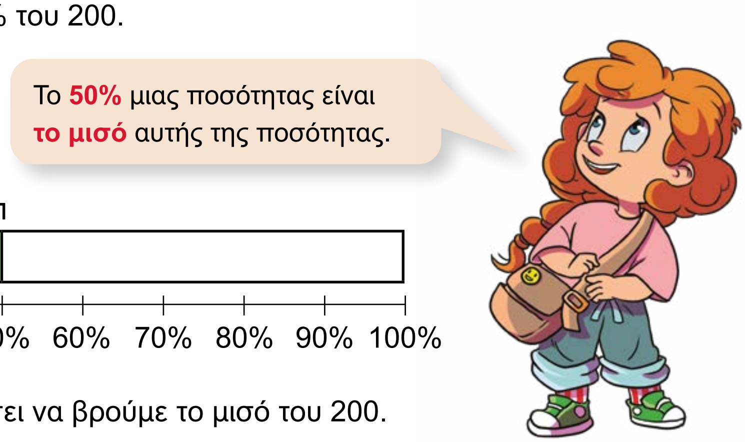
Ποδόσφαιρο: 26% = 26 παιδιά

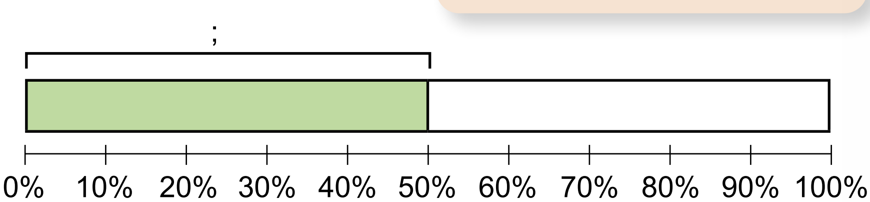
Μπάσκετ: 31% = ☐ παιδιά

Τένις: 23% = ☐ παιδιά

Βόλεϊ: 20% = ☐ παιδιά

γ) Τα παιδιά που πήραν μέρος στην έρευνα είναι 200. Για να βρω πόσα παιδιά προτιμούν το τένις, πρέπει να βρω το 50% του 200.





Επομένως, πρέπει να βρούμε το μισό του 200.

Το 50% του 200 είναι το ....

Τα παιδιά που προτιμούν το τένις είναι ....

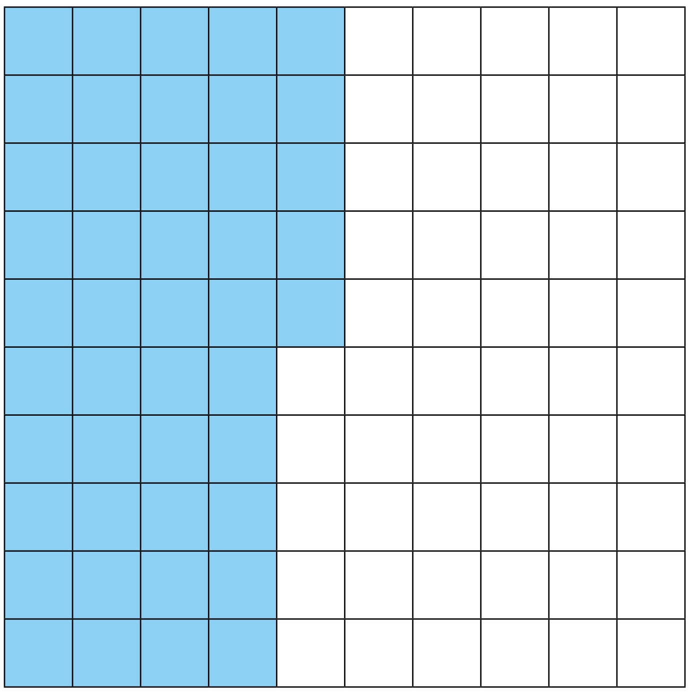
ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

34 Τα ποσοστά ως κλάσματα και ως δεκαδικοί

Ερευνώ

1 Οι διαφορετικές μορφές των αριθμών

α) Εκφράζω με διαφορετικούς τρόπους το πλαίσιο των εκατοστών που ακολουθεί.

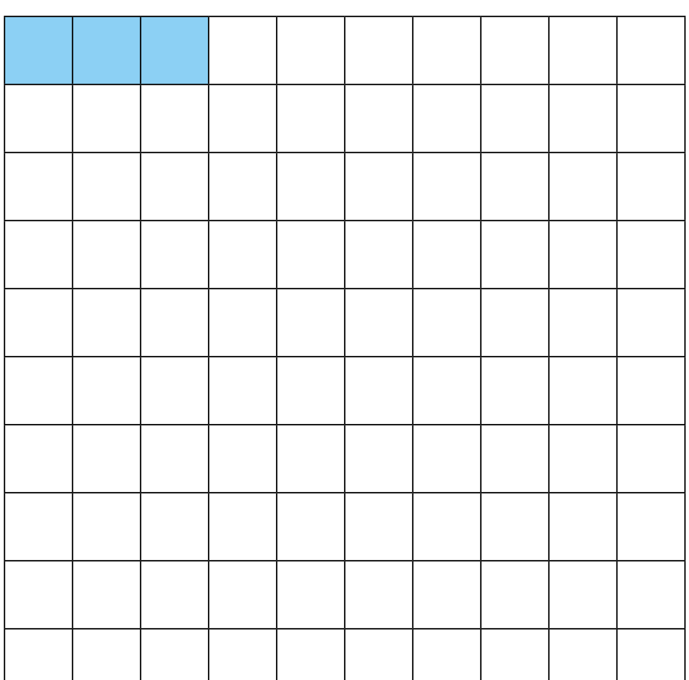


Με ποσοστό:

Με κλάσμα:

Με δεκαδικό:

β) Εκφράζω με διαφορετικούς τρόπους το πλαίσιο των εκατοστών που ακολουθεί.



Με ποσοστό:

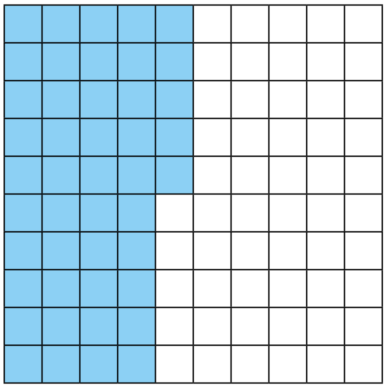
Με κλάσμα:

Με δεκαδικό:

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Ανακαλύπτω

2

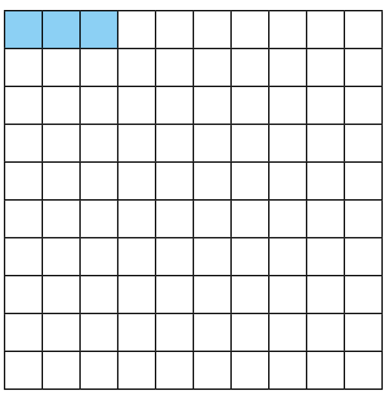


α) Το πλαίσιο είναι χωρισμένο σε 100 ίσα τετράγωνα και είναι χρωματισμένα τα 45.

Το εκφράζω με ποσοστό: **45%.**

Το εκφράζω με κλάσμα: $\mathbf{\frac{45}{100}}$.

Το εκφράζω με δεκαδικό: **0,45.**



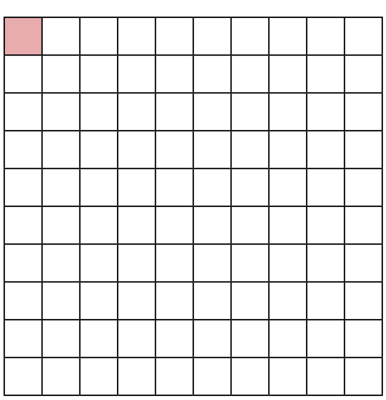
β) Το πλαίσιο είναι χωρισμένο σε 100 ίσα τετράγωνα και είναι χρωματισμένα τα 3.

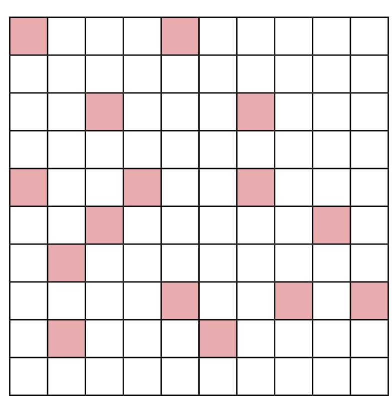
Το εκφράζω με ποσοστό: **3%.**

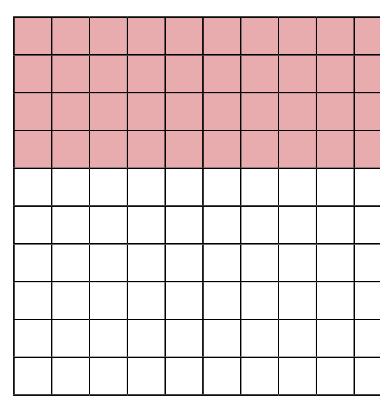
Το εκφράζω με κλάσμα: $\mathbf{\frac{3}{100}}$.

Το εκφράζω με δεκαδικό: **0,03.**

3 Εκφράζω με ποσοστό, κλάσμα και δεκαδικό αριθμό τα πλαίσια που ακολουθούν.



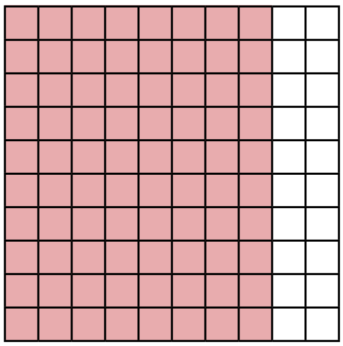




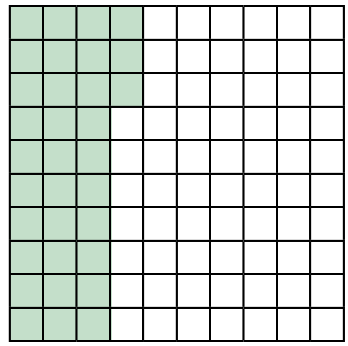
ΒΙΝΤΕΟ

4 Εκφράζω με διαφορετικούς τρόπους τα πλαίσια των εκατοστών που ακολουθούν.

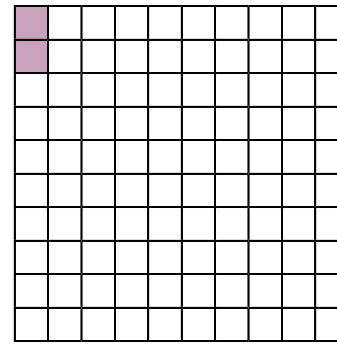
α)



β)



γ)



Με ποσοστό:

Με κλάσμα:

Με δεκαδικό:

Με ποσοστό:

Με κλάσμα:

Με δεκαδικό:

Με ποσοστό:

Με κλάσμα:

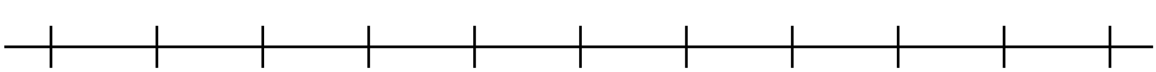
Με δεκαδικό:

5 Συμπληρώνω τον πίνακα που ακολουθεί.

Ποσοστό	Κλάσμα	Δεκαδικός
48%		
		0,32
2%		
	$\frac{99}{100}$	
		0,09%

6 Τοποθετώ τους αριθμούς που ακολουθούν στην αριθμογραμμή.

32%   0,45   7% $\frac{54}{100}$ 98%   0,04



0   1

Τι μάθαμε στην 5η ενότητα

Μετατροπή δεκαδικού αριθμού σε κλάσμα

Για να μετατρέψω έναν δεκαδικό αριθμό σε κλάσμα, βλέπω αν το δεκαδικό μέρος χωρίζεται σε δέκατα, εκατοστά ή χιλιοστά, δηλαδή αν έχει 1, 2 ή 3 δεκαδικά ψηφία.

Γράφω στη θέση του αριθμητή τον αριθμό που μου δίνεται, χωρίς υποδιαστολή, και στη θέση του παρονομαστή το 10, αν πρόκειται για δέκατα, το 100, αν πρόκειται για εκατοστά, και το 1.000, αν πρόκειται για χιλιοστά.

δέκατα εκατοστά χιλιοστά

0 , 6 7 5

Π.χ. το 0,7 είναι 7 δέκατα, δηλαδή $\frac{7}{10}$.

Το 0,54 είναι 54 εκατοστά, δηλαδή $\frac{54}{100}$.

Το 0,675 είναι 675 χιλιοστά, δηλαδή $\frac{675}{1.000}$.

Πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών

Κάθετη πρόσθεση ή αφαίρεση δεκαδικών αριθμών

$$\begin{array}{r} 2,75 \\ 4,80 \\ +\ 1,85 \\ \hline 9,40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10,00 \\ -\ 9,40 \\ \hline 0,60 \end{array}$$

Όταν τοποθετώ κάθετα τους δεκαδικούς αριθμούς, για να τους προσθέσω ή να τους αφαιρέσω, προσέχω τα ψηφία της ίδιας τάξης να είναι το ένα κάτω από το άλλο (τα δέκατα κάτω από τα δέκατα, τα εκατοστά κάτω από τα εκατοστά κ.ο.κ.).

Το 10 δεν είναι δεκαδικός αριθμός. Για να κάνω την αφαίρεση, βάζω υποδιαστολή και συμπληρώνω 2 μηδενικά, για να έχει τον ίδιο αριθμό δεκαδικών ψηφίων με τον αριθμό 9,40. Δεν ξεχνώ ότι, όταν προσθέτω μηδενικά μετά την υποδιαστολή, η αξία του αριθμού δεν αλλάζει.

Στο αποτέλεσμα τοποθετώ την υποδιαστολή στην ίδια θέση που είναι η υποδιαστολή στους όρους της πράξης.

Πολλαπλασιασμός δεκαδικών με το 10 το 100 και το 1.000

Όταν πολλαπλασιάζω έναν δεκαδικό αριθμό με το **10**, το **100** ή το **1.000**, μεταφέρω την υποδιαστολή του αντίστοιχα 1, 2 ή 3 θέσεις **δεξιά**. Αν τα δεκαδικά του ψηφία είναι λιγότερα, τότε προσθέτω στο τέλος του αριθμού όσα μηδενικά χρειάζεται.

Π.χ. 0,67 x 10 = 6,7 0,67 x 100 = 67 0,67 x 1.000 = 670

Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών

Θέλουμε να υπολογίσουμε τον πολλαπλασιασμό 4,8 x 0,5.

1ος τρόπος: Μετατρέπω τους δεκαδικούς σε κλάσματα και πολλαπλασιάζω.

$4,8 = \frac{48}{10}$ $0,5 = \frac{5}{10}$ $\frac{48}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{48 \times 5}{10 \times 10} = \frac{240}{100} = 2,4$

2ος τρόπος: Πολλαπλασιάζω κάθετα.

$$
\begin{array}{r}
4,8 \\
\times\ 0,5 \\
\hline
240 \\
+\ 00 \\
\hline
2,40
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\text{2 δεκαδικά ψηφία} \\[4em]
\text{2 δεκαδικά ψηφία}
\end{array}
$$

– Κάνω τον πολλαπλασιασμό χωρίς να λαμβάνω υπόψη μου τις υποδιαστολές.

– Όταν βρω το γινόμενο, βλέπω πόσα δεκαδικά ψηφία έχουν οι αριθμοί που πολλαπλασίασα. Το 4,8 έχει ένα δεκαδικό ψηφίο, όπως και το 0,5. Άρα έχω 2 δεκαδικά ψηφία.

– Χωρίζω 2 δεκαδικά ψηφία στο γινόμενο.

Διαίρεση με το 10, το 100 και το 1.000

Όταν διαιρώ έναν φυσικό αριθμό με το **10**, το **100** ή το **1.000**, χωρίζω από το τέλος με υποδιαστολή 1, 2 ή 3 θέσεις **αντίστοιχα**. Αν τα ψηφία είναι λιγότερα, τότε προσθέτω στην αρχή του αριθμού όσα μηδενικά χρειάζεται.

Π.χ. 167 : 10 = 16,7 167 : 100 = 1,67 167 : 1.000 = 0,167

Όταν διαιρώ έναν δεκαδικό αριθμό με το **10,** το **100** ή το **1.000**, μετακινώ την υποδιαστολή 1, 2 ή 3 θέσεις αντίστοιχα προς τα αριστερά. Αν δεν επαρκούν τα ψηφία, τότε προσθέτω στην αρχή του αριθμού όσα μηδενικά χρειάζεται.

Π.χ. 545,5 : 10 = 54,55 545,5 : 100 = 5,455 545,5 : 1.000 = 0,5455

Διαίρεση δεκαδικών αριθμών

Θέλω να υπολογίσω τη διαίρεση **2,1: 3.**

Υπολογίζω με το μυαλό

Σκέφτομαι με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσω το 3 για να βρω 2,1.
Ξέρω ότι 3 x 7 = 21. Οπότε 3 x 0,7 = 2,1.

Υπολογίζω με τον γραπτό αλγόριθμο

$$
\begin{array}{r|l}
2\cancel{,}1\,0 & 30 \\
\cline{2-2}
-\ 2\,1\,0 & 0,7 \\
\cline{1-1}
0\,0 &
\end{array}
$$

Βήμα 1: Πολλαπλασιάζω τον διαιρετέο και τον διαιρέτη με το 10, για να είναι και οι δύο φυσικοί αριθμοί.
2,1 x 10 = 21 3 x 10 = 30

Βήμα 2: Επειδή το 30 δε χωράει στο 21, μετατρέπω το 21 σε 210 **δέκατα** και βάζω 0 και υποδιαστολή στο πηλίκο.

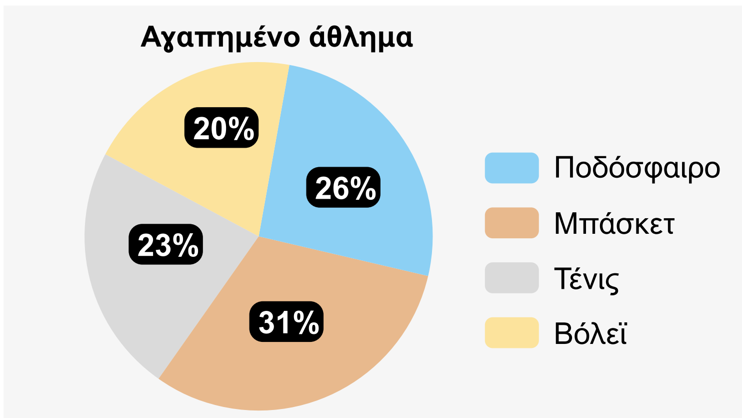
Βήμα 3: Το 30 στο 210 χωράει 7 φορές.

Ελέγχω αν είναι σωστό το αποτέλεσμα που βρήκα κάνοντας πολλαπλασιασμό: 3 x 0,7 = 2,1.

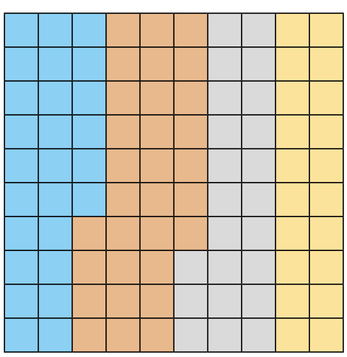
ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Εισαγωγή στα ποσοστά

Τα παιδιά της Ε΄ τάξης έκαναν μια μικρή έρευνα και ρώτησαν 100 μαθητές και μαθήτριες που φοιτούν στο σχολείο ποιο είναι το αγαπημένο τους άθλημα.



Τα παιδιά που πήραν μέρος στην έρευνα ήταν 100. Παρατηρούμε το πλαίσιο των εκατοστών και συμπληρώνουμε:



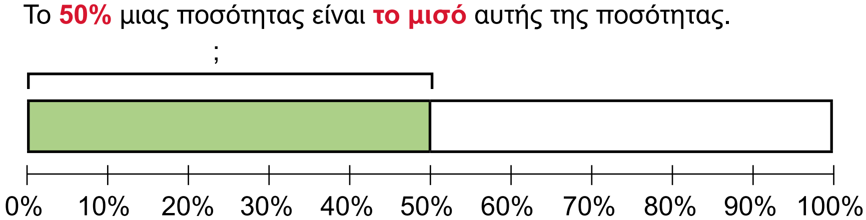
Ποδόσφαιρο: 26% = 26 παιδιά

Μπάσκετ: 31% = 31 παιδιά

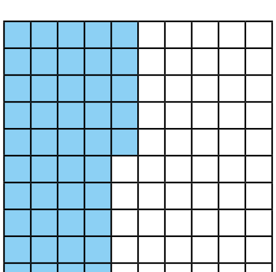
Τένις: 23% = 23 παιδιά

Βόλεϊ: 20% = 20 παιδιά

Το **50%** μιας ποσότητας είναι **το μισό** αυτής της ποσότητας.



Τα ποσοστά ως κλάσματα και ως δεκαδικοί



Το πλαίσιο είναι χωρισμένο σε 100 ίσα τετράγωνα και είναι χρωματισμένα τα 45.

Το εκφράζω με ποσοστό: **45%.**

Το εκφράζω με κλάσμα: $\mathbf{\frac{45}{100}}$.

Το εκφράζω με δεκαδικό: **0,45.**

Μαθηματικό Ημερολόγιο

Εκτελώ τις πράξεις κάθετα και εξηγώ πώς υπολόγισα:

17,9 x 3,8

24,6 : 0,3

....

....

....

Λύνω πρόβλημα

Ένας ορειβατικός σύλλογος είχε στο ταμείο του 980 ευρώ. Διέθεσε το 50% των χρημάτων του για την αγορά εξοπλισμού για τους ορειβάτες. Στη συνέχεια οργάνωσε μια εκδρομή και πλήρωσε 15,8 ευρώ για το καθένα από τα 27 μέλη του. Πόσα χρήματα θα μείνουν τώρα στο ταμείο του συλλόγου;

Απάντηση ....

Συλλογίζομαι

Το κλάσμα $\frac{3}{5}$ μπορεί να γραφτεί ως δεκαδικός, ως δεκαδικό κλάσμα και ως ποσοστό;

Μπορείς να γράψεις κι άλλα δύο τέτοια κλάσματα που να γράφονται ως δεκαδικοί, δεκαδικά κλάσματα και ποσοστά;

$\frac{3}{5} = \boxed{} = \frac{\boxed{}}{100} = \boxed{}\%$ $\qquad$ $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} = \frac{\boxed{}}{100} = \boxed{}\%$ $\qquad$ $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} = \frac{\boxed{}}{100} = \boxed{}\%$

Ενότητα 6

Γεωμετρία-Μετασχηματισμοί

Μάθημα 35ο: Σημεία, ευθείες, ημιευθείες, ευθύγραμμα τμήματα

Θα μάθουμε τι είναι σημεία, ευθείες, ημιευθείες και ευθύγραμμα τμήματα.

Μάθημα 36ο: Είδη τριγώνων

Θα γνωρίσουμε τα διάφορα είδη τριγώνων με βάση τις πλευρές και τις γωνίες τους.

Μάθημα 37ο: Άθροισμα των γωνιών τριγώνου

Θα μάθουμε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180°.

Μάθημα 38ο: 3διάστατα σχήματα από διαφορετικές οπτικές γωνίες

Θα αναγνωρίζουμε 3διάστατα σχήματα από διαφορετικές οπτικές γωνίες. Θα μάθουμε τον τύπο του Euler.

Μάθημα 39ο: Αξονική συμμετρία

Θα κατασκευάζουμε το συμμετρικό σημείου και σχήματος με την αξονική συμμετρία.

Μάθημα 40ό: Μεταφορά. Θέσεις σημείων στο επίπεδο

Θα μάθουμε τη μεταφορά σημείου και σχήματος.

Μάθημα 41ο: Κέντρο συμμετρίας και στροφές

Θα μάθουμε για το κέντρο συμμετρίας και τις στροφές.

Τι μάθαμε στην 6η ενότητα

35 Σημεία, ευθείες, ημιευθείες, ευθύγραμμα τμήματα

1 Παρατηρώ και συμπληρώνω

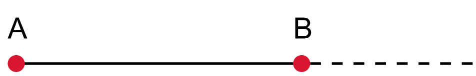
Παρατηρώ τις εικόνες και συμπληρώνω τα κενά με μία από τις λέξεις ή εκφράσεις:

σημείο, ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα

(Οι λέξεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν περισσότερες από μία φορές.)

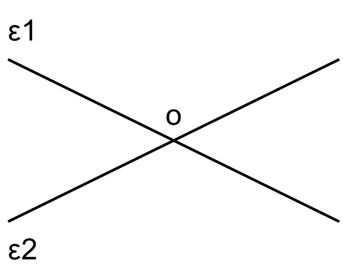
Αν πιέσω το μολύβι μου πάνω στο τετράδιο, το σημάδι που δημιουργείται ονομάζεται ....

Ενώνω με τον χάρακα το Α με το Β. Σχημάτισα (1) ....

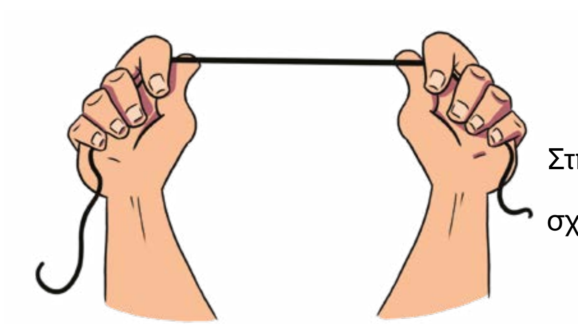


Αν προεκτείνω το ΑΒ από τη μία πλευρά, σχηματίζω (1) ....

Αν προεκτείνω το ΑΒ και από τις δύο πλευρές, σχηματίζω (1) ....



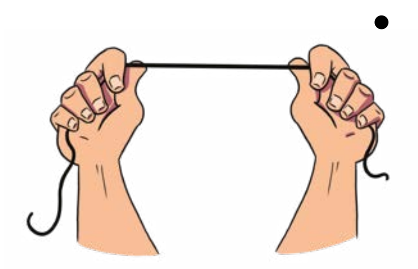
Οι τεμνόμενες ευθείες ε1 και ε2 συναντιούνται σε (1) ....



Στη διπλανή εικόνα, το τμήμα της τεντωμένης κλωστής σχηματίζει (1) ....

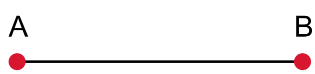
Ανακαλύπτω

2

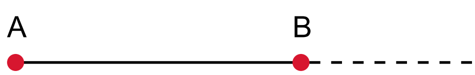


Το σημάδι που αφήνει το μολύβι πάνω στο χαρτί ονομάζεται **σημείο**. Από ένα σημείο μπορούν να περνούν μία ή περισσότερες ευθείες.

Το τμήμα της τεντωμένης κλωστής μάς δίνει την έννοια του **ευθύγραμμου τμήματος**.



Το ευθύγραμμο τμήμα ορίζεται από δύο σημεία, το **Α** και το **Β**. Τα σημεία Α και Β ονομάζονται **άκρα** του ευθύγραμμου τμήματος.



Αν προεκτείνω το ευθύγραμμο τμήμα απεριόριστα από τη μία πλευρά, σχηματίζω μια **ημιευθεία**. Η ημιευθεία έχει αρχή, αλλά δεν έχει τέλος.

Αν προεκτείνω το ευθύγραμμο τμήμα απεριόριστα και από τις δύο πλευρές, σχηματίζω μια **ευθεία**. Η ευθεία δεν έχει ούτε αρχή ούτε τέλος.

Μαθαίνω

Σημείο είναι το αποτύπωμα του μολυβιού ή της βελόνας πάνω στο χαρτί.
Αν ενώσουμε με έναν χάρακα δύο σημεία, σχηματίζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα.
Το ευθύγραμμο τμήμα έχει αρχή και τέλος.

Αν προεκτείνω ένα ευθύγραμμο τμήμα από τη μία πλευρά, έχω μια ημιευθεία.
Η ημιευθεία έχει αρχή, αλλά δεν έχει τέλος.

Αν προεκτείνω ένα ευθύγραμμο τμήμα και από τις δύο πλευρές, έχω μια ευθεία.
Η ευθεία δεν έχει ούτε αρχή ούτε τέλος.

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

ΒΙΝΤΕΟ

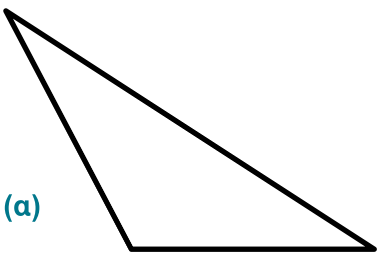
36 Είδη τριγώνων

Ερευνώ

1 Παρατηρώ τα τρίγωνα και τα χωρίζω σε κατηγορίες

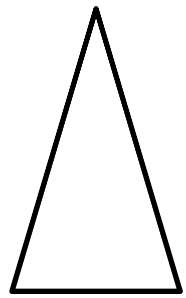
Ακολουθούν έξι τρίγωνα. Για καθένα από αυτά σού δίνεται ένα βασικό χαρακτηριστικό. Μπορείς να τα χωρίσεις σε δύο ομάδες. Με ποιο κριτήριο θα γίνει ο διαχωρισμός;

(α)



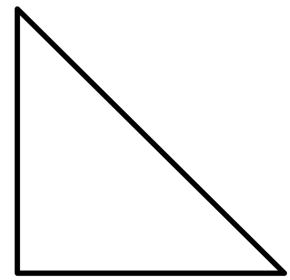
Έχει μία αμβλεία γωνία.

(β)



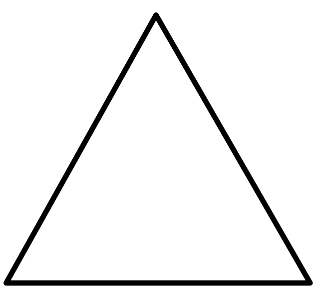
Έχει δύο ίσες πλευρές.

(γ)



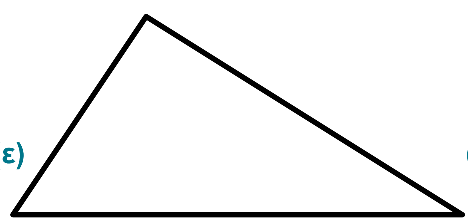
Έχει μία ορθή γωνία.

(δ)



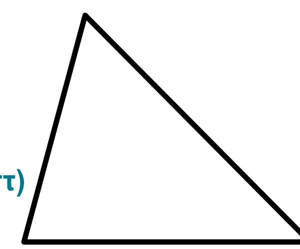
Έχει και τις τρεις πλευρές του ίσες.

(ε)



Έχει όλες τις πλευρές του άνισες.

(στ)



Και οι τρεις γωνίες του είναι οξείες.

Ομάδα Α

Τα τρίγωνα (γράφω τα αντίστοιχα γράμματα): ....

Τα βάλαμε στην ίδια ομάδα με κριτήριο..

....

Ομάδα Β

Τα τρίγωνα (γράφω τα αντίστοιχα γράμματα): ....

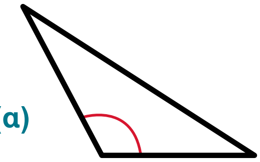
Τα βάλαμε στην ίδια ομάδα με κριτήριο..

....

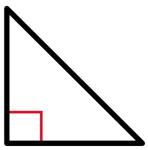
Ανακαλύπτω

2 **Τα τρίγωνα και οι γωνίες τους**

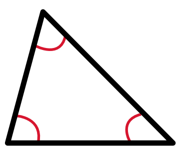
Στην ομάδα Α, βάλαμε τα τρίγωνα α, γ και στ, με κριτήριο **το είδος των γωνιών τους**.

(α) 

Το τρίγωνο **(α)** έχει μία **αμβλεία** γωνία, δηλαδή μία γωνία μεγαλύτερη από την ορθή, και ονομάζεται **αμβλυγώνιο τρίγωνο**.

(γ) 

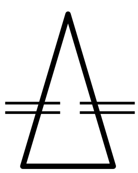
Το τρίγωνο **(γ)** έχει μία **ορθή** γωνία και ονομάζεται **ορθογώνιο τρίγωνο**.

(στ) 

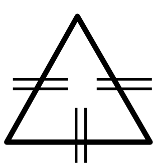
Το τρίγωνο **(στ)** έχει τρεις **οξείες γωνίες**, δηλαδή τρεις γωνίες μικρότερες από την ορθή, και ονομάζεται **οξυγώνιο τρίγωνο**.

Τα τρίγωνα και οι πλευρές τους

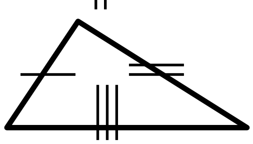
Στην ομάδα Β, βάλαμε τα τρίγωνα β, δ και ε, με κριτήριο **τις πλευρές τους**.

(β) 

Το τρίγωνο **(β)** έχει τις **2 πλευρές του ίσες** και ονομάζεται **ισοσκελές τρίγωνο**.

(δ) 

Το τρίγωνο **(δ)** έχει και τις **3 πλευρές του ίσες** και ονομάζεται **ισόπλευρο τρίγωνο.**

(ε) 

Το τρίγωνο **(ε)** έχει **όλες τις πλευρές του άνισες** και ονομάζεται **σκαληνό τρίγωνο**.

Μαθαίνω

Είδη τριγώνων ανάλογα με τις γωνίες τους

Ορθογώνιο τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει **μία ορθή γωνία**.

Αμβλυγώνιο τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει **μία αμβλεία γωνία**.

Οξυγώνιο τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει **τρεις οξείες γωνίες**.

Είδη τριγώνων ανάλογα με τις πλευρές τους

Ισόπλευρο τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει **και τις τρεις πλευρές του ίσες**.

Ισοσκελές τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει **τις δύο πλευρές του ίσες**.

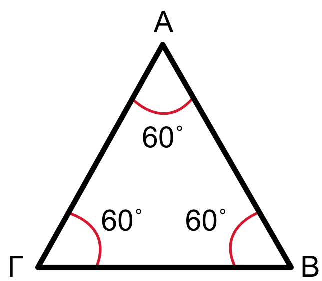
Σκαληνό τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει όλες τις **πλευρές του άνισες**.

Ερευνώ

37 Άθροισμα των γωνιών τριγώνου

1 Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου

Παρατηρώ τα τρίγωνα και συμπληρώνω.



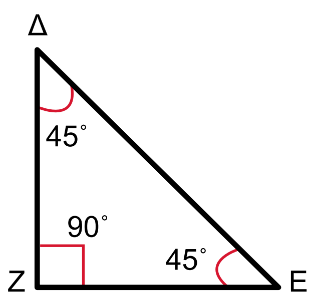
Το τρίγωνο ΑΒΓ:

α) Με βάση τις πλευρές του είναι ....

β) Με βάση τις γωνίες του είναι ....

γ) Βρίσκω το άθροισμα των γωνιών του σε μοίρες.

$60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = \boxed{}$



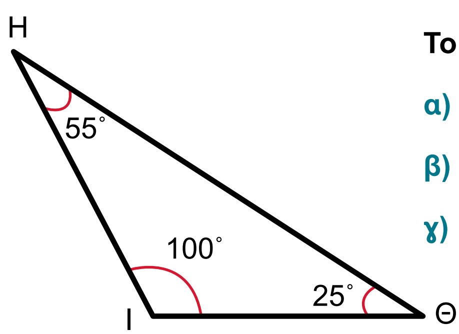
Το τρίγωνο ΔΕΖ:

α) Με βάση τις πλευρές του είναι ....

β) Με βάση τις γωνίες του είναι ....

γ) Βρίσκω το άθροισμα των γωνιών του σε μοίρες.

$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$



Το τρίγωνο ΗΘΙ:

α) Με βάση τις πλευρές του είναι ....

β) Με βάση τις γωνίες του είναι ....

γ) Βρίσκω το άθροισμα των γωνιών του σε μοίρες.

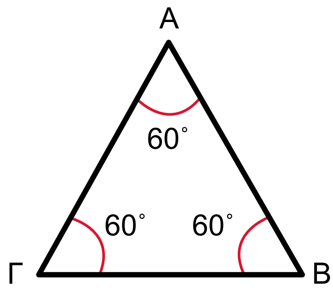
$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$

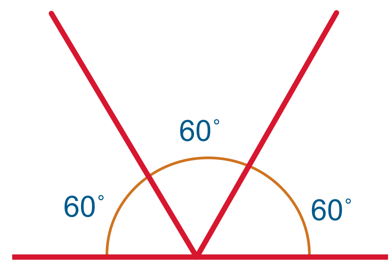
Τι παρατηρώ;

Ανακαλύπτω

2

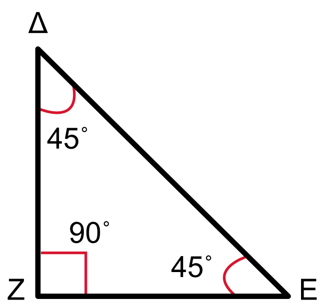
Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου

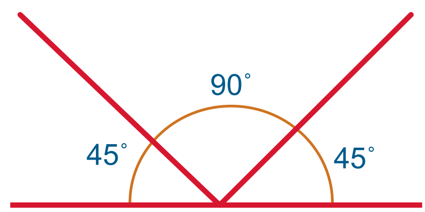




Το τρίγωνο ΑΒΓ με βάση τις πλευρές του είναι **ισόπλευρο** και με βάση τις γωνίες του είναι **οξυγώνιο**.

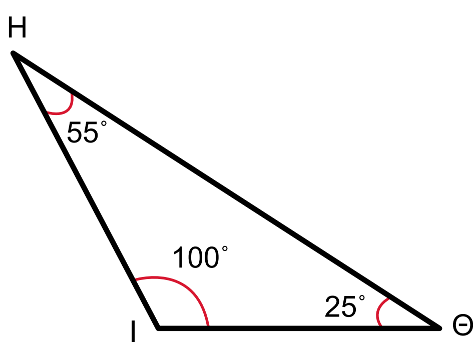
$60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

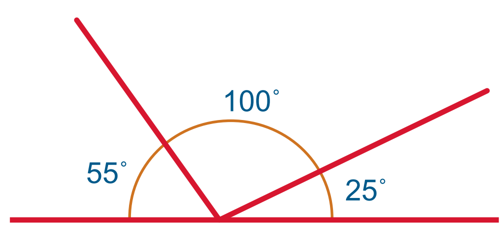




Το τρίγωνο ΔΕΖ με βάση τις πλευρές του είναι **ισοσκελές** και με βάση τις γωνίες του είναι **ορθογώνιο**.

$45^\circ + 45^\circ + 90^\circ = 180^\circ$





Το τρίγωνο ΗΘΙ με βάση τις πλευρές του είναι **σκαληνό** και με βάση τις γωνίες του είναι **αμβλυγώνιο**.

$100^\circ + 55^\circ + 25^\circ = 180^\circ$

Παρατηρώ ότι και στα τρία τρίγωνα το άθροισμα των γωνιών τους είναι 180˚.

Μαθαίνω

Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου

Σε κάθε τρίγωνο, το άθροισμα των γωνιών του είναι 180 μοίρες, όσο δηλαδή δύο ορθές γωνίες ($90^\circ + 90^\circ$).

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

38 3διάστατα σχήματα από διαφορετικές οπτικές γωνίες

Ερευνώ

1 Βλέπουμε από διαφορετικές γωνίες το αντίσκηνο

Το ντρόουν βλέπει το αντίσκηνο κατακόρυφα από επάνω, η Κορίνα το βλέπει από πλάγια και ο Νίκος από μπροστά.

α) Με ποιο τρισδιάστατο γεωμετρικό σχήμα μοιάζει το αντίσκηνο;

Μοιάζει με ....

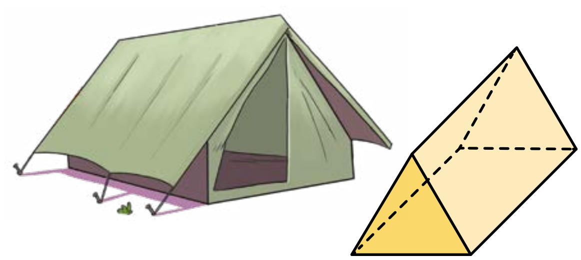
Πόσες έδρες έχει και τι σχήμα έχουν οι έδρες του;

....

β) Ποιο σχήμα βλέπει το ντρόουν; Το σχεδιάζω.	Ποιο σχήμα βλέπει η Κορίνα; Το σχεδιάζω.	Ποιο σχήμα βλέπει ο Νίκος; Το σχεδιάζω.

Ανακαλύπτω

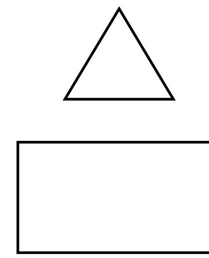
2 **α)** Το σχήμα του αντίσκηνου μοιάζει με το τριγωνικό πρίσμα.



Το τριγωνικό πρίσμα έχει συνολικά πέντε έδρες.

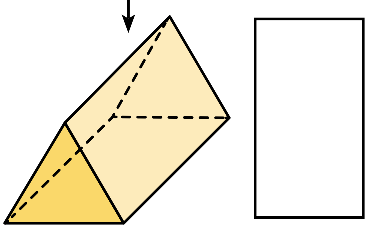
Το τριγωνικό πρίσμα έχει δύο έδρες μπροστά και πίσω που είναι τρίγωνα.

Έχει τρεις παράπλευρες έδρες που είναι ορθογώνια.

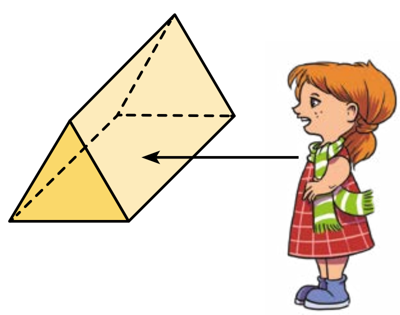


β)

Βλέπω
από επάνω.
Η κάτοψη.



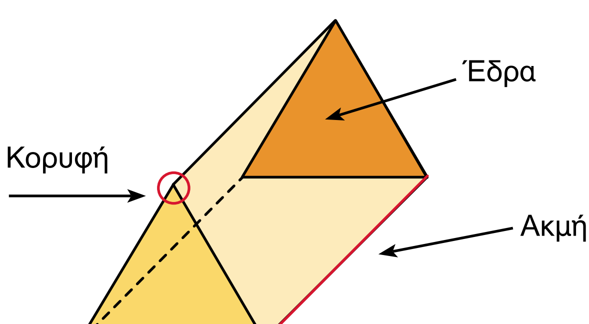
Το ντρόουν από επάνω βλέπει ένα ορθογώνιο.



Η Κορίνα από πλάγια βλέπει ορθογώνιο.

Ο Νίκος από μπροστά βλέπει ένα τρίγωνο.

3 Πόσες κορυφές, έδρες και ακμές έχει το τριγωνικό πρίσμα;
Προσθέτω τον αριθμό των κορυφών και των ακμών.



Κορυφές ☐

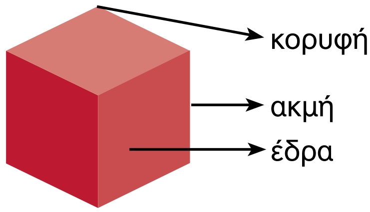
Έδρες ☐

Κορυφές + Έδρες ☐

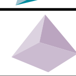
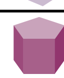
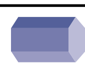
Ποια σχέση έχουν μεταξύ τους ο αριθμός των κορυφών + των εδρών και των ακμών;

Ανακαλύπτω

4



Συμπληρώνω τον πίνακα με τα στοιχεία των στερεών σωμάτων.

Γεωμετρικό στερεό	Εικόνα	Κορυφές	Έδρες	Ακμές	Κορυφές + Έδρες	Ακμές + 2
Κύβος		8	6	12	14	14
Ορθογώνιο πρίσμα						
Τριγωνική πυραμίδα						
Τετραγωνική πυραμίδα						
Πενταγωνικό πρίσμα						
Εξαγωνικό πρίσμα						

Σε κάθε περίπτωση παρατηρώ τη σχέση που έχουν μεταξύ τους ο αριθμός των κορυφών + των εδρών και των ακμών +2.

Για όλα τα στερεά μπορώ να γράψω ότι ισχύει η σχέση:

Αριθμός των κορυφών + αριθμός των εδρών (Κ + Ε) = ...

Μαθαίνω

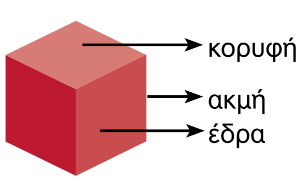
Κορυφές + Έδρες = Ακμές + 2 (Κ + Ε = Α + 2)

Στα τρισδιάστατα σχήματα ισχύει η σχέση:

Κορυφές + Έδρες = Ακμές + 2 (Κ + Ε = Α + 2)

Η σχέση αυτή ονομάζεται Τύπος του Euler.

Παράδειγμα:



Ο κύβος έχει 8 κορυφές, 6 έδρες και 12 ακμές.

8 + 6 = 12 + 2

Κ + Ε = Α + 2

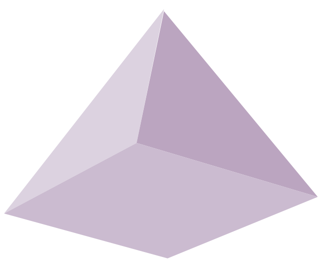
Για να θυμάμαι το Κ + Ε = Α + 2, θυμάμαι το «Κωνσταντίνος + Ελένη, Άγιοι ήταν και οι 2».

5 **α)** Κοιτάζω το ορθογώνιο πρίσμα:

α) Από επάνω. Ποιο σχήμα βλέπω;

β) Από πλάγια. Ποιο σχήμα βλέπω;

β) Κοιτάζω την τετραγωνική πυραμίδα:

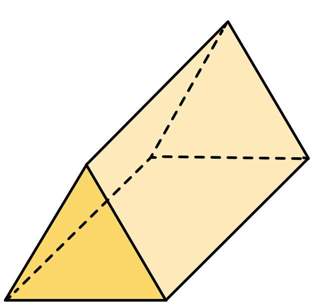


α) Από επάνω. Ποιο σχήμα βλέπω;

β) Από πλάγια. Ποιο σχήμα βλέπω;

6 Κοιτάζω από επάνω ένα στερεό σώμα και βλέπω ένα τετράγωνο. Βρίσκω και γράφω ποιο ή ποια στερεά σώματα μπορεί να είναι.

7 Εξετάζω αν ισχύει ο τύπος του Euler στο τριγωνικό πρίσμα.



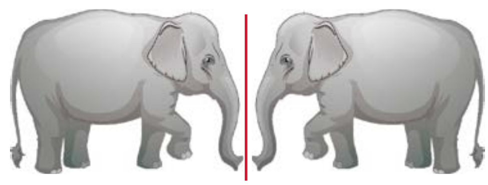
39 Αξονική συμμετρία

Ερευνώ

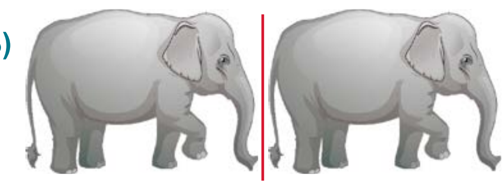
1 Καθρέφτη, καθρεφτάκι μου

α) Με άξονα συμμετρίας την κόκκινη γραμμή, σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις οι δύο ελέφαντες είναι συμμετρικοί;

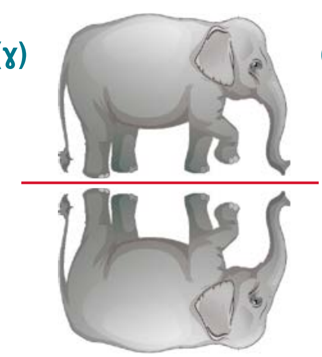
(α)



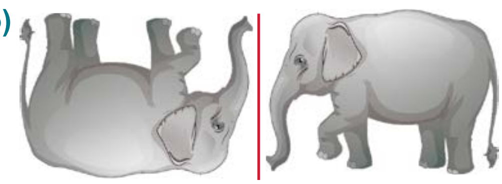
(β)



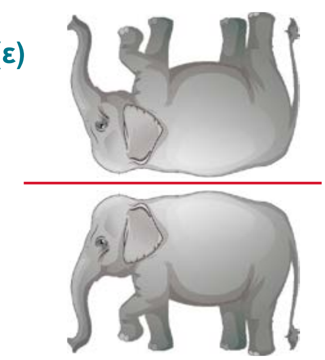
(γ)



(δ)

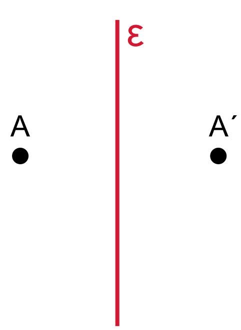


(ε)

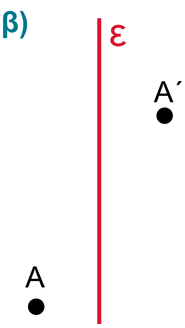


β) Με άξονα συμμετρίας την κόκκινη γραμμή ε, σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις το σημείο Α΄ είναι συμμετρικό του σημείου Α;

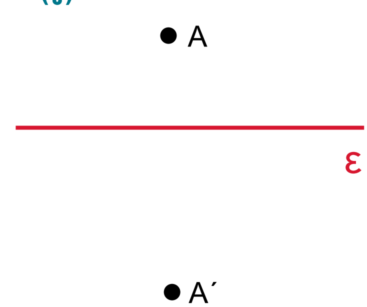
(α)



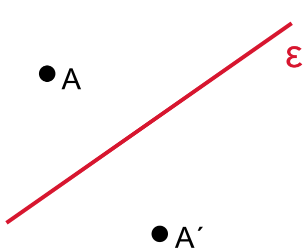
(β)



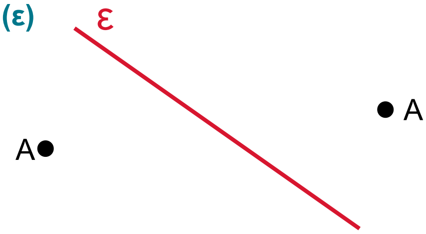
(γ)



(δ)



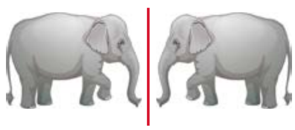
(ε)



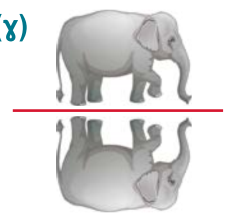
Ανακαλύπτω

2 **α)** Συμμετρικές ως προς μία ευθεία είναι δύο εικόνες που συμπίπτουν ακριβώς, αν διπλώσουμε το χαρτί κατά μήκος της ευθείας. Συνεπώς, συμμετρικές είναι οι εικόνες στις περιπτώσεις α, γ και ε.

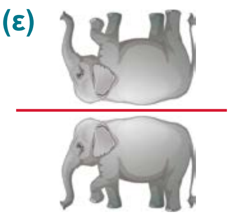
(α)



(γ)

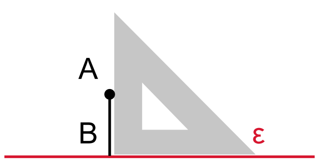


(ε)

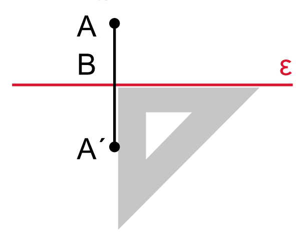


β) Για να κατασκευάσουμε το συμμετρικό ενός σημείου Α ως προς τον άξονα συμμετρίας ε, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1) Από το σημείο Α φέρνω με τον γνώμονα το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ στον άξονα συμμετρίας ε.



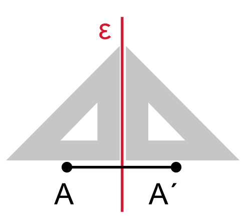
2) Προεκτείνω το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και παίρνω το σημείο Α΄, έτσι ώστε ΑΒ = ΒΑ΄.



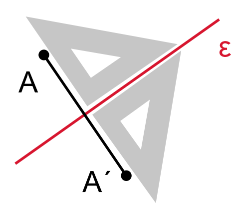
Το σημείο Α΄ είναι συμμετρικό του σημείου Α ως προς τον άξονα συμμετρίας ε.

Συμμετρικά ως προς την κόκκινη γραμμή είναι τα σημεία στις περιπτώσεις α και δ.

(α)



(δ)



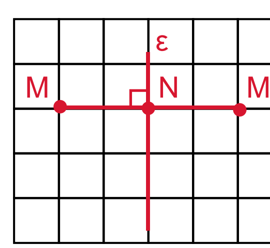
Μαθαίνω

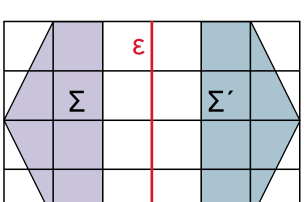
Συμμετρικό σημείου ως προς άξονα

Τα σημεία Μ και Μ΄ είναι συμμετρικά, με άξονα συμμετρίας την ευθεία ε.

Τα σημεία Μ και Μ΄ ισαπέχουν από την ευθεία ε, ΜΝ = ΝΜ΄.

Τα ευθύγραμμα τμήματα ΜΝ και ΝΜ΄ είναι κάθετα στον άξονα ε.





Συμμετρικό σχήματος ως προς άξονα

Τα σχήματα Σ και Σ΄ είναι συμμετρικά, με άξονα συμμετρίας την ευθεία ε.

Το σχήμα Σ΄ δημιουργείται από το σύνολο των συμμετρικών σημείων του σχήματος Σ ως προς τον άξονα συμμετρίας ε.

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

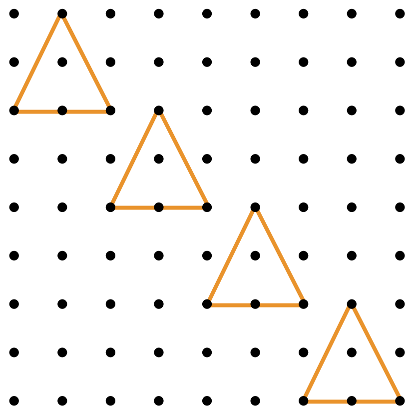
ΒΙΝΤΕΟ

Ερευνώ

40 Μεταφορά. Θέσεις σημείων στο επίπεδο

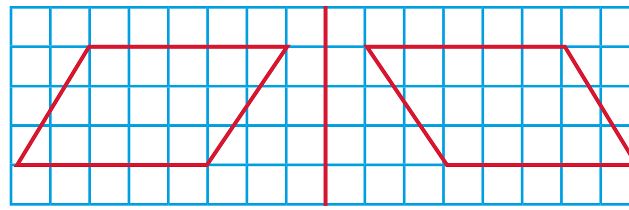
1 **α)** Παρατηρώ τις εικόνες και κυκλώνω το σωστό (συμμετρία ή μεταφορά).

(α)



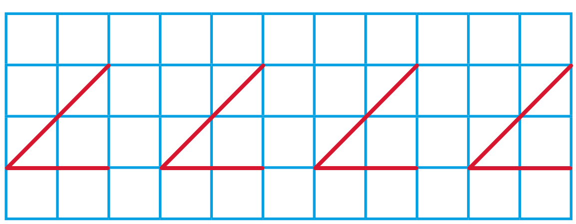
Συμμετρία **Μεταφορά**

(β)



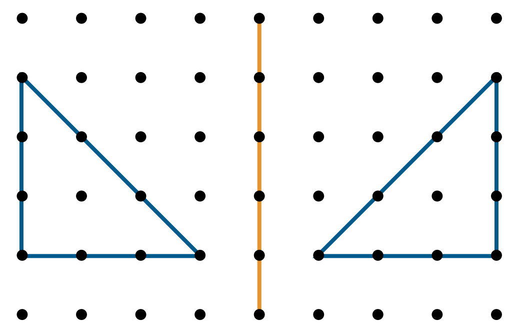
Συμμετρία **Μεταφορά**

(γ)



Συμμετρία **Μεταφορά**

(δ)

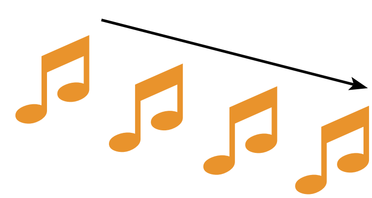


Συμμετρία **Μεταφορά**

(ε)

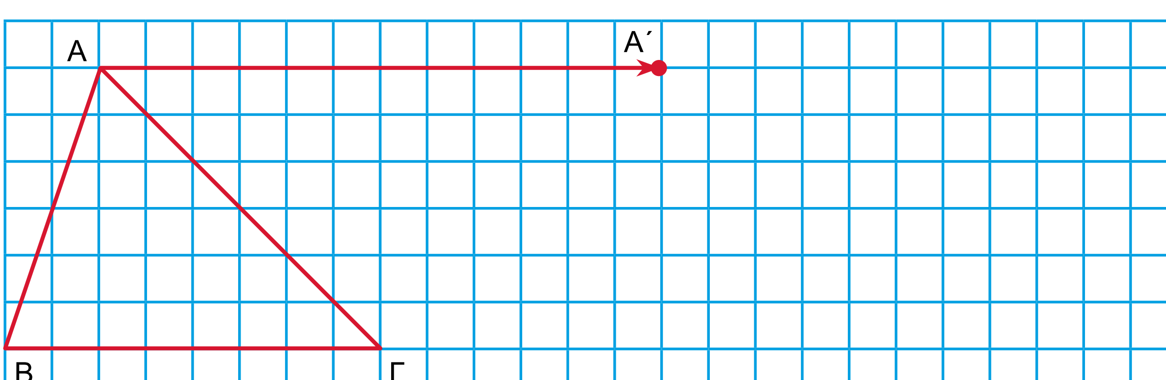
Συμμετρία **Μεταφορά**

(στ)



Συμμετρία **Μεταφορά**

β) Μεταφέρω το τρίγωνο ΑΒΓ 12 θέσεις δεξιά.

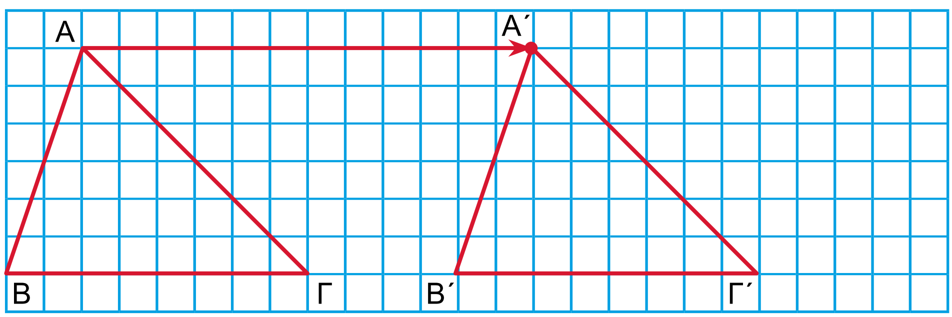


Ανακαλύπτω

2 **α)** **Συμμετρία** έχουμε στις περιπτώσεις (της σελ. 121) β, δ και ε, γιατί, αν διπλώσουμε το χαρτί κατά μήκος του άξονα συμμετρίας, τα δύο σχήματα θα συμπίπτουν.

Μεταφορά έχουμε στις περιπτώσεις (της σελ. 121) α, γ και στ, γιατί το σχήμα μεταφέρεται σε άλλη θέση, χωρίς να αλλάξει μέγεθος, να περιστραφεί ή να αποτελέσει αντανάκλαση του αρχικού.

β) Μεταφέρω το τρίγωνο ΑΒΓ 12 θέσεις δεξιά.



Μεταφέρουμε το σημείο Β 12 θέσεις δεξιά, στο Β΄.
Μεταφέρουμε το σημείο Γ 12 θέσεις δεξιά, στο Γ΄. Ενώνουμε τα σημεία Α΄, Β΄ και Γ΄ και σχηματίζεται το τρίγωνο Α΄Β΄Γ΄, που είναι μεταφορά του ΑΒΓ 12 θέσεις δεξιά.

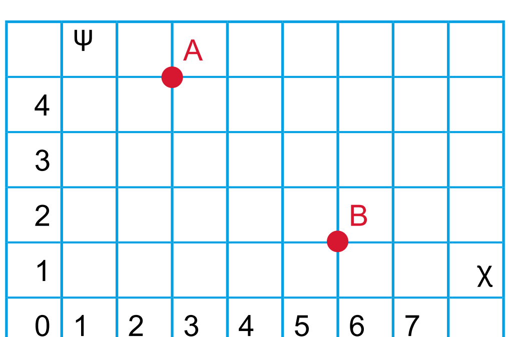
Μαθαίνω

Μεταφορά

Μεταφορά έχουμε όταν ένα σημείο, ένα σχήμα ή ένα αντικείμενο μετακινείται στο επίπεδο χωρίς να το περιστρέψουμε ή να το καθρεφτίσουμε. Κάθε μεταφορά έχει δύο παραμέτρους, τη διεύθυνση (πάνω, κάτω, αριστερά, δεξιά) και την απόσταση.

Το καρτεσιανό επίπεδο

Το καρτεσιανό επίπεδο ορίζεται από δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, τον άξονα χ (οριζόντιος) και τον άξονα ψ (κατακόρυφος).
Στο καρτεσιανό επίπεδο μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου με ένα ζεύγος αριθμών που ονομάζονται συντεταγμένες.



Ο πρώτος αριθμός είναι πάντα στον άξονα χ και ο δεύτερος στον άξονα ψ.

Οι συντεταγμένες των σημείων Α και Β είναι:
Α (2,4) Β (5,1)

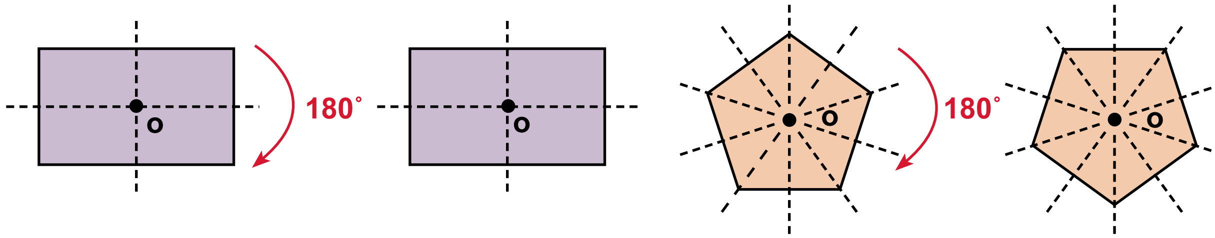
41 Κέντρο συμμετρίας και στροφές

Ερευνώ

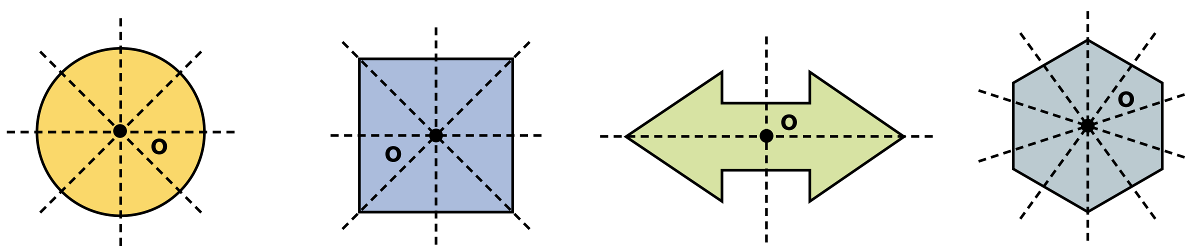
1

α) Το κέντρο συμμετρίας

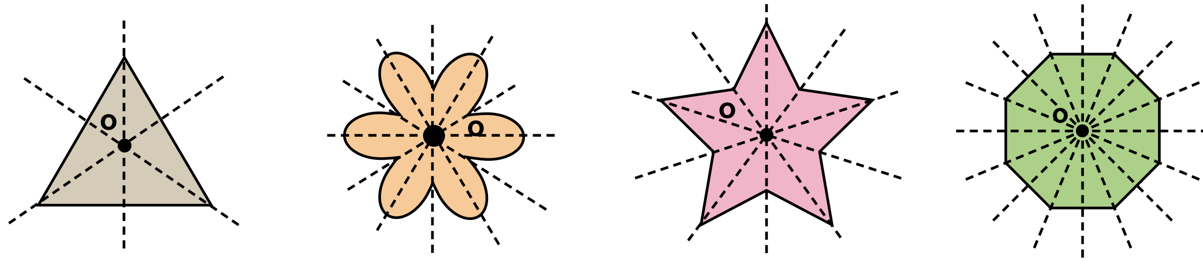
Αν περιστρέψω το ορθογώνιο κατά 180˚ γύρω από το σημείο Ο, το σχήμα δεν αλλάζει κατεύθυνση. Δε συμβαίνει το ίδιο όμως και με το πεντάγωνο.



Κυκλώνω τα σχήματα που, αν τα περιστρέψω κατά 180˚ γύρω από το σημείο Ο, θα συμπίπτουν με τον εαυτό τους.



(α) (β) (γ) (δ)



(ε) (στ) (ζ) (η)

Στροφές

Γράφω τι είδους στροφή έγινε κάθε φορά στην αρχική εικόνα.

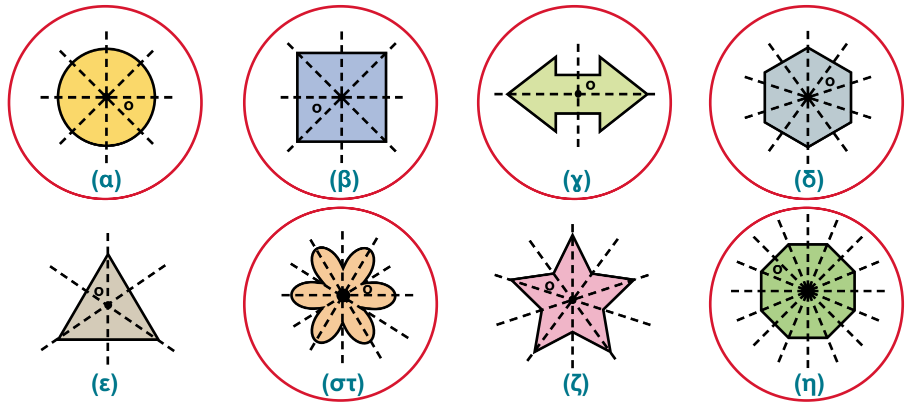
Αρχική εικόνα	**Στροφή 90˚ δεξιά**	**Στροφή ....**	**Στροφή ....**
		....	**...........................**

Ανακαλύπτω

2

α) Το κέντρο συμμετρίας

Κυκλώνω τα σχήματα που συμπίπτουν με τον εαυτό τους, αν κάνουν στροφή 180˚.

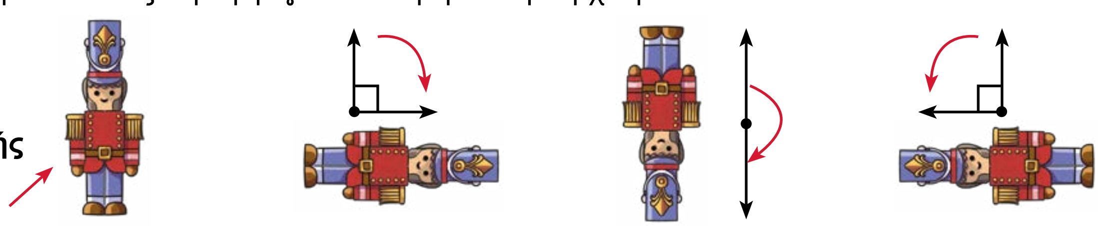


Στα σχήματα που, όταν στρέφονται κατά 180 μοίρες γύρω από ένα σημείο συμπίπτουν με τον εαυτό τους, το σημείο αυτό ονομάζεται **κέντρο συμμετρίας**.

β) Στροφές

Γράφω τι είδους στροφή έγινε κάθε φορά στην αρχική εικόνα.

Κέντρο στροφής



Αρχική εικόνα **Στροφή 90˚ δεξιά** **Στροφή 180˚** **Στροφή 90˚ αριστερά**

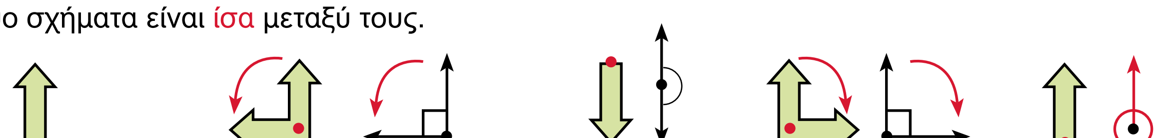
Μαθαίνω

Κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος ονομάζεται το σημείο Ο, γύρω από το οποίο, αν περιστρέψουμε το σχήμα κατά 180˚, συμπίπτει με το αρχικό σχήμα.

Το τετράγωνο έχει κέντρο συμμετρίας. Το ισόπλευρο τρίγωνο **δεν** έχει κέντρο συμμετρίας.

Στροφή ονομάζουμε τον μετασχηματισμό στον οποίο κάθε σημείο ενός σχήματος περιστρέφεται γύρω από ένα σημείο (κέντρο της στροφής) με γωνία ω.

Τα δύο σχήματα είναι ίσα μεταξύ τους.



Αρχική θέση **Κέντρο στροφής** **Στροφή 90˚ αριστερά** **Στροφή 180˚** **Στροφή 90˚ δεξιά** **Στροφή 360˚**

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

ΒΙΝΤΕΟ

Σημεία, ευθείες, ημιευθείες, ευθύγραμμα τμήματα

Σημείο είναι το αποτύπωμα του μολυβιού ή της βελόνας πάνω στο χαρτί. Αν ενώσουμε με έναν χάρακα δύο σημεία, σχηματίζουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα.

Αν προεκτείνω ένα ευθύγραμμο τμήμα από τη μία πλευρά, έχω μια ημιευθεία.

Αν προεκτείνω ένα ευθύγραμμο τμήμα και από τις δύο πλευρές, έχω μια ευθεία.

Είδη τριγώνων

Είδη τριγώνων ανάλογα με τις γωνίες τους

Ορθογώνιο τρίγωνο:
Το τρίγωνο που έχει **μία ορθή γωνία**.

Αμβλυγώνιο τρίγωνο:
Το τρίγωνο που έχει **μία αμβλεία γωνία**.

Οξυγώνιο τρίγωνο:
Το τρίγωνο που έχει **τρεις οξείες γωνίες**.

Είδη τριγώνων ανάλογα με τις πλευρές τους

Ισόπλευρο τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει **και τις τρεις πλευρές του ίσες**.

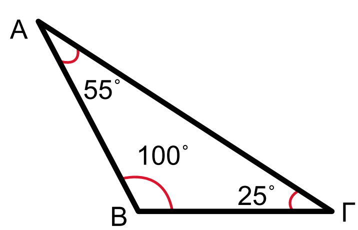
Ισοσκελές τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει τις **δύο πλευρές του ίσες**.

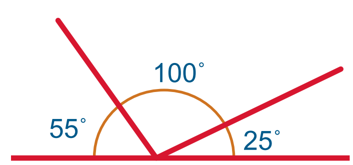
Σκαληνό τρίγωνο: Το τρίγωνο που έχει **όλες τις πλευρές του άνισες**.

Άθροισμα των γωνιών τριγώνου

Σε κάθε τρίγωνο, το άθροισμα των γωνιών του είναι 180 μοίρες, όσο δηλαδή δύο ορθές γωνίες (90˚ + 90˚).

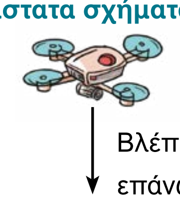
Για παράδειγμα, στο τρίγωνο ΑΒΓ το άθροισμα των γωνιών του είναι 180˚.



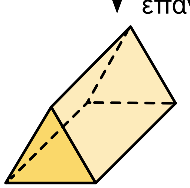


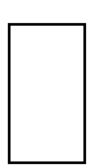
100˚ + 55˚ + 25˚ = 180˚

3διάστατα σχήματα από διαφορετικές οπτικές γωνίες

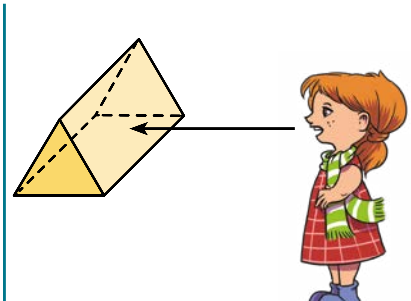


Βλέπω από επάνω. Η κάτοψη.





Το ντρόουν από επάνω βλέπει ένα ορθογώνιο.



Η Κορίνα από πλάγια βλέπει ένα ορθογώνιο.

Η πρόσοψη.

Ο Νίκος από μπροστά βλέπει ένα τρίγωνο.

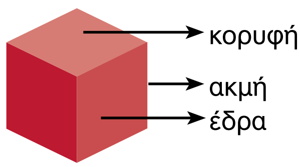
Κορυφές + Έδρες = Ακμές + 2 (Κ + Ε = Α + 2)

Στα τρισδιάστατα σχήματα ισχύει η σχέση:

Κορυφές + Έδρες = Ακμές + 2 (Κ + Ε = Α + 2)

Η σχέση αυτή ονομάζεται Τύπος του Euler.

Παράδειγμα



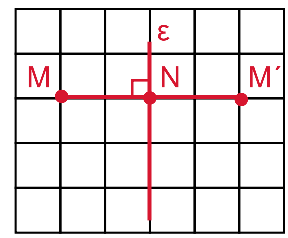
Ο κύβος έχει 8 κορυφές, 6 έδρες και 12 ακμές

8 + 6 = 12 + 2

Κ + Ε = Α + 2

Αξονική συμμετρία

Συμμετρικό σημείου ως προς άξονα



Τα σημεία Μ και Μ΄ είναι συμμετρικά, με άξονα συμμετρίας την ευθεία ε.

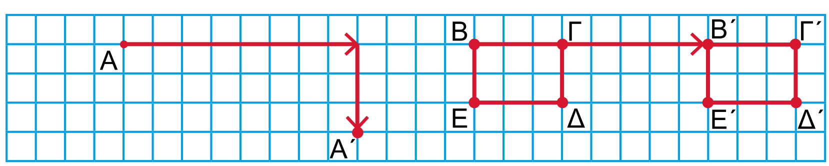
Τα σημεία Μ και Μ΄ ισαπέχουν από την ευθεία ε, ΜΝ = ΝΜ΄

Τα ευθύγραμμα τμήματα ΜΝ και ΝΜ΄ είναι κάθετα στον άξονα ε.

Μεταφορά. Θέσεις σημείων στο επίπεδο

Μεταφορά έχουμε όταν ένα σημείο, ένα σχήμα ή ένα αντικείμενο μετακινείται στο επίπεδο χωρίς να το περιστρέψουμε ή να το καθρεφτίσουμε. Κάθε μεταφορά έχει δύο παραμέτρους, τη διεύθυνση (πάνω, κάτω, αριστερά, δεξιά) και την απόσταση.

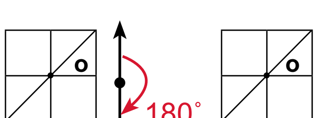
Π.χ. το σημείο Α μεταφέρθηκε 8 τετράγωνα δεξιά και τρία τετράγωνα κάτω.



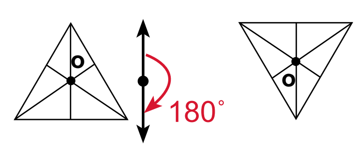
Όταν μεταφέρω ένα σχήμα ΒΓΔΕ, μεταφέρω κάθε κορυφή του Β, Γ, Δ και Ε κι έπειτα ενώνω τα σημεία Β΄, Γ΄, Δ΄ και Ε΄ με ευθύγραμμα τμήματα και σχηματίζεται το σχήμα Β΄Γ΄Δ΄Ε΄.

Κέντρο συμμετρίας και στροφές

Κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος ονομάζεται το σημείο Ο, γύρω από το οποίο, αν περιστρέψουμε το σχήμα κατά 180ο, συμπίπτει με το αρχικό σχήμα.



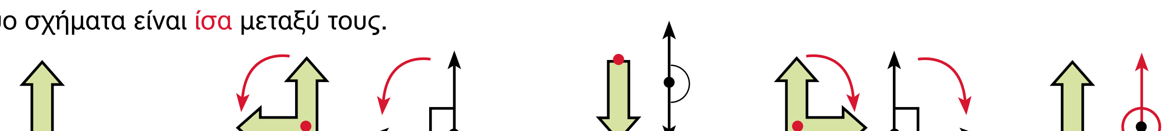
Το τετράγωνο έχει κέντρο συμμετρίας.



Το ισόπλευρο τρίγωνο **δεν** έχει κέντρο συμμετρίας.

Στροφή ονομάζουμε τον μετασχηματισμό στον οποίο κάθε σημείο ενός σχήματος περιστρέφεται γύρω από ένα σημείο (κέντρο της στροφής) με γωνία ω.

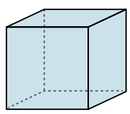
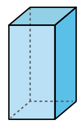
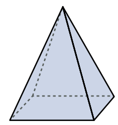
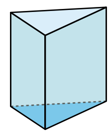
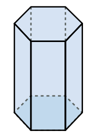
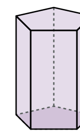
Τα δύο σχήματα είναι ίσα μεταξύ τους.



Αρχική θέση | **Κέντρο στροφής** | **Στροφή 90˚ αριστερά** | **Στροφή 180˚** | **Στροφή 90˚ δεξιά** | **Στροφή 360˚**

Μαθηματικό Ημερολόγιο

Συμπληρώνω τον πίνακα και εξηγώ τη σχέση που συνδέει τις ακμές, τις κορυφές και τις έδρες ενός στερεού.

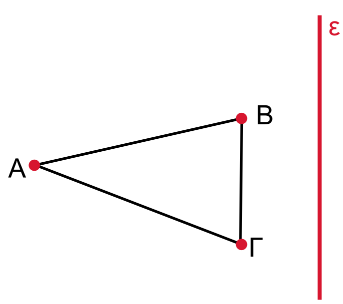
					
Κύβος	Ορθογώνιο πρίσμα	Τετραγωνική πυραμίδα	Τριγωνικό πρίσμα	Εξαγωνικό πρίσμα	Πενταγωνικό πρίσμα
έδρες					
ακμές					
κορυφές					

....

....

Λύνω πρόβλημα

Σχεδιάζω το συμμετρικό του τριγώνου ΑΒΓ με άξονα συμμετρίας την ευθεία ε.



Συλλογίζομαι

Περιγράφω τη στροφή που κάνει σε κάθε περίπτωση η κουκουβάγια. Μπορώ να περιγράψω κάποια κίνηση με δύο τρόπους;

Αρχική θέση	....	....	....	....	....
	....	....	....	....	....
	....	....	....	....	....

Ενότητα 7

Μετρήσεις

Μάθημα 42ο: Μονάδες μέτρησης μήκους
Θα μάθουμε για τις μονάδες μέτρησης του μήκους.

Μάθημα 43ο: Μέτρηση γωνιών με το μοιρογνωμόνιο
Θα μάθουμε να χρησιμοποιούμε το μοιρογνωμόνιο για να μετράμε γωνίες.

Μάθημα 44ο: Υπολογισμός περιμέτρου
Θα μάθουμε να υπολογίζουμε την περίμετρο.

Μάθημα 45ο: Υπολογισμός επιφάνειας
Θα μάθουμε να υπολογίζουμε επιφάνειες.

Μάθημα 46ο: Η διαφορά του εμβαδού από την περίμετρο
Θα μάθουμε να διακρίνουμε το εμβαδόν από την περίμετρο.

Μάθημα 47ο: Υπολογισμός όγκου
Θα μάθουμε να υπολογίζουμε τον όγκο.

Τι μάθαμε στην 7η ενότητα

42 Μονάδες μέτρησης μήκους

Ερευνώ

1

Μετρώ το ύψος μου

Τέσσερις φίλοι μέτρησαν το ύψος τους και το εξέφρασαν με διαφορετικό τρόπο.

Αχμέτ
1,48 m

Ιωάννα
143 cm

Μάριος
1.450 mm

Αλίκη
14,9 dm

α) Ποιο παιδί είναι πιο ψηλό, ο Αχμέτ ή η Ιωάννα;

....

Πώς σκέφτηκες για να απαντήσεις;

....

....

β) Ποιο παιδί είναι πιο ψηλό, ο Μάριος ή η Αλίκη;

....

Πώς σκέφτηκες για να απαντήσεις;

....

....

γ) Μπορείς να συμπληρώσεις τον παρακάτω πίνακα κάνοντας τις μετατροπές;

Όνομα	Μέτρα (m)	Δεκατόμετρα (dm)	Εκατοστόμετρα (cm)	Χιλιοστόμετρα (mm)
Αχμέτ	1,48			
Ιωάννα			143	
Μάριος				1.450
Αλίκη		14,9		

Ανακαλύπτω

2

Αχμέτ
1,48 m

Ιωάννα
143 cm

Ο Αχμέτ είναι πιο ψηλός από την Ιωάννα.

α) Για να συγκρίνω τα ύψη των παιδιών, πρέπει να έχουν την ίδια μονάδα μέτρησης. Μετατρέπω τα μέτρα (m) σε εκατοστά (cm):

1 m = 100 cm. Οπότε 1,48 m = 148 cm.

148 > 145

Μετατρέπω τα εκατοστά (cm) σε μέτρα (m):

1,48 > 1,45

β) Για να συγκρίνω τα ύψη των παιδιών, πρέπει να έχουν την ίδια μονάδα μέτρησης. Μετατρέπω τα δεκατόμετρα (dm) σε χιλιοστά (mm):

1 dm = 100 mm. Οπότε 14,9 dm = 1.490 mm.

1.490 > 1.450

Μετατρέπω τα χιλιοστά (mm) σε δεκατόμετρα (dm):

14,9 > 14,5

Μάριος
1.450 mm

Αλίκη
14,9 dm

Η Αλίκη είναι πιο ψηλή από τον Μάριο.

γ) Κάνω τις μετατροπές και συμπληρώνω τον πίνακα.

Όνομα	Μέτρα (m)	Δεκατόμετρα (dm)	Εκατοστόμετρα (cm)	Χιλιοστόμετρα (mm)
Αχμέτ	1,48	**14,8**	**148**	**1.480**
Ιωάννα	**1,43**	**14,3**	143	**1.430**
Μάριος	**1,45**	**14,5**	**145**	1.450
Αλίκη	**1,49**	14,9	**149**	**1.490**

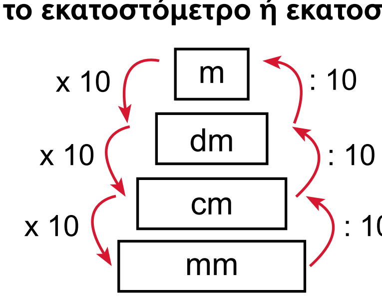
Μαθαίνω

Βασική μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το **μέτρο (m)**.
Οι υποδιαιρέσεις του μέτρου είναι: **το δεκατόμετρο (dm), το εκατοστόμετρο ή εκατοστό (cm) και το χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό (mm)**.

1 m = 10 dm = 100 cm = 1.000 mm

1 dm = 10 cm = 100 mm

1 cm = 10 mm



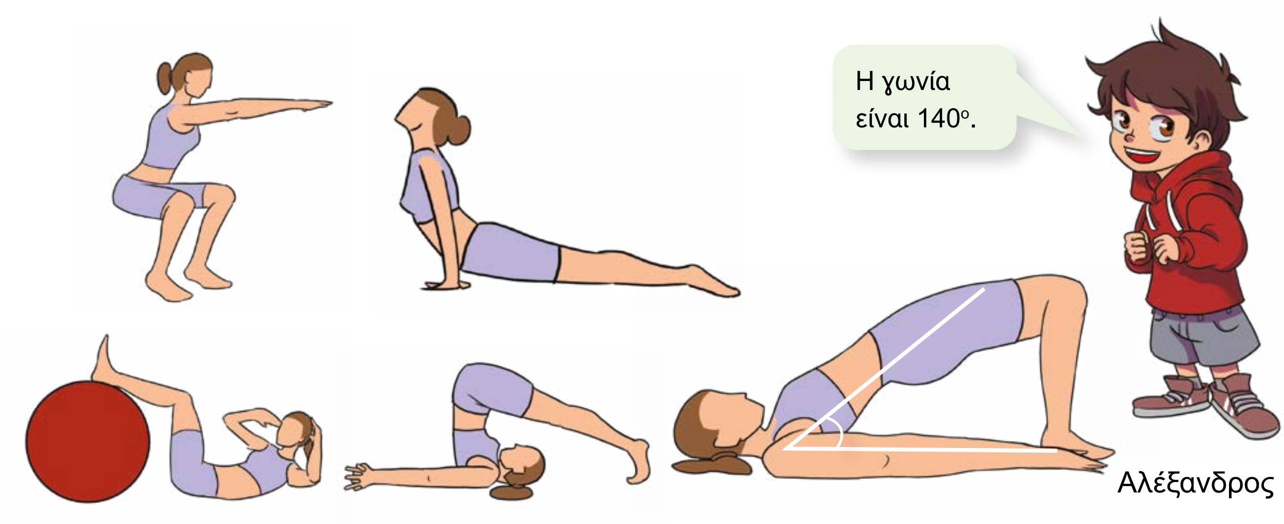
ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

43 Μέτρηση γωνιών με μοιρογνωμόνιο

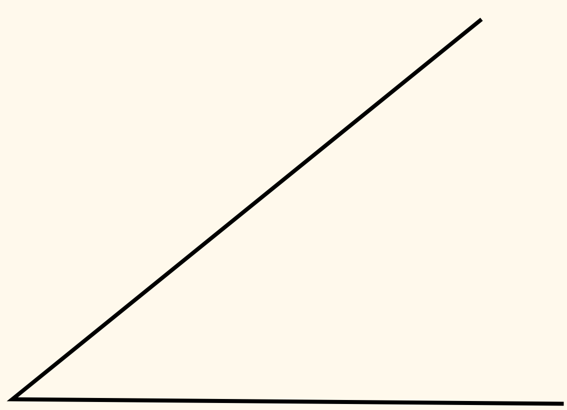
Ερευνώ

1

Γωνίες με το σώμα μας



α) Μετρώ με το μοιρογνωμόνιο τη γωνία που κάνει η κοπέλα με το σώμα της.



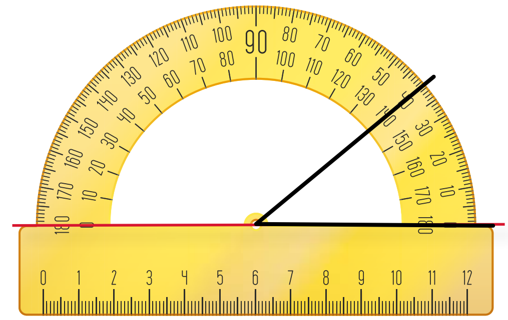
β) Ο Αλέξανδρος μέτρησε τη γωνία που κάνει η κοπέλα με το σώμα της και βρήκε ότι είναι 140°. Ποιο είναι το λάθος που έκανε ο Αλέξανδρος;

Ανακαλύπτω

2 **α)** Χρησιμοποιούμε το μοιρογνωμόνιο για να μετρήσουμε τη γωνία.

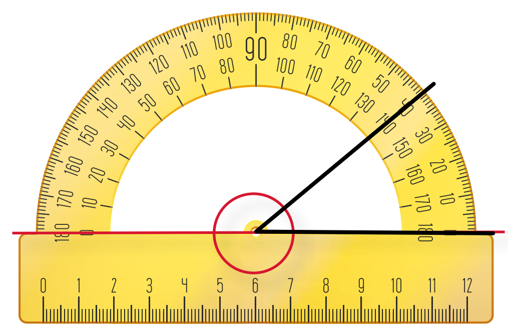
Βήμα 1

Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο έτσι ώστε η ευθεία που περνάει από το 0 του μοιρογνωμόνιου να ταυτιστεί με την αρχική ημιευθεία της γωνίας.



Βήμα 2

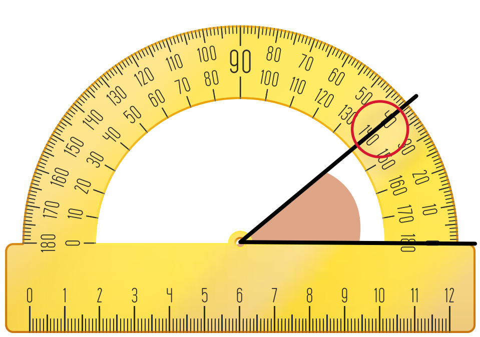
Φροντίζουμε η κορυφή της γωνίας να ταυτιστεί με το κέντρο του κύκλου στο μοιρογνωμόνιο.



Βήμα 3

Ακολουθούμε τη βαθμολόγηση του μοιρογνωμόνιου από το 0 μέχρι την άλλη πλευρά της γωνίας και διαβάζουμε τη βαθμολόγηση σε αυτό το σημείο.

β) Το μοιρογνωμόνιο έχει συνήθως δύο βαθμολογήσεις και μπορούμε να μετρήσουμε ξεκινώντας από τα αριστερά ή από τα δεξιά. Το σφάλμα του Αλέξανδρου ήταν ότι διάβασε τη λάθος βαθμολόγηση.



ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

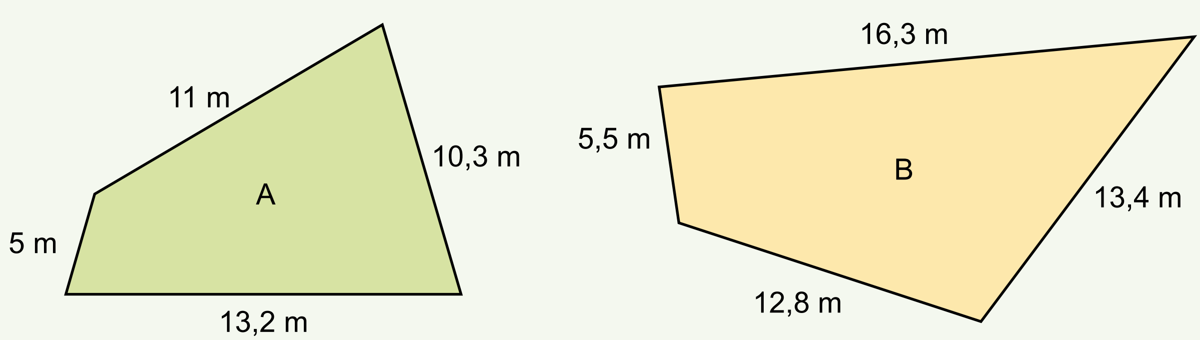
Ερευνώ

1

Η περίφραξη των κτημάτων

Δύο αδέρφια κληρονόμησαν από ένα κτήμα και αποφάσισαν να το περιφράξουν με συρματόπλεγμα.

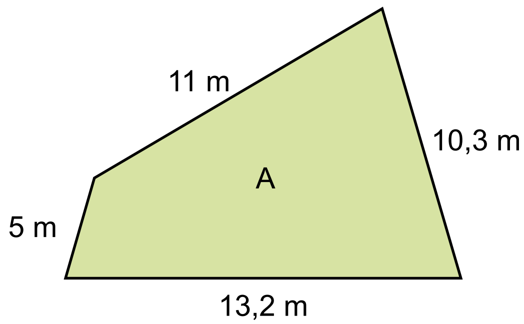
Για ποιο κτήμα χρειάζεται περισσότερο συρματόπλεγμα, για το Α ή το Β;

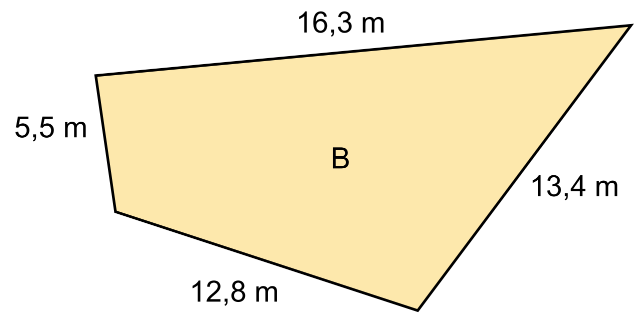


Περισσότερο συρματόπλεγμα θα χρειαστεί για την περίφραξη του κτήματος

Ανακαλύπτω

2 Για να βρω σε ποιο κτήμα θα χρειαστεί περισσότερο συρματόπλεγμα για την περίφραξη, θα πρέπει να βρω την **περίμετρο** των κτημάτων, δηλαδή το άθροισμα των πλευρών τους.





Κτήμα Α

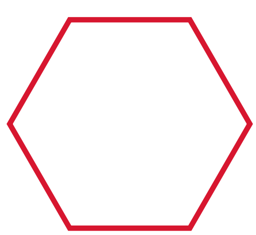
Π = 11 + 10,3 + 5 + 13,2 = 39,5 m

Κτήμα Β

Π = 16,3 + 13,4 + 12,8 + 5,5 = 48 m

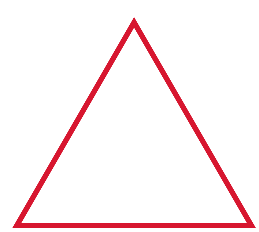
Περισσότερο συρματόπλεγμα θα χρειαστεί για την περίφραξη του κτήματος

3 Το εξάγωνο και το ισόπλευρο τρίγωνο έχουν το καθένα περίμετρο 24 cm.
Ποιο είναι το μήκος της πλευράς του κάθε σχήματος;



Το μήκος της πλευράς

του εξαγώνου είναι .... cm.



Το μήκος της πλευράς

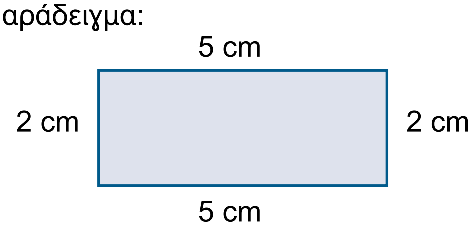
του τριγώνου είναι .... cm.

Μαθαίνω

Περίμετρος

Περίμετρος ενός επίπεδου σχήματος ονομάζεται το άθροισμα των μηκών όλων των πλευρών του.

Παράδειγμα:



Π ορθ. = 5 + 5 + 2 + 2 = 14 cm

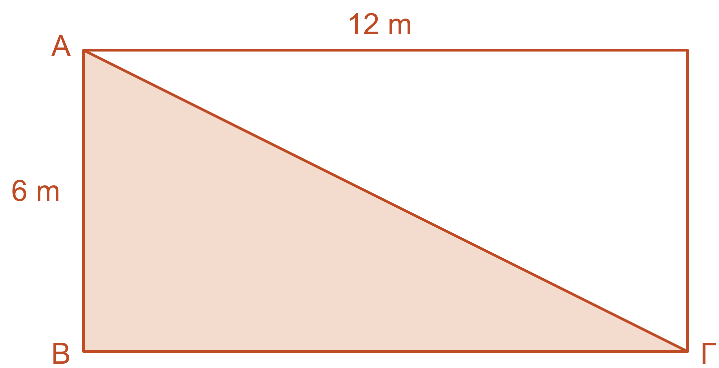
ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ερευνώ

1

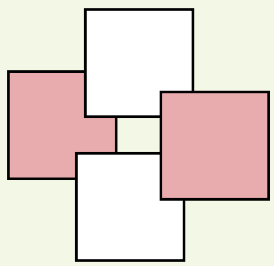
Τα πλακάκια

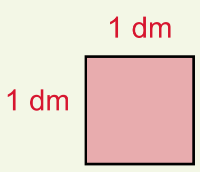
Ο κύριος Μενέλαος αποφάσισε να καλύψει με πλακάκια το δάπεδο του εστιατορίου του.
Το δάπεδο έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Το μήκος είναι 12 m και το πλάτος 6 m.



α) Ποιο είναι το εμβαδόν του μέρους του δαπέδου του εστιατορίου που έχει σχήμα ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ;

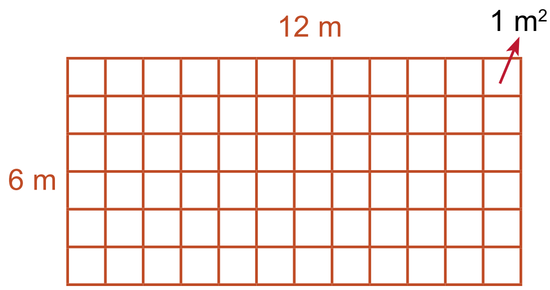
β) Τα πλακάκια που επέλεξε ο κύριος Μενέλαος είναι τετράγωνα και το μήκος της κάθε πλευράς είναι 1 δεκατόμετρο (dm).
Πόσα πλακάκια θα χρειαστούν για να καλυφθεί το δάπεδο του εστιατορίου;

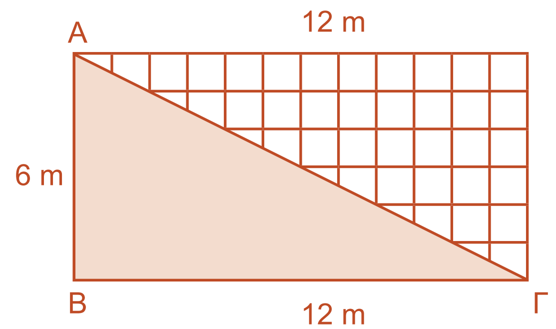




Ανακαλύπτω

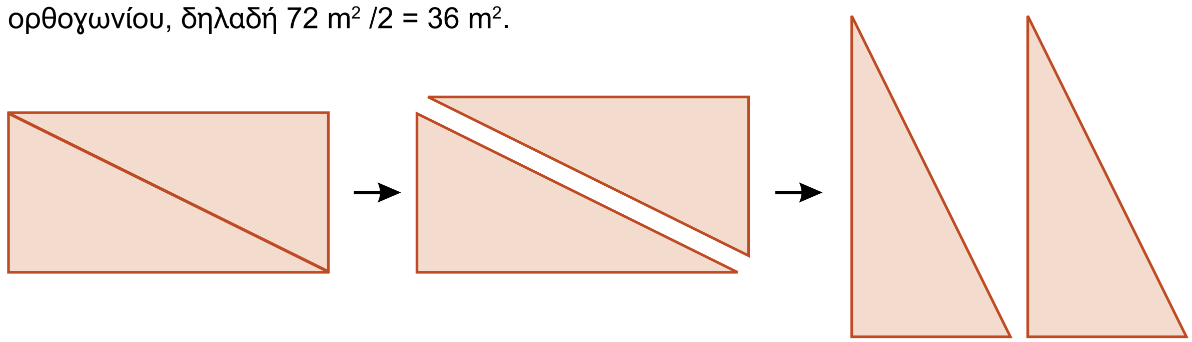
2 **α)** Το μήκος του δαπέδου είναι 12 μέτρα και το πλάτος του 6 μέτρα.
Για να βρούμε το εμβαδόν του, πολλαπλασιάζουμε το μήκος με το πλάτος.
Εορθ. = 12 x 6 = 72 m^2 Το εμβαδόν του δαπέδου είναι 72 τετραγωνικά μέτρα (m^2).





Γνωρίζουμε ότι η διαγώνιος ΑΓ χωρίζει το ορθογώνιο σε δύο ίσα μέρη.

Άρα το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ είναι το μισό από το εμβαδόν του ορθογωνίου, δηλαδή 72 m^2 /2 = 36 m^2.

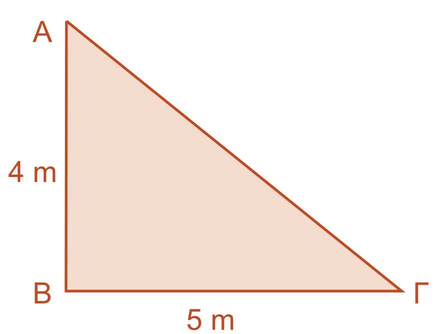


Το εμβαδόν δηλαδή ενός ορθογώνιου τριγώνου το βρίσκουμε αν πάρουμε το μισό από το εμβαδόν του ορθογωνίου που σχηματίζουν οι δύο κάθετες πλευρές του.

Μαθαίνω

Εμβαδόν ορθογώνιου τριγώνου

Για να βρούμε το εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου, πολλαπλασιάζουμε τις δύο κάθετες πλευρές, για να βρούμε το εμβαδόν του ορθογωνίου που σχηματίζεται από τις πλευρές του, και στη συνέχεια διαιρούμε αυτό το εμβαδόν με το 2.

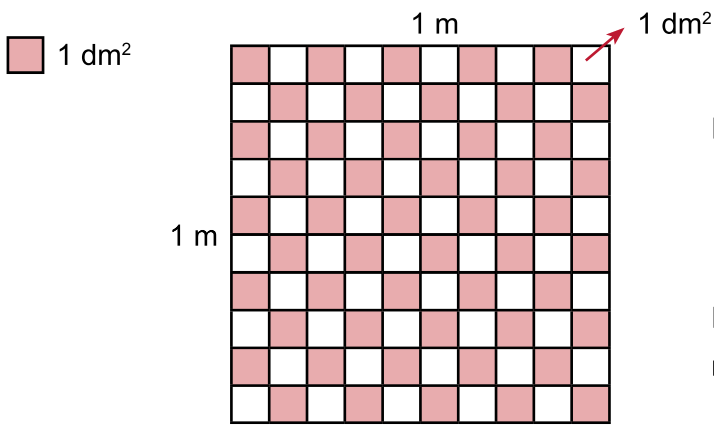


$$\frac{AB \times B\Gamma}{2} = \frac{4\,m \times 5\,m}{2} = \frac{20\,m^2}{2} = 10\,m^2$$

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Ανακαλύπτω

β) Το κάθε πλακάκι έχει εμβαδόν 1 τετραγωνικό δεκατόμετρο (dm^2), αφού η κάθε πλευρά του έχει μήκος 1 dm.



Γνωρίζω ότι 1 m = 10 dm.

10 x 10 = 100.

Το 1 m^2 = 100 dm^2.

Επομένως, κάθε m^2 του δαπέδου καλύπτεται από 100 πλακάκια.

Το δάπεδο είναι 72 m^2. 72 x 100 = 7.200.

Για να καλυφθεί το δάπεδο, χρειάζονται 7.200 πλακάκια.

Μαθαίνω

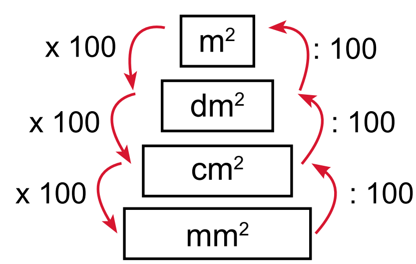
Μετατροπές μονάδων μέτρησης εμβαδού

Το **εμβαδόν** ενός σχήματος είναι ένας αριθμός που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει το σχήμα αυτό στο επίπεδο. Βασική μονάδα μέτρησης του εμβαδού είναι το m^2.

1 m^2 = 100 dm^2 = 10.000 cm^2 = 1.000.000 mm^2

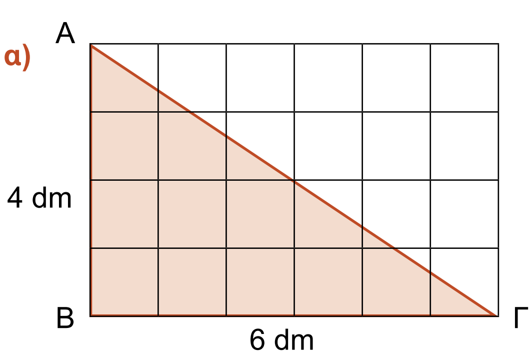
1 dm^2 = 100 cm^2 = 10.000 mm^2

1 cm^2 = 100 mm^2



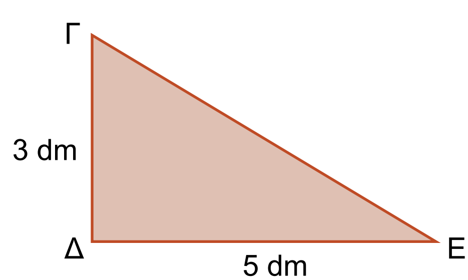
3 Υπολογίζω το εμβαδόν των παρακάτω ορθογώνιων τριγώνων.

α)



Το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ είναι: ....

β)

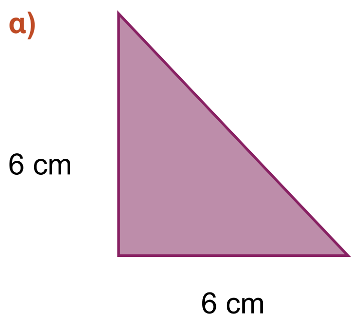


Το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΓΔΕ είναι: ....

ΒΙΝΤΕΟ

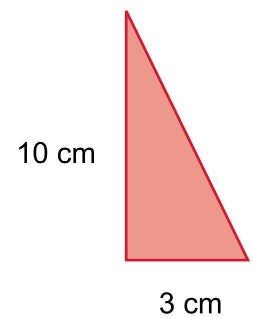
4 Βρίσκω το εμβαδόν των ορθογώνιων τριγώνων.

α)



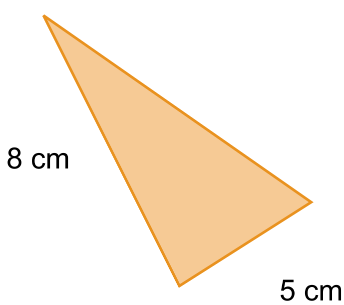
$$\text{Εμβαδόν} = \frac{\square \times \square}{2} = \square \ \text{cm}^2$$

β)



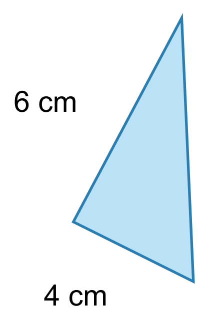
$$\text{Εμβαδόν} = \frac{\square \times \square}{2} = \square \ \text{cm}^2$$

γ)



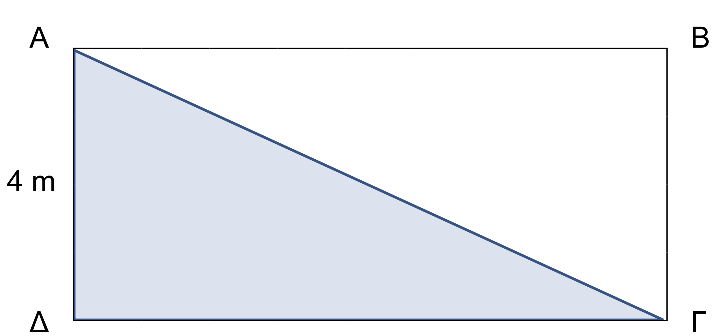
$$\text{Εμβαδόν} = \frac{\square \times \square}{2} = \square \ \text{cm}^2$$

δ)



$$\text{Εμβαδόν} = \frac{\square \times \square}{2} = \square \ \text{cm}^2$$

5 Η πλευρά ΑΔ του ορθογωνίου είναι 4 m. Το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΑΔΓ είναι 16 m^2. Μπορείς να βρεις το μήκος της πλευράς ΔΓ;



Ερευνώ

1

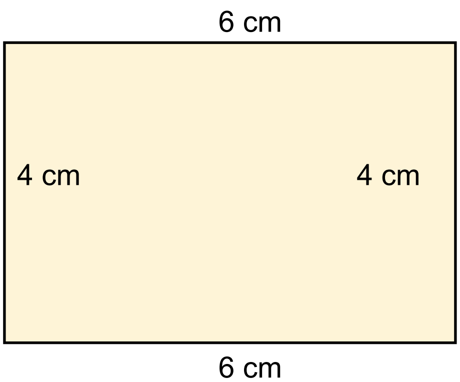
Περίμετρος και εμβαδόν ορθογωνίων

α) Ψάχνω να βρω πόσα διαφορετικά ορθογώνια παραλληλόγραμμα υπάρχουν που έχουν περίμετρο 20 cm. Τα σχεδιάζω.

β) Υπολογίζω τα εμβαδά στα διάφορα ορθογώνια που βρήκα. Η περίμετρος και το εμβαδόν εκφράζονται με τον ίδιο αριθμό στα ορθογώνια;

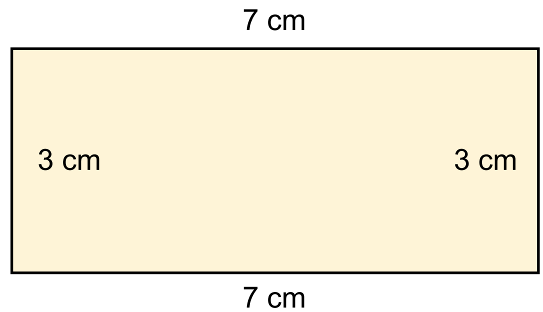
Ανακαλύπτω

2 **α)** Τα ορθογώνια που ψάχνουμε θα έχουν περίμετρο 20 cm. Για παράδειγμα, ένα τέτοιο ορθογώνιο είναι αυτό με πλάτος 4 cm και μήκος 6 cm.



Η περίμετρος του ορθογωνίου θα είναι:
6 cm + 6 cm + 4 cm + 4 cm = 20 cm.

Ένα άλλο ορθογώνιο θα είναι με πλάτος 3 και μήκος 7 cm.



Η περίμετρος του ορθογωνίου θα είναι:
7 cm + 7 cm + 3 cm + 3 cm = 20 cm.

Παρατηρούμε ότι στα ορθογώνια που ψάχνουμε το άθροισμα του πλάτους και του μήκους τους θα είναι 10 cm. Δύο φορές το πλάτος και δύο φορές το μήκος είναι 10 cm + 10 cm = 20 cm.

Τέτοια ορθογώνια είναι αυτά που παραθέτουμε στον πίνακα που ακολουθεί:

Πλάτος	Μήκος	Περίμετρος	Εμβαδόν
1 cm	9 cm	20 cm	9 cm^2
2 cm	8 cm	20 cm	16 cm^2
3 cm	7 cm	20 cm	21 cm^2
4 cm	6 cm	20 cm	24 cm^2
5 cm	5 cm	20 cm	25 cm^2

Υπάρχουν, όμως, και άλλα πολλά ορθογώνια, αν εκφράσουμε το πλάτος και το μήκος τους με δεκαδικούς αριθμούς. Για παράδειγμα, το ορθογώνιο με πλάτος 3,5 cm και μήκος 6,5 cm έχει περίμετρο 20 cm και εμβαδόν 22,75 cm^2.

β) Παρατηρούμε ότι όλα τα ορθογώνια που βρήκαμε έχουν περίμετρο 20 cm, αλλά το εμβαδόν τους είναι διαφορετικό. Για παράδειγμα, στο ορθογώνιο με ύψος 4 cm και πλάτος 6 cm, η περίμετρος είναι 20 cm, ενώ το εμβαδόν του είναι 24 cm^2.

Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι στο ίδιο ορθογώνιο, συνήθως, η περίμετρος και το εμβαδόν δεν εκφράζονται με τον ίδιο αριθμό.

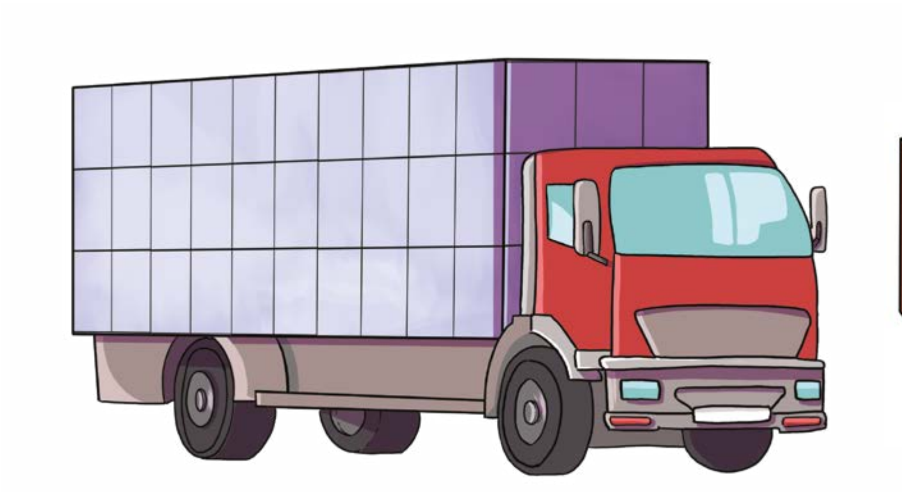
ΑΣΚΗΣΗ-ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

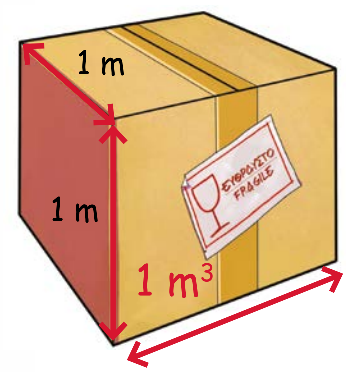
Ερευνώ

1

Το φορτηγό

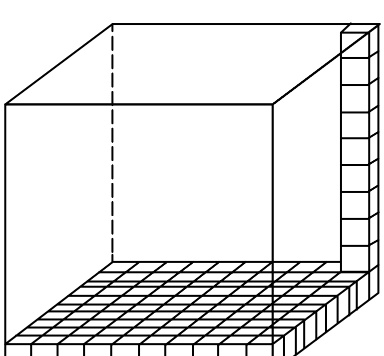
α) Το φορτηγό θα μεταφέρει κιβώτια με σχήμα κύβου. Κάθε κιβώτιο έχει όγκο 1 m^3, δηλαδή το μήκος της ακμής του είναι 1 m.





Πόσα κιβώτια χωράνε στο φορτηγό; Πώς σκέφτηκες για να απαντήσεις;

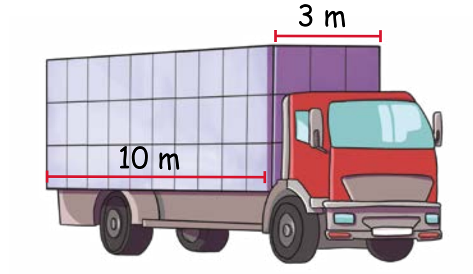
β) Κάθε κιβώτιο περιλαμβάνει κουτιά, που το καθένα έχει όγκο 1 dm^3, δηλαδή η ακμή του είναι 1 dm. Πόσα κουτιά χωράνε σε κάθε κιβώτιο; Πώς σκέφτηκες για να απαντήσεις;



Ανακαλύπτω

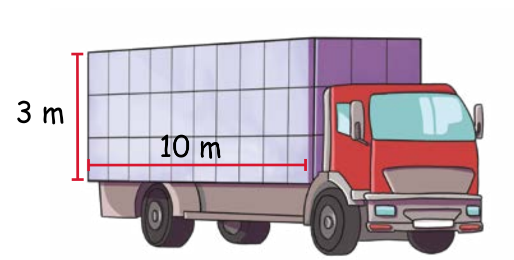
2 **α)** Η καρότσα του φορτηγού έχει μήκος 10 m και πλάτος 3 m.

3 m x 10 m = 30 m^2



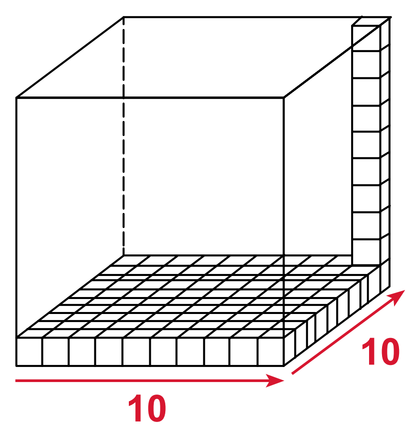
Επομένως, κάθε σειρά χωράει 30 κιβώτια.
Στο φορτηγό χωράνε τρεις σειρές κιβώτια.

3 x 30 = 90
Επομένως, στο φορτηγό χωράνε 90 κιβώτια.
Κάθε κιβώτιο έχει όγκο 1 m^3.
Οπότε ο όγκος των κιβωτίων είναι 90 m^3.



β) Η ακμή του κιβωτίου έχει μήκος 1 m.

1 m = 10 dm.
10 x 10 = 100. Στη βάση του κιβωτίου χωράνε 100 κουτιά.
Το κιβώτιο έχει 10 στρώσεις κουτιά.
10 x 100 = 1.000
Επομένως, κάθε κιβώτιο περιλαμβάνει 1.000 κουτιά.



Μαθαίνω

Μονάδες μέτρησης όγκου

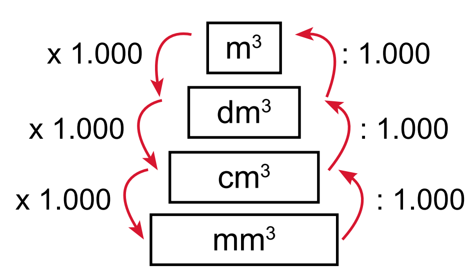
Ο **όγκος** ενός στερεού σώματος είναι ο χώρος που καταλαμβάνει το στερεό.

Μονάδα μέτρησης του όγκου είναι το κυβικό μέτρο (m^3). Το κυβικό μέτρο είναι ένας κύβος που η ακμή του έχει μήκος 1 m.

1 m^3 = 1.000 dm^3 = 1.000.000 cm^3

1 dm^3 = 1.000 cm^3 = 1.000.000 mm^3

1 cm^3 = 1.000 mm^3

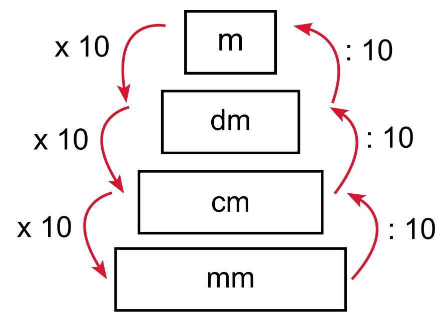


ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

Μονάδες μέτρησης μήκους

Βασική μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το **μέτρο (m)**. Οι υποδιαιρέσεις του μέτρου είναι **το δεκατόμετρο (dm)**, **το εκατοστόμετρο ή εκατοστό (cm) και το χιλιοστόμετρο ή χιλιοστό (mm).**



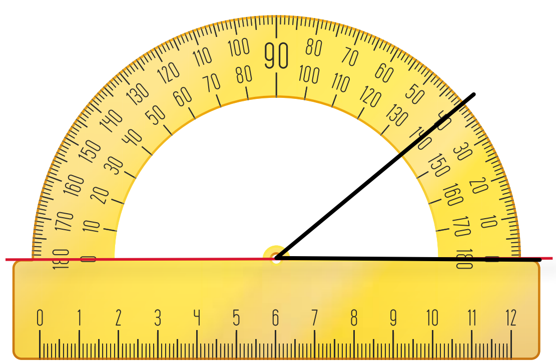
1 m = 10 dm = 100 cm = 1.000 mm

1 dm = 10 cm = 100 mm

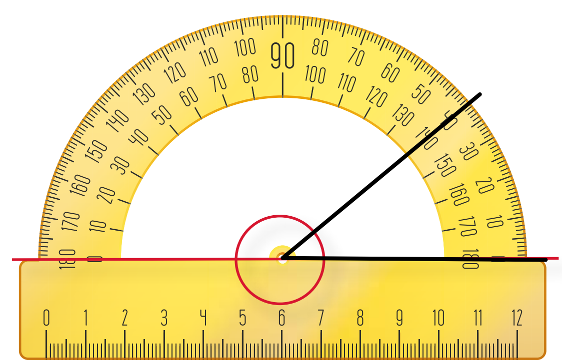
1 cm = 10 mm

Μέτρηση γωνιών με μοιρογνωμόνιο

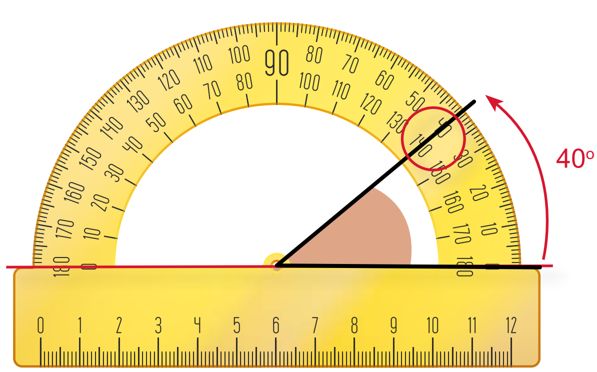
Για να μετρήσουμε μια γωνία με το μοιρογνωμόνιο, ακολουθούμε τα εξής βήματα:



Βήμα 1: Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο έτσι ώστε η ευθεία που περνάει από το 0 του μοιρογνωμόνιου να ταυτιστεί με την αρχική ημιευθεία της γωνίας.



Βήμα 2: Φροντίζουμε η κορυφή της γωνίας να ταυτιστεί με το κέντρο του κύκλου στο μοιρογνωμόνιο.



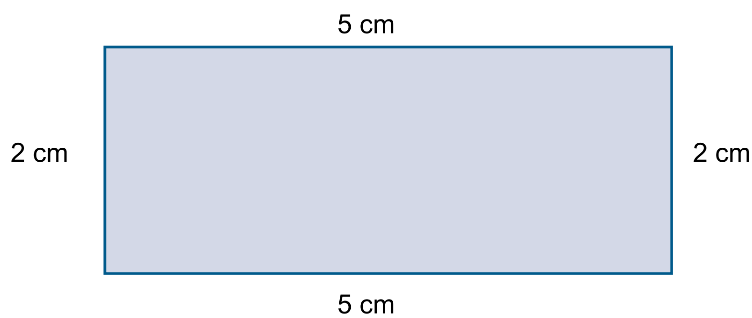
Βήμα 3: Ακολουθούμε τη βαθμολόγηση του μοιρογνωμόνιου από το 0 μέχρι την άλλη πλευρά της γωνίας και διαβάζουμε τη βαθμολόγηση σε αυτό το σημείο.

Παρατηρούμε ότι η γωνία είναι οξεία, δηλαδή μικρότερη από 90°. Έτσι καταλαβαίνουμε ποια από τις δύο βαθμολογήσεις πρέπει να διαβάσουμε.

Υπολογισμός περιμέτρου

Περίμετρος ενός επίπεδου σχήματος ονομάζεται το άθροισμα των μηκών όλων των πλευρών του.

Παράδειγμα:

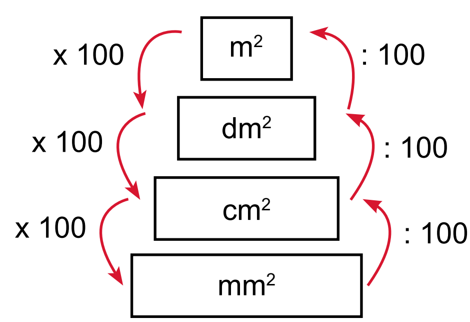


Πορθ. = 5 + 5 + 2 + 2 = 14 cm

Υπολογισμός επιφάνειας

Μετατροπές μονάδων μέτρησης εμβαδού

Το **εμβαδόν** ενός σχήματος είναι ένας αριθμός που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει το σχήμα αυτό στο επίπεδο. Βασική μονάδα μέτρησης του εμβαδού είναι το m^2.



$$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10.000\ cm^2 = 1.000.000\ mm^2$$

$$1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 10.000\ mm^2$$

$$1\ cm^2 = 100\ mm^2$$

Περίμετρος και εμβαδόν ορθογωνίων

Σε ένα ορθογώνιο, η περίμετρος και το εμβαδόν δεν εκφράζονται, συνήθως, με τον ίδιο αριθμό. Για παράδειγμα, στο ορθογώνιο με πλάτος 4 cm και μήκος 6 cm, η περίμετρος είναι 20 cm, ενώ το εμβαδόν του είναι 24 cm^2.

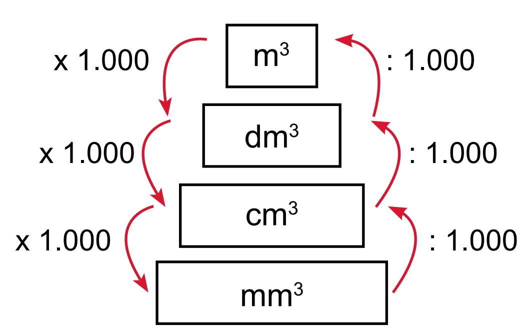
Υπολογισμός όγκου

Μονάδες μέτρησης όγκου

Ο **όγκος** ενός στερεού σώματος είναι ο χώρος που καταλαμβάνει το στερεό.

Μονάδα μέτρησης του όγκου είναι το κυβικό μέτρο (m^3).

Το κυβικό μέτρο είναι ένας κύβος που η ακμή του έχει μήκος 1 m.



$$1\ m^3 = 1.000\ dm^3 = 1.000.000\ cm^3$$

$$1\ dm^2 = 1.000\ cm^3 = 1.000.000\ mm^3$$

$$1\ cm^3 = 1.000\ mm^3$$

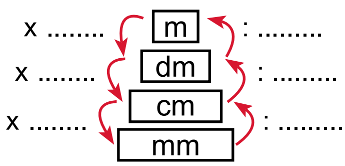
Μαθηματικό Ημερολόγιο

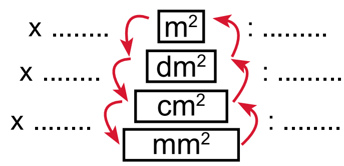
Συμπληρώνω τις ισότητες και εξηγώ πώς εκτελώ μετατροπές μονάδων μέτρησης μήκους, επιφάνειας και όγκου.

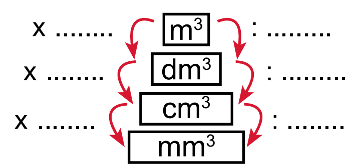
1 m = ... dm = ... cm = ... mm

1 m^2 = ... dm^2 = ... cm^2 = ... mm^2

1 m^3 = ... dm^3 = ... cm^3







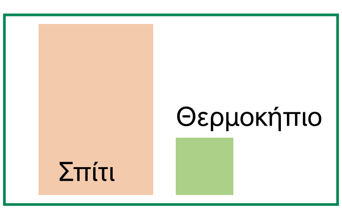
....

....

....

Λύνω πρόβλημα

Η οικογένεια του Νικόλα χτίζει ένα ορθογώνιο σπίτι με μήκος 18 m και πλάτος 12 m σε ένα ορθογώνιο οικόπεδο με μήκος 35 m και πλάτος 20 m. Στον χώρο που απομένει θα εγκαταστήσει ένα τετράγωνο θερμοκήπιο με πλευρά 6 m. Πόσος χώρος του οικοπέδου μένει ελεύθερος για να στρωθεί γρασίδι;



Απάντηση ....

Συλλογίζομαι

Κάθε τετραγωνάκι αντιστοιχεί σε 1 cm^2. Σχεδιάζω δύο διαφορετικά ορθογώνια με εμβαδόν 24 cm^2.

Τι διαστάσεις έχουν τα ορθογώνια αυτά; Υπάρχουν κι άλλες λύσεις;

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ενότητα 8

Αλγεβρική σκέψη

Μάθημα 48ο: Κανονικότητες
Θα περιγράφουμε, θα συνεχίζουμε και θα δημιουργούμε κανονικότητες με κλάσματα, δεκαδικούς και φυσικούς αριθμούς.

Μάθημα 49ο: Συναρτήσεις
Θα μάθουμε την έννοια της συνάρτησης μέσω απλών αναπαραστάσεων.

Μάθημα 50ό: Αριθμητικές παραστάσεις
Θα δημιουργούμε και θα υπολογίζουμε αριθμητικές παραστάσεις.

Μάθημα 51ο: Προβλήματα με αριθμητικές παραστάσεις
Θα δημιουργούμε και θα λύνουμε προβλήματα με αριθμητικές παραστάσεις.

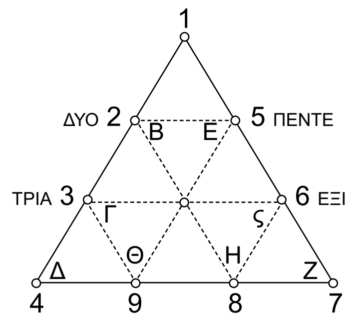
Μάθημα 52ο: Αλγεβρικές σχέσεις
Θα διερευνούμε και θα υπολογίζουμε αλγεβρικές σχέσεις.

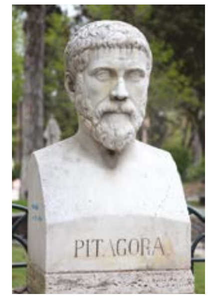
Τι μάθαμε στην 8η ενότητα

Ερευνώ

1

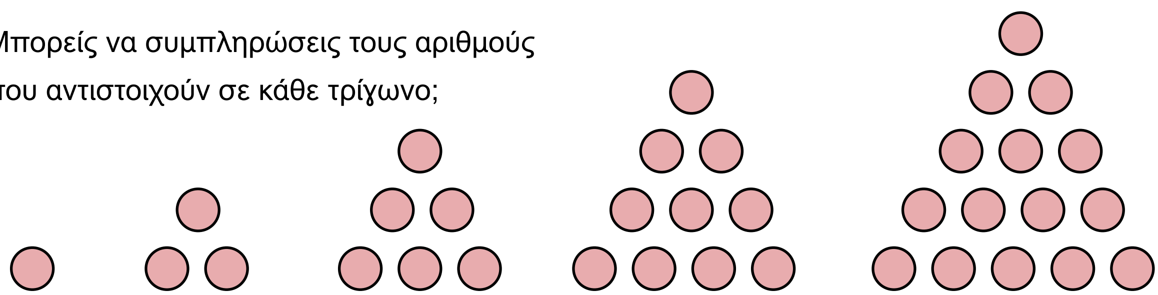
Οι τριγωνικοί αριθμοί





Τους τριγωνικούς αριθμούς τους μελέτησαν από την αρχαιότητα στη σχολή του Πυθαγόρα. Οι αριθμοί αυτοί που παρουσιάζονται παρακάτω ονομάζονται τριγωνικοί, γιατί μπορούν να πάρουν τη μορφή ενός ισόπλευρου τρίγωνου.

α) Μπορείς να συμπληρώσεις τους αριθμούς που αντιστοιχούν σε κάθε τρίγωνο;



1ος	2ος	3ος	4ος	5ος
1	3	6		

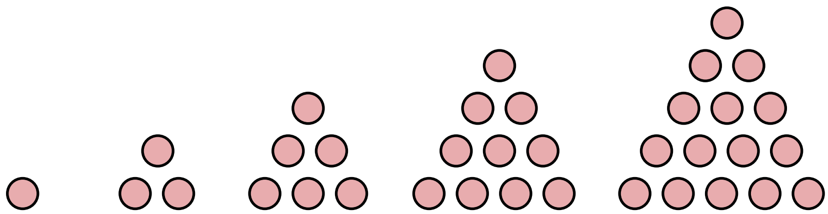
β) Να συμπληρώσεις τον πίνακα και να περιγράψεις τον κανόνα της κανονικότητας.

	1ος	2ος	3ος	4ος	5ος
Τριγωνικός αριθμός	1	3	6		
Κανόνας κανονικότητας	1	1 + 2	1 + 2 + 3		

γ) Ποιος είναι ο 6ος αριθμός; Μπορείς να τον σχεδιάσεις; Ποιος είναι ο 10ος αριθμός;

Ανακαλύπτω

2 **α)** Συμπληρώνω τους τριγωνικούς αριθμούς.



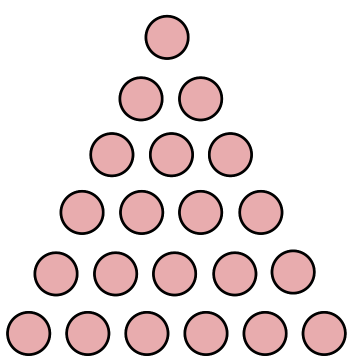
1ος	2ος	3ος	4ος	5ος
1	3	6	10	15

Παρατηρώ ότι κάθε σειρά που προστίθεται έχει μία κουκκίδα παραπάνω από την προηγούμενη.

β) Συμπληρώνω τον πίνακα.

	1ος	2ος	3ος	4ος	5ος
Τριγωνικός αριθμός	1	3	6	10	15
Κανόνας κανονικότητας	1	1 + 2	1 + 2 + 3	1 + 2 + 3 + 4	1 + 2 + 3 + 4 + 5

γ) Ο 6ος τριγωνικός αριθμός είναι ο 21, αφού 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21.



Ο 10ος τριγωνικός αριθμός είναι ο 55,
αφού 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55.

3 Συμπληρώνω τις αριθμητικές κανονικότητες που ακολουθούν.

8	10	14	20	28					

1	2	4	8	16					

11	22	33	44	55					

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

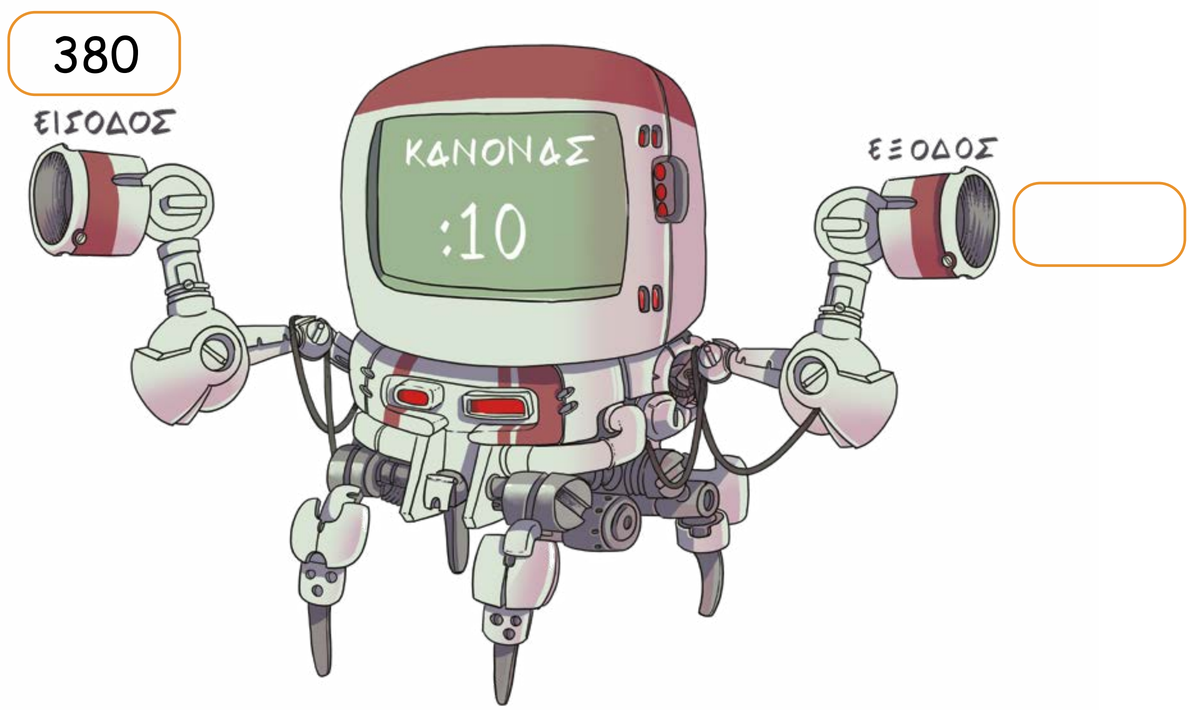
49 Συναρτήσεις

1 Η μηχανή της συνάρτησης

Η μηχανή της συνάρτησης λειτουργεί με κανόνες.

Η μηχανή διαιρεί με το 10 όποιον αριθμό μπει σε αυτή.

α) Ποιος αριθμός θα βγει από τη μηχανή, αν βάλουμε μέσα τον αριθμό 380;



Αν στη μηχανή μπει ο αριθμός χ, ποιος αριθμός θα προκύψει;

β) Να συμπληρώσεις τον πίνακα με τους αριθμούς που θα βγουν από τη μηχανή σε κάθε περίπτωση.

Είσοδος	80	573	88,6	5	0,5
Έξοδος	8				

γ) Τι παρατηρείς;

....

....

....

Ανακαλύπτω

2 **α)** Κάθε αριθμός που μπαίνει μέσα στη μηχανή της συνάρτησης διαιρείται με το 10.
Οπότε 380 : 10 = 38.
Αν στη μηχανή μπει ο αριθμός χ, θα προκύψει ο αριθμός **χ : 10.**

β) Αφού γνωρίζω ότι ο κανόνας της συνάρτησης ορίζει ότι οι αριθμοί που μπαίνουν στη μηχανή διαιρούνται με το 10, κάνω τις διαιρέσεις και συμπληρώνω τον πίνακα:

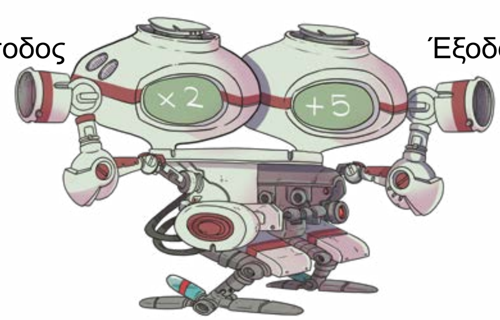
Είσοδος	80	573	88,6	5	0,5
Έξοδος	8	57,3	8,86	0,5	0,05

: 10

γ) Παρατηρώ ότι η μηχανή της συνάρτησης έχει την ιδιότητα να «μεταβάλλει» τον αριθμό που μπαίνει σε αυτή, σύμφωνα με έναν συγκεκριμένο κανόνα.

3 Η μηχανή της συνάρτησης λειτουργεί με δύο κανόνες. Κάθε αριθμός που μπαίνει στη μηχανή αρχικά διπλασιάζεται και στη συνέχεια προστίθεται στο γινόμενο ο αριθμός 5. Συμπληρώνω τον πίνακα.

Είσοδος



Έξοδος

Είσοδος	5	8	14	18	25
Έξοδος					

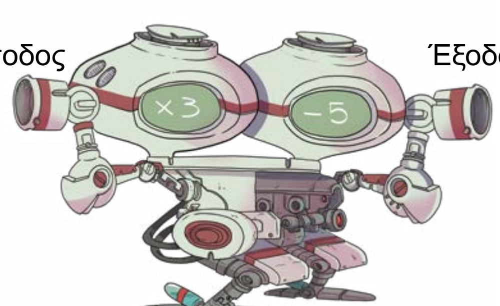
Μαθαίνω

Συνάρτηση

Τη συνάρτηση μπορούμε να τη φανταστούμε σαν μία «μηχανή» που λειτουργεί σύμφωνα με συγκεκριμένους κανόνες. Η μηχανή επεξεργάζεται όποιον αριθμό μπει σε αυτήν από την είσοδο και «παράγει» στην έξοδο έναν άλλο αριθμό.

Μία συνάρτηση μπορεί να έχει έναν ή περισσότερους κανόνες.

Είσοδος



Έξοδος

Αν βάλουμε στη μηχανή τον αριθμό 5, θα προκύψει ο αριθμός 10, αφού:

3 x 5 = 15 και 15 – 5 = 10.

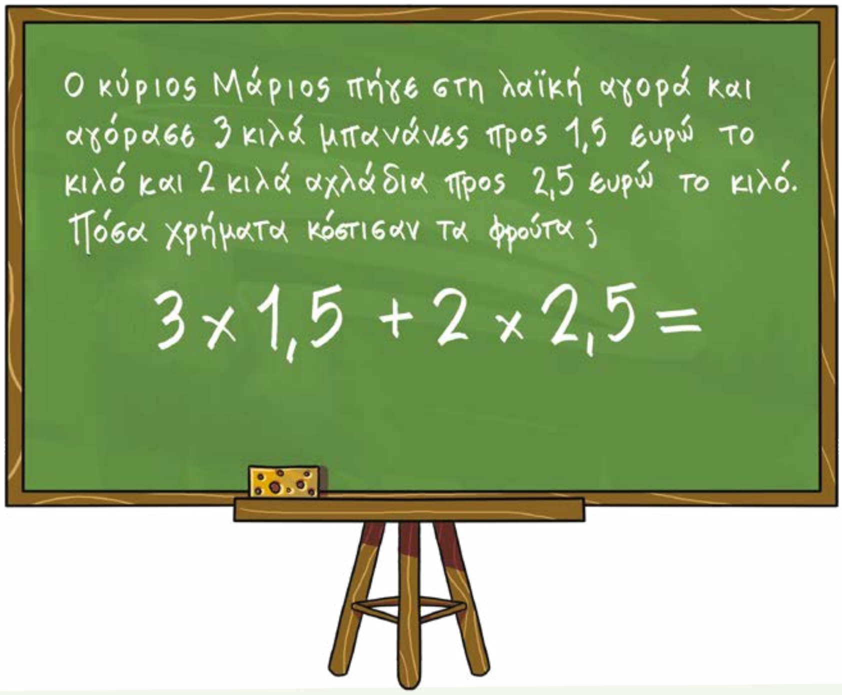
ΒΙΝΤΕΟ

Ερευνώ

1

Το πρόβλημα

Ο δάσκαλος έβαλε στους μαθητές και στις μαθήτριες το παρακάτω πρόβλημα:



Ο Γιάννης και η Μαρία βρήκαν διαφορετικό αποτέλεσμα:

Γιάννης: 3 x 1,5 + 2 x 2,5 = 16,25

Μαρία: 3 x 1,5 + 2 x 2,5 = 9,5

α) Ποιο παιδί έχει δίκιο; ....

Πώς σκέφτηκες για να απαντήσεις;..

....

....

β) Τι λάθος έκανε το άλλο παιδί;

....

....

γ) Με ποια σειρά είναι σωστό να γίνονται οι πράξεις; Μπορώ να καταλήξω σε έναν γενικό κανόνα;

....

....

ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Ανακαλύπτω

2 **α)** Για να αποφασίσω ποιο από τα δύο παιδιά έχει δίκιο, μπορώ να υπολογίσω νοερά:

3 x 1,5 = 4,5 (τα 3 κιλά μπανάνες κοστίζουν 4,5 ευρώ).

2 x 2,5 = 5 (τα 2 κιλά αχλάδια κοστίζουν 5 ευρώ).

4,5 + 5 = 9,5 (όλα τα φρούτα κοστίζουν 9,5 ευρώ).

Επομένως, δίκιο έχει η Μαρία.

β) Ο Γιάννης υπολόγισε λάθος γιατί έκανε τις πράξεις με λάθος σειρά.

3 x 1,5 + 2 x 2,5 = 16,25 Οι πράξεις που έκανε ήταν οι εξής:

i) 3 x 1,5 = 4,5, **ii)** 4,5 + 2 = 6,5 **iii)** 6,5 x 2,5 = 16,25

γ) Η σωστή σειρά είναι να κάνουμε πρώτα τους πολλαπλασιασμούς και μετά την πρόσθεση.

Ο σωστός τρόπος επίλυσης της αριθμητικής παράστασης είναι ο εξής:

3 x 1,5 + 2 x 2,5 = 4,5 + 5 = 9,5

Μαθαίνω

Αριθμητική παράσταση

Αριθμητική παράσταση ονομάζεται μια σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων (x, :, +, –). Μία αριθμητική παράσταση μπορεί να περιλαμβάνει και παρενθέσεις. Π.χ. 4 x (5 + 7) – 6 : 3 =

Σε μία αριθμητική παράσταση οι πράξεις γίνονται από τα αριστερά προς τα δεξιά με την ακόλουθη σειρά:

α) Αν υπάρχουν παρενθέσεις, γίνονται πρώτα οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.

β) Στη συνέχεια γίνονται οι πολλαπλασιασμοί και οι διαιρέσεις.

γ) Στο τέλος γίνονται οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις.

Π.χ. (5 + 9) x (12 – 5) : 2 = 14 x 7 : 2 = 98 : 2 = 49

4 x (5 + 7) – 6 : 3 = 4 x 12 – 6 : 3 = 48 – 2 = 46

ΒΙΝΤΕΟ

51 Προβλήματα με αριθμητικές παραστάσεις

Ερευνώ

1

Στο κατάστημα αθλητικών ειδών

Ο Νίκος αγόρασε από ένα κατάστημα αθλητικών ειδών 1 σακίδιο, 3 αθλητικές φόρμες, 2 ζευγάρια αθλητικά παπούτσια και 5 ζευγάρια κάλτσες.

σακίδιο	**16 €**
αθλητική φόρμα	**35 €**
αθλητικά παπούτσια	**42 €**
ζευγάρι κάλτσες	**2,5 €**

Ο Νίκος έδωσε στο ταμείο του καταστήματος 250 ευρώ. Πόσα ρέστα πήρε;
Να λύσεις το πρόβλημα με αριθμητική παράσταση.

Ανακαλύπτω

2 Για να βρούμε πόσα ρέστα θα πάρει ο Νίκος, πρέπει πρώτα να βρούμε πόσο κοστίζουν τα προϊόντα που αγόρασε και μετά να αφαιρέσουμε το ποσό από τα χρήματα που έδωσε στο ταμείο.

σακίδιο	**16 €**
αθλητική φόρμα	**35 €**
αθλητικά παπούτσια	**42 €**
ζευγάρι κάλτσες	**2,5 €**

Σχηματίζω αριθμητική παράσταση για να λύσω το πρόβλημα.

16 + (3 x 35) + (2 x 42) + (5 x 2,5) =

Υπολογίζω πρώτα τους πολλαπλασιασμούς μέσα στις παρενθέσεις και μετά τις προσθέσεις.

16 + (3 x 35) + (2 x 42) + (5 x 2,5) = 16 + 105 + 84 + 12,5 = 217,5 €

Για να βρω πόσα ρέστα θα πάρει ο Νίκος, αφαιρώ το κόστος των προϊόντων από τα 250 € που έδωσε στο ταμείο.

250 – 217,5 = 32,5 €

Πήρε ρέστα ______ ευρώ.

3 Ο Γιώργος και ο Νίκος είναι δίδυμοι. Την ημέρα των γενεθλίων τους ο παππούς τους τους έδωσε 60 ευρώ, η νονά τους 70 ευρώ και οι γονείς τους 50 ευρώ, για να τα μοιραστούν. Πόσα χρήματα πήρε ο καθένας;
Να λυθεί το πρόβλημα με αριθμητική παράσταση.

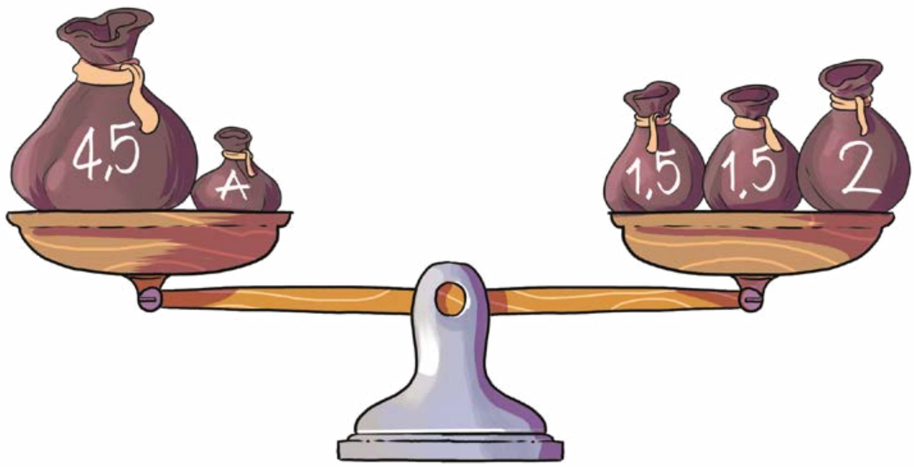
52 Αλγεβρικές σχέσεις

1

Οι ζυγαριές

Παρατηρώ τις ζυγαριές και γράφω μία ισότητα ή μία ανισότητα για κάθε ζυγαριά.
Στη συνέχεια βρίσκω την τιμή των άγνωστων όρων, δηλαδή το βάρος των σάκων Α και Β.

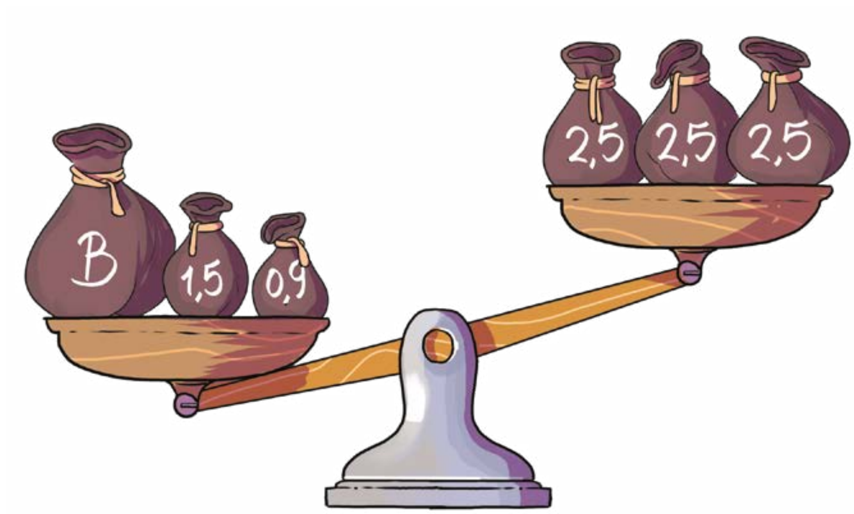
α)



Γράφω μία ισότητα ή ανισότητα.

Βρίσκω την τιμή ή τις τιμές του αγνώστου.

β)



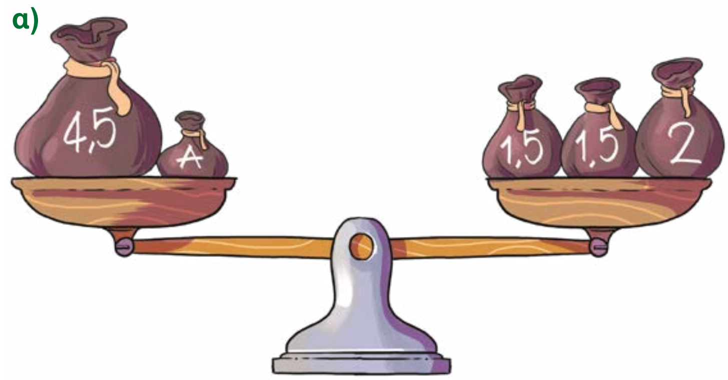
Γράφω μία ισότητα ή ανισότητα.

Βρίσκω την τιμή ή τις τιμές του αγνώστου.

Ανακαλύπτω

2

α)



Η ζυγαριά ισορροπεί. Επομένως, θα γράψουμε μια ισότητα:

4,5 + A = (2 x 1,5) + 2

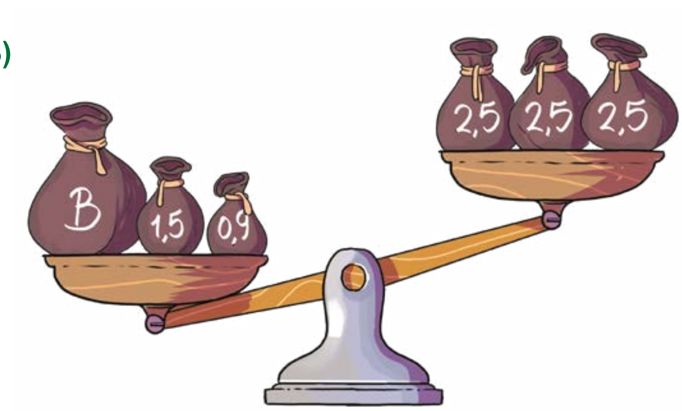
Βρίσκω την τιμή του αγνώστου.

4,5 + A = (2 x 1,5) + 2

4,5 + A = 5 Αν αφαιρέσω και από τα δύο μέρη της ζυγαριάς το 4,5, θα έχω:

4,5 – 4,5 + A = 5 – 4,5 Άρα A = 5 – 4,5 = ______

β)



Η ζυγαριά δεν ισορροπεί. Τα σακιά στο αριστερό μέρος είναι πιο βαριά από το δεξιό μέρος. Επομένως, θα γράψουμε μια ανισότητα:

B + 1,5 + 0,9 > 3 x 2,5

Βρίσκω την τιμή ή τις τιμές του αγνώστου.

B + 1,5 + 0,9 > 3 x 2,5

B + 2,4 > 7,5 Αν αφαιρέσω και από τα δύο μέρη της ζυγαριάς το 2,4, θα έχω:

B + 2,4 – 2,4 > 7,5 – 2,4 Άρα B > ______

Επομένως, οι τιμές που μπορεί να πάρει το B είναι όλοι οι αριθμοί που είναι μεγαλύτεροι από το ______

ΑΣΚΗΣΗ – ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

3 Βρίσκω την τιμή του αγνώστου, για να ισχύουν οι ισότητες:

α) 3,2 + Α = 6,72 Α =

β) 12,9 - Β = 3,4 Β =

γ) 9 · Α = 99 Α =

δ) 122 : Β = 12,2 Β =

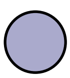
ε) 7 + Α = 24 - 3 Α =

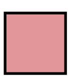
στ) 7 · 6 + 9 = Β + 12 Β =

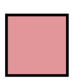
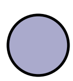
ζ) 81 : 9 = Α - 2 Α =

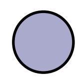
η) Β + 36 = 2 · 3 + 38 Β =

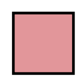
4 Παρατηρώ τις σχέσεις που ακολουθούν και βρίσκω ποιος αριθμός αντιστοιχεί σε κάθε σχήμα.

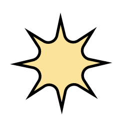
 · 7 = 56

 + 12 = 17

 :  = 

 =

 =

 =

5 Βρίσκω την τιμή του αγνώστου, για να ισχύουν οι ανισότητες. Υπάρχει μόνο μία σωστή τιμή κάθε φορά;

α) 4 · 8 + Α > 29 + 11 Α >

β) 49 : 7 + Β > 5 · 6 - 4 Β >

γ) 5 · (3 + 1) < Γ · (8 - 3) Γ >

δ) 8,7 + Α < 7 + 72 : 8 Α <

ε) 6,5 + Β < 7,8 + 2 · 2,5 Β <

στ) 3,4 + 1,6 > 1,8 + Γ Γ <

6 Ένα τάμπλετ κοστίζει 145 ευρώ. Ο Γιώργος είχε 55 ευρώ. Του έδωσε 30 ευρώ η γιαγιά του. Πόσα χρήματα χρειάζεται ακόμη, για να αγοράσει το τάμπλετ; Να λύσετε το πρόβλημα, σχηματίζοντας μία ισότητα με έναν άγνωστο.

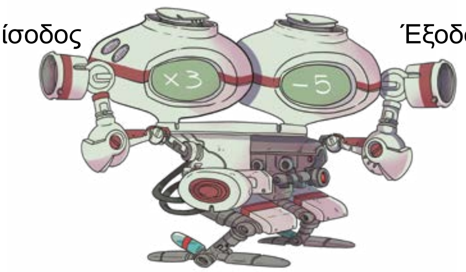
Χρειάζεται ακόμη ______ ευρώ.

Συναρτήσεις

Τη συνάρτηση μπορούμε να τη φανταστούμε σαν μία «μηχανή» που λειτουργεί σύμφωνα με συγκεκριμένους κανόνες. Η μηχανή επεξεργάζεται όποιον αριθμό μπει σε αυτήν από την είσοδο και «παράγει» στην έξοδο έναν άλλο αριθμό.

Μία συνάρτηση μπορεί να έχει έναν ή περισσότερους κανόνες.

Είσοδος



Έξοδος

Αν βάλουμε στη μηχανή τον αριθμό 5, θα προκύψει ο αριθμός 10, αφού:

3 x 5 = 15 και 15 – 5 = 10.

Αριθμητικές παραστάσεις

Αριθμητική παράσταση ονομάζεται μια σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων (x, :, +, –). Μια αριθμητική παράσταση μπορεί να περιλαμβάνει και παρενθέσεις.
Π.χ. 4 x (5 + 7) – 6 : 3 =

Σε μια αριθμητική παράσταση οι πράξεις γίνονται από τα αριστερά προς τα δεξιά με την ακόλουθη σειρά:

α) Αν υπάρχουν παρενθέσεις, γίνονται πρώτα οι πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.

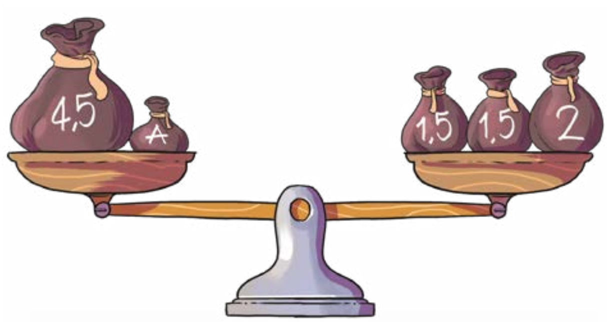
β) Στη συνέχεια γίνονται οι πολλαπλασιασμοί και οι διαιρέσεις.

γ) Στο τέλος γίνονται οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις.

Π.χ. (5 + 9) x (12 – 5) : 2 = 14 x 7 : 2 = 98 : 2 = 49

4 x (5 + 7) – 6 : 3 = 4 x 12 – 6 : 3 = 48 – 2 = 46

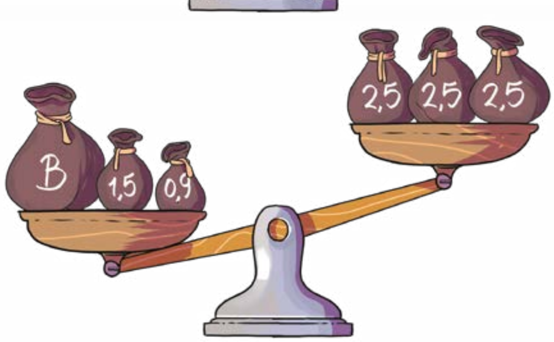
Αλγεβρικές σχέσεις



Η ζυγαριά ισορροπεί. Επομένως, θα γράψουμε μια ισότητα:

4,5 + Α = (2 x 1,5) + 2

Βρίσκω την τιμή του αγνώστου 4,5 + Α = (2 x 1,5) + 2
4,5 + Α = 5. Αν αφαιρέσω και από τα δύο μέρη της ζυγαριάς το 4,5, θα έχω: 4,5 – 4,5 + Α = 5 – 4,5.
Άρα Α = 5 – 4,5 = 0,5.



Η ζυγαριά δεν ισορροπεί. Τα σακιά στο αριστερό μέρος είναι πιο βαριά από το δεξιό μέρος. Επομένως, θα γράψουμε μια ανισότητα:

Β + 1,5 + 0,9 > 3 x 2,5

ΑΣΚΗΣΗ –
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Μαθηματικό Ημερολόγιο

Εξηγώ τι είναι η αριθμητική παράσταση και με ποια σειρά εκτελώ τις πράξεις. Στη συνέχεια υπολογίζω την αριθμητική παράσταση που ακολουθεί.

....

....

....

(12 + 3) x (18 – 15) + 2 x (18 + 12) =

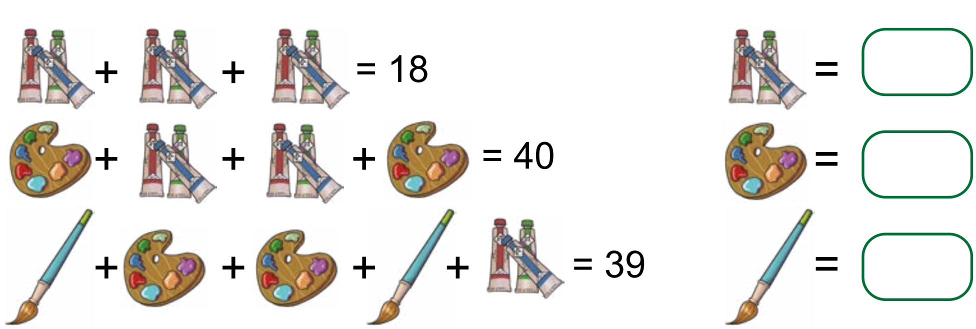
Λύνω πρόβλημα

Το φορτηγό μιας εταιρείας απορρυπαντικών έκανε τον μήνα Απρίλιο 4 δρομολόγια στη Λάρισα μεταφέροντας 40 κιβώτια σε κάθε δρομολόγιο και 3 δρομολόγια στη Λαμία μεταφέροντας 30 κιβώτια σε κάθε δρομολόγιο. Τέλος, έκανε ένα δρομολόγιο στη Φλώρινα μεταφέροντας 22 κιβώτια. Αν κάθε κιβώτιο πουλήθηκε προς 50 ευρώ, πόσα ευρώ εισέπραξε η εταιρεία; Λύνω το πρόβλημα με μία αριθμητική παράσταση.

Απάντηση ....

Συλλογίζομαι

Ένας ζωγράφος έκανε τρεις παραγγελίες υλικών για τη δουλειά του. Η πρώτη παραγγελία κόστισε 18 ευρώ, η δεύτερη 40 ευρώ και η τρίτη 39 ευρώ. Ποια ήταν η τιμή του κάθε υλικού;



Ενότητα 9

Στατιστική - Πιθανότητες

Μάθημα 53ο: Ο μέσος όρος
Θα γνωρίσουμε και θα μάθουμε να υπολογίζουμε τον μέσο όρο δεδομένων.

Μάθημα 54ο: Διαγράμματα μίσχου - φύλλου ή φυλλογράμματα
Θα ερμηνεύουμε και θα κατασκευάζουμε φυλλογράμματα.

Μάθημα 55ο: Πιθανότητα με αριθμό
Θα μάθουμε να υπολογίζουμε και να συγκρίνουμε πιθανότητες με τιμές από το 0 μέχρι το 1.

Τι μάθαμε στην 9η ενότητα

Ερευνώ

1

Οι άγριες φράουλες

Ο Αργύρης, η Όλγα και ο Φάτο, που είναι πρόσκοποι, κατασκήνωσαν στο βουνό και μάζεψαν άγριες φράουλες.

α) Η Όλγα μάζεψε 4 φράουλες, ο Αργύρης 5 και ο Φάτο 9 φράουλες. Ποιος είναι ο μέσος όρος από τις φράουλες που μάζεψε το κάθε παιδί; Σχεδιάζω τις φράουλες του κάθε παιδιού.

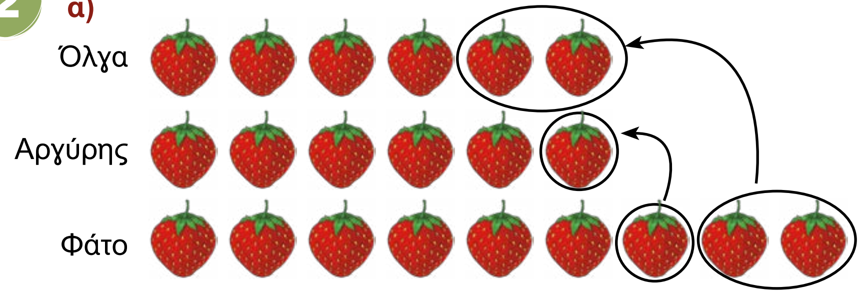
Ένας τρόπος για να βρω **τον μέσο όρο** σε ομάδες με διαφορετικό αριθμό αντικειμένων είναι να κάνω τις ομάδες να έχουν ίδιο αριθμό αντικειμένων.

β) Το απόγευμα τα παιδιά μάζεψαν άλλες 18 φράουλες και όλες μαζί έγιναν 36. Ποιος είναι τώρα ο μέσος όρος από τις φράουλες που μάζεψε το κάθε παιδί;

ΒΙΝΤΕΟ

Ανακαλύπτω

2 **α)**



4 + 2 = 6

5 + 1 = 6

9 – 3 = 6

Για να γίνουν οι ομάδες από τις φράουλες ίσες, παίρνουμε τρεις φράουλες από τον Φάτο και δίνουμε τις δύο στην Όλγα και τη μία στον Αργύρη.

Για να έχει κάθε παιδί ίσες φράουλες, θα πρέπει να έχει 6 φράουλες. Ο μέσος όρος είναι το 6.

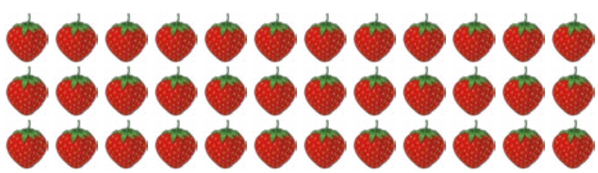
Άρα ο μέσος όρος από τις φράουλες που μάζεψε το κάθε παιδί είναι 6.

Παρακάτω κατασκευάζουμε με τις μπάρες το μοντέλο του μέσου όρου.

18

4	5	9
6	6	6

β) Τώρα όλες οι φράουλες είναι 36.
Μοιράζουμε ίσα τις 36 φράουλες στα τρία παιδιά.



Κάθε παιδί έχει 12 φράουλες.

36 : 3 =12

Άρα ο μέσος όρος από τις φράουλες που μάζεψε το κάθε παιδί είναι 12.

Το μοντέλο του μέσου όρου με τις μπάρες είναι:

36

12	12	12

Μαθαίνω

Μέσος όρος

Για να υπολογίσουμε τον μέσο όρο μιας ομάδας δεδομένων, προσθέτουμε όλες τις τιμές της ομάδας και διαιρούμε το άθροισμα διά το πλήθος των δεδομένων.

Παράδειγμα

Τα καλάθια που έβαλε ένας μπασκετμπολίστας σε 5 αγώνες ήταν: 15, 23, 8, 14, 20.

Ο μέσος όρος των καλαθιών του μπασκετμπολίστα στους 5 αγώνες είναι:

$$\frac{15+23+8+15+20}{5}=\frac{80}{5}=16$$

80

15	23	8	14	20
16	16	16	16	16

ΟΠΤΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

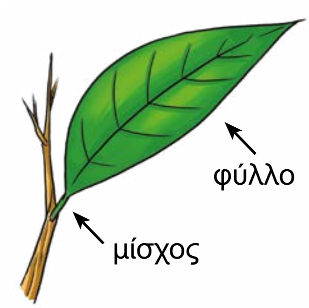
ΑΣΚΗΣΗ-ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ερευνώ

1

Τα διαγράμματα μίσχου – φύλλου ή φυλλογράμματα

Σε μια ιατρική έρευνα, σε 15 ασθενείς μεταξύ άλλων δεδομένων καταγράφηκε και το βάρος τους σε kg.



Δεδομένα: Βάρος ασθενών σε kg.

85	64	108	97	76
73	104	115	67	93
123	76	93	65	76

μίσχος	φύλλο			
6	4	5		
7	3	6	6	
8				
9				
10	4			
11				
12	3			

α) Οι αριθμοί που είναι κυκλωμένοι τοποθετήθηκαν στο διάγραμμα μίσχου – φύλλου. Συμπληρώνω τους υπόλοιπους στο διάγραμμα.

β) Σε ένα άλλο διάγραμμα μίσχου – φύλλου της έρευνας παρουσιάζονται τα βάρη από 10 παιδιά. Βρίσκω και συμπληρώνω τα υπόλοιπα βάρη.

μίσχος	φύλλο			
3	4	5	5	6
4	3	3	6	
5	1	2	7	
6				

Δεδομένα: Βάρη παιδιών σε kg:

34, 35,..

Ανακαλύπτω

2 **α)** Εκτός από τους κυκλωμένους αριθμούς, τοποθετούμε και τους υπόλοιπους στο διάγραμμα μίσχου – φύλλου.

Δεδομένα: Βάρος ασθενών σε kg.

85	64	108	97	76
73	104	115	67	93
123	76	93	65	76

μίσχος	φύλλο			
6	4	5	7	
7	3	6	6	6
8	5			
9	3	3	7	
10	4	8		
11	5			
12	3			

Κλειδί: 8/5 = 85 kg

Το κλειδί δείχνει τον τρόπο που χωρίζουμε τις τιμές των δεδομένων σε μίσχους και φύλλα.

β)

μίσχος	φύλλο			
3	4	5	5	6
4	3	3	6	
5	1	2	7	
6				

Δεδομένα: Βάρη παιδιών σε kg:

34, 35, 35, 36, 43, 43, 46, 51, 52, 57

Κλειδί: 5/1 = 51 kg

Μαθαίνω

Διαγράμματα μίσχου – φύλλου ή φυλλογράμματα

Στα **διαγράμματα μίσχου – φύλλου ή φυλλογράμματα**, κάθε τιμή των δεδομένων διαχωρίζεται σε δύο μέρη, τον μίσχο και το φύλλο.

Παράδειγμα

13 17 25 27 27 29 31 35 42

μίσχος	φύλλο			
1	3	7		
2	5	7	7	9
3	1	5		
4	2			

Κλειδί: 3/1 = 31

Σύμφωνα με το κλειδί, μίσχοι είναι οι δεκάδες και φύλλα οι μονάδες των δεδομένων.

Ο **μίσχος** είναι, συνήθως, το πρώτο ή τα πρώτα ψηφία.

Το **φύλλο** είναι, συνήθως, το τελευταίο ψηφίο.

55 Πιθανότητα με αριθμό

Ερευνώ

1 Βρίσκω την πιθανότητα με έναν αριθμό

Προσπαθώ να εκφράσω την πιθανότητα να συμβούν τα παρακάτω γεγονότα με έναν αριθμό.

α) Ρίχνω ένα νόμισμα και φέρνω κορόνα.

Ο αριθμός των δυνατών αποτελεσμάτων είναι 2:

Κορόνα, γράμματα.

Η πιθανότητα να φέρω κορόνα είναι ☐

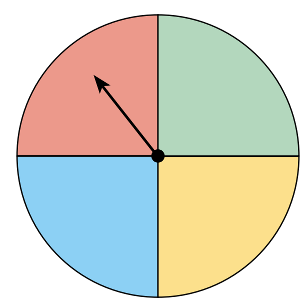
Κορόνα

β) Γυρίζω τον τροχό και ο δείκτης δείχνει κόκκινο.

Ο αριθμός των δυνατών αποτελεσμάτων είναι ☐

....

Η πιθανότητα να δείξει κόκκινο είναι ☐



γ) Παίρνω από το βάζο μια μπάλα.

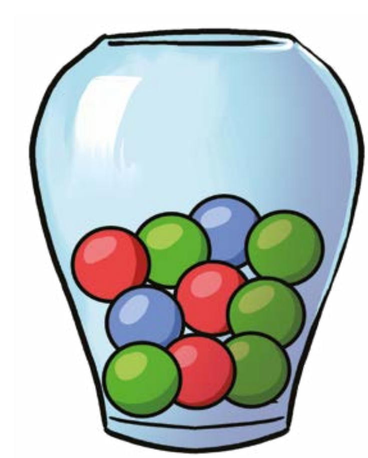
Ο αριθμός των δυνατών αποτελεσμάτων είναι ☐

....

Η πιθανότητα να πάρω μια πράσινη μπάλα είναι ☐

Η πιθανότητα να πάρω μια κόκκινη μπάλα είναι ☐

Η πιθανότητα να πάρω μια μπλε μπάλα είναι ☐



Ανακαλύπτω

2 **α)**

Πιθανότητα να φέρω κορόνα = $\dfrac{\text{Αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων}}{\text{Συνολικός αριθμός δυνατών αποτελεσμάτων}} = \dfrac{1}{2}$

Αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων είναι αυτό που θέλω να φέρω, δηλαδή 1, η κορόνα.

β) Η πιθανότητα για κόκκινο = $\dfrac{\text{Αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων}}{\text{Συνολικός αριθμός δυνατών αποτελεσμάτων}} = \dfrac{1}{4}$,

γιατί ο αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων, δηλαδή το κόκκινο, είναι 1.

γ) Ο αριθμός των δυνατών αποτελεσμάτων είναι 10.

Η πιθανότητα να πάρω μια πράσινη μπάλα είναι $\dfrac{5}{10}$,

γιατί ο αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων, δηλαδή οι πράσινες μπάλες, είναι 5.

Η πιθανότητα να πάρω μια κόκκινη μπάλα είναι $\dfrac{3}{10}$,

γιατί ο αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων, δηλαδή οι κόκκινες μπάλες, είναι 3.

Η πιθανότητα να πάρω μια μπλε μπάλα είναι $\dfrac{2}{10}$,

γιατί ο αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων, δηλαδή οι μπλε μπάλες, είναι 2.

Μαθαίνω

Η πιθανότητα με έναν αριθμό

Η πιθανότητα ενός γεγονότος **είναι ένας αριθμός, από το 0 μέχρι το 1, ο οποίος περιγράφει την τύχη να συμβεί το γεγονός**.

Πιθανότητα ενός γεγονότος = $\dfrac{\text{Αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων}}{\text{Συνολικός αριθμός δυνατών αποτελεσμάτων}}$

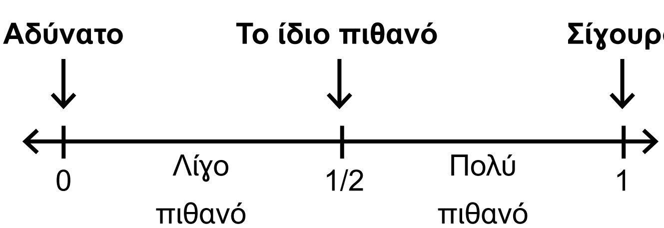
Παράδειγμα

Ο Κώστας ρίχνει ένα ζάρι. Βρίσκω την πιθανότητα να φέρει έναν μονό αριθμό.

Οι μονοί αριθμοί στο ζάρι είναι το 1, το 3 και το 5. Άρα ο αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων είναι 3.

Συνολικός αριθμός των δυνατών αποτελεσμάτων είναι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 5 και 6. Είναι δηλαδή 6.

Η πιθανότητα να φέρει έναν μονό αριθμό = $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$ ή 0,5 ή 50%.



ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

ΑΣΚΗΣΗ-ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ο μέσος όρος

Για να υπολογίσουμε τον μέσο όρο μιας ομάδας δεδομένων, προσθέτουμε όλες τις τιμές της ομάδας και διαιρούμε το άθροισμα διά το πλήθος των δεδομένων.

Παράδειγμα, τα καλάθια που έβαλε ένας μπασκετμπολίστας σε 5 αγώνες ήταν: 15, 23, 8, 14, 20.

Ο μέσος όρος των καλαθιών του μπασκετμπολίστα στους 5 αγώνες είναι:

$$\frac{15+23+8+14+20}{5}=\frac{80}{5}=16$$

80

15	23	8	14	20

16	16	16	16	16

Διαγράμματα μίσχου – φύλλου ή φυλλογράμματα

Στα **διαγράμματα μίσχου - φύλλου ή φυλλογράμματα**, κάθε τιμή των δεδομένων διαχωρίζεται σε δύο μέρη, τον μίσχο και το φύλλο.

Παράδειγμα 13 17 25 27 27 29 31 35 42

μίσχος	**φύλλο**
1	3 7
2	5 7 7 9
3	1 5
4	2

Κλειδί: 3/1 = 31

Σύμφωνα με το κλειδί, μίσχοι είναι οι δεκάδες και φύλλα οι μονάδες των δεδομένων.

Ο **μίσχος** είναι συνήθως το πρώτο ή τα πρώτα ψηφία.

Το **φύλλο** είναι συνήθως το τελευταίο ψηφίο.

Πιθανότητα με αριθμό

Η πιθανότητα με έναν αριθμό

Η πιθανότητα ενός γεγονότος **είναι ένας αριθμός, από το 0 μέχρι το 1, ο οποίος περιγράφει την τύχη να συμβεί το γεγονός**.

$$\text{Πιθανότητα ενός γεγονότος} = \frac{\text{Αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων}}{\text{Συνολικός αριθμός δυνατών αποτελεσμάτων}}$$

Παράδειγμα, ο Κώστας ρίχνει ένα ζάρι. Βρίσκω την πιθανότητα να φέρει έναν μονό αριθμό.

Οι μονοί αριθμοί στο ζάρι είναι το 1, 3 και 5.

Άρα, ο αριθμός των ευνοϊκών αποτελεσμάτων είναι 3.

Συνολικός αριθμός των δυνατών αποτελεσμάτων είναι το 1, 2, 3, 4, 5 και 6. Είναι δηλαδή 6.

Η πιθανότητα να φέρει έναν μονό αριθμό = $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ή 0,5 ή 50%