

1.2 Σχεδιασμός και αναπαραστάσεις αλγορίθμων

Αναδρομή και καλές πρακτικές

1. Αναδρομή

2. Η τεχνική της αναδρομής

3. Ποιότητα αλγορίθμων/προγραμμάτων - καλές πρακτικές

1. Αναδρομή

Η αναδρομή είναι μια αλγοριθμική τεχνική με την οποία η λύση ενός σύνθετου προβλήματος ανάγεται σε ένα απλούστερο της ίδιας μορφής. Για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος, ένας **αναδρομικός αλγόριθμος** καλεί τον εαυτό του μία ή περισσότερες φορές.

Ένας αναδρομικός αλγόριθμος διασπά ένα πρόβλημα σε δύο μικρότερα και ανεξάρτητα επιμέρους προβλήματα. Για παράδειγμα, αν έχουμε ένα πρόβλημα μεγέθους n , τότε αυτό θα διασπαστεί σε δυο επιμέρους προβλήματα, όπου το ένα μπορούμε να το ονομάσουμε k και το άλλο $n-k$. Έτσι, μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα k , στη συνέχεια να λύσουμε και το πρόβλημα $n-k$ και, τέλος, συνδυάζοντας τις δυο λύσεις θα βρούμε μια λύση για το αρχικό πρόβλημα n . Μια εφαρμογή της τεχνικής της αναδρομής εφαρμόζεται στο παρακάτω πρόβλημα.



Οι πύργοι του Ανόι

«Ο μύθος λέει ότι, σε ένα ναό στην Άπω Ανατολή, οι ιερείς προσπαθούν να μετακινήσουν έναν σωρό δίσκων περασμένους σε μια ράβδο σε

μια άλλη ράβδο. Ο αρχικός σωρός είχε 64 δίσκους τοποθετημένους στην πρώτη ράβδο από κάτω προς τα πάνω σε φθίνουσα σειρά ως προς τις διαστάσεις τους. Οι ιερείς προσπαθούν να μετακινήσουν τον σωρό από αυτή τη ράβδο σε μία άλλη, με τον περιορισμό ότι ένας δίσκος μόνο μετακινείται κάθε φορά και ότι σε καμία περίπτωση δεν μπορεί ένας μεγαλύτερος δίσκος να τοποθετηθεί πάνω σε έναν μικρότερο. Μια τρίτη ενδιαμέση ράβδος είναι διαθέσιμη για την προσωρινή τοποθέτηση των δίσκων. Σύμφωνα με το μύθο όταν οι ιερείς τελειώσουν αυτή τη μεταφορά θα έρθει το τέλος του κόσμου.»

Οι Πύργοι του Ανόι είναι ένα μαθηματικό puzzle. Αποτελείται από τρεις κάθετες ράβδους και κάποιους στρογγυλούς δίσκους, διαφορετικού μεγέθους, οι οποίοι μπορούν να μπουν σε οποιαδήποτε ράβδο. Ξεκινώντας το puzzle, οι δίσκοι βρίσκονται τακτοποιημένοι στην αριστερή ράβδο με φθίνουσα σειρά, ως προς το μέγεθος των δίσκων, σχηματίζοντας ένα κωνικό σχήμα. Το ζητούμενο σ' αυτό το puzzle είναι να μετακινηθεί ολόκληρη η στοίβα από την αριστερή ράβδο στην τελευταία δεξιά, με τους εξής κανόνες:

- κάθε φορά μπορείς να μετακινήσεις μόνο έναν δίσκο,
- σε κάθε κίνηση επιτρέπεται να πάρεις μόνο τον πάνω πάνω δίσκο από μια ράβδο και πρέπει να τον τοποθετήσεις στην υψηλότερη θέση στη ράβδο που θα επιλέξεις, αν υπάρχουν ήδη εκεί άλλοι δίσκοι
- κανένας δίσκος δε μπορεί να τοποθετηθεί πάνω από κάποιον μικρότερου μεγέθους

Διερεύνηση του προβλήματος:

A) η περιγραφή του αλγορίθμου επίλυσης για $n=1$ δίσκους

Αν υπάρχει μόνο ένας δίσκος, τότε μετακινείται από τη ράβδο 1 στη ράβδο 3 με **μία** κίνηση.

B) η περιγραφή του αλγορίθμου επίλυσης για $n=2$ δίσκους

Αν υπάρχουν δύο δίσκοι, τότε χρειάζονται **τρεις** κινήσεις:

1. Ο πρώτος δίσκος από τη ράβδο 1 μετακινείται στη ράβδο 2.
2. Ο δεύτερος δίσκος από τη ράβδο 1 μετακινείται στη ράβδο 3.
3. Ο δίσκος από τη ράβδο 2 μετακινείται στη ράβδο 3.

Γ) η περιγραφή του αλγορίθμου επίλυσης για $n=3$ δίσκους

Αν υπάρχουν τρεις δίσκοι, τότε χρειάζονται **επτά** κινήσεις:

1. Ο πρώτος δίσκος από τη ράβδο 1 μετακινείται στη ράβδο 3.
2. Ο δεύτερος δίσκος από τη ράβδο 1 μετακινείται στη ράβδο 2.
3. Ο δίσκος από τη ράβδο 3 μετακινείται στη ράβδο 2.
4. Ο τρίτος δίσκος από τη ράβδο 1 μετακινείται στη ράβδο 3.
5. Ο δίσκος από τη ράβδο 2 μετακινείται στη ράβδο 1.
6. Ο δίσκος από τη ράβδο 2 μετακινείται στη ράβδο 3.
7. Ο δίσκος από τη ράβδο 1 μετακινείται στη ράβδο 3.

Αναλυτικά για το πλήθος των κινήσεων έχουμε:

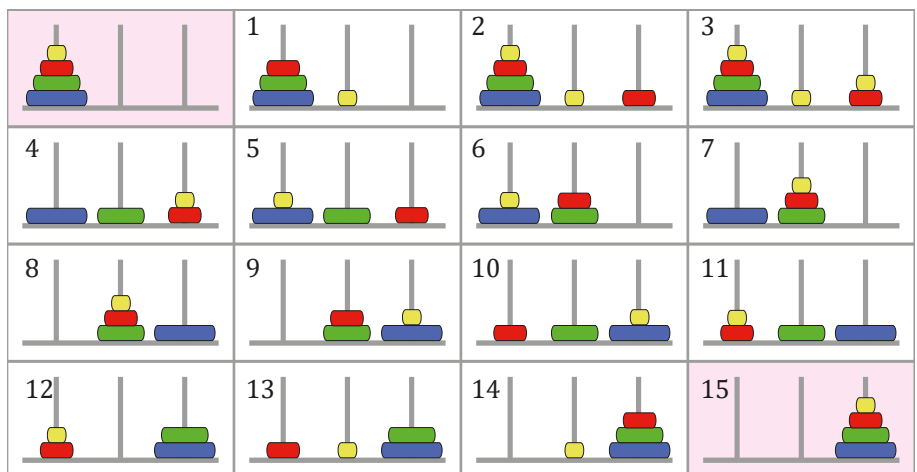
1. Για 1 δίσκο $A_1=1$
2. Για 2 δίσκους $A_2=3$
3. Για 3 δίσκους $A_3=7$
4. Για 4 δίσκους $A_4=15$
5. Για 5 δίσκους: $A_5=31$.

Γενικά για n δίσκους η λύση δίνεται μετά από $2^n - 1$ κινήσεις. Αυτό σημαίνει ότι για 10 δίσκους χρειάζονται 1023 κινήσεις και για 20 δίσκους οι κινήσεις ξεπερνούν το εκατομμύριο. Για τους 64 δίσκους που απασχολεί τους μοναχούς χρειάζονται $1,8467440 \times 10^{19}$, δηλαδή ένας αριθμός με 20 ψηφία.

Δ) η περιγραφή του αλγορίθμου επίλυσης για $n=4$ δίσκους

Θα χρειαστούμε **15** κινήσεις.

Παρατηρήστε ότι σε κάθε περίπτωση για $n > 1$, μετακινούμε τους $n-1$ δίσκους σε βοηθητική ράβδο (πρόβλημα $n-1$) και τέλος μετακινούμε τον μεγαλύτερο δίσκο (πρόβλημα n).



Επίλυση του προβλήματος για $n = 3$:

Ο αλγόριθμος, χωρίς αναδρομή, που περιγράφει τη διαδικασία επίλυσης για $n=3$ δίσκους είναι ο εξής (όπως φαίνεται στην εικόνα 2):

- Μετακίνησε τον δίσκο από τη ράβδο 1 στη ράβδο 3.
- Μετακίνησε τον δίσκο από τη ράβδο 1 στη ράβδο 2.
- Μετακίνησε τον δίσκο από τη ράβδο 3 στη ράβδο 2.
- Μετακίνησε τον δίσκο από τη ράβδο 1 στη ράβδο 3.
- Μετακίνησε τον δίσκο από τη ράβδο 2 στη ράβδο 1.
- Μετακίνησε τον δίσκο από τη ράβδο 2 στη ράβδο 3.
- Μετακίνησε τον δίσκο από τη ράβδο 1 στη ράβδο 3.

Φανταστείτε πόσο μεγάλο αριθμό κινήσεων θα είχαμε για μεγαλύτερο αριθμό δίσκων. Παρατηρούμε, ωστόσο, ότι στην παραπάνω διαδικασία επίλυσης, αρχικά, σχηματίζεται στη βοηθητική ράβδο 2 ένας μικρότερος πύργος με δύο δίσκους και η διαδικασία επίλυσης επαναλαμβάνεται με τον ίδιο τρόπο για τον πύργο των δύο δίσκων, ενώ ως τελευταία κίνηση γίνεται η μετακίνηση του ενός δίσκου. Αυτό είναι και το ζητούμενο, ο αλγόριθμος να καλεί τον εαυτό του όσες φορές χρειαστεί μέχρι να φτάσει στη μετακίνηση του ενός δίσκου.

Ας δούμε τώρα τον αλγόριθμο για $n=3$ δίσκους αναδρομής:

Αν $n=1$ μετακίνησε τον δίσκο από τη ράβδο 1 στη ράβδο 3.

Αν $n>1$ διαίρεσε το πρόβλημα στα παρακάτω υποπροβλήματα:

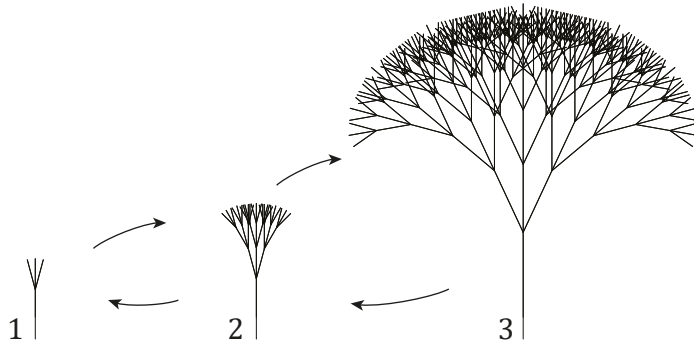
Με τον ίδιο αλγόριθμο μετακίνησε τους πάνω $n-1$ δίσκους από τη ράβδο 1 στη ράβδο 2. Η ράβδος 3 τώρα χρησιμοποιείται βοηθητικά. Μετακινήστε τον τελευταίο δίσκο από τη ράβδο 1 στη ράβδο 3. Μετακινήστε τους πάνω $n-1$ δίσκους από τη ράβδο 2 στη ράβδο 3.

- α) Εφαρμόστε τον δεύτερο αλγόριθμο για $n=3$ και ελέγξτε την ορθότητά του. Πληροί τα κριτήρια, που περιγράφονται στην παράγραφο 1.1 του βιβλίου, ώστε να θεωρηθεί αλγόριθμος που επιλύει το πρόβλημα;
- β) Γιατί πιστεύετε ότι πρέπει να χρησιμοποιηθεί αναδρομικός αλγόριθμος για την επίλυση αυτού του προβλήματος;

2. Η τεχνική της αναδρομής

Θέλουμε να σχεδιάσουμε ένα δέντρο με την τεχνική της αναδρομής. Για να το πετύχουμε ακολουθούμε τα βήματα:

1. Σχεδιάζουμε ένα κορμό με τρία μικρά κλωνάρια (1)
2. Εφαρμόζουμε την ίδια τεχνική σε καθένα από τα κλωνάρια ώστε να δημιουργήσουμε το (2). Επαναλαμβάνουμε το βήμα 2 μέχρι αν δημιουργήσουμε το δέντρο που επιθυμούμε (3)



3. Ποιότητα αλγορίθμων/προγραμμάτων - καλές πρακτικές

Εκτός από την επιλογή της κατάλληλης δομής επανάληψης που συχνά οδηγεί στη μείωση των εντολών του, υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που καθορίζουν την **ποιότητα** ενός αλγορίθμου και συνεπακόλουθα του προγράμματος που προκύπτει από αυτόν. Κατά τη συγγραφή ενός αλγορίθμου/προγράμματος, είναι σημαντικό να ακολουθούμε ορισμένες καλές πρακτικές προκειμένου ο κώδικας να είναι ευανάγνωστος, κατανοητός και εύκολα τροποποιήσιμος.

Τέτοιες καλές πρακτικές στον προγραμματισμό είναι:

Κατάλληλα ονόματα: Είναι σημαντικό τα ονόματα που αποδίδουμε στους αλγόριθμους/προγράμματα να αντανακλούν τη λειτουργία τους. Για παράδειγμα ένας αλγόριθμος που βρίσκει την ελάχιστη από μια λίστα τιμών είναι καλύτερο να ονομαστεί Αλγόριθμος Εύρεση_Ελάχιστης_Τιμής αντί να ονομαστεί Αλγόριθμος_Τεστ. Αντίστοιχα, το όνομα μιας μεταβλητής πρέπει να παραπέμπει στο περιεχόμενό της. Για παράδειγμα, μια μεταβλητή που αναπαριστά το σκορ ενός παιχνιδιού είναι καλύτερο να ονομαστεί Σκορ παρά να ονομαστεί χ.

Υπαρξη σχολίων: Τα σχόλια βοηθούν στην κατανόηση των λειτουργιών του κώδικά/αλγορίθμου ιδιαίτερα από άτομα που δεν έχουν εμπλακεί με την ανάπτυξή του. Θα διευκολύνουν πολύ όταν χρειαστεί να γίνουν αλλαγές στον λογισμικό (συντήρηση λογισμικού).

Υπαρξη εσοχών: Συχνά δεν είναι σαφές αν κάποιες εντολές αποτελούν μια ομάδα εντολών. Οι εντολές οι οποίες περιέχονται σε μια δομή γράφονται η μια κάτω από την άλλη αλλά χρησιμοποιώντας την ίδια εσοχή, ώστε να είναι εμφανές πού αρχίζει, τι περιέχει και πού τελειώνει η δομή.

Σημείωση

Συντήρηση λογισμικού

Κατά τη διάρκεια ζωής ενός μιας εφαρμογής λογισμικού είναι πολύ πιθανόν να προκύψουν ανάγκες για αλλαγές, ώστε το λογισμικό να παραμείνει επίκαιρο και αποτελεσματικό. Αυτή η διαδικασία είναι γνωστή ως συντήρηση λογισμικού.

Τίτλος: «**Αναδρομή και καλές πρακτικές**»

Έκδοση: **1.0**

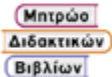
Ημερομηνία: **10/09/2024**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή