ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Ζαφειριάδης Φώτιος
Οβαδίας Σάββας
Οικονομίδης Σαράντος
Πανταζής Γεώργιος
Πετρίδης Παναγιώτης
Πολάτογλου Χαρίτων

φυσική

Α' Λυκείου

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

φυσική

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Επιστημονική Επιτροπή Αξιολόγησης Συντονιστής / Αξιολογητής	**Κουρτίδης Κωνσταντίνος** Εν ενεργεία μέλος Διδακτικού Ερευνητικού Προσωπικού Πανεπιστημίου
Αξιολογητής	**Διόλατζης Ιωάννης** Εν ενεργεία Εκπαιδευτικός
Αξιολογητής	**Θηβαίος Λουκάς** Εν ενεργεία Εκπαιδευτικός
Τεχνικός Εμπειρογνώμονας	**Κώτσιου Βασίλειος** Πτυχιούχος Πληροφορικής
Επικουρικός Εμπειρογνώμονας	**Παπαδάτου Ψημάρη Χαραλαμπία** Πτυχιούχος Γραφιστικής
Υπεύθυνος/η του μαθήματος/γνωστικού αντικειμένου στο πλαίσιο της Πράξης	**Ευαγγελία Χρυσοβέργη, Σύμβουλος Β΄ ΙΕΠ**, μέλος της Επιστημονικής Ομάδας Έργου (ΕΟΕ) της Πράξης

Πράξη με τίτλο: «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ 6010165 στο Πρόγραμμα «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή» 2021-2027

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
Σπυρίδων Δουκάκης
Πρόεδρος του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Υπεύθυνη Πράξης
Πολυξένη Μπίλλα
Σύμβουλος Α΄ του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής
Προϊσταμένη Τμήματος Β΄ Προγραμμάτων Σπουδών και Εκπαιδευτικού Υλικού

Αναπληρώτρια Υπεύθυνη Πράξης
Άννα-Αικατερίνη Λυκούρη
Σύμβουλος Α΄ του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

«Με τη συγχρηματοδότηση της Ευρωπαϊκής Ένωσης» και το Πρόγραμμα «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή»

Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων
ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού
ΙΕΠ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2021-2027
Πρόγραμμα Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Ζαφειριάδης Φώτιος
Οβαδίας Σάββας
Οικονομίδης Σαράντος
Πανταζής Γεώργιος
Πετρίδης Παναγιώτης
Πολάτογλου Χαρίτων

φυσική

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

εκδόσεις πουκαμισάς

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗ ΟΜΑΔΑ **Ζαφειριάδης Φώτιος**
Φυσικός-Εκπαιδευτικός Δ/θμιας Εκπ/σης

Οβαδίας Σάββας
Φυσικός Medu – Διευθυντής Λυκείου

Οικονομίδης Σαράντος
Φυσικός Δρ. ΕΚΠΑ – Σύμβουλος Εκπαίδευσης

Πανταζής Γεώργιος
Φυσικός-Δρ ΕΚΠΑ – Διευθυντής Λυκείου

Πετρίδης Παναγιώτης
Φυσικός-Msc – Εκπαιδευτικός Δ/θμιας Εκπ/σης

Πολάτογλου Χαρίτων
Ομότιμος καθηγητής Φυσικής ΑΠΘ

ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ **Οικονομίδης Σαράντος**

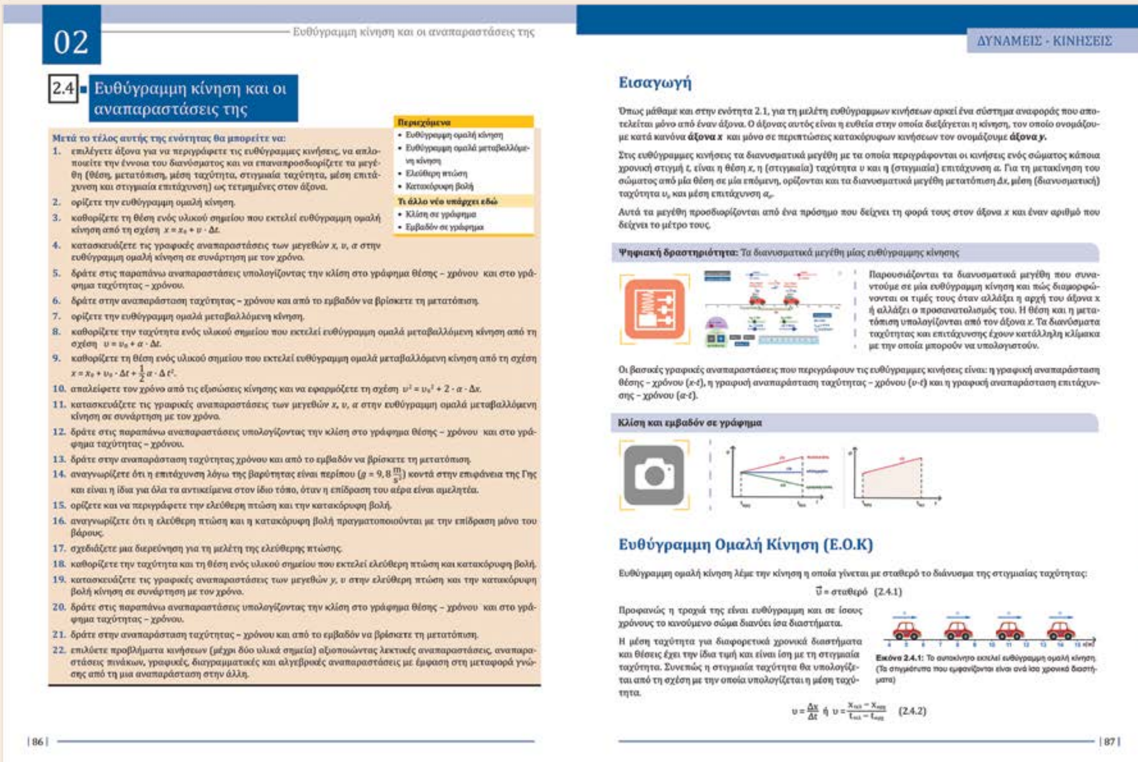
ΣΕΛΙΔΟΠΟΙΗΣΗ Δημιουργικό τμήμα των Εκδόσεων Πουκαμισάς

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ / ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΞΩΦΥΛΛΟΥ **Γιαννακούλιας Αλέξανδρος**

ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ Τμήμα επιμέλειας των Εκδόσεων Πουκαμισάς

Περιεχόμενα

Ταυτότητα του βιβλίου


02

Ευθύγραμμη κίνηση και οι αναπαραστάσεις της

ΔΥΝΑΜΕΙΣ - ΚΙΝΗΣΕΙΣ

2.4 Ευθύγραμμη κίνηση και οι αναπαραστάσεις της

Εισαγωγή

Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση (Ε.Ο.Κ)

Το βιβλίο *Φυσική Α΄ Λυκείου* αποτελεί έναν οδηγό μάθησης, έναν πλοηγό για τη μελέτη/διδασκαλία του γνωστικού αντικειμένου και ένα εργαλείο αυτοαξιολόγησης των διδακτικών και μαθησιακών αποτελεσμάτων.

Πιο συγκεκριμένα το βιβλίο:

- Υποστηρίζει την προτεινόμενη διδακτική μεθοδολογία και την επίτευξη των προσδοκώμενων αποτελεσμάτων του Προγράμματος Σπουδών. Με σαφείς ορισμούς, εξηγήσεις και χρήση της επιστημονικής ορολογίας, επιδιώκεται η αποφυγή παρανοήσεων και η εστίαση στη θεμελίωση και την ουσιαστική κατανόηση των εννοιών. Οι νέες έννοιες συνδέονται με προϋπάρχουσες γνώσεις και εμπειρίες, ώστε να διευκολύνεται η δημιουργία ισχυρών νοητικών συνδέσεων για την ερμηνεία των φυσικών φαινομένων.
- Αξιοποιεί επιστημονικές πρακτικές και σύγχρονα εργαλεία διδακτικών προσεγγίσεων, διευκολύνοντας τον επιστημονικό συλλογισμό και γραμματισμό, την ανάπτυξη στρατηγικών για την επίλυση προβλημάτων και τον αναστοχασμό. Διαθέτει πρωτότυπα ψηφιακά εργαλεία, τα οποία προσφέρουν στους/στις μαθητές/τριες και στους/στις εκπαιδευτικούς πρόσθετες δυνατότητες μάθησης και υποστήριξης.
- Δίνει έμφαση στον πειραματισμό και την επεξεργασία πειραματικών δεδομένων.
- Εστιάζει στη διορατικότητα και την οξυδέρκεια στη Φυσική παρά στους μαθηματικούς χειρισμούς.
- Αναφέρεται σε πραγματικές καταστάσεις και τεχνολογικές εφαρμογές.

[Οδηγίες για τον/την εκπαιδευτικό]

Τα σύμβολα των φυσικών μεγεθών είναι εκείνα που αναφέρονται στο Πρόγραμμα Σπουδών.

Εισαγωγή

Περιεχόμενα

- Τι είναι η Φυσική
- Επιστημονικές πρακτικές
- Το διεθνές σύστημα μονάδων

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Τεχνολογία
- Επιστήμη μηχανικού
- Θεωρία
- Μονόμετρα ή βαθμωτά και διανυσματικά φυσικά μεγέθη

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. περιγράφετε τον ρόλο της Φυσικής στις επιστήμες, την τεχνολογία και την κοινωνία.
2. γνωρίζετε ορισμένες από τις κοινές επιστημονικές πρακτικές, οι οποίες διαμορφώνουν την επιστημονική εκπαιδευτική μεθοδολογία με διερεύνηση και να περιγράφετε τα βασικά βήματά της.
3. διακρίνετε τα αντικείμενα, τα συστήματα αντικειμένων, τα πρότυπα όπως το υλικό σημείο και το άκαμπτο σώμα, τα φαινόμενα, τα φυσικά μεγέθη και τους νόμους της Φυσικής δίνοντας παραδείγματα.
4. αναφέρετε τα επτά θεμελιώδη μεγέθη και τις μονάδες μέτρησής τους στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων.
5. οικειοποιηθείτε τη δομή μίας εργαστηριακής αναφοράς που προσομοιάζει με μία επιστημονική εργασία και περιέχει τις βασικές παραγράφους (τίτλος, εισαγωγή, θεωρία, πειραματική διαδικασία, συμπεράσματα, συζήτηση, βιβλιογραφία)

Τι είναι η Φυσική

Η Φυσική είναι η πιο βασική από όλες τις φυσικές επιστήμες επειδή ασχολείται με θεμελιώδη ζητήματα, όπως οι ιδιότητες και οι αλληλεπιδράσεις της ύλης και της ακτινοβολίας.

Η τεχνολογία είναι η τροποποίηση του φυσικού κόσμου για την ικανοποίηση των αναγκών των ανθρώπων. Η επιστήμη του μηχανικού είναι η εφαρμογή των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών για τη δημιουργία τεχνολογίας. Η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας οφείλεται στις φυσικές επιστήμες. Αλλά και αντίστροφα, η εξέλιξη της τεχνολογίας βοήθησε πολύ στην εξέλιξη των φυσικών επιστημών. Πολλές καινοτόμες τεχνολογίες, όπως τα φωτοβολταϊκά και οι δορυφόροι (εικόνα 1), βασίζονται στις αρχές της Φυσικής.

Εικόνα 1. Το διαστημόπλοιο Soyuz (Σογιούζ) MS-12 στον Διεθνή Διαστημικό Σταθμό 412 km πάνω από το Αιγαίο Πέλαγος.

Η Φυσική μέσω της ιατρικών απεικονίσεων και των ακτινοθεραπειών έχει συμβάλει στη διάγνωση και θεραπεία ασθενειών. Επίσης, έχει σημαντικό ρόλο στη μετατροπή, μεταφορά και αποθήκευση ενέργειας, επηρεάζοντας την οικονομία και το περιβάλλον.

Φυσικά φαινόμενα

Οι μεταβολές ή οι διεργασίες που συμβαίνουν μέσω της αλληλεπίδρασης των σωματιδίων της ύλης και της ακτινοβολίας, χωρίς αλλαγή της σύστασης των ουσιών, ονομάζονται φυσικά φαινόμενα. Παραδείγματα φυσικών φαινομένων είναι οι κινήσεις διαφόρων σωμάτων, η εξάτμιση του νερού, το ουράνιο τόξο, το βόρειο σέλας κ.λπ.

Φυσικά μεγέθη

Η Φυσική εισάγει τα φυσικά μεγέθη για την περιγραφή και την εξήγηση των φυσικών φαινομένων. Τα φυσικά μεγέθη δεν είναι αντικείμενα, είναι αφηρημένες έννοιες οι οποίες, όμως, μπορούν να μετρηθούν. Παραδείγματα φυσικών μεγεθών είναι η ταχύτητα, η δύναμη, η ενέργεια η θερμοκρασία κ.λπ. Δεν είναι φυσικά μεγέθη έννοιες όπως η αγάπη, η απογοήτευση κ.λπ. Με τη βοήθεια των φυσικών μεγεθών περιγράφονται τα φυσικά φαινόμενα και εκφράζονται οι νόμοι της φυσικής. Ορίζουμε ένα φυσικό μέγεθος είτε προσδιορίζοντας πώς μετριέται είτε δηλώνοντας πώς υπολογίζεται από μετρήσεις άλλων μεγεθών.

Επιστημονικές πρακτικές

Οι επιστήμονες βασίζονται σε αποδεκτές θεωρίες, παρατηρησιακά και πειραματικά δεδομένα, ορθολογικά επιχειρήματα και στην επικοινωνία με άλλους πάνω στα ευρήματα.

Αν και δεν υπάρχει μία ενιαία διαδικασία που ακολουθούν οι επιστήμονες στην εργασία τους, ωστόσο, υπάρχουν ορισμένα κοινά βήματα για όλες τις αξιόπιστες επιστημονικές έρευνες. Η βασική προσέγγιση η οποία θα ακολουθείται στις προτεινόμενες δραστηριότητες του βιβλίου καλείται «επιστημονική εκπαιδευτική μέθοδος με διερεύνηση». Τα βήματά της φαίνονται στην εικόνα 2.

Εικόνα 2. Τα βήματα της επιστημονικής εκπαιδευτικής μεθόδου με διερεύνηση

Οι επιστήμονες πολλές φορές ερμηνεύουν διαφορετικά τα ίδια παρατηρησιακά και πειραματικά δεδομένα. Η επιστημονική πρόοδος χαρακτηρίζεται από την αποδοχή μιας ερμηνείας για την πληρότητα, τη γενικότητά της και τη δυνατότητα προβλέψεων που μπορούν να επαληθευτούν πειραματικά. Μέσω της επανάληψης των πειραμάτων και της βελτίωσης της ακρίβειας στα αποτελέσματα της έρευνας, η επιστημονική κοινότητα οργανώνει τα συμπεράσματά της σε εννοιολογικά σύνολα τα οποία καλούνται θεωρίες.

Θεωρία είναι μια καλά τεκμηριωμένη εξήγηση μιας πτυχής του φυσικού κόσμου που μπορεί να ενσωματώσει νόμους, υποθέσεις και παρατηρήσεις. Παράδειγμα θεωρίας αποτελεί η ειδική θεωρία της σχετικότητας. **Νόμος** είναι μια δήλωση με συγκεκριμένες προϋποθέσεις και μια μαθηματική σχέση που συνδέει φυσικές ποσότητες ή φυσικά μεγέθη. Η κάθε θεωρία στηρίζεται σε βασικές υποθέσεις, θέτει ένα πλαίσιο περιγραφής και εξήγησης για ένα σύνολο από γνωστούς νόμους και μπορεί να προβλέψει και νόμους που δεν έχουν επαληθευτεί ακόμα πειραματικά.

Επειδή σε ένα φαινόμενο δεν συνεισφέρουν όλοι οι παράγοντες που μπορούμε να σκεφτούμε, μελετάμε μόνο αυτούς που θεωρούμε ότι μπορεί να συνεισφέρουν. Ο προσδιορισμός αυτός είναι ουσιαστικό κομμάτι της επιστημονικής μεθόδου, π.χ. η έλξη της γης σε έναν δορυφόρο δεν εξαρτάται από το χρώμα του ή τα όργανα που φέρει αλλά μόνο από τη μάζα του. **Πρότυπο** (μοντέλο) είναι μια περιγραφή με τα ουσιαστικά στοιχεία της πραγματικότητας. Παράδειγμα αποτελεί το πρότυπο «υλικό σημείο». Υπάρχουν περιπτώσεις που η περιγραφή της κίνησης ενός αντικειμένου, όπως ενός αυτοκινήτου ή ενός κιβωτίου ως σύνολο, δεν επηρεάζεται από το σχήμα ή το μέγεθος του αντικειμένου. Στις περιπτώσεις αυτές εξετάζουμε το αντικείμενο θεωρώντας ότι όλη η μάζα του είναι συγκεντρωμένη σε ένα σημείο στον χώρο. Αυτό το πρότυπο ονομάζεται «υλικό σημείο» και δεν έχει μέγεθος ούτε σχήμα, αλλά μάζα, ορμή, ταχύτητα, ενέργεια.

Ένα άλλο πρότυπο είναι το «άκαμπτο σώμα» ή «μηχανικό στερεό». Το άκαμπτο σώμα είναι ένα στερεό σώμα στο οποίο η παραμόρφωση είναι μηδενική ή τόσο μικρή που μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Η σχετική θέση μεταξύ δύο οποιωνδήποτε σημείων σε ένα άκαμπτο σώμα παραμένει πάντα σταθερή.

Υπόθεση στη Φυσική είναι μια λογική εξήγηση των παρατηρήσεων και των φαινομένων, η οποία μπορεί να δοκιμαστεί με πρόσθετα πειράματα. Μερικές φορές η μοντελοποίηση ενός φαινομένου μπορεί να βοηθήσει στη διατύπωση νέων υποθέσεων για δοκιμή.

Το Διεθνές Σύστημα Μονάδων

Σε κάθε φυσικό μέγεθος διακρίνουμε τόσο τον ποιοτικό όσο και τον ποσοτικό χαρακτήρα του. Για τον ποσοτικό προσδιορισμό ενός φυσικού μεγέθους χρησιμοποιούμε τη «μονάδα μέτρησης» η οποία επιλέγεται βάσει κριτηρίων, όπως η υλοποίηση της μέτρησης και η δυνατότητα μεταφοράς και ρύθμισης των οργάνων μέτρησης. Αριθμητική τιμή ενός μεγέθους θα καλούμε τον αριθμό ο οποίος προκύπτει από τη σύγκρισή του με την αντίστοιχη μονάδα μέτρησης. Μέτρο ενός φυσικού μεγέθους θα καλούμε το γινόμενο της αριθμητικής τιμής του επί την αντίστοιχη μονάδα μέτρησης.

Τα φυσικά μεγέθη με τα οποία θα ασχοληθούμε διακρίνονται σε **μονόμετρα** ή **βαθμωτά** και **διανυσματικά**. Τα μονόμετρα φυσικά μεγέθη ορίζονται πλήρως όταν είναι γνωστό το μέτρο τους (μία μεταβλητή), ενώ για τα διανυσματικά, εκτός του μέτρου, απαιτείται να καθοριστεί ακόμη η διεύθυνση και η φορά τους (δύο ή τρεις μεταβλητές ανάλογα αν είναι στις 2 ή στις 3 διαστάσεις). Ειδικά σε περιπτώσεις διανυσματικών μεγεθών σε μία διάσταση (που η διεύθυνσή τους είναι γνωστή) προσδίδεται θετικό ή αρνητικό πρόσημο μπροστά στην αριθμητική τιμή του μεγέθους για να καθοριστεί η φορά του και συνεπώς και η κατεύθυνσή τους.

Εικόνα 3. Οι θεμελιώδεις μονάδες του S.I. μέσω των φυσικών σταθερών.

Από τις 20 Μαΐου 2019 όλες οι θεμελιώδεις μονάδες του S.I. ορίζονται μέσω φυσικών σταθερών που περιγράφουν τον φυσικό κόσμο όπως είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό c =299 792 458 m/s, η σταθερά Planck h=6.626 070 15·10^{-34} J s, το στοιχειώδες φορτίο e = 1,602 176 634·10^{-19} C, η σταθερά Boltzmann k =1,380 649·10^{-23} J/K, η σταθερά του Avogadro N_A =6.022 140 76·10^{23} mol^{-1}. Αυτό διασφαλίζει τη μελλοντική σταθερότητα του S.I. αφού στηρίζεται σε φυσικά φαινόμενα τα οποία είναι ανεξάρτητα από τις λεπτομέρειες των πειραματικών συσκευών.

Ένα σύστημα μονάδων αποτελείται από ένα πλήρες σύνολο από βασικές ή θεμελιώδεις μονάδες και παράγωγες μονάδες για τη μέτρηση όλων των φυσικών μεγεθών. Ανάλογα με την εκλογή των θεμελιωδών μονάδων έχουμε και διαφορετικό σύστημα μονάδων. Το σύστημα μονάδων μέτρησης το οποίο χρησιμοποιείται παγκοσμίως από την επιστημονική κοινότητα αλλά και από τα περισσότερα κράτη του κόσμου είναι το Διεθνές Σύστημα Μονάδων με τη διεθνή συντομογραφία S.I.

Το Διεθνές Σύστημα Μονάδων ορίζει ή υιοθετεί επτά (7) θεμελιώδεις ή βασικές μονάδες. Οι μονάδες μέτρησης των τριών θεμελιωδών μεγεθών της μηχανικής, του χρόνου T, του μήκους L και της μάζας M, καθώς και των υπολοίπων θεμελιωδών μεγεθών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

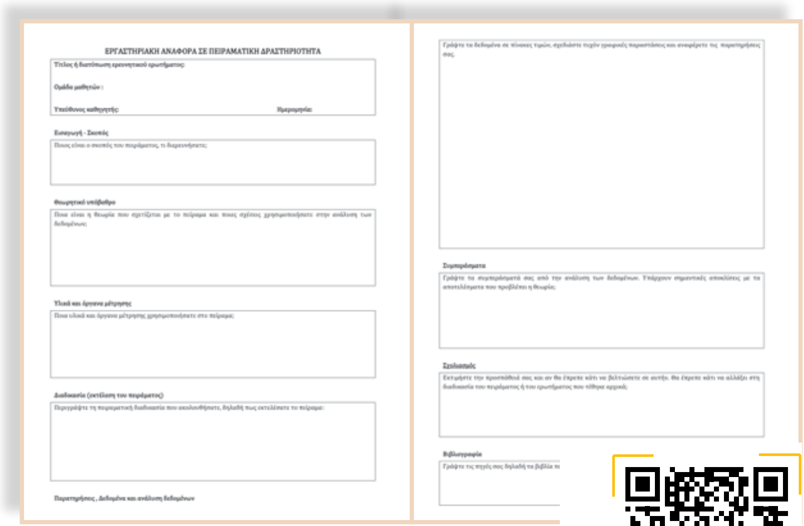
ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΜΕΓΕΘΗ	ΣΥΜΒΟΛΟ	ΜΟΝΑΔΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ	ΣΥΜΒΟΛΟ
ΜΗΚΟΣ	L, ℓ, x, r	1 Μέτρο (meter)	1 m
ΜΑΖΑ	M, m	1 Χιλιόγραμμο (kilogram)	1kg
ΧΡΟΝΟΣ	t	1 Δευτερόλεπτο (second)	1 s
ΕΝΤΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ	I, i	1 Αμπέρ (Ampere)	1 A
ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	T	1 Κέλβιν (Kelvin)	1 K
ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΥΛΗΣ	n	1 Γραμμομόριο (Mole)	1 Mol
ΦΩΤΟΒΟΛΙΑ	I_v	1 Καντέλα (Candela)	1 cd

Επιπλέον το Διεθνές Σύστημα Μονάδων υιοθετεί δύο συμπληρωματικές μονάδες, από τον χώρο των μαθηματικών, για την επίπεδη γωνία και τη στερεά γωνία. Η μονάδα μέτρησης της γωνίας είναι το 1 radian (ακτίνιο) και για τη στερεά γωνία το 1 steradian (στερακτίνιο).

Το 1 ακτίνιο (rad) είναι η επίπεδη γωνία μεταξύ δύο ακτίνων ενός κύκλου η οποία αποκόπτει στην περιφέρεια ένα τόξο ίσο σε μήκος με το μήκος της ακτίνας. Το στερακτίνιο δεν θα μας απασχολήσει κατά τη διάρκεια των σπουδών στο Λύκειο.

Πώς γράφουμε μια εργαστηριακή αναφορά η οποία αναφέρεται σε πειραματική δραστηριότητα

Για να χαρακτηριστεί μια δραστηριότητα πειραματική θα πρέπει να υπάρχει έλεγχος και χειρισμός μεταβλητών. Στις δραστηριότητες αυτές αναπαράγονται και μελετώνται φαινόμενα, νόμοι που τα διέπουν ή/και ανακαλύπτονται δομές. Μπορούν να γίνονται στο εργαστήριο αλλά και στην τάξη όταν δεν υπάρχει πρόβλημα ασφάλειας.


ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Τίτλος ή διατύπωση ερευνητικού ερωτήματος:

Ομάδα μαθητών:

Υπεύθυνος καθηγητής: Ημερομηνία:

Εισαγωγή - Σκοπός

Θεωρητικό υπόβαθρο

Υλικά και όργανα μέτρησης

Διαδικασία (εκτέλεση του πειράματος)

Παρατηρήσεις, Δεδομένα και ανάλυση δεδομένων

Συμπεράσματα

Σχολιασμός

Βιβλιογραφία

Μια εργαστηριακή αναφορά θα πρέπει να είναι σχετικά σύντομη και να αναφέρει ξεκάθαρα τη σκοπιμότητα του πειράματος, το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο στηρίχθηκε ο πειραματισμός, τον τρόπο συλλογής των δεδομένων, την παρουσίαση των δεδομένων, τα σφάλματα, τα συμπεράσματα και τον σχολιασμό τους. Ένας αναγνώστης της εργαστηριακής αναφοράς θα πρέπει να είναι σε θέση να επαναλάβει το πείραμα και να πάρει παρόμοια αποτελέσματα.

Εικόνα 4. Επεξεργάσιμο αρχείο εργαστηριακής αναφοράς.

Η εργαστηριακή αναφορά θα πρέπει να είναι κατά το δυνατό σύντομη και οργανωμένη και να εκπληρώνει τους στόχους του πειράματος. Περισσότερα για όσα περιλαμβάνει μια εργαστηριακή αναφορά και ένα επεξεργάσιμο αρχείο, που θα σας βοηθήσει να κάνετε τις εργαστηριακές σας αναφορές, θα βρείτε στον σύνδεσμο της εικόνας 4.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Εξοικείωση με τα βήματα της επιστημονικής εκπαιδευτικής μεθόδου με διερεύνηση

Εκτελέστε την ψηφιακή δραστηριότητα για να εξοικειωθείτε με τα βήματα της επιστημονικής εκπαιδευτικής μεθόδου με διερεύνηση.

Παράρτημα

Οι κοινές επιστημονικές πρακτικές και η επιστημονική εκπαιδευτική μεθοδολογία με διερεύνηση.

Δυνάμεις – Κινήσεις

Η δύναμη είναι κάτι που το έχεις ή μήπως όχι;

01.
Δύναμη

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ

01

1.1 Η έννοια της δύναμης

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

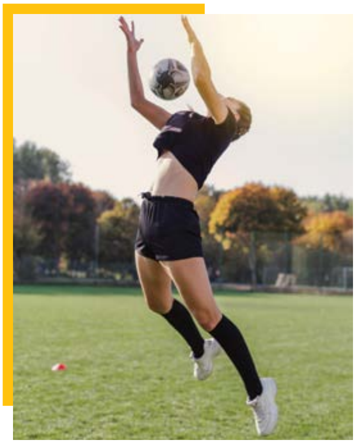
1. αξιοποιείτε παραδείγματα, για να δείξετε ότι οι δυνάμεις προκαλούν μεταβολή της κινητικής κατάστασης των σωμάτων καθώς και παραμόρφωσή τους.
2. αναγνωρίζετε ότι οι δυνάμεις αναφέρονται και περιγράφουν την αλληλεπίδραση μεταξύ ενός εντολέα (πηγή) και ενός άλλου σώματος (αποδέκτης).
3. διατυπώνετε τον νόμο του Hooke (Χουκ) και να τον αξιοποιείτε, για να μετρήσετε τη δύναμη που ασκείται σε ένα ελατήριο (μέτρο δύναμης).
4. αξιοποιείτε παραδείγματα, για να αναδείξετε τον διανυσματικό χαρακτήρα της δύναμης.
5. αναπαριστάτε τις δυνάμεις ως διανύσματα [μέτρο, κατεύθυνση (διεύθυνση και φορά)] με αρχή κάποιο υλικό σημείο.
6. αναγνωρίζετε ότι δυνάμεις με ίσα μέτρα μπορεί να προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα, όταν δρουν σε διαφορετικές διευθύνσεις.
7. εκφράζετε τον τρίτο νόμο του Newton (Νεύτωνα) με όρους δύο δυνάμεων που ασκούνται σε διαφορετικά σώματα (εντολέας/πηγή-αποδέκτης).

Περιεχόμενα

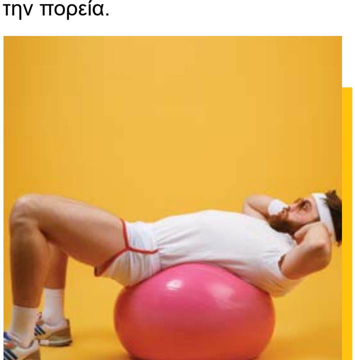
Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Ελαστική και πλαστική παραμόρφωση
- Σταθερά ελατηρίου
- Δυναμόμετρο

Δύναμη



Εικόνα 1.1.1. Η αθλήτρια αλληλεπιδρά με την μπάλα και της αλλάζει την πορεία.



Εικόνα 1.1.2. Ο αθλητής αλληλεπιδρά με την μπάλα γυμναστικής και την παραμορφώνει.

Δύναμη λέγεται η αιτία της μεταβολής της κινητικής κατάστασης (δηλαδή της ταχύτητας), ή της παραμόρφωσης ενός σώματος.

Η δύναμη αναφέρεται πάντα στην αλληλεπίδραση δύο σωμάτων, σε αυτό που την ασκεί (εντολέας/πηγή) και σε αυτό που τη δέχεται (αποδέκτης).

Αν πιέσουμε μια μπάλα ποδοσφαίρου μπορούμε να της αλλάξουμε το σχήμα προσωρινά, γιατί αν πάψουμε να ασκούμε τη δύναμη η μπάλα θα ανακτήσει την αρχική της μορφή. Ονομάζουμε αυτή την παραμόρφωση **ελαστική παραμόρφωση**. Αν, όμως, παραμορφώσουμε μια μπάλα από πλαστελίνη αυτή δεν θα ανακτήσει την αρχική της μορφή, μόλις πάψουμε να της ασκούμε δύναμη. Τότε λέμε ότι έχουμε **πλαστική παραμόρφωση**. Διάφορα υλικά για μικρές δυνάμεις παθαίνουν ελαστικές παραμορφώσεις, ενώ από μια τιμή της δύναμης και πάνω υπερβαίνουν το όριο ελαστικότητάς τους και παθαίνουν πλαστικές παραμορφώσεις.

Η δύναμη είναι φυσικό μέγεθος και ως τέτοιο θα πρέπει να μπορεί να μετρηθεί. Τι θα μπορούσαμε να αξιοποιήσουμε προκειμένου να μετρήσουμε μια δύναμη; Το πιο απλό είναι να αξιοποιήσουμε τις ελαστικές παραμορφώσεις. Για να το καταλάβετε αυτό μπορείτε να κάνετε το παρακάτω πείραμα. Θα χρειαστείτε πέντε ίδια βαρίδια και τη διάταξη της εικόνας 1.1.3.

Πειραματική δραστηριότητα: Ο νόμος του Hooke

1. Σημειώνετε τη θέση του δείκτη στην κλίμακα του χάρακα (π.χ. 20cm).
2. Γνωρίζοντας ότι το βάρος είναι μια δύναμη ανάλογη της μάζας του σώματος, αναρτάτε το πρώτο βαρίδι και μετράτε την παραμόρφωση (επιμήκυνση) του ελατηρίου, όταν το βαρίδι ηρεμεί. Η επιμήκυνση είναι η διαφορά της νέας θέσης του δείκτη από την αρχική.
3. Καταγράφετε την επιμήκυνση στη δεύτερη στήλη του παρακάτω πίνακα.
4. Τοποθετείτε δεύτερο βαρίδι με την ίδια μάζα, μετράτε και καταγράφετε την επιμήκυνση του ελατηρίου στον πίνακα.
5. Επαναλαμβάνετε άλλες τρεις φορές προσθέτοντας ένα βαρίδι ίδιας μάζας κάθε φορά.
6.

Βάρος	**Επιμήκυνση x (σε cm)**	**Δύναμη του ελατηρίου F**	**F/x**
0	0		
w			
$2w$			
$3w$			
$4w$			
$5w$			

Εικόνα 1.1.3. Η διάταξη.

7. Θεωρήστε ως δεδομένο ότι το βάρος των βαριδιών, όταν αυτά ηρεμούν, είναι ίσο με τη δύναμη που τεντώνει το ελατήριο. Συμπληρώστε την τρίτη και την τέταρτη στήλη του πίνακα (δεν κρατάτε πάνω από ένα δεκαδικό ψηφίο).
8. Δύο ποσά λέγονται ανάλογα όταν έχουν σταθερό πηλίκο. Η δύναμη F και η παραμόρφωση x έχουν σταθερό πηλίκο, δηλαδή είναι ανάλογα ποσά;
9. Γράφημα F-x
   - Τοποθετήστε τα σημεία που προκύπτουν από τα ζευγάρια τιμών δύναμης – επιμήκυνσης του Πίνακα, σε ένα σύστημα αξόνων F-x.
   - Σχεδιάστε μία ευθεία που να περνάει πάνω ή σχεδόν πάνω από αυτά τα σημεία.
   - Το γράφημα δύο ανάλογων ποσοτήτων είναι μία ευθεία που περνά από την αρχή των αξόνων. Η ευθεία που σχεδιάσατε περνάει από την αρχή (ή σχεδόν από την αρχή) των αξόνων; Δηλαδή η δύναμη F είναι ανάλογη με την παραμόρφωση x που προκαλεί στο ελατήριο;

Νόμος του Hooke

Αν η δύναμη F είναι ανάλογη με την παραμόρφωση x, τότε μόλις ανακαλύψατε τον νόμο της ελαστικότητας μεταξύ της αιτίας, που είναι η δύναμη, και του αποτελέσματος, που είναι η παραμόρφωση.

Ο νόμος αυτός είναι γνωστός ως νόμος του Hooke (Χουκ) και διατυπώνεται ως εξής: Η επιμήκυνση x ενός ελατηρίου, μέσα στην περιοχή ελαστικότητάς του, είναι ανάλογη με τη δύναμη F που την προκαλεί, δηλαδή:

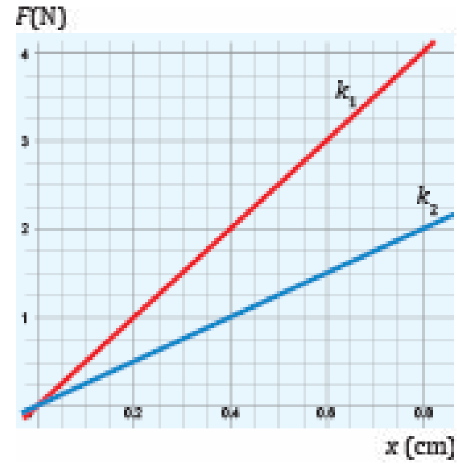
$$F = k \cdot x \qquad (1.1.1)$$

Σημείωση 1.1.1 Από την εμπειρία μας και από το Γυμνάσιο γνωρίζουμε ότι ένα σώμα με μάζα 1kg στην επιφάνεια της Γης δέχεται βαρυτική δύναμη (βάρος) περίπου 9,8N. Πολλές φορές σε ασκήσεις και προβλήματα θα τη θεωρούμε για ευκολία 10N.

Η μονάδα μέτρησης της δύναμης στο S.I. είναι το 1 N (1 newton), προς τιμήν του Isaac Newton. Για να αποκτήσουμε μια αίσθηση του πόσο μεγάλη είναι η δύναμη 1N μπορούμε να πούμε ότι η δύναμη που ασκούμε όταν κρατάμε στο χέρι μας ένα πλαστικό μπουκάλι 1L με νερό είναι περίπου 10N.

Ο συντελεστής αναλογίας k ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου, η μονάδα μέτρησής του στο S.I. είναι το 1N/m και όσο μεγαλύτερη τιμή έχει τόσο πιο «σκληρό» είναι το ελατήριο. Πράγματι, μεγάλη τιμή του k σημαίνει και μεγάλη τιμή της δύναμης για ορισμένη παραμόρφωση. Ο νόμος του Hooke δεν είναι ένας παγκόσμιος νόμος και ισχύει μόνο σε ορισμένα αντικείμενα (λαστιχάκια, ελατήρια κ.λπ.), όταν δεν παραμορφώνονται πέρα από το όριο ελαστικότητάς τους.

Στην εικόνα 1.1.4 το γράφημα παριστάνει τη μεταβολή της δύναμης σε συνάρτηση με την παραμόρφωση για δύο ελατήρια με σταθερές $k_1 > k_2$. Δικαιολογήστε γιατί.



Εικόνα 1.1.4.

Το άμαζο ιδανικό ελατήριο είναι ένα θεωρητικό ελατήριο χωρίς μάζα, το οποίο υπακούει αυστηρά στον νόμο του Hooke.

Μέτρηση της δύναμης

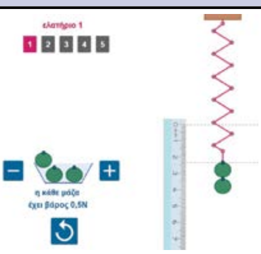
Αξιοποιώντας, λοιπόν, τον νόμο της ελαστικότητας έχουμε τα δυναμόμετρα, όπως αυτό της εικόνας 1.1.5. Η λειτουργία τους στηρίζεται στον νόμο του Hooke. Αποτελούνται συνήθως από χαλύβδινο ελατήριο που είναι εφοδιασμένο με δείκτη, ο οποίος κινείται κατά μήκος μιας βαθμολογημένης κλίμακας. Με την εφαρμογή δύναμης στο ένα άκρο του ελατηρίου, που φέρει κατάλληλο γάντζο, το ελατήριο επιμηκύνεται και η θέση του δείκτη στη βαθμολογημένη κλίμακα δείχνει την τιμή της εφαρμοζόμενης δύναμης.

Αν γνωρίζουμε την τιμή μιας δύναμης και μετρήσουμε την αντίστοιχη παραμόρφωση, μπορούμε να κάνουμε βαθμονόμηση του ελατήριου, ώστε να το μετατρέψουμε σε δυναμόμετρο. Για παράδειγμα, αν ασκηθεί μια δύναμη 10N και το ελατήριο παραμορφωθεί κατά 5cm, τότε γνωρίζουμε ότι δύναμη 1N αντιστοιχεί σε παραμόρφωση 0,5cm, δύναμη 2N σε παραμόρφωση 1cm κ.ο.κ.

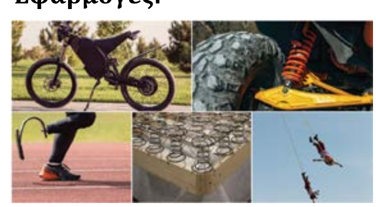
Σημείωση 1.1.2 Στην ενότητα 2.3 θα δούμε ότι η δύναμη μπορεί να μετρηθεί με βάση και το αποτέλεσμα «μεταβολή ταχύτητας» και θα δοθεί και ο πλήρης ορισμός του φυσικού μεγέθους «δύναμη».


Εικόνα 1.1.5. Δυναμόμετρο.

Ψηφιακή δραστηριότητα – Εικονικό πείραμα: Προσδιορισμός της σκληρότητας ελατηρίων



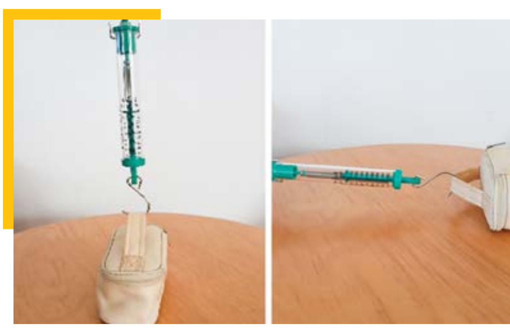
Εφαρμογές:



Εικόνες από την καθημερινότητα.

Ο διανυσματικός χαρακτήρας της δύναμης

Ας υποθέσουμε ότι μια κασετίνα είναι τοποθετημένη πάνω σε τραπέζι. Τραβάμε την κασετίνα προς τα πάνω με τη βοήθεια δυναμόμετρου, όπως στην εικόνα 1.1.6. και η κασετίνα κινείται προς τα πάνω. Αν ασκήσουμε την ίδια δύναμη οριζόντια, η κασετίνα κινείται πάνω στο τραπέζι. Διαπιστώνουμε ότι το αποτέλεσμα των δυο παραπάνω δυνάμεων δεν είναι το ίδιο, παρόλο που οι δυνάμεις έχουν ίδιο μέτρο. Συνεπώς, η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος και για να προσδιοριστεί πλήρως δεν αρκεί να γνωρίζουμε μόνο το μέτρο της αλλά και την κατεύθυνσή της. Αναπαριστούμε μια δύναμη με διάνυσμα που μας δείχνει την κατεύθυνσή της (διεύθυνση και φορά), αρχή έχει το σημείο του σώματος στο οποίο

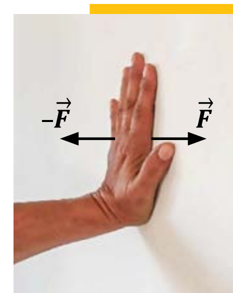

Εικόνα 1.1.6. Δυνάμεις με ίσα μέτρα προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα. Η δύναμη έχει και κατεύθυνση.

εφαρμόζεται και σχεδιάζουμε το μήκος ανάλογο με το μέτρο. Αν, για παράδειγμα, σχεδιάζουμε δύο δυνάμεις με μέτρα F_1=5N και F_2=10N, θα πρέπει το μήκος του διανύσματος που παριστάνει τη δύναμη $\vec{F}_2$ να είναι διπλάσιο από το μήκος του διανύσματος που παριστάνει τη δύναμη $\vec{F}_1$.

Ο νόμος δράσης–αντίδρασης (Τρίτος νόμος του Νεύτωνα)

Όταν αναφερόμαστε σε μία δύναμη θα πρέπει να είμαστε σε θέση να προσδιορίζουμε το σώμα που ασκεί τη δύναμη (πηγή) και το σώμα που τη δέχεται (αποδέκτης). Ας υποθέσουμε ότι ένας απρόσεκτος οδηγός με το αυτοκίνητό του χτύπησε πάνω σε έναν τοίχο. Ο τοίχος παραμορφώθηκε λόγω της δύναμης που άσκησε το αυτοκίνητο σε αυτόν. Ωστόσο και το αυτοκίνητο παραμορφώθηκε, δηλαδή ασκήθηκε σε αυτό μια δύναμη από τον τοίχο. Όσο μεγαλύτερη δύναμη ασκούμε στον τοίχο, εικόνα 1.1.7, τόσο μεγαλύτερη δύναμη μάς ασκεί και αυτός. Μάλιστα οι δύο αυτές δυνάμεις είναι αντίθετες, δηλαδή έχουν ίδιο μέτρο και διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά. Τα παραπάνω αποτελούν τον λεγόμενο νόμο δράσης–αντίδρασης ή τρίτο νόμο του Νεύτωνα ο οποίος διατυπώνεται ως εξής: **Όταν ένα σώμα Α ασκεί δύναμη $\vec{F}_{12}$ σε ένα σώμα Β, τότε και το Β ασκεί αντίθετη δύναμη $\vec{F}_{21}=-\vec{F}_{12}$ στο Α.** Με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα εξηγούνται πολλά φαινόμενα της καθημερινότητας.

Εικόνες από την καθημερινότητα



Εικόνα 1.1.7. Η δράση και η αντίδραση ασκούνται σε διαφορετικά σώματα. Στην περίπτωση αυτή η μία στο χέρι και η άλλη στον τοίχο.

Πειραματική δραστηριότητα: Η αντίδραση της άνωσης

Έχετε μαθει ότι κάθε σώμα που βυθίζεται σε υγρό δέχεται δύναμη από το υγρό προς τα πάνω η οποία καλείται **άνωση**. Στη δραστηριότητα αυτή ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα θα σας βοηθήσει να ανακαλύψετε την αντίδρασή της.

Ένα δοχείο με νερό είναι τοποθετημένο πάνω σε έναν ζυγό. Αν βυθίσετε το χέρι σας, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.8, χωρίς να ακουμπά τα τοιχώματα του δοχείου, τότε η ένδειξη του ζυγού:
α) θα μειωθεί **β)** θα αυξηθεί **γ)** θα παραμείνει αμετάβλητη.

Εκτελέστε με προσοχή το πείραμα τρεις φορές για διαφορετικό βύθισμα του χεριού και συμπληρώστε τον πίνακα 1.1.1

Ένδειξη ζυγού πριν το βύθισμα (g)	Ένδειξη ζυγού μετά το βύθισμα (g)

Πίνακας 1.1.1.

Εικόνα 1.1.8.

Σε ποιο συμπέρασμα καταλήξατε;
Πώς το εξηγείτε με τη βοήθεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα;

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.1.1: Βιβλίο πάνω σε θρανίο

Από την εμπειρία σας γνωρίζετε ότι κάθε σώμα έλκεται από τον πλανήτη Γη με μια βαρυτική δύναμη w (βάρος). Στην εικόνα 1.1.9 φαίνεται ένα βιβλίο πάνω σε ένα θρανίο.

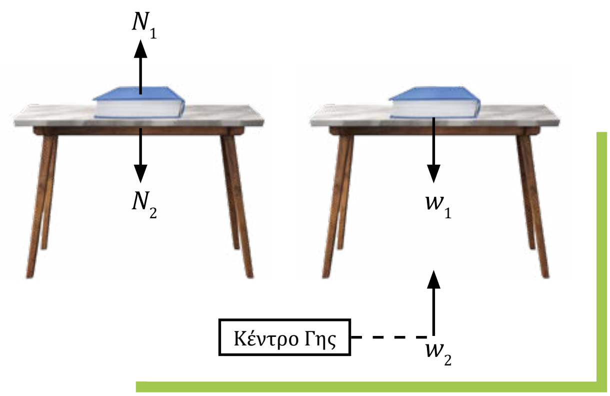
Α. Ποιες αλληλεπιδράσεις στις οποίες συμμετέχει το βιβλίο, υπάρχουν στην περίπτωση αυτή; Αγνοείστε τις αλληλεπιδράσεις με τον αέρα.

Β. Σχεδιάστε σε δύο διαφορετικά σχήματα τα ζευγάρια των δυνάμεων που αντιστοιχούν σε καθεμία από τις δύο αλληλεπιδράσεις στις οποίες συμμετέχει το βιβλίο.

Εικόνα 1.1.9.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Εντοπίζουμε τις αλληλεπιδράσεις που υπάρχουν στο πρόβλημα και σχεδιάζουμε σε διαφορετικά σχήματα τα ζευγάρια των δυνάμεων που αντιστοιχούν σε καθεμία από τις δύο αλληλεπιδράσεις.



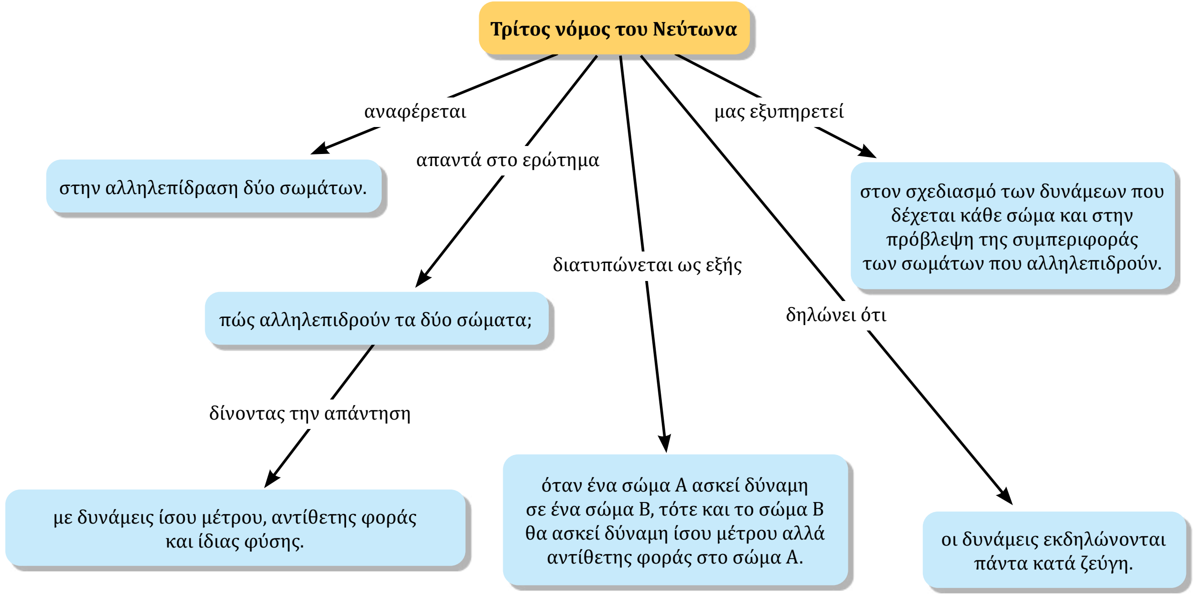
ΛΥΣΗ

Α. Η αλληλεπίδραση βιβλίου-θρανίου και η αλληλεπίδραση βιβλίου-Γης.

Β. Στο πρώτο σχήμα φαίνεται το ζεύγος δυνάμεων N_1, N_2. Για την N_1 εντολέας είναι το θρανίο και αποδέκτης το βιβλίο. Για την N_2 εντολέας είναι το βιβλίο και αποδέκτης το θρανίο. Οι N_1, N_2 έχουν σχέση δράσης–αντίδρασης, ίσα μέτρα αλλά αντίθετη κατεύθυνση.

Στο δεύτερο σχήμα φαίνεται το ζεύγος δυνάμεων w_1 και w_2. Για την w_1 εντολέας είναι ο πλανήτης Γη και αποδέκτης το βιβλίο. Για την w_2 ο εντολέας είναι το βιβλίο και αποδέκτης ο πλανήτης Γη.

Εννοιολογικός χάρτης: Τρίτος νόμος του Νεύτωνα



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1.1.1. Μια δύναμη μπορεί να προκαλεί και παραμόρφωση και να αλλάζει την κινητική κατάσταση; Αναφέρετε τρία παραδείγματα.

1.1.2. Αναφέρετε τρεις εφαρμογές του νόμου του Hooke από την καθημερινή ζωή.

1.1.3. Αναφέρετε πέντε παραδείγματα από την καθημερινή ζωή που εξηγούνται με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα.

1.1.4. Αφού οι δυνάμεις εμφανίζονται πάντα κατά ζεύγη, γιατί δεν αναιρούν η μία την άλλη;

1.1.5. Ένα πλοίο μάζας 15.000 kg ασκεί δύναμη 10.000 N στο νερό προς τα πίσω. Ποια είναι η αντίδραση που ασκεί το νερό προς τα μπρος;

1.1.6. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

Α. Όταν ένα όπλο πυροβολεί, το μέτρο της δύναμης που ασκεί το όπλο στο βλήμα είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της δύναμης που δέχεται το όπλο από το βλήμα.

Β. Η δράση και η αντίδρασή της έχουν το ίδιο σημείο εφαρμογής.

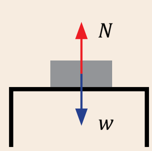
Γ. Ένα έντομο χτυπά στο παρμπρίζ αυτοκινήτου καθώς αυτό κινείται. Κατά την αλληλεπίδραση αυτή στο έντομο ασκήθηκε μεγαλύτερη δύναμη από εκείνη που ασκήθηκε στο παρμπρίζ.

Δ. Αν ένας άνθρωπος πηδήξει από μια βάρκα στην προκυμαία, τότε η βάρκα θα πλησιάσει προς την προκυμαία.

Ε. Κατά το περπάτημα, όταν το πόδι ασκεί δύναμη στο έδαφος, το έδαφος ασκεί δύναμη στο πόδι με ίσο μέτρο και αντίθετη φορά.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.1.1. Από την εμπειρία σας γνωρίζετε ότι κάθε σώμα έλκεται από τον πλανήτη Γη με μια βαρυτική δύναμη *w* (βάρος). Στην εικόνα 1.1.10 φαίνονται οι δυνάμεις που δέχεται ένα βιβλίο τοποθετημένο πάνω σε ένα θρανίο. Συχνά λέγεται ότι οι δυνάμεις αυτές είναι το βάρος του βιβλίου που συμβολίζεται με *w* και η κάθετη δύναμη *N* από το θρανίο. Η δύναμη *N* στην εικόνα 1.1.10 είναι η αντίδραση του βάρους *w*;



Εικόνα 1.1.10.

1.1.2. Από την εμπειρία σας έχετε μάθει ότι ένα μαγνητάκι έλκει έναν συνδετήρα. Ο συνδετήρας δέχεται μαγνητική δύναμη από το μαγνητάκι. Βρείτε έναν τρόπο ώστε να αποκαλύψετε την αντίδρασή της.

1.1.3. Ένα ελατήριο επιμηκύνεται κατά 8cm όταν του ασκούμε δύναμη 13N. Πόση θα ήταν η επιμήκυνσή του αν του ασκούσαμε δύναμη 26N;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.1.1. Μια ομάδα μαθητών σε ένα πείραμα κρέμασε ένα ελατήριο από την οριζόντια ράβδο η οποία ήταν πάνω σε βάση στήριξης, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.3. Στη συνέχεια έκανε διαδοχικές αναρτήσεις βαριδιών και κάθε φορά, αφού ηρεμούσε το βαρίδι, μετρούσε με κανόνα την παραμόρφωση (επιμήκυνση) του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος και την κατέγραφε συμπληρώνοντας τον παρακάτω πίνακα.

Μάζα βαριδιού (kg)	Βάρος βαριδιού (N)	Επιμήκυνση του ελατηρίου (cm)
2	19,6	1,6
5	49,0	4,0
8	78,4	6,4
10	98,0	7,9

Α. Η βαρυτική δύναμη που ασκείται από τη Γη στο βαρίδι θα είναι ίση με τη δύναμη που ασκείται στο ελατήριο από το βαρίδι, όταν αυτό ηρεμεί ακίνητο; Εξηγήστε την απάντησή σας.

Β. Σχεδιάστε το γράφημα της δύναμης που ασκείται από τα βαρίδια στο ελατήριο σε σχέση με την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Γ. Ποια είναι τα συμπεράσματά σας και πώς εξηγούνται;

Βιβλιογραφική αναζήτηση: Ο νόμος του Hooke και η ιδέα της ελαστικότητας και της ανταπόκρισης ενός υλικού σε δυνάμεις είναι κεντρική σε πολλές διαφορετικές περιοχές της επιστήμης και της τεχνολογίας. Μπορεί να βοηθήσει στην κατανόηση και ανάλυση διαφόρων φαινομένων σε επιστημονικούς τομείς, όπως η επιστήμη των υλικών, η βιολογία, η γεωλογία και η ιατρική. Κάντε μια βιβλιογραφική αναζήτηση για τη σημασία του νόμου του Hooke σε εφαρμογές πέραν της μηχανικής.

Ψηφιακό Ερωτηματολόγιο: Η έννοια της δύναμης

1.2 Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. ορίζετε τη συνισταμένη δυνάμεων και να δίνετε απλά παραδείγματα τα οποία συνοψίζουν τον ορισμό της συνισταμένης δύναμης.
2. υπολογίζετε το μέτρο της συνισταμένης συγγραμμικών (ομόρροπων και αντίρροπων) δυνάμεων, αξιοποιώντας το άθροισμα των διανυσμάτων.
3. υπολογίζετε το μέτρο και την κατεύθυνση της συνισταμένης δύο κάθετων δυνάμεων αξιοποιώντας το άθροισμα των διανυσμάτων.
4. αναλύετε μια δύναμη σε δύο κάθετες συνιστώσες και να υπολογίζετε το μέτρο τους (εισάγοντας ποιοτικά την έννοια του συστήματος συντεταγμένων).

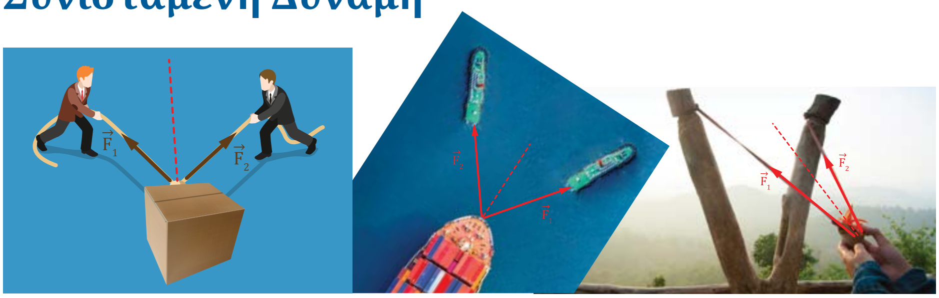
Περιεχόμενα

- Συνισταμένη δύναμη
- Σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων
- Σύνθεση δύο κάθετων δυνάμεων
- Ανάλυση δύναμης σε δύο κάθετες συνιστώσες

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Σύστημα συντεταγμένων

Συνισταμένη Δύναμη

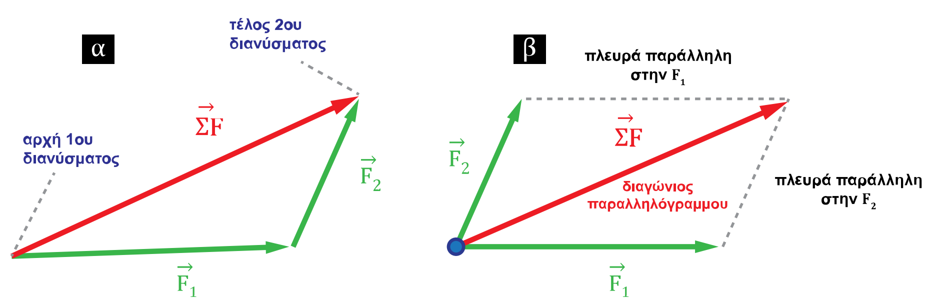


Εικόνα 1.2.1. Άσκηση δυνάμεων που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία, σε ένα σώμα.

Στην εικόνα 1.2.1 εμφανίζονται περιπτώσεις που σε ένα σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία. Το αποτέλεσμα της άσκησής τους μπορεί να προκληθεί από μία μόνο δύναμη αν ασκηθεί κατάλληλα στο αντίστοιχο σώμα;

Η δύναμη που φέρνει το ίδιο αποτέλεσμα με δύο ή περισσότερες δυνάμεις ονομάζεται συνισταμένη αυτών των δυνάμεων.

Σύνθεση δυνάμεων είναι η διαδικασία αντικατάστασης δύο η περισσοτέρων δυνάμεων, οι οποίες λέγονται **συνιστώσες δυνάμεις**, από μία δύναμη η οποία λέγεται **συνισταμένη δύναμη** και συμβολίζεται με $\Sigma\vec{F}$ ή $\vec{F}_{ολ}$.



Τα σώματα θεωρούμε ότι είναι υλικά σημεία, δηλαδή ότι οι διαστάσεις τους δεν παίζουν ρόλο. Αυτές οι δυνάμεις εφαρμόζονται σε ένα υλικό σημείο.

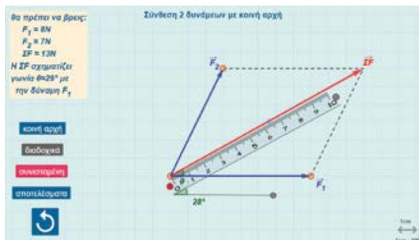
Εικόνα 1.2.2. Κανόνας πολυγώνου και παραλληλογράμμου.

Για να βρούμε τη συνισταμένη δύο δυνάμεων, θα χρησιμοποιήσουμε δύο τρόπους.

1ος τρόπος: Τοποθετούμε τα διανύσματα των δυνάμεων **διαδοχικά** (κανόνας πολυγώνου).
Σχεδιάζουμε το πρώτο διάνυσμα και στο τέλος του τοποθετούμε την αρχή του δεύτερου διανύσματος. Η συνισταμένη είναι ένα διάνυσμα που έχει αρχή την αρχή του πρώτου και τέλος το τέλος του δεύτερου διανύσματος (εικόνα 1.2.2(α)).

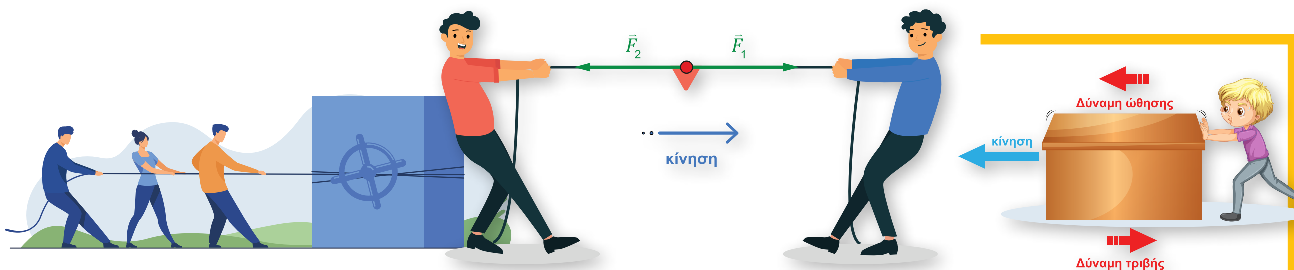
2ος τρόπος: Τοποθετούμε τα διανύσματα των δυνάμεων με **κοινή αρχή** (κανόνας του παραλληλογράμμου). Από το άκρο του κάθε διανύσματος φέρουμε παράλληλη προς το άλλο διάνυσμα. Δημιουργείται ένα παραλληλόγραμμο του οποίου η διαγώνιος θα είναι η συνισταμένη των δυνάμεων (εικόνα 1.2.2(β)).

Ψηφιακή δραστηριότητα: Σύνθεση δύο δυνάμεων που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία



Μπορείτε να εμφανίσετε δύο δυνάμεις που σχηματίζουν γωνία και να σχεδιάσετε τη συνισταμένη τους.

Σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων



Εικόνα 1.2.3. Συγγραμμικές δυνάμεις.

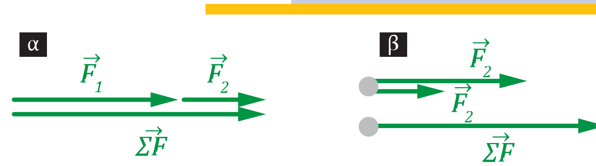
Α. Σύνθεση 2 συγγραμμικών δυνάμεων ίδιας φοράς

Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ δύο συγγραμμικών δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ **ίδιας φοράς** (ομόρροπες δυνάμεις) έχει την ίδια διεύθυνση και φορά με αυτές τις δυνάμεις και μέτρο το άθροισμα των μέτρων των δυνάμεων.

Δηλαδή $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ και $\Sigma F = F_1 + F_2$ (1)

Μπορούμε να σχεδιάσουμε τις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ διαδοχικά για να τις προσθέσουμε (εικόνα 1.2.4(α)) ή να τις σχεδιάσουμε με κοινή αρχή (εικόνα 1.2.4(β)).

Συγγραμμικές είναι οι δυνάμεις που βρίσκονται πάνω στην ίδια γραμμή (ευθεία), δηλαδή έχουν την ίδια διεύθυνση.



Εικόνα 1.2.4. Σύνθεση συγγραμμικών ομόρροπων δυνάμεων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Θα βρούμε τη συνισταμένη των συγγραμμικών δυνάμεων ίδιας φοράς της εικόνας 1.2.4, με μέτρα F_1=20N και F_2=10N.

Η $\Sigma\vec{F}$ έχει μέτρο: $\boxed{\Sigma F = F_1 + F_2 = 20 + 10 = 30N}$ και την κατεύθυνση των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

Β. Σύνθεση 2 συγγραμμικών δυνάμεων αντίθετης φοράς

Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ δύο συγγραμμικών δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ **αντίθετης φοράς** (αντίρροπες δυνάμεις) έχει τη διεύθυνση και τη φορά της δύναμης που έχει το μεγαλύτερο μέτρο και μέτρο τη διαφορά των μέτρων των δυνάμεων.

Εικόνα 1.2.5. Σύνθεση δύο συγγραμμικών αντίρροπων δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όταν $\vec{F}_1 > \vec{F}_2$.

Δηλαδή $\vec{\Sigma F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$ και εάν $F_1 > F_2 \Rightarrow \Sigma F = F_1 - F_2$ (2) και εάν $F_2 > F_1 \Rightarrow \Sigma F = F_2 - F_1$ (3)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Θα βρούμε τη συνισταμένη δύο συγγραμμικών δυνάμεων αντίθετης φοράς της εικόνας 1.2.5, με μέτρα $F_1 = 20N$ και $F_2 = 10N$.

Η $\vec{\Sigma F}$ έχει μέτρο: $\Sigma F = F_1 - F_2 = 20 - 10 = 10$N και την κατεύθυνση της $\vec{F_1}$ επειδή είναι η μεγαλύτερη δύναμη.

Δραστηριότητα 1

Πώς θα γίνει η σύνθεση των δυνάμεων $\vec{F_1}$ και $\vec{F_2}$ που έχουν την κατεύθυνση που φαίνεται στην εικόνα 1.2.5, αλλά για τα μέτρα τους ισχύει ότι: $F_2 > F_1$.

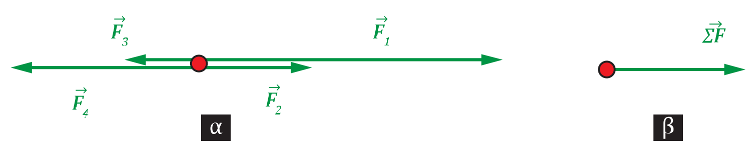
Γ. Σύνθεση πολλών συγγραμμικών δυνάμεων

Η συνισταμένη $\vec{\Sigma F}$ πολλών συγγραμμικών δυνάμεων $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ κ.λπ. είναι μια δύναμη η οποία έχει την ίδια διεύθυνση με αυτές τις δυνάμεις. Για να βρούμε το μέτρο και τη φορά της, κάνουμε τα εξής:

- Ορίζουμε μία θετική φορά.
- Το άθροισμα των δυνάμεων ΣF, αποτελείται από όλες τις δυνάμεις, αλλά σε αυτές τοποθετούμε το πρόσημο «+», αν έχουν θετική φορά και το πρόσημο «−», αν έχουν αρνητική φορά (Π.χ. $\Sigma F = F_1 - F_2 + F_3 + ...$).
- Από τις πράξεις προκύπτει μια τιμή για τη συνισταμένη δύναμη. Αν η τιμή αυτή είναι θετική, το διάνυσμα $\vec{\Sigma F}$ θα έχει θετική φορά, ενώ αν είναι αρνητική, το $\vec{\Sigma F}$ θα έχει αρνητική φορά.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

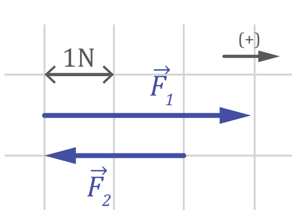
Θα βρούμε τη συνισταμένη 4 συγγραμμικών δυνάμεων, που ασκούνται σε ένα υλικό σημείο. Οι δυνάμεις $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ έχουν μέτρα $F_1 = 8$N, $F_2 = 3$N και κατεύθυνση προς τα δεξιά. Οι δυνάμεις $\vec{F_3}$, $\vec{F_4}$ έχουν μέτρα $F_3 = 2$N, $F_4 = 5$N και κατεύθυνση προς τα αριστερά, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Εικόνα 1.2.6. Σύνθεση πολλών συγγραμμικών δυνάμεων.

Για να υπολογίσουμε τη συνιστάμενη τους:

- καθορίζουμε ότι η θετική κατεύθυνση θα είναι προς τα δεξιά.
- Η συνισταμένη τους θα είναι: $\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3 - F_4 = 8 + 3 - 2 - 5 = 11 - 7 = 4$N. Επειδή προέκυψε θετική, το διάνυσμα της $\vec{\Sigma F}$ θα έχει θετική κατεύθυνση, δηλαδή θα τη σχεδιάσουμε προς τα δεξιά (εικόνα 1.2.6(β)).

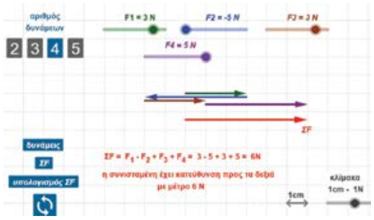


Εικόνα 1.2.7. Δυνάμεις ίδιας διεύθυνσης.

Σημείωση 1: Η τιμή μίας δύναμης (που βρίσκεται πάνω ή παράλληλα σε έναν άξονα) είναι ένας αριθμός, θετικός ή αρνητικός, που περιγράφει τη δύναμη. Η απόλυτη τιμή της είναι το μέτρο της και το πρόσημό της δείχνει τη φορά της. Οι δυνάμεις $\vec{F_1}$ και $\vec{F_2}$ της εικόνας 1.2.7, έχουν τιμές +3N και −2N αντίστοιχα.

Σημείωση 2: Τη χρήση της θετικής κατεύθυνσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και στην περίπτωση δύο συγγραμμικών δυνάμεων ίδιας ή αντίθετης φοράς.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Σύνθεση πολλών συγγραμμικών δυνάμεων



Μπορείτε να εμφανίσετε πολλές συγγραμμικές δυνάμεις και να προσδιορίσετε τη συνισταμένη τους.

Σύνθεση δύο κάθετων δυνάμεων

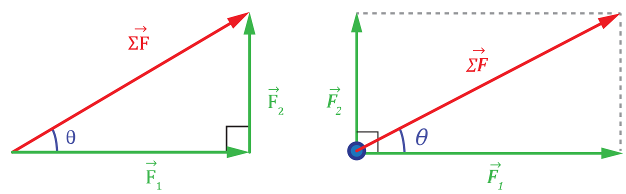
Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ δύο κάθετων δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ προκύπτει από τη διανυσματική πρόσθεση αυτών των διανυσμάτων $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, που μπορεί να γίνει, όπως έχουμε αναφέρει, με δύο τρόπους (εικόνα 1.2.8).

Το **μέτρο της συνισταμένης** $\Sigma\vec{F}$ μπορεί να βρεθεί από το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$$\Sigma F^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow \Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (4)$$

Η **γωνία θ** μεταξύ της συνισταμένης $\Sigma\vec{F}$ και της $\vec{F}_1$ μπορεί να βρεθεί από την τριγωνομετρική εφαπτομένη:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_2}{F_1} \quad (5)$$



Εικόνα 1.2.8. Σύνθεση δύο κάθετων δυνάμεων με τον κανόνα του πολυγώνου ή του παραλληλογράμμου.

Εικόνα 1.2.9. Διαφορετικά εργαλεία για τον εντοπισμό αντικειμένων (χάρτης, ραντάρ, gps).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θα βρούμε τη συνισταμένη δύναμη των δύο κάθετων δυνάμεων της εικόνας 1.2.8, με μέτρα F_1=40N και F_2=20N.

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{40^2 + 20^2} = \sqrt{1600 + 400} = \sqrt{2000} = \sqrt{400 \cdot 5} = 20\sqrt{5}\text{N}$$

με $\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_2}{F_1} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$.

Σημείωση: Η σχέση (5) διαφοροποιείται αν απέναντι από τη γωνία θ είναι η δύναμη $\vec{F}_1$ αντί της $\vec{F}_2$. Τότε γράφεται: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1}{F_2}$.

Ένα από τα πιο κοινά συστήματα συντεταγμένων είναι το **καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων**, το οποίο εισήχθη από τον Γάλλο μαθηματικό Ρενέ Ντεκάρτ (Καρτέσιος) τον 17ο αιώνα. Χρησιμοποιεί δύο κάθετες ευθείες, που ονομάζονται άξονας x και άξονας y, για να εντοπίσει σημεία σε ένα επίπεδο.

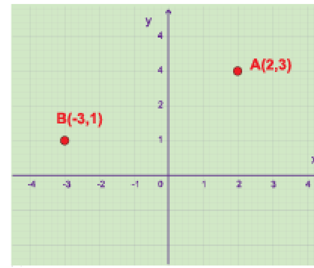
Τα συστήματα συντεταγμένων χρησιμοποιούνται σε πολλούς τομείς της επιστήμης και της μηχανικής, όπως η φυσική, η αστρονομία και τα γραφικά υπολογιστών.

Σύστημα συντεταγμένων

Πώς μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση ενός αντικειμένου στον χώρο; Υπάρχουν εργαλεία για αυτήν την εργασία, όπως είναι ένας χάρτης, ένα ραντάρ, ένα gps κ.λπ.

Ένα **σύστημα συντεταγμένων** είναι ένα μαθηματικό εργαλείο που χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει τη θέση αντικειμένων ή σημείων στο επίπεδο ή στον χώρο, χρησιμοποιώντας ένα σύνολο αριθμητικών τιμών που ονομάζονται **συντεταγμένες**.

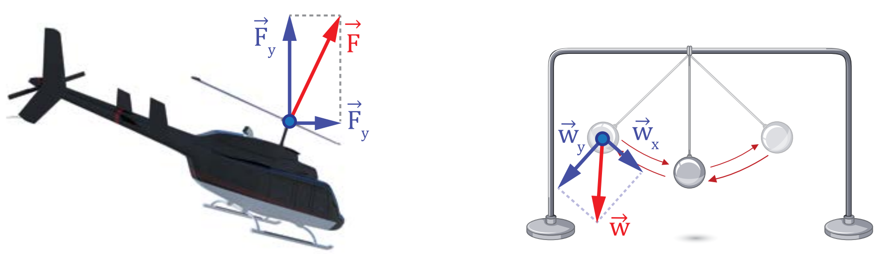
Θα χρησιμοποιήσουμε το καρτεσιανό ή ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων στο οποίο οι συντεταγμένες ενός σημείου είναι ένα ζεύγος αριθμών. Ο πρώτος αριθμός αντιπροσωπεύει τη θέση του σε σχέση με τον άξονα y και ο δεύτερος αριθμός τη θέση του σε σχέση με τον άξονα x. Αυτές οι θέσεις μετρώνται σε μονάδες μήκους, όπως μέτρα, εκατοστά κ.λπ.



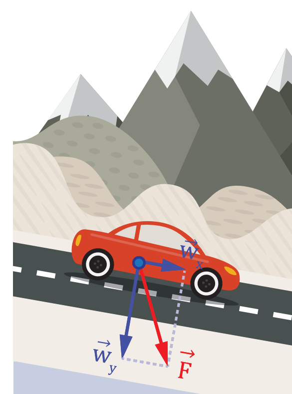
Εικόνα 1.2.10. Ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων με τα σημεία Α και Β.

Για παράδειγμα, στην εικόνα 1.2.10 το σημείο Α έχει συντεταγμένες (2,3) που σημαίνει ότι βρίσκεται δύο μονάδες στα δεξιά του άξονα y και τρεις μονάδες πάνω από τον άξονα x. Ομοίως, το σημείο Β έχει συντεταγμένες (−3,1) που σημαίνει ότι βρίσκεται τρεις μονάδες στα αριστερά του άξονα y και μία μονάδα πάνω από τον άξονα x .

Ανάλυση δύναμης σε δύο συνιστώσες δυνάμεις



Εικόνα 1.2.11. Ανάλυση δύναμης σε δύο συνιστώσες.



Ένα αυτοκίνητο κινείται σε κατηφόρα με το κιβώτιο ταχυτήτων στο νεκρό, εξαιτίας της συνιστώσας του βάρους του $\vec{w}_x$.

Στο ελικόπτερο της εικόνας 1.2.11 ασκείται μία δύναμη $\vec{F}$ η οποία αναλύεται στην οριζόντια συνιστώσα $\vec{F}_x$ που κινεί το ελικόπτερο προς τα εμπρός και την κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{F}_y$ που εξισορροπεί το βάρος του.

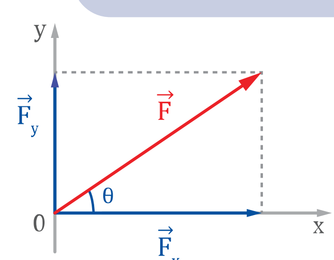
Η ανάλυση μιας δύναμης σε δύο συνιστώσες είναι η αντικατάστασή της από δύο άλλες δυνάμεις, οι οποίες αν δράσουν ταυτόχρονα στο ίδιο σώμα/υλικό σημείο, θα προκαλέσουν το ίδιο αποτέλεσμα. Οι δυνάμεις αυτές λέγονται **συνιστώσες δυνάμεις.**

Για να αναλύσουμε μια δύναμη $\vec{F}$ σε δύο συνιστώσες δυνάμεις $\vec{F}_x$ και $\vec{F}_y$ κάνουμε τα εξής:

Τοποθετούμε ένα σύστημα συντεταγμένων xOy στην αρχή του διανύσματος $\vec{F}$ Σχεδιάζουμε τη γωνία θ που σχηματίζει η $\vec{F}$ με τον άξονα x.

Από το τέλος της $\vec{F}$ φέρουμε μια παράλληλη στον άξονα y, η οποία τέμνει τον άξονα x. Το σημείο τομής είναι το τέλος της συνιστώσας $\vec{F}_x$.

Από το τέλος της $\vec{F}$ φέρουμε μια παράλληλη στον άξονα x, η οποία τέμνει τον άξονα y. Το σημείο τομής είναι το τέλος της συνιστώσας $\vec{F}_y$.

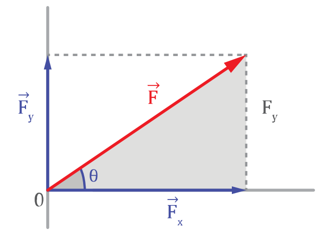


Εικόνα 1.2.12. Ανάλυση δύναμης σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων.

Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_x$ και $\vec{F}_y$ θα τα υπολογίσουμε από το σκιαγραφημένο ορθογώνιο τρίγωνο της εικόνας 1.2.13.

(Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}$, $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$ τα γράφουμε F, F_x και F_y):

$$συνθ = \frac{F_x}{F} \text{ ή } \boxed{F_x = F \cdot συνθ} \quad (6) \quad \text{και } ημθ = \frac{F_y}{F} \text{ ή } \boxed{F_y = F \cdot ημθ} \quad (7)$$



Εικόνα 1.2.13. Υπολογισμός των μέτρων *F*x, *F*y από το σκιαγραφημένο ορθογώνιο τρίγωνο.

Παρατήρησε ότι τα $\vec{F}$, $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$ συνδέονται με τη σχέση: $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Θα αναλύσουμε τη δύναμη της εικόνας 1.2.13, αν το μέτρο της είναι $F = 30N$ *και* σχηματίζει γωνία $\theta = 30°$ με τον άξονα x.

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις $\vec{F}_x$ και $\vec{F}_y$ όπως στην εικόνα. Τα μέτρα F_x και F_y θα είναι:

$$F_x = F \cdot συν60^0 = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15N \quad \text{και} \quad F_y = F \cdot ημ60^0 = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}N$$

Να θυμάστε:

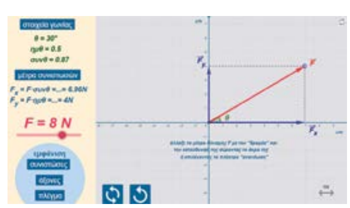
Η $\vec{F}$ αναλύεται στις συνιστώσες $\vec{F}_x$ και $\vec{F}_y$.

Τα μέτρα τους F_x και F_y προκύπτουν ως το γινόμενο του μέτρου F επί το *ημθ* ή το *συνθ*.

Η συνιστώσα $\vec{F}_x$ είναι προσκείμενη στη γωνία *θ* και το μέτρο της θα πάρει το *συνθ*.

Η συνιστώσα $\vec{F}_y$ είναι απέναντι από τη γωνία *θ* και το μέτρο της θα πάρει το *ημθ*.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Ανάλυση δύναμης

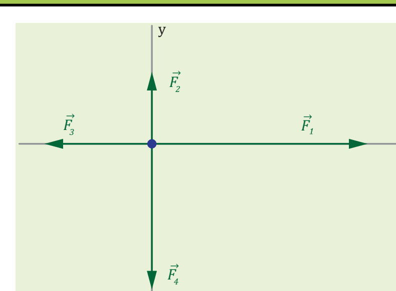


Μπορείτε να εμφανίσετε μία δύναμη σε ένα ορθογώνιο σύστημα συνταγμένων και να σχεδιάσετε τις συνιστώσες της.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.2.1: Υπολογισμός συνισταμένης δύναμης πολλών δυνάμεων που βρίσκονται πάνω στους άξονες x και y ενός συστήματος xOy

Οι δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ και $\vec{F}_4$ που έχουν μέτρα $F_1 = 6N$, $F_2 = 2N$, $F_3 = 3N$ και $F_4 = 4N$, βρίσκονται πάνω σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων και ασκούνται ταυτόχρονα σε ένα υλικό σημείο.

Να βρείτε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκείται στο υλικό σημείο.



ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

- Βρίσκουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα x, τη $\Sigma\vec{F}_x$.
- Βρίσκουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα x, τη $\Sigma\vec{F}_y$.
- Σχεδιάζουμε τη συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ των κάθετων δυνάμεων $\Sigma\vec{F}_x$ και $\Sigma\vec{F}_y$.
- Υπολογίζουμε το μέτρο και την κατεύθυνση της $\Sigma\vec{F}$.

ΛΥΣΗ

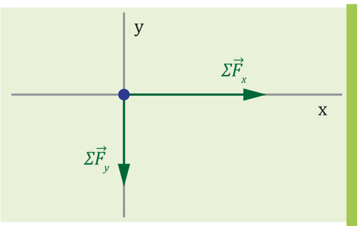
Οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_3$ βρίσκονται πάνω στον άξονα y. Εάν θεωρήσουμε θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση του άξονα x, θα βρούμε ότι:

$$\Sigma F_x = F_1 - F_3 = 6 - 3 = 3\text{N}$$

Οι δυνάμεις $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_4$ βρίσκονται πάνω στον άξονα y. Εάν θεωρήσουμε θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση του άξονα y, θα βρούμε ότι:

$$\Sigma F_y = F_2 - F_4 = 2 - 4 = -2\text{N}$$

Οι δυνάμεις $\Sigma\vec{F}_x$ και $\Sigma\vec{F}_y$ θα έχουν τη μορφή:

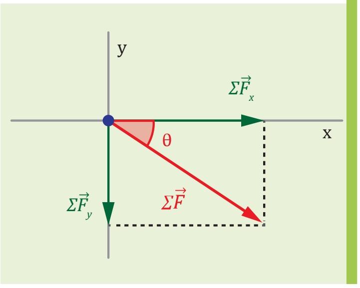


Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ θα προκύψει από τη σύνθεση των διανυσμάτων $\Sigma\vec{F}_x$ και $\Sigma\vec{F}_y$. Το μέτρο και η κατεύθυνση υπολογίζονται από τη σχέση:

$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}\text{N}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{2}{3}$$

Άρα η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ έχει μέτρο $\Sigma F = \sqrt{13}$N και σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα x προς τα κάτω, που έχει εφαπτομένη ίση με 2/3.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1.2.1. Δίνονται δύο δυνάμεις που είναι συγγραμμικές με αντίθετη φορά και έχουν μέτρα F_1=10 *N* και F_2=30 *N*. Η συνισταμένη τους:

Α. Έχει μέτρο 40N και έχει την κατεύθυνση της $\vec{F}_1$
Β. Έχει μέτρο 20N και έχει την κατεύθυνση της $\vec{F}_1$
Γ. Έχει μέτρο 20N και έχει την κατεύθυνση της $\vec{F}_2$
Δ. Έχει μέτρο 40N και έχει την κατεύθυνση της $\vec{F}_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

1.2.2. Δίνονται δύο δυνάμεις που είναι κάθετες και έχουν μέτρα F_1=10N και F_2=20N. Η συνισταμένη τους έχει μέτρο:

Α. 30N
Β. 10N
Γ. 200N
Δ. $10\sqrt{5}$N

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

1.2.3. Όταν αναλύουμε μία δύναμη $\vec{F}$ σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων xOy, που σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα x, τότε για τα μέτρα των συνιστωσών του, F_x και F_y ισχύει:

Α. $F_x > F_y$
Β. $F_x = F_y$
Γ. $F_x < F_y$

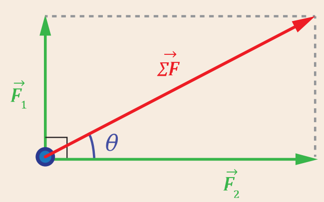
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

1.2.4. Όταν αναλύουμε μία δύναμη $\vec{F}$ σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων xOy, που σχηματίζει γωνία *θ* με τον άξονα x, τότε για τα μέτρα *F*, F_x και F_y ισχύει:

Α. $F > F_x$ και $F > F_y$
Β. $F < F_x$ και $F < F_y$
Γ. $F > F_x$ και $F < F_y$
Δ. $F = F_x$ και $F = F_y$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

1.2.5. Οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι κάθετες μεταξύ τους και η συνισταμένη τους $\Sigma\vec{F}$ σχηματίζει γωνία θ με τη δύναμη $\vec{F}_2$. Η κατεύθυνση της $\Sigma\vec{F}$, καθορίζεται από τη σχέση:



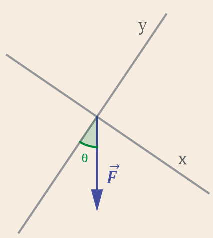
Α.	$\varepsilon\varphi\theta=\frac{F_2}{F_1}$
Β.	$\varepsilon\varphi\theta=\frac{F_1}{F_2}$
Γ.	$\varepsilon\varphi\theta=\frac{F_1}{F}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

1.2.6. Στο σχήμα φαίνεται ένα πλάγιο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων και η δύναμη $\vec{F}$ που σχηματίζει γωνία θ με τον αρνητικό ημιάξονα του άξονα y.

Αναλύστε τη δύναμη $\vec{F}$ στις συνιστώσες $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$.

Ποιες θα είναι οι σχέσεις που δίνουν τώρα τα μέτρα F_x, F_y συναρτήσει του μέτρου F και της γωνίας θ;



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.2.1. Δίνονται δύο δυνάμεις με μέτρα 2N και 5N. Να βρείτε τη συνισταμένη τους, όταν:

A. Είναι ομόρροπες.

B. Είναι αντίρροπες.

1.2.2. Δίνονται οι δυνάμεις F_1=8N και η F_2=6N. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις και τη συνισταμένη τους στις παρακάτω περιπτώσεις:

A. Είναι συγγραμμικές ίδιας φοράς.

B. Είναι συγγραμμικές αντίθετης φοράς.

Γ. Είναι κάθετες.

1.2.3. Δίνονται 4 συγγραμμικές δυνάμεις F_1, F_2, F_3, F_4 στην οριζόντια διεύθυνση με μέτρα 23N, 18N, 15N και 12N, αντίστοιχα. Εάν οι $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ έχουν ίδια φορά και οι $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ έχουν αντίθετη φορά, να βρείτε τη συνισταμένη τους.

1.2.4. Δίνονται 3 συγγραμμικές δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ στην κατακόρυφη διεύθυνση με μέτρα 30N, 50N και 15N, αντίστοιχα. Εάν η $\vec{F}_1$ έχει φορά προς τα πάνω και οι $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ έχουν αντίθετη φορά:

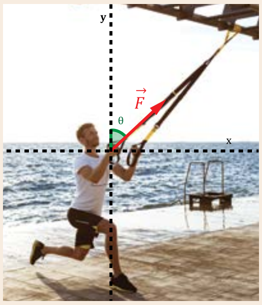
A. Να βρείτε τη συνισταμένη τους.

B. Να τη σχεδιάσετε.

1.2.5. Μία δύναμη $\vec{F}$ έχει μέτρο 50N και σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια κατεύθυνση. Να αναλύσετε τη δύναμη στις συνιστώσες της $\vec{F}_x$, $\vec{F}_y$ και να τις υπολογίσετε.

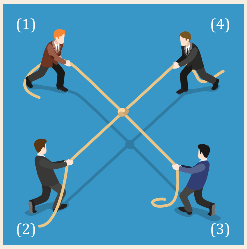
Δίνεται ότι: $\eta\mu\theta = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0{,}8$.

1.2.6. Στο δεξί χέρι του αθλητή του σχήματος ασκείται μία δύναμη $\vec{F}$ που έχει μέτρο 200N και σχηματίζει γωνία 30° με τον άξονα y. Να αναλύσετε τη δύναμη στις συνιστώσες της και να τις υπολογίσετε.



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

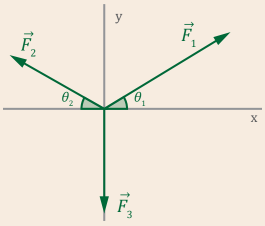
1.2.1. Τα τέσσερα άτομα του σχήματος ασκούν σε ένα υλικό σημείο με νήματα, τις τέσσερις δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ και $\vec{F}_4$ που είναι κάθετες μεταξύ τους. Εάν οι παραπάνω δυνάμεις με τη σειρά που αναφέρθηκαν, έχουν μέτρα 130N, 120N, 110N και 150N, τότε:



A. Να βρείτε το μέτρο της συνισταμένης τους.

B. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

1.2.2. Δίνονται 3 δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ που βρίσκονται πάνω στους άξονες x και y ενός ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων, όπως φαίνεται στο σχήμα με μέτρα 50N, 30N και 40N, αντίστοιχα.



Εάν οι γωνίες $\theta_1=\theta_2=30^o$, να βρείτε τη συνισταμένη τους.

Υπόδειξη: Θα πρέπει πρώτα να αναλύσετε τις δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και να τις αντικαταστήσετε με τις συνιστώσες τους. Έτσι όλες οι δυνάμεις θα βρίσκονται πάνω στους άξονες x και y.

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων

1.3 Είδη δυνάμεων

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. αναγνωρίζετε ποιες δυνάμεις είναι δυνάμεις από επαφή και ποιες από απόσταση και να δίνετε παραδείγματα.
2. αναγνωρίζετε ότι όταν δύο σώματα είναι σε επαφή, οι δυνάμεις που είναι κάθετες στην επιφάνεια συνεπαφής καλούνται κάθετες δυνάμεις επαφής, ενώ οι παράλληλες καλούνται δυνάμεις τριβής.
3. περιγράφετε τα χαρακτηριστικά της τριβής και να αναφέρετε φαινόμενα καθημερινότητας όπου η τριβή παίζει καθοριστικό ρόλο.
4. διακρίνετε τη στατική από την τριβή ολίσθησης.
5. σχεδιάζετε ελεύθερα διαγράμματα δυνάμεων σε ένα σώμα σε διάφορες περιπτώσεις (βάρος, κάθετη δύναμη επαφής, τάση νήματος, δύναμη από ελατήριο).
6. αναγνωρίζετε τους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η τριβή και να διατυπώνετε τον νόμο της.
7. αναλύετε τον ρόλο του συντελεστή τριβής και την εξάρτησή του από το ζεύγος των εφαπτόμενων επιφανειών.

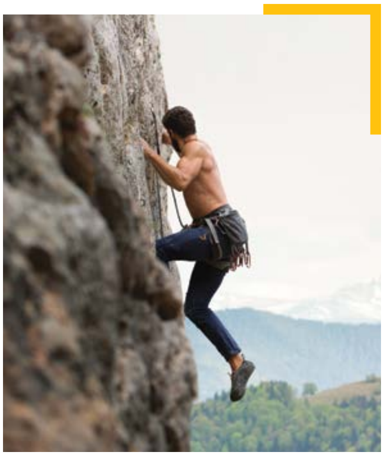
Περιεχόμενα

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

Δυνάμεις από επαφή και από απόσταση

Σίγουρα θα έχετε πιάσει στα χέρια σας έναν ή δύο μαγνήτες. Εάν όχι, φροντίστε να βρείτε έναν μαγνήτη και να πειραματιστείτε με αυτόν. Θα παρατηρήσετε πως έλκει κοντά του κάποια αντικείμενα, όπως οι συνδετήρες της εικόνας 1.3.1 από απόσταση. Εύκολα προκύπτει το συμπέρασμα πως οι μαγνήτες αλληλεπιδρούν ακόμα και όταν δεν βρίσκονται σε επαφή.

Εικόνα 1.3.1. Δυνάμεις από απόσταση.



Εικόνα 1.3.2. Δυνάμεις από επαφή.

Σε άλλες περιπτώσεις όμως, δύο σώματα αλληλεπιδρούν μόνο εφόσον ακουμπούν. Στην επαφή των δακτύλων και των παπουτσιών του αναρριχητή της εικόνας 1.3.2 οφείλονται οι δυνάμεις που αποτρέπουν την πτώση του.

Επίσης, ένα τραπέζι ασκεί μία δύναμη σε ένα βιβλίο που είναι τοποθετημένο επάνω του. Μία καρέκλα ασκεί μία δύναμη σε όποιον/α κάθεται σε αυτήν. Η δύναμη αυτή ασκείται, μόνο εφόσον υπάρχει επαφή της καρέκλας με αυτόν/ήν που κάθεται επάνω της. Μόλις ανασηκωθεί, έστω και ελάχιστα, η δύναμη καταργείται.

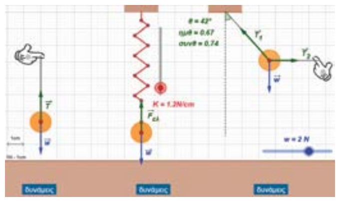
Σημείωση 1: Οι δυνάμεις επαφής προκύπτουν από την περίπλοκη ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση των μορίων ή των ατόμων, στις επιφάνειες των αντικειμένων που είναι σε επαφή.

Ένας βολικός τρόπος ταξινόμησης των δυνάμεων είναι σε δυνάμεις από απόσταση και σε δυνάμεις από επαφή.

Δυνάμεις από απόσταση λέγονται αυτές που ασκούνται μεταξύ σωμάτων, ακόμα και όταν τα σώματα δεν βρίσκονται σε επαφή. Αυτές είναι οι εξής τρεις: οι βαρυτικές, οι ηλεκτρικές και οι μαγνητικές.

Δυνάμεις επαφής λέγονται αυτές που ασκούνται μεταξύ σωμάτων όταν αυτά βρίσκονται σε επαφή υπό την προϋπόθεση το ένα να σπρώχνει ή να τραβάει το άλλο. Τέτοιες είναι η τριβή, η άνωση, η τάση νήματος, η δύναμη ελατηρίου, η κάθετη δύναμη επαφής, οι δυνάμεις αντίστασης που ασκούνται σε σώματα που κινούνται μέσα σε ρευστά και οι ωστικές δυνάμεις, όπως αυτές που προωθούν έναν πύραυλο.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Δυνάμεις



Εικόνα 1.3.3. Παρότι τα κύπελα είναι σε επαφή, δεν αναπτύσσεται δύναμη επαφής μεταξύ τους.

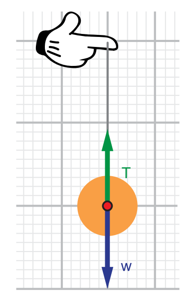
Στην προσομοίωση εμφανίζονται μερικές από τις δυνάμεις οι οποίες θα μας απασχολήσουν στη συνέχεια και οι οποίες είναι: το βάρος του σώματος, η τάση του νήματος, η δύναμη ελατηρίου και η κάθετη δύναμη επαφής.

Βάρος σώματος w ή F_g

Είναι η ελκτική βαρυτική δύναμη που ασκεί η Γη σε κάθε σώμα που βρίσκεται κοντά της και έχει διεύθυνση κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω. Στα υλικά σημεία που εμείς μελετούμε, σημείο εφαρμογής του βάρους είναι το ίδιο το σημείο. Στα πραγματικά σώματα, που έχουν διαστάσεις, είναι ένα σημείο που λέγεται κέντρο βάρους του σώματος.

Τάση νήματος F_T ή T

Κάθε τεντωμένο νήμα ασκεί στο σώμα που είναι δεμένο με αυτό μία δύναμη, που έχει τη διεύθυνση του νήματος και φορά από το σώμα προς το νήμα (Εικόνα 1.3.4).



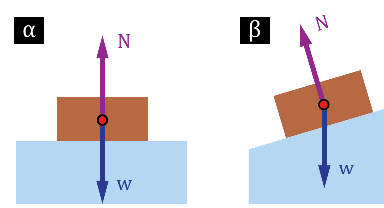
Εικόνα 1.3.4. Η σφαίρα δέχεται από το νήμα την τάση Τ.

Δύναμη ελατηρίου $F_{ελ}$

Όταν ένα ελατήριο είναι συνδεδεμένο με ένα σώμα και είναι παραμορφωμένο, ασκεί μία δύναμη στο σώμα. Όταν είναι τεντωμένο (σε επιμήκυνση), η δύναμη που ασκεί είναι προς το ελατήριο, ενώ όταν είναι συμπιεσμένο, η δύναμη έχει αντίθετη κατεύθυνση.

Κάθετη δύναμη επαφής N

Όταν δύο σώματα είναι σε επαφή και λόγω κάποιας δύναμης ωθείται το ένα προς το άλλο, τότε ανάμεσά τους αναπτύσσονται δυνάμεις κάθετες στην επιφάνεια συνεπαφής. Για παράδειγμα, όταν ένα σώμα βρίσκεται πάνω σε ένα δάπεδο, το σώμα τραβιέται προς το δάπεδο λόγω της βαρυτικής δύναμης και δέχεται την **κάθετη δύναμη επαφής** ή αλλιώς κάθετη δύναμη στήριξης (Εικόνα 1.3.5).



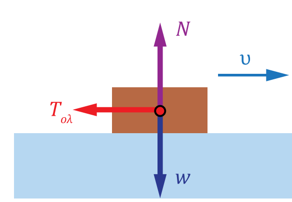
Εικόνα 1.3.5. Κάθετη δύναμη επαφής N και βάρος w σε οριζόντιο δάπεδο και σε κεκλιμένο δάπεδο χωρίς τριβή.

Τριβή T

Στην περίπτωση που δύο σώματα έχουν την τάση να κινηθούν το ένα ως προς το άλλο ή κινούνται ήδη, τότε εμφανίζονται και δυνάμεις παράλληλες στην επιφάνεια συνεπαφής. Αυτές ονομάζονται **δυνάμεις τριβής**.

Στην εικόνα 1.3.6, ένα σώμα κινείται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο προς τα δεξιά και δέχεται από το δάπεδο μία δύναμη τριβής προς τα αριστερά, που αντιστέκεται στην κίνησή του.

Σημείωση 2: Στην περίπτωση που ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε μία οριζόντια επιφάνεια και δεν δέχεται άλλες κατακόρυφες δυνάμεις εκτός από το βάρος του w και την κάθετη δύναμη επαφής N από το δάπεδο, όπως στην εικόνα 1.3.5(α), τότε για τα μέτρα τους ισχύει ότι: $N=w$.

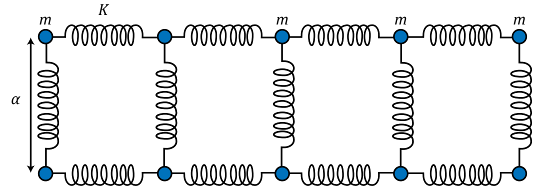


Εικόνα 1.3.6. Σώμα που κινείται προς τα δεξιά σε οριζόντιο δάπεδο με τριβή.

Σημείωση 3: Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα και το δάπεδο θα δέχεται μία δύναμη τριβής ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς.

Μικροσκοπική ερμηνεία της κάθετης δύναμης επαφής στα στερεά (μοντέλο σφαίρας-ελατηρίου)

Στο μοντέλο αυτό τα άτομα του στερεού αναπαρίστανται ως μια σειρά από σφαίρες που συγκρατούνται μεταξύ τους με δεσμούς (Εικόνα 1.3.7). Αν και οι δυνάμεις μεταξύ των ατόμων δεν είναι αυστηρά ελαστικές, μπορούν να θεωρηθούν ως τέτοιες όταν οι μετατοπίσεις των ατόμων από τη θέση ισορροπίας είναι μικρές. Όταν τραβάμε ή σπρώχνουμε ένα στερεό, οι δεσμοί που συμπεριφέρονται ως ελατήρια επιμηκύνονται ή συμπιέζονται και η συνολική δύναμη σε κάθε άτομο είναι διάφορη από το μηδέν. Όταν λοιπόν ένα σώμα είναι σε επαφή με ένα άλλο και δέχεται κάθετη δύναμη, όπως συμβαίνει με ένα βιβλίο πάνω στο θρανίο, υπάρχει ένας τεράστιος αριθμός ατόμων και δεσμών που εμπλέκονται στην αλληλεπίδραση των δύο σωμάτων. Η δύναμη σε κάθε άτομο από την επιμήκυνση ή τη συμπίεση κάθε δεσμού με τα γειτονικά του άτομα είναι πολύ μικρή, αλλά η συνισταμένη όλων των δυνάμεων σε όλα τα άτομα μπορεί να είναι πολύ μεγάλη. Αυτή η συνισταμένη είναι η κάθετη δύναμη επαφής η οποία προκύπτει από την περίπλοκη ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση των μορίων ή των ατόμων, στις επιφάνειες των αντικειμένων που είναι σε επαφή.



Εικόνα 1.3.7. Μοντέλο των δεσμών μεταξύ των ατόμων ενός στερεού.

Στατική τριβή και τριβή ολίσθησης

Μία από τις πιο χρήσιμες και πιο συχνά εμφανιζόμενες δυνάμεις στην καθημερινότητά μας είναι η τριβή.

Τριβή λέμε τη δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση δύο επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή. Είναι παράλληλη στην επιφάνεια συνεπαφής των δύο σωμάτων και έχει φορά που αντιστέκεται στην ολίσθηση ή στην τάση για ολίσθηση.

Χωρίς την τριβή δεν θα μπορούσαμε να περπατήσουμε. Το παπούτσι τείνει να ολισθήσει προς τα πίσω σε σχέση με το έδαφος και δέχεται τριβή προς τα μπρος (Εικόνα 1.3.8). Χωρίς την τριβή δεν θα μπορούσαμε να κρατήσουμε ένα ποτήρι για να πιούμε νερό, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.3.9. Χάρη στην τριβή κρατάμε πιρούνια, κουτάλια και λοιπά. Εξαιτίας της τριβής, τα αυτοκίνητα στρίβουν, επιταχύνουν ή επιβραδύνουν, η τριβή κάνει το στιλό να γράφει και πολλά άλλα.

Εικόνα 1.3.8. Η κάθετη αντίδραση, η στατική τριβή και η συνολική δύναμη από το δάπεδο στο πόδι κατά το περπάτημα.

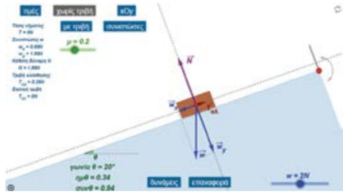
Είδη τριβής

Η στατική τριβή $T_{στ}$ εμφανίζεται μεταξύ δύο επιφανειών που δεν κινούνται η μία ως προς την άλλη, έχουν όμως την τάση να κινηθούν. Τέτοιο είδος τριβής δέχεται ένα αυτοκίνητο από τον δρόμο, που είναι σταθμευμένο στην κατηφόρα ή τα παπούτσια μας όταν περπατάμε στον δρόμο.

Η τριβή ολίσθησης T εμφανίζεται μεταξύ δύο επιφανειών που κινούνται η μία ως προς την άλλη. Για παράδειγμα η τριβή που δέχεται ένας σκιέρ ή κάποια αθλήτρια που κάνει πατινάζ ή ένα σώμα που ολισθαίνει πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο.

Εικόνα 1.3.9. Κρατάμε το ποτήρι λόγω της στατικής τριβής.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Σώμα σε κεκλιμένο επίπεδο



Εμφανίζεται ένα σώμα που είναι δεμένο με νήμα πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο. Στην επιλογή «επιφάνεια με τριβή», μπορεί να κοπεί το νήμα και να εμφανιστεί η δύναμη τριβής που του ασκείται. Ανάλογα με την κλίση, η τριβή μπορεί να είναι στατική τριβή ή τριβή ολίσθησης.

Πρακτική δραστηριότητα: Στατική τριβή

Μπορούμε να μελετήσουμε τη στατική τριβή με τη διάταξη της εικόνας 1.3.10 που αποτελείται από ένα τετράδιο σπιράλ που έχει πάνω του ένα βάζο με νερό και ένα λαστιχάκι περασμένο στις σπείρες του σπιράλ.

Εάν τραβήξουμε λίγο το λαστιχάκι, θα το δούμε να τεντώνεται, ενώ το τετράδιο με το βαζάκι μένει ακίνητο. Καταλαβαίνουμε ότι το λαστιχάκι ασκεί στο τετράδιο μία δύναμη F. Εφόσον το τετράδιο παραμένει ακίνητο, θα πρέπει να υπάρχει και μία άλλη δύναμη που ασκείται σε αυτό, αντίθετη της F. Αυτή είναι η **στατική τριβή** $T_{στ}$, την οποία ασκεί η επιφάνεια στο τετράδιο.

Εικόνα 1.3.10. Η πρακτική δραστηριότητα για τη μελέτη της στατικής τριβής.

Σημείωση 4: Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, η στατική τριβή που δέχεται το τετράδιο από το τραπέζι είναι η δράση. Η αντίδραση θα είναι μία αντίθετη, επίσης στατική τριβή, που δέχεται όμως το τραπέζι από το τετράδιο.

Αν τραβήξουμε το λαστιχάκι λίγο πιο δυνατά ώστε το τετράδιο με το βαζάκι να συνεχίζει να παραμένει ακίνητο, τότε η δύναμη F που του ασκούμε αυξάνεται και η στατική τριβή $T_{στ}$ επίσης αυξάνεται.

Αν ασκούμε σταδιακά μεγαλύτερη δύναμη, το τετράδιο με το βαζάκι κάποια στιγμή αρχίζει να κινείται. **Τα παραπάνω αποδεικνύουν πως η στατική τριβή έχει μέτρο που μπορεί να μεταβάλλεται από το μηδέν έως μία μέγιστη τιμή που λέγεται οριακή τριβή** $T_{ορ}$. Ισχύει ότι:

$$\boxed{0 \le T_{στ} \le T_{ορ}} \quad (1.3.1)$$

Για να βρούμε την κατεύθυνση της στατικής τριβής στο τετράδιο, σκεφτόμαστε ως εξής: Αν δεν υπήρχε η στατική τριβή, το τετράδιο με το βαζάκι θα κινούνταν κατά την κατεύθυνση της δύναμης F. Άρα η κατεύθυνση της στατικής τριβής θα πρέπει να είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της F, αφού αντιστέκεται σε αυτήν.

Παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η τριβή ολίσθησης

Στο τέλος του κεφαλαίου θα καταλήξουμε πειραματικά με εφαρμογή των πέντε μεθοδολογικών βημάτων της επιστημονικής/εκπαιδευτικής μεθόδου με διερεύνηση, στους νόμους της τριβής ολίσθησης.

Αυτοί οι πειραματικοί νόμοι της τριβής συνοψίζονται στα εξής:

Η τριβή ολίσθησης που δέχεται ένα σώμα που κινείται πάνω σε μία επιφάνεια:

- Εξαρτάται από το είδος των επιφανειών που είναι σε επαφή.
- Είναι ανάλογη με την κάθετη δύναμη που δέχεται το σώμα.
- Δεν εξαρτάται από το εμβαδόν συνεπαφής ούτε από τη σχετική ταχύτητα ολίσθησης των δύο επιφανειών (εφόσον αυτή δεν υπερβαίνει κάποιο όριο).
- Η κατεύθυνσή της είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της ταχύτητάς του.

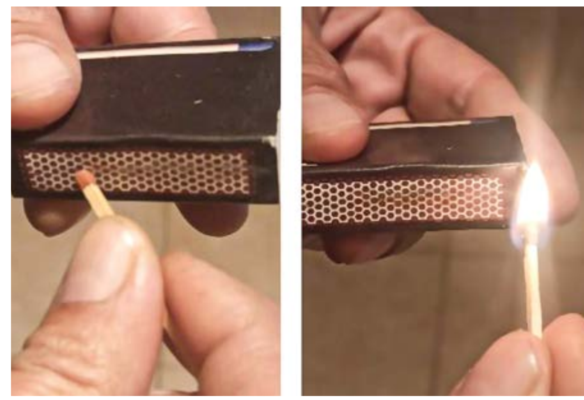
Υπολογισμός της τριβής ολίσθησης

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση $T_{ολ} = \mu \cdot N$ (1.3.2)

Όπου μ: **ο συντελεστής τριβής ολίσθησης** ο οποίος είναι αδιάστατο μέγεθος (δεν έχει μονάδες) και εξαρτάται από το είδος των επιφανειών συνεπαφής και N: η κάθετη δύναμη επαφής μεταξύ των επιφανειών.

Αποτελέσματα τριβής

Ενεργειακή διασπορά: Στην ενότητα 3.2 θα μάθετε ότι η τριβή ολίσθησης αποτελεί έναν μηχανισμό διασποράς μέρους της μηχανικής ενέργειας ενός συστήματος σε θερμική ενέργεια. Παράδειγμα τα δισκόφρενα ενός αυτοκινήτου που θερμαίνονται, το άναμμα ενός σπίρτου (εικόνα 1.3.11) και πολλά άλλα. Έτσι στην κατασκευή μηχανημάτων λαμβάνεται πολύ σοβαρά υπόψη η τριβή, γιατί η ύπαρξή της συνεπάγεται αύξηση της θερμοκρασίας, η οποία πρέπει να ελέγχεται με διάφορες μεθόδους, όπως η χρήση συστήματος ψύξης ή η εξασφάλιση ροής αέρα ή ροής νερού κ.λπ.



Εικόνα 1.3.11. Άναμμα σπίρτου.

Στην καθημερινότητα: Η τριβή είναι μία δύναμη απαραίτητη για όσα κάνουμε κάθε ημέρα. Εξαιτίας της τριβής μπορούμε και κινούμαστε είτε με τα πόδια είτε με κάποιο όχημα. Τα αντικείμενα τα κρατάμε εξαιτίας της τριβής. Σε κάποιες περιπτώσεις όμως είναι ανεπιθύμητη, διότι προκαλεί φθορές σε κινούμενα μέρη, όπως στο εσωτερικό των μηχανών. Τότε προσπαθούμε να την περιορίσουμε χρησιμοποιώντας άλλοτε λιπαντικά και άλλοτε μηχανισμούς, όπως τροχούς και ρουλεμάν. Τα λιπαντικά είναι ουσίες που μειώνουν την επίδραση της τριβής βοηθώντας τις επιφάνειες να ολισθαίνουν πιο εύκολα.

Εικόνα 1.3.12. Λεία ελαστικά.

Στον αθλητισμό η δύναμη τριβής παίζει σημαντικό ρόλο στον έλεγχο της κίνησης και των ίδιων των αθλητών αλλά και των αντικειμένων που χρησιμοποιούν.

Στη Formula 1 χρησιμοποιούνται διαφορετικά ελαστικά που είναι ειδικά σχεδιασμένα για τη βελτίωση της απόδοσης του αγώνα κάτω από μια σειρά συνθηκών. Όταν βρέχει, το νερό της βροχής λειτουργεί ως λιπαντικό μεταξύ της πίστας και της επιφάνειας των ελαστικών. Αυτό σημαίνει ότι τα λεία ελαστικά (Εικόνα 1.3.12) είναι πιο πιθανό να γλιστρήσουν στη βρεγμένη πίστα, γεγονός που γίνεται απίστευτα επικίνδυνο σε υψηλές ταχύτητες. Στην περίπτωση αυτή τοποθετούνται ελαστικά με πέλμα στα μονοθέσια της F1 (Εικόνα 1.3.13). Τα ελαστικά με πέλμα έχουν μια ανάγλυφη επιφάνεια με μια σειρά ανυψωμένων περιοχών και αυλακώσεων. Τα αυλάκια απομακρύνουν το νερό από την επιφάνεια της πίστας καθώς τα ελαστικά περνούν από πάνω της, αυξάνοντας την πρόσφυση των ελαστικών.

Εικόνα 1.3.13. Ελαστικά με πέλμα.

Οι ναυτικοί είχαν ανακαλύψει τη χρήση της τριβής πολλά χρόνια πριν οι επιστήμονες αναφερθούν σε αυτή και ανακαλύψουν τους νόμους της. Έτσι προκειμένου να «δένουν» τα σκάφη τους στη στεριά χρησιμοποιούσαν σχοινιά (κάβους) που τα έπλεκαν σε σχήμα οκτώ, σε ειδικές δέστρες που στη ναυ-

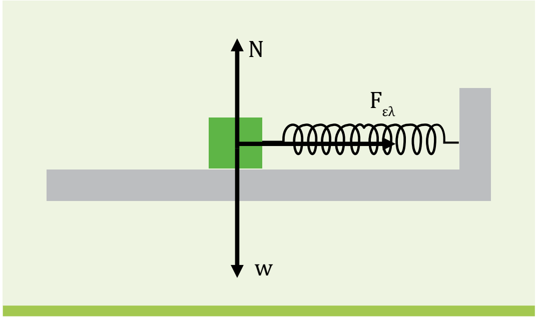
Εικόνα 1.3.14. Κάβος περασμένος σε δέστρα στο πλοίο.

τική ορολογία λέγονται «μπίντες» (εικόνα 1.3.14). Η ερμηνεία πίσω από αυτό το «δέσιμο» χωρίς κόμπο είναι πως όσο τεντώνει ο κάβος, η κάθετη δύναμη ανάμεσα στα πλεγμένα μέρη του αυξάνεται και η τριβή αυξάνεται. Δηλαδή όσο περισσότερο τεντώνει ο κάβος τόσο αυξάνεται και η τριβή, άρα το πλοίο δεν μπορεί να παρασυρθεί, εκτός αν σπάσει ο κάβος!

Συμβουλές για τις ασκήσεις

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.3.1: Σχεδιασμός δυνάμεων στο σώμα που είναι δεμένο σε ελατήριο

Ένα σώμα είναι δεμένο στην άκρη του επιμηκυμένου ελατηρίου και βρίσκεται επάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο δεν παρουσιάζει τριβή. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα.



ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

- Πρώτα σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα από απόσταση.
- Μετά σχεδιάζουμε τις δυνάμεις επαφής που ασκούνται στο σώμα.

ΛΥΣΗ

Η δύναμη από απόσταση που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του w που έχει κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω. Δυνάμεις επαφής ασκεί στο σώμα το δάπεδο και με δεδομένο πως είναι λείο ασκεί μόνο την κάθετη αντίδραση N. Αυτή είναι κάθετη στο δάπεδο με φορά από το δάπεδο προς το σώμα. Τέλος, δύναμη επαφής ασκεί και το ελατήριο $F_{ελ}$, παράλληλη στο ελατήριο και με δεδομένο πως είναι επιμηκυμένο έχει φορά προς το ελατήριο.

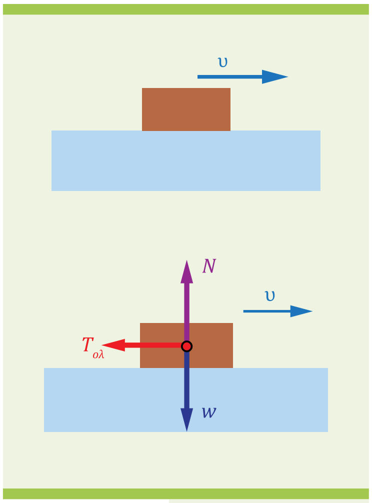
ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.3.2: Υπολογισμός της δύναμης που ασκεί η επιφάνεια σε κινούμενο σώμα που ολισθαίνει πάνω της

Σώμα ολισθαίνει, προς τα δεξιά, στο οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,75. Αν το δάπεδο τού ασκεί κάθετη δύναμη επαφής ίση με N=20N, τότε:

Α. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα.

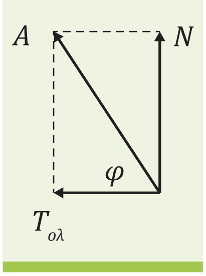
Β. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης.

Γ. Να βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα.



ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

- Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα από απόσταση και τις δυνάμεις επαφής, όπως αναφέραμε στο παράδειγμα 1.3.1.
- Υπολογίζουμε την τριβή ολίσθησης $T_{ολ}$ από τη σχέση (1.3.2).
- Η δύναμη που ασκεί το δάπεδο στο σώμα προέρχεται από τη σύνθεση της κάθετης δύναμης επαφής N και της τριβής ολίσθησης $T_{ολ}$. Αυτές είναι κάθετες μεταξύ τους και βρίσκουμε τη συνισταμένη τους.



ΛΥΣΗ

Α. Στο σώμα δρουν οι δυνάμεις: Το βάρος w, η κάθετη αντίδραση N και η τριβή ολίσθησης $T_{ολ}$.

Β. Για το μέτρο της τριβής ολίσθησης ισχύει πως $T_{ολ}=\mu\cdot N=0{,}75\cdot 20=15$N.

Γ. Η κάθετη αντίδραση και η τριβή ολίσθησης είναι συνιστώσες της συνολικής δύναμης που δέχεται το σώμα από το δάπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αν ονομάσουμε A τη δύναμη αυτή, τότε το μέτρο της θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$A = \sqrt{N^2 + T_{ολ}^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25\text{N}$$

Η δύναμη A σχηματίζει γωνία $φ$ με το οριζόντιο δάπεδο που έχει εφαπτομένη: $εφφ = \frac{N}{T_{ολ}} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.3.3: Υπολογισμός της τριβής που ασκείται σε μαγνητάκι πάνω στην κατακόρυφη πόρτα ενός ψυγείου

Ένα μαγνητάκι με βάρος w=0,2N είναι τοποθετημένο στην πόρτα ψυγείου και στέκεται ακίνητο (εικόνα 1.3.15). Η δύναμη που ασκεί το μαγνητάκι στην πόρτα έχει μέτρο F=1N.

Α. Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο μαγνητάκι.

Β. Ποιο θα είναι το μέτρο της τριβής τότε;

Γ. Ποιο το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής στο μαγνητάκι από το ψυγείο;

Δ. Ένα δεύτερο μαγνητάκι παρόμοιο με το πρώτο που είναι ελαφρώς απομαγνητισμένο τοποθετείται στην πόρτα του ψυγείου. Η δύναμη F_2 που ασκεί στο ψυγείο είναι μικρότερη με μέτρο F_2=0,5N και αυτό έχει ως αποτέλεσμα το μαγνητάκι να ολισθαίνει προς τα κάτω. Ποιο είναι το μέτρο της τριβής ολίσθησης, εάν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης για το ζεύγος των επιφανειών μαγνητάκι-ψυγείο είναι $μ$=0,3;

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Θα σχεδιάσουμε μόνο τις δυνάμεις που ασκούνται στο μαγνητάκι. Αυτές που δρουν από απόσταση καθώς και τις δυνάμεις από επαφή, όπως αναφέραμε στο παράδειγμα 1.3.1. Η περίπτωση αυτή έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, αφού η κάθετη δύναμη επαφής είναι εντελώς ανεξάρτητη από το βάρος.

ΛΥΣΗ

Α. Δυνάμεις από απόσταση είναι η βαρυτική δύναμη w από τη Γη και η μαγνητική δύναμη F από το ψυγείο. Η δύναμη αυτή είναι η αντίδραση της μαγνητικής δύναμης που ασκεί το μαγνητάκι στο ψυγείο.

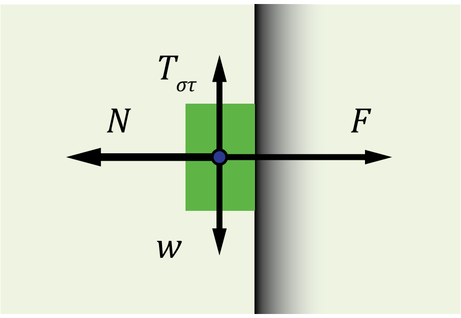
Από επαφή είναι η κάθετη δύναμη επαφής N και η στατική τριβή $T_{στ}$ από το ψυγείο. Στην εικόνα 1.3.16 φαίνονται οι δυνάμεις αυτές.

Β. Αφού το μαγνητάκι είναι ακίνητο, η τριβή θα είναι στατική. Αν δεν υπήρχε στατική τριβή, το μαγνητάκι θα έπεφτε κατακόρυφα λόγω του βάρους. Συνεπώς η στατική τριβή θα είναι προς τα πάνω και θα έχει ίσο μέτρο με το βάρος. Δηλαδή: $T_{στ} = w \Rightarrow T_{στ} = 0,2\text{N}$

Γ. Αφού το μαγνητάκι είναι ακίνητο θα είναι και: $N = F \Rightarrow N = 1\text{N}$

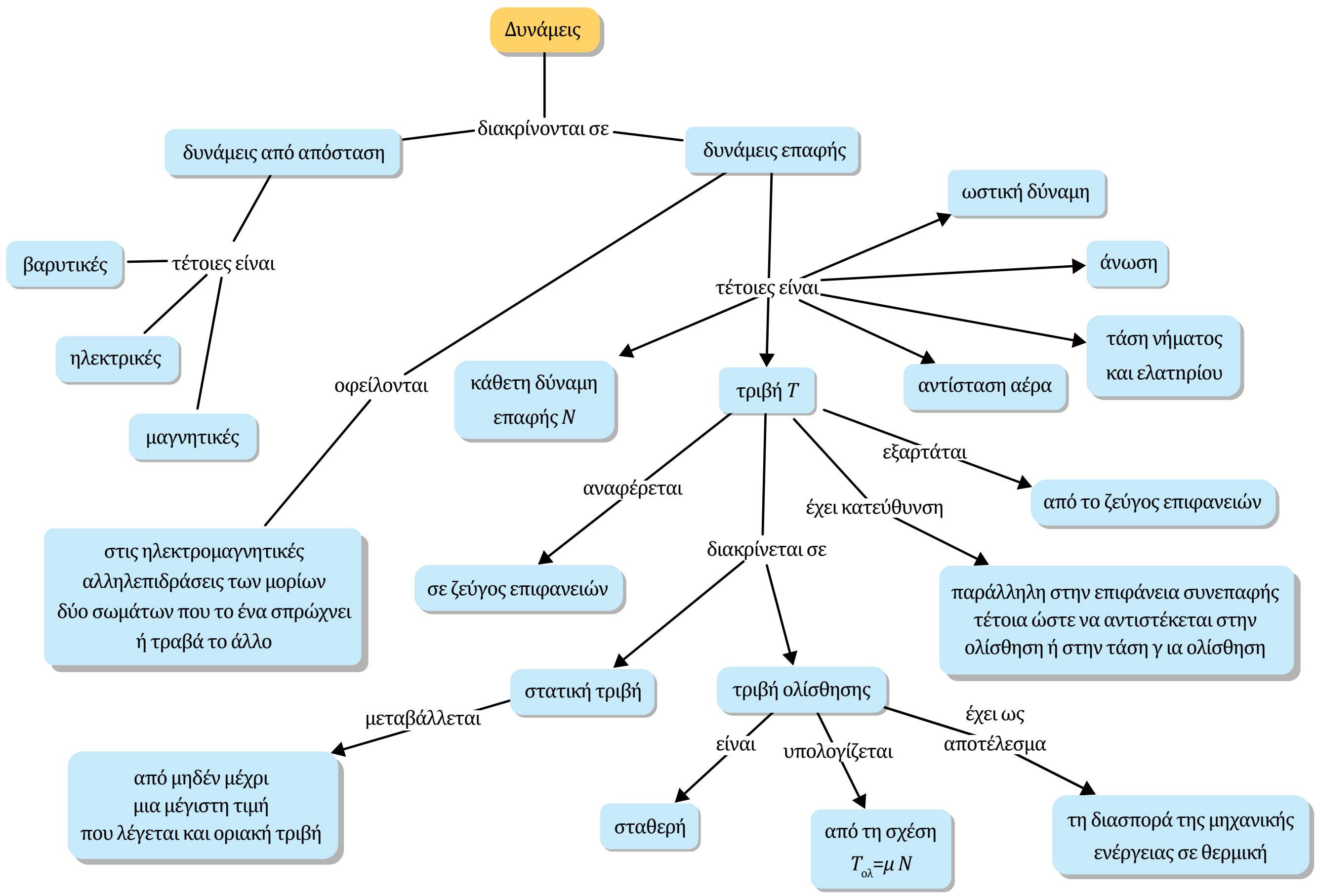
Δ. Όταν το μαγνητάκι ολισθαίνει προς τα κάτω με τις συνθήκες που περιγράφονται στην εκφώνηση, η τριβή θα είναι τριβή ολίσθησης και το μέτρο της τριβής ολίσθησης θα είναι: $T_{ολ}=μ\cdot N=0,3\cdot 0,5=0,15\text{N}$

Εικόνα 1.3.15. Μαγνητάκι σε ψυγείο.



Εικόνα 1.3.16. Οι δυνάμεις στο μαγνητάκι.

Εννοιολογικός χάρτης: Είδη δυνάμεων – Τριβή



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1.3.1. Βάλτε το γράμμα Σ όπου εμφανίζεται στατική τριβή και το γράμμα Ο όπου εμφανίζεται τριβή ολίσθησης.

Α. Σώμα είναι ακίνητο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο.

Β. Ποδήλατο γλιστρά με μπλοκαρισμένους τροχούς.

Γ. Κίνηση αυτοκινήτου με τους τροχούς του να κυλάνε.

Δ. Ορειβάτης που κρατά σφιχτά ένα σχοινί (δεν είναι δεμένος από αυτό).

Ε. Άνθρωπος που περπατά στο πεζοδρόμιο.

ΣΤ. Σκιέρ που κατεβαίνει μία πλαγιά.

Στις ερωτήσεις 1.3.2 έως 1.3.5 επιλέξτε τη σωστή πρόταση.

1.3.6. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λάθος:

Α. Όταν δύο σώματα βρίσκονται σε επαφή, τότε οπωσδήποτε ανάμεσά τους αναπτύσσεται δύναμη τριβής παράλληλη στην επιφάνεια συνεπαφής.

Β. Το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται σε ένα σώμα μεταβάλλεται μεταξύ μηδέν και μιας μέγιστης τιμής.

Γ. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης.

Δ. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από την κάθετη δύναμη επαφής.

Ε. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από το είδος των τριβόμενων επιφανειών.

ΣΤ. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από το εμβαδόν συνεπαφής.

Ζ. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μετριέται σε N.

Η. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης εξαρτάται από το βάρος του σώματος.

Θ. Όταν δύο σώματα βρίσκονται σε επαφή, τότε οπωσδήποτε ανάμεσά τους αναπτύσσεται δύναμη κάθετη στην επιφάνεια συνεπαφής.

1.3.7. Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu \neq 0$. Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστή;

Α. Θα ξεκινήσει αν του ασκήσουμε οσοδήποτε μικρή οριζόντια δύναμη.

Β. Θα ξεκινήσει αν του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη που έχει μέτρο μεγαλύτερο από το μέτρο της οριακής τριβής.

1.3.8. Σέρνουμε ένα τούβλο επάνω σε μία οριζόντια επιφάνεια με σταθερή ταχύτητα. Τότε δέχεται τριβή ολίσθησης μέτρου $T_{ολ}$. Πώς θα μεταβληθεί το μέτρο της τριβής, αν:

Α. Αυξήσουμε την ταχύτητα ολίσθησης.

Β. Τοποθετήσουμε ένα δεύτερο τούβλο επάνω στο πρώτο.

Γ. Τοποθετήσουμε το ίδιο τούβλο όρθιο επάνω στο δάπεδο.

Δ. Μειώσουμε την ταχύτητα ολίσθησης.

Ε. Ρίξουμε λιπαντικό στην επιφάνεια.

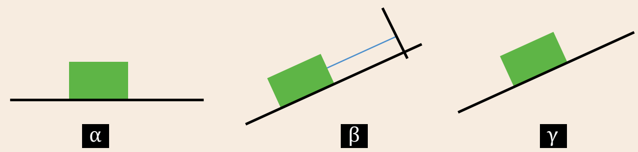
ΣΤ. Τοποθετήσουμε άλλα δύο τούβλα επάνω στο πρώτο.

Ζ. Πιέσουμε με το χέρι μας το τούβλο κατακόρυφα προς τα κάτω.

1.3.9. Να ακολουθήσετε τον σύνδεσμο για να λύσετε το σταυρόλεξο.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.3.1. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα Σ, όταν αυτό:

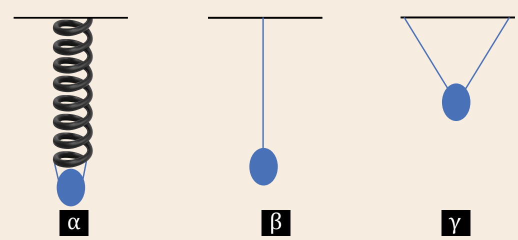


Α. Τοποθετηθεί πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο.

Β. Δεθεί με νήμα πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο.

Γ. Τοποθετηθεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο και παραμένει ακίνητο.

1.3.2. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα Σ, όταν:

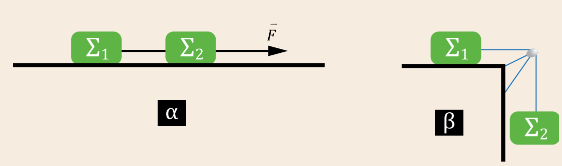


Α. Έχει τοποθετηθεί στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου που το πάνω άκρο του είναι στερεωμένο.

Β. Έχει δεθεί με ένα κατακόρυφο νήμα που το πάνω άκρο του είναι στερεωμένο.

Γ. Έχει δεθεί με δύο νήματα που τα πάνω άκρα τους είναι στερεωμένα.

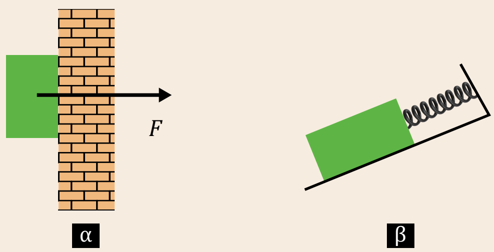
1.3.3. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, όταν:



Α. Βρίσκονται πάνω σε μία επιφάνεια χωρίς τριβή, είναι μεταξύ τους δεμένα με ένα νήμα και στο σώμα $Σ_2$ ασκείται μία οριζόντια δύναμη F.

Β. Το Σ_1 βρίσκεται σε οριζόντια επιφάνεια χωρίς τριβή και συνδέεται με νήμα με το Σ_2 ενώ το νήμα περνάει γύρω από μία τροχαλία.

1.3.4. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα Σ, όταν:



Α. Έχει τοποθετηθεί σε μία κατακόρυφη επιφάνεια με τη βοήθεια μίας οριζόντιας δύναμης *F*.

Β. Βρίσκεται πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο χωρίς τριβή και έχει συνδεθεί στο κάτω άκρο ενός πλάγιου ελατηρίου που είναι παράλληλο με το κεκλιμένο.

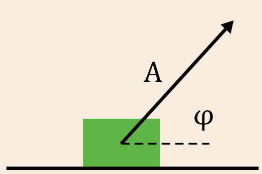
1.3.5. Σε κάποιο σώμα που ολισθαίνει σε μία επιφάνεια γνωρίζουμε πως ασκείται κάθετη αντίδραση μέτρου N=80N και τριβή μέτρου T=20N. Να υπολογίσετε την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης για αυτό το σώμα και την επιφάνεια.

1.3.6. Σε κάποιο σώμα που ολισθαίνει σε μία επιφάνεια γνωρίζουμε πως ασκείται κάθετη αντίδραση μέτρου N=12N και πως η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης ισούται με $\frac{5}{12}$.

Α. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται από το δάπεδο στο σώμα.

Β. Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης A που ασκείται από το δάπεδο στο σώμα.

1.3.7. Σε κάποιο σώμα που ολισθαίνει σε μία επιφάνεια γνωρίζουμε πως ασκείται δύναμη από την επιφάνεια μέτρου A=100N που σχηματίζει γωνία $\varphi=60^0$ με την επιφάνεια, όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



Α. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται από το δάπεδο στο σώμα.

Β. Το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής που ασκείται από το δάπεδο στο σώμα.

Γ. Την τιμή του συντελεστή τριβής ανάμεσα στο σώμα και στο δάπεδο.

1.3.8. Σώμα βάρους 40N βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι μ=0,75. Το σώμα σύρεται προς τα δεξιά από μία οριζόντια δύναμη *F*.

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

Β. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται από το δάπεδο στο σώμα.

Γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα.

1.3.9. Ασκούμε με το χέρι μας μια μεγάλη οριζόντια δύναμη *F* πάνω σε ένα βιβλίο με βάρος *w*. Το βιβλίο είναι σε επαφή με κατακόρυφο τοίχο και στέκεται ακίνητο, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.3.17. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο βιβλίο.

Εικόνα 1.3.17. Χέρι που σπρώχνει ένα βιβλίο σε κατακόρυφο τοίχο.

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Είδη δυνάμεων

1.4 Το πρότυπο του άκαμπτου σώματος υπό την επίδραση δυνάμεων

Περιεχόμενα

- Ροπή δύναμης ως προς σημείο
- Ροπή δύναμης κατά τον άξονα
- Κέντρο μάζας
- Ζεύγος δυνάμεων
- Ροπή ζεύγους
- Θεώρημα των ροπών

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Φορέας μιας δύναμης
- Μοχλοβραχίονας
- Κανόνας δεξιού χεριού
- Ωρολογιακή και αντιωρολογιακή ροπή
- Νήμα της στάθμης
- Μοχλός
- Υπομόχλιο

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. βρίσκετε τη ροπή δυνάμεων ως προς σημείο και κατά τον άξονα εφαρμόζοντας τον κανόνα του δεξιού χεριού.
2. εξηγείτε τον λόγο του μεγάλου μήκους της χειρολαβής ενός κλειδιού, για να ξεβιδωθεί μια βίδα ή ένα μπουλόνι.
3. εξηγείτε τον λόγο που η χειρολαβή μιας πόρτας είναι μακριά από τον άξονα περιστροφής της πόρτας.
4. περιγράφετε πώς οι γερανοί μπορούν να ανεβάζουν πολύ βαριά αντικείμενα χωρίς να καταρρέουν.
5. ορίζετε και να βρίσκετε το κέντρο μάζας ενός σώματος.
6. υπολογίζετε τη ροπή δύναμης και τη συνισταμένη ροπή των δυνάμεων που ασκούνται σε μια οριζόντια δοκό βρίσκοντας και το κέντρο μάζας της δοκού.
7. περιγράφετε το ζεύγος δυνάμεων και να υπολογίζετε τη ροπή του.
8. αναγνωρίζετε ότι η ροπή ζεύγους είναι ανεξάρτητη από το σημείο περιστροφής.
9. αναφέρετε το θεώρημα των ροπών και να το επιβεβαιώνετε με συγκεκριμένο παράδειγμα στην περίπτωση παράλληλων δυνάμεων.

Ροπή δύναμης ως προς σημείο

Σημείωση 1.4.1: Φορέας της δύναμης λέγεται η ευθεία κατά μήκος της οποίας ενεργεί η δύναμη.

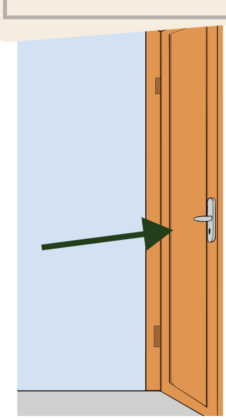
Είδαμε ότι όταν μια δύναμη ασκείται σε ένα σώμα, μπορεί μεταβάλλει την κινητική του κατάσταση. Με βάση την εμπειρία μας, γνωρίζουμε ότι όταν σπρώχνουμε κάθετα στην επιφάνεια μιας πόρτας κοντά στους μεντεσέδες, αυτή περιστρέφεται και ανοίγει δύσκολα (εικ.1.4.1). Αλλά όταν σπρώχνουμε κάθετα στην πόρτα μακριά από τους μεντεσέδες, μπορούμε να το κάνουμε πολύ ευκολότερα (εικ 1.4.2). Δύσκολο επίσης είναι να ξεβιδώσουμε ή να σφίξουμε με τα δάχτυλά μας τα μπουλόνια των τροχών ενός οχήματος. Αλλά με τη βοήθεια ενός κλειδιού μπορούμε να το κάνουμε πολύ ευκολότερα, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.4.3.

Για να περιγράψουμε την ικανότητα μιας δύναμης $\vec{F}$ να προκαλεί μεταβολές στην περιστροφή ενός άκαμπτου σώματος, ορίσαμε ένα φυσικό μέγεθος $\vec{\tau}$ που το ονομάσαμε ροπή δύναμης ως προς ένα σημείο O. Το μέτρο της ροπής μιας δύναμης ισούται με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης επί την κάθετη απόσταση d του σημείου O από τον φορέα της δύναμης $\vec{F}$.

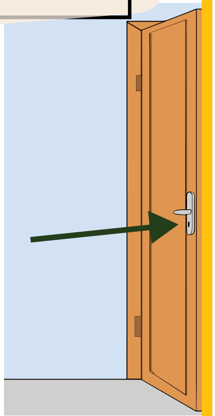
Δηλαδή: $\tau = d \cdot F$ (1.4.1)

Η κάθετη απόσταση d καλείται μοχλοβραχίονας.

Η μονάδα μέτρησης ροπής στο S.I. είναι το 1Nm. Η ροπή είναι διανυσματικό μέγεθος. Η διεύθυνσή της είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τη δύναμη $\vec{F}$ και το σημείο O. Η φορά της καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

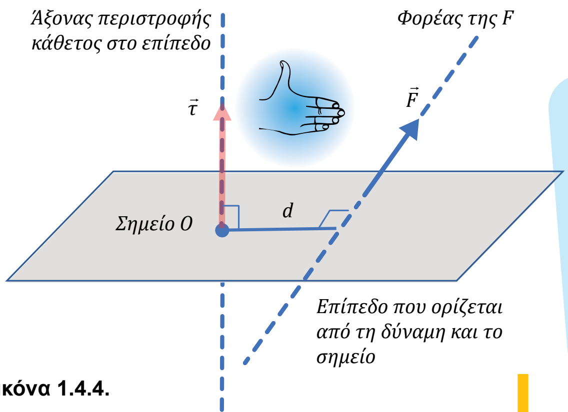


Εικόνα 1.4.1.



Εικόνα 1.4.2.

Εικόνα 1.4.3.



Εικόνα 1.4.4.

Υπόδειξη 1.4.1: Επειδή η μονάδα ροπής δύναμης είναι ίδια με εκείνη του έργου δύναμης, συνήθως η μονάδα ροπής γράφεται ως 1(m·N) ενώ του έργου δύναμης ως 1(N·m).

Υπόδειξη 1.4.2: Για να εφαρμόσουμε τον κανόνα του δεξιού χεριού, εκτείνουμε τα δάχτυλα του δεξιού μας χεριού και τεντώνουμε τον αντίχειρά μας έτσι ώστε να βρίσκεται σε ορθή γωνία με τα δάχτυλά μας, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.4.4. Μετά τοποθετούμε το χέρι μας γύρω από έναν νοητό άξονα του μοχλοβραχίονα και κατά μήκος του μεσαίου δακτύλου μας, έτσι ώστε, αν κλείσουμε τα δάχτυλά μας, να δείχνουν προς την κατεύθυνση της δύναμης. Ο αντίχειράς μας θα δείχνει τώρα την κατεύθυνση της ροπής.

Ροπή δύναμης κατά τον άξονα

Στην περίπτωση που ένα άκαμπτο σώμα μπορεί να περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα, τότε η ροπή της δύναμης ως προς τα διάφορα σημεία του άξονα είναι διαφορετική. Αποδεικνύεται όμως ότι η συνιστώσα της κατά τον άξονα θα είναι πάντα ίδια και συνήθως ονομάζεται ροπή δύναμης ως προς άξονα. Η ροπή δύναμης κατά τον άξονα θα έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης F επί την κάθετη απόσταση d του άξονα από τον φορέα της δύναμης.

Η ροπή η οποία τείνει να περιστρέψει το σώμα δεξιόστροφα (όπως περιστρέφονται οι δείκτες του ρολογιού) χαρακτηρίζεται ωρολογιακή και κατά σύμβαση θεωρείται αρνητική. Η ροπή η οποία τείνει να περιστρέψει το σώμα αριστερόστροφα (αντίθετα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού) χαρακτηρίζεται αντιωρολογιακή και κατά σύμβαση θεωρείται θετική.

Στην παρακάτω εικόνα 1.4.5 φαίνονται όλες οι δυνάμεις οι οποίες ασκούνται σε μια δοκό. Η δύναμη F που ασκεί το παιδί στη δοκό έχει ωρολογιακή ροπή ως προς το σημείο Α και αντιωρολογιακή ροπή ως προς το Β.

Η ροπή της δύναμης N_1 από το στήριγμα ως προς το σημείο Α θα είναι μηδέν αφού ο μοχλοβραχιόνάς της είναι μηδέν.
Η ροπή της δύναμης F ως προς το σημείο Α θα είναι:

$$\tau_{F_A} = -2\text{m} \cdot 500\text{N} = -1000\text{m}\cdot\text{N}$$

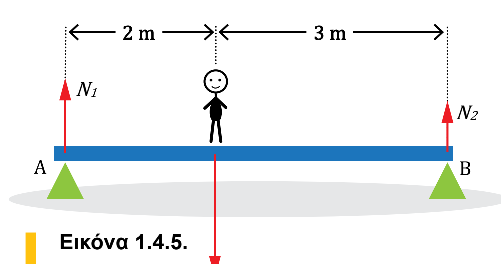
Αφού το σύστημα παραμένει ακίνητο και δεν αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το σημείο Α, θα πρέπει η ροπή της N_2 ως προς το Α να είναι 1000Nm ώστε η συνολική ροπή ως προς το Α να είναι μηδέν.

Δηλαδή:

$$5\text{m}\cdot N_2 = 1000\text{m}\cdot\text{N}$$

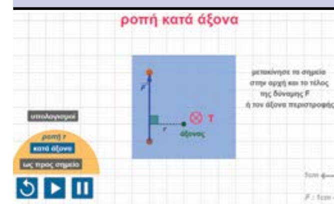
οπότε

$$N_2 = \frac{1000\text{m} \cdot \text{N}}{5\text{m}} = 200\text{N}$$

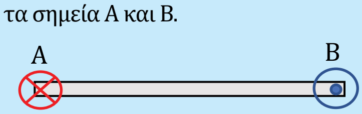


Εικόνα 1.4.5.

Ψηφιακή δραστηριότητα:
Ροπή δύναμης



Υπόδειξη 1.4.3: Ο φορέας της $\vec{F}$ και το σημείο Α ορίζουν ένα επίπεδο (το επίπεδο της σελίδας του βιβλίου). Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού η ροπή της $\vec{F}$ ως προς το Α θα έχει κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο αυτό με φορά προς τη σελίδα. Σε διαγράμματα όπως αυτό που δεν είναι σχεδιασμένα με προοπτική, χρησιμοποιούμε το σύμβολο ⊗ για να δείξουμε ένα διάνυσμα με διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και φορά προς τα μέσα, και το σύμβολο ⊙ αν η φορά είναι προς τα έξω.
Για την περίπτωση της δοκού με το παιδί στην παρακάτω εικόνα 1.4.6 φαίνονται οι ροπές της $\vec{F}$ ως προς τα σημεία Α και Β.

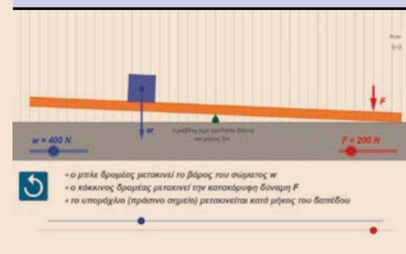


Αποτελεί γενική αρχή ότι:

Αν σε ένα άκαμπτο σώμα ασκούνται περισσότερες από μία δυνάμεις και παραμένει ακίνητο ή δεν μεταβάλλεται η περιστροφική του κίνηση, τότε το άθροισμα των ωρολογιακών ροπών θα είναι ίσο με το άθροισμα των αντιωρολογιακών ροπών, ως προς οποιοδήποτε σημείο.

Αρχιμήδης (287-212 π.Χ.). Ο μεγάλος Έλληνας μαθηματικός, φυσικός και μηχανικός, από τις Συρακούσες, ήταν ο πρώτος ο οποίος συνειδητοποίησε την παραπάνω γενική αρχή και διατύπωσε και την αρχή του μοχλού. Ακολουθώντας τα βήματα του Ευκλείδη, ο Αρχιμήδης έθεσε μερικά αξιώματα, στηριζόμενος στην καθημερινή εμπειρία και από τα οποία προχώρησε βήμα-βήμα προς τις λιγότερο προφανείς ιδιότητες. Τον απασχόλησε η κατάσταση κατά την οποία μια δοκός στηρίζεται σε ένα σημείο (γνωστό ως υπομόχλιο) από το οποίο μετρούνται οι αποστάσεις από τα βάρη. Επίσης είναι ο πρώτος που ασχολήθηκε με την έννοια του κέντρου μάζας.

Ψηφιακή δραστηριότητα:
Ο μοχλός του Αρχιμήδη



Κέντρο μάζας

Το κέντρο μάζας ενός σώματος είναι το σημείο από το οποίο όταν διέρχεται ο φορέας μιας μοναδικής δύναμης, δεν προκαλεί μεταβολή στην περιστροφή του σώματος.

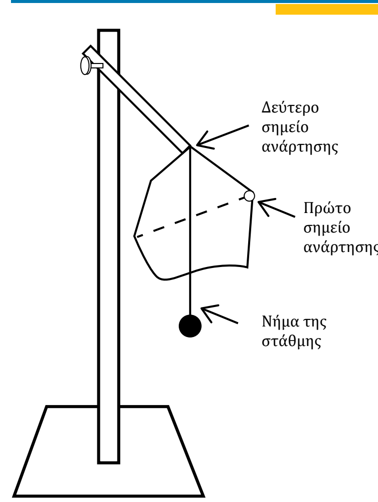
Είναι επίσης το σημείο όπου θεωρούμε ότι ενεργεί το βάρος του σώματος όταν μελετάμε την επίδραση των δυνάμεων στο σώμα. Για ένα κανονικό στερεό, το κέντρο μάζας βρίσκεται στο κέντρο του. Για παράδειγμα για μια σιδερένια σφαίρα, το κέντρο μάζας της βρίσκεται στο κέντρο της σφαίρας.

Αν στηρίξουμε έναν χάρακα βάζοντας την άκρη του δαχτύλου μας στο κέντρο του ώστε ο χάρακας να ισορροπεί, τότε το κέντρο μάζας του χάρακα βρίσκεται ακριβώς πάνω από το σημείο στήριξης. Αν στρέψουμε αρκετά τον χάρακα πέφτει επειδή το κέντρο μάζας του δεν βρίσκεται πλέον πάνω από το σημείο στήριξης.

Για να βρούμε το κέντρο μάζας ενός επίπεδου αντικειμένου, αναρτάμε διαδοχικά το αντικείμενο και ένα νήμα της στάθμης σε μια βάση σφιγκτήρα όπως φαίνεται στην εικόνα 1.4.7. Σχεδιάζουμε κάθε φορά με μολύβι τις γραμμές κατά μήκος της κατακόρυφης. Το κέντρο μάζας είναι το σημείο όπου διασταυρώνονται οι γραμμές που σχεδιάζονται στο αντικείμενο.

Εικόνα 1.4.6. Οι σχοινοβάτες με ένα κοντάρι φροντίζουν ώστε το κέντρο μάζας του συστήματος να είναι πάντα ακριβώς πάνω από το σχοινί.

Πρακτική δραστηριότητα:
Εύρεση του κέντρου μάζας ενός κομματιού από χαρτόνι με τη μέθοδο των διαδοχικών αναρτήσεων (Εικόνα 1.4.7)



Εικόνα 1.4.7. Η μέθοδος των διαδοχικών αναρτήσεων στην περίπτωση ενός ελάσματος. Το νήμα της στάθμης αποτελείται από σπάγκο με ένα βαρίδι στην άκρη του και χρησιμοποιείται για να δείξει την κατακόρυφο.

Ζεύγος δυνάμεων

Ένα ζεύγος δυνάμεων είναι δύο δυνάμεις με ίσα μέτρα και αντίθετες φορές, οι οποίες δρουν σε ένα σώμα, σε διαφορετικά σημεία και είναι παράλληλες. Στην παρακάτω εικόνα 1.4.9 φαίνεται ένα ζεύγος που ενεργεί σε μια δοκό. Το ζεύγος περιστρέφει ή προσπαθεί να περιστρέψει τη δοκό.

Εικόνα 1.4.8. Ζεύγος δυνάμεων στη βρύση.

Ροπή ζεύγους

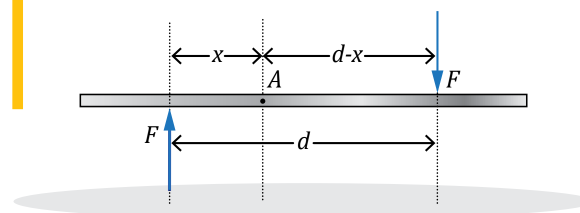
Το μέτρο της ροπής ενός ζεύγους ισούται με την κάθετη απόσταση μεταξύ των φορέων των δυνάμεων (μοχλοβραχίονας) επί τη δύναμη:

$$\boxed{\tau = d \cdot F} \quad (1.4.2)$$

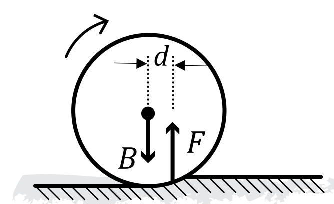
Για να το αποδείξουμε θεωρούμε ένα σημείο A μεταξύ των άκρων. Σκεφτείτε το ζεύγος της εικόνας 1.4.9. Η ροπή λόγω της αριστερής δύναμης θα είναι ωρολογιακή $x \cdot F$ και λόγω της δεξιάς δύναμης πάλι ωρολογιακή $(d - x) \cdot F$ όπου d είναι η κάθετη απόσταση μεταξύ των γραμμών δράσης των δυνάμεων.

Η συνολική ροπή= $\boxed{x \cdot F + (d - x) \cdot F = x \cdot F + d \cdot F - x \cdot F = d \cdot F}$

Η συνολική ροπή είναι η ίδια, ανεξάρτητα από το σημείο A ως προς το οποίο λαμβάνονται οι ροπές, συνεπώς η ροπή ζεύγους δεν αναφέρεται σε σημείο.



Εικόνα 1.4.9.



Εικόνα 1.4.10. Όταν ένας κύλινδρος κυλίεται, λόγω των παραμορφώσεων του εδάφους, η δύναμη *F* από το έδαφος στον κύλινδρο δεν περνά από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου. Η δύναμη αυτή και το βάρος του κυλίνδρου αποτελούν ζεύγος δυνάμεων του οποίου η ροπή σχετίζεται με την τριβή κύλισης.

Θεώρημα των ροπών

> Εάν σε ένα σώμα δρουν πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, τότε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών τους ως προς ένα σημείο στο επίπεδο των δυνάμεων είναι ίσο με τη ροπή της συνισταμένης τους ως προς το ίδιο σημείο.

Το θεώρημα αναφέρεται ως θεώρημα του Varignon (Βαρινιόν) ο οποίος και το απέδειξε. Όταν έχουμε δυνάμεις με παράλληλους φορείς και θέλουμε να βρούμε τη συνισταμένη τους, δεν μας αρκεί μόνο το μέτρο και η φορά της αλλά και το σημείο εφαρμογής της. Για τον καθορισμό του σημείου εφαρμογής της χρειαζόμαστε οπωσδήποτε το θεώρημα αυτό.

Παράδειγμα: Εύρεση της συνισταμένης τριών δυνάμεων με παράλληλους φορείς.

Στην εικόνα 1.4.11 φαίνεται μια ράβδος η οποία δέχεται τρεις δυνάμεις με παράλληλους φορείς.

Η συνισταμένη των δυνάμεων είναι: $\boxed{\Sigma F = -2N + 3N - 4N = -3N}$

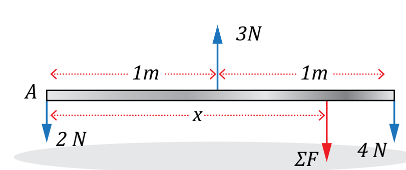
(έχουμε επιλέξει αρνητική φορά προς τα κάτω). Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το σημείο A θα είναι: $\Sigma\tau_A$= 1m·3N – 2m· 4N = –5m·N

Σύμφωνα με το θεώρημα των ροπών: $\boxed{\Sigma\tau_A = x \cdot \Sigma F}$ (1.4.3)

όπου x η απόσταση του σημείου εφαρμογής της συνισταμένης ΣF από το σημείο A.

Έτσι αντικαθιστώντας στην (1.4.3) έχουμε:

$-5\text{m}\cdot\text{N} = -\,x \cdot 3\text{N}$ από την οποία $x = \frac{5}{3}$ m



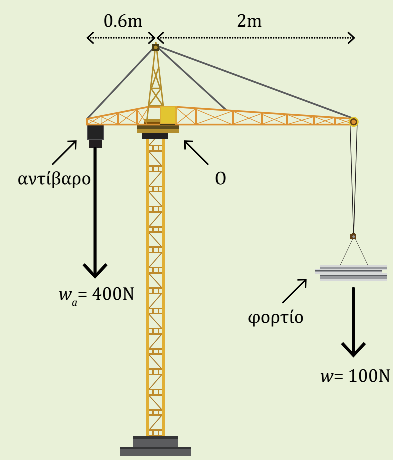
Εικόνα 1.4.11.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.4.1: Ασφαλής λειτουργία γερανού

Στο διάγραμμα της εικόνας 1.4.12 φαίνεται το μοντέλο ενός πυργογερανού. Το αντίβαρο έχει βάρος 400N και μπορεί να κινείται από το αριστερό άκρο του οριζόντιου βραχίονα μέχρι το σημείο Ο, ανάλογα με το βάρος (φορτίο) που πρόκειται να σηκώσει ο γερανός. Το κέντρο μάζας του οριζόντιου βραχίονα βρίσκεται στο σημείο Ο. Θεωρήστε ότι το φορτίο κρέμεται από το δεξί άκρο του οριζόντιου βραχίονα.

Α. Αν το βάρος (φορτίο) που πρόκειται να σηκώσει είναι 100N, σε ποια απόσταση θα πρέπει να τοποθετηθεί το αντίβαρο από το σημείο Ο;

Β. Πόσο θα είναι το μέγιστο βάρος (φορτίο) το οποίο θα μπορούσε να σηκώσει ο γερανός με ασφάλεια.



Εικόνα 1.4.12. Μοντέλο πυργογερανού.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Με δεδομένο ότι το κέντρο μάζας του οριζόντιου βραχίονα είναι στο σημείο Ο, το βάρος του βραχίονα θα έχει μηδενική ροπή ως προς το σημείο αυτό. Σχεδιάζουμε λοιπόν μόνο τις δυνάμεις στον οριζόντιο βραχίονα οι οποίες έχουν ροπή ως προς το Ο. Για να αποφεύγεται η κατάρρευση του γερανού θα πρέπει οι ωρολογιακές ροπές να έχουν το ίδιο μέτρο με τις αντιωρολογιακές ως προς οποιοδήποτε σημείο, συνεπώς και ως προς το Ο. Η επιλογή του Ο μας βολεύει, διότι από το σημείο αυτό διέρχονται άγνωστες δυνάμεις οι οποίες όμως δεν έχουν ροπή ως προς το σημείο αυτό.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Αντίβαρο: $w_\alpha = 400N$ Φορτίο: $w = 100N$ Μήκος μεγάλου βραχίονα: $L = 2m$ Μήκος μικρού βραχίονα: $l = 0{,}6m$	Η απόσταση x του αντίβαρου από το σημείο Ο. Το μέγιστο φορτίο w_{max}.

Στην περίπτωση αυτή **«φορτίο»** λέμε το βάρος το οποίο πρόκειται να σηκώσει ο γερανός μέσω του μεγάλου βραχίονα και **«αντίβαρο»** λέμε το βάρος το οποίο τοποθετείται στον μικρό βραχίονα, ώστε να αποφεύγεται η κατάρρευση του γερανού.

ΛΥΣΗ

Α. Ως προς το Ο τα μέτρα των ροπών θα είναι:
ωρολογιακή ροπή: $w{\cdot}L = 100N \cdot 2m = 200m{\cdot}N$
αντιωρολογιακή ροπή: $w_a \cdot x = 400N{\cdot}x$.
Για να αποφεύγεται η κατάρρευση:

$$400N{\cdot}x = 200m{\cdot}N \;\text{ οπότε }\; x = \frac{200m{\cdot}N}{400N} = 0,5m$$

Β. Με το μέγιστο φορτίο στο γερανό η ωρολογιακή ροπή ως προς το Ο θα μεγιστοποιείται. Έτσι θα πρέπει το αντίβαρο να τοποθετηθεί στη μεγαλύτερη δυνατή απόσταση από το Ο, δηλαδή σε απόσταση l=0,6m

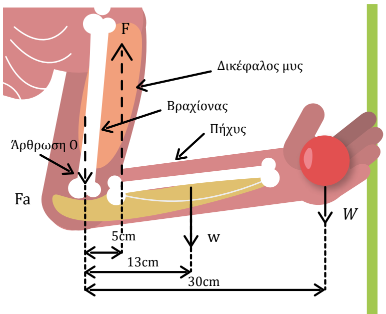
$$w_a{\cdot}l = w_{max}{\cdot}L \quad \text{δηλαδή: } 400N{\cdot}0{,}6m = w_{max}{\cdot}2m \quad \text{οπότε: } w_{max} = 120N.$$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.4.2: Δύναμη που ασκείται από τον δικέφαλο μυ

Στο διάγραμμα της εικόνας 1.4.13 φαίνονται οι δυνάμεις στο σύστημα (πήχυς, καρπός, παλάμη), όταν ο πήχυς είναι οριζόντιος και κρατά μια σφαίρα. Το βάρος W της σφαίρας είναι 50N, το βάρος w του πήχυ μαζί με τον καρπό και την παλάμη (χέρι για συντομία) είναι 20N, F_α είναι η κατακόρυφη προς τα κάτω δύναμη που ασκείται από τον βραχίονα μέσω της άρθρωσης στον πήχυ και F η κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη η οποία ασκείται από τον δικέφαλο μυ στον πήχυ.

Α. Ποιο θα είναι το μέτρο της $\vec{F}$;

Β. Να γίνει σχολιασμός του αποτελέσματος.



Εικόνα 1.4.13. Ένα μοντέλο του χεριού.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Ήδη έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις και θα πρέπει οι ωρολογιακές ροπές να έχουν το ίδιο μέτρο με τις αντιωρολογιακές ως προς οποιοδήποτε σημείο συνεπώς και ως προς την άρθρωση από την οποία διέρχεται και η άγνωστη δύναμη $\vec{F}_a$.

Δεδομένα:	**Ζητούμενα**
Βάρος σφαίρας: $W = 50\text{N}$ Βάρος χεριού: $w = 20\text{N}$ Μήκος χεριού: $L = 0{,}3\text{m}$ Απόσταση άρθρωσης κέντρου μάζας χεριού: $l = 13\text{cm}$ Απόσταση άρθρωσης και γραμμής δράσης της $\vec{F}$: $d = 0{,}05\text{m}$	Το μέτρο της $\vec{F}$ Σχολιασμός

ΛΥΣΗ

Α. Ως προς το Ο:

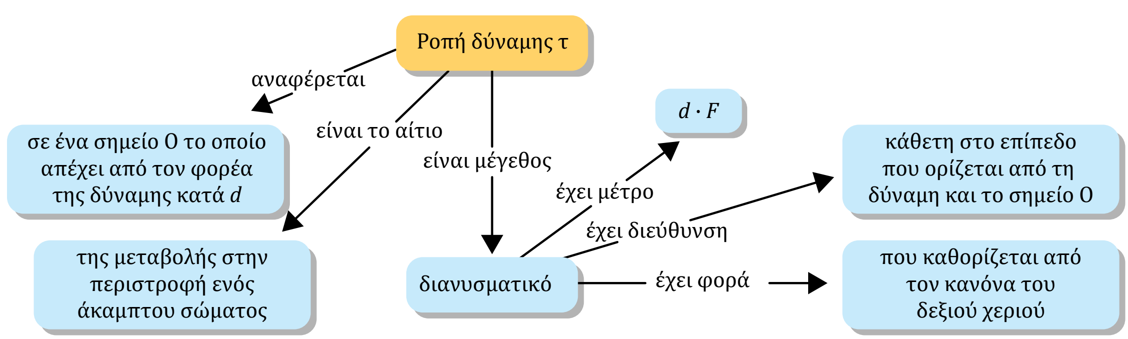
Μέτρο ωρολογιακής ροπής: $w \cdot l + W \cdot L = 20\text{N}\ 0{,}13\text{m} + 50\text{N}\ 0{,}30\text{m} = 17{,}6\text{m} \cdot \text{N}$

Μέτρο αντιωρολογιακής ροπής: $F \cdot d = F \cdot 0{,}05\text{m}$

Αφού το χέρι παραμένει ακίνητο: $F \cdot 0{,}05\text{m} = 17{,}6\ \text{m} \cdot \text{N}$ οπότε $F = \dfrac{17{,}6\text{m} \cdot \underline{\text{N}}}{0{,}05\text{m}} = 352\text{N}$

Β. Όπως βλέπουμε, η δύναμη που ασκεί ο δικέφαλος μυς είναι περίπου επτά φορές μεγαλύτερη από το βάρος που κρατάμε. Γενικά οι μύες και οι αρθρώσεις υπόκεινται σε αρκετά μεγάλες δυνάμεις.

Εννοιολογικός χάρτης: Ροπή δύναμης



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1.4.1. Πώς εξηγείται:

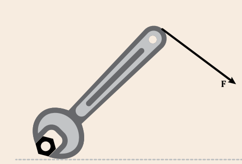
Α. Το ότι τα τιμόνια των φορτηγών είναι μεγάλα;

Β. Το ότι σπάει το καρύδι στον καρυοθραύστη;

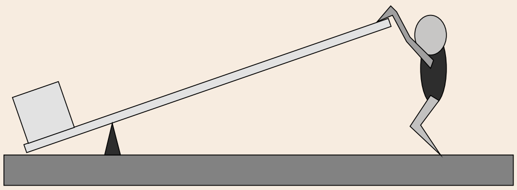
1.4.2. Πρέπει να ξεβιδώσετε μια κολλημένη βίδα. Έχετε την επιλογή ανάμεσα σε δύο κατσαβίδια, τα οποία μπορείτε να πιάσετε πολύ καλά και τα δύο. Η μόνη διαφορά είναι ότι το ένα από αυτά έχει πιο χοντρή λαβή από το άλλο. Ποιο κατσαβίδι θα είναι πιο αποτελεσματικό στο λύσιμο της κολλημένης βίδας (ή θα είναι το ίδιο); Γιατί;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.4.1. Για το σφίξιμο μιας βίδας, εφαρμόζεται μια δύναμη F = 20N όπως φαίνεται στο σχήμα. Εάν η απόσταση από το άκρο του κλειδιού μέχρι το κέντρο της βίδας είναι 20cm, πόση είναι η ροπή της F ως προς το κέντρο της βίδας. Η γωνία μεταξύ της λαβής του κλειδιού και της εξασκούμενης δύναμης F είναι ορθή.



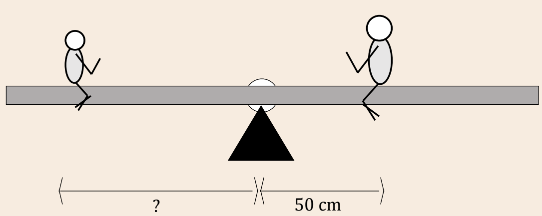
1.4.2. Ένας μοχλός μάς επιτρέπει να σηκώνουμε αντικείμενα που είναι πολύ βαριά.



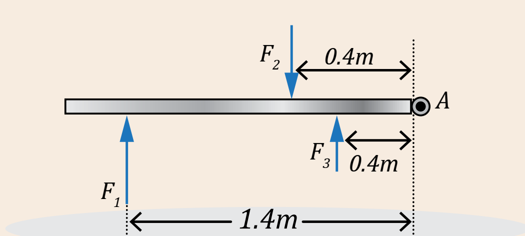
Α. Να εξηγήσετε γιατί ένας μοχλός διευκολύνει την ανύψωση της βαριάς τσιμεντένιας πλάκας.

Β. Ο μοχλός που απεικονίζεται εδώ αποτελείται από μια μακριά, ελαφριά σανίδα τοποθετημένη σε ένα υπομόχλιο (άξονα). Για να σηκώσει την τσιμεντένια πλάκα στο αριστερό άκρο της σανίδας, το άτομο ασκεί δύναμη κατακόρυφα προς τα κάτω στο δεξί άκρο. Η πλάκα έχει βάρος 1000 N. Το τμήμα της σανίδας στα δεξιά από το υπομόχλιο είναι 5 φορές μεγαλύτερο από το τμήμα της σανίδας στα αριστερά από το υπομόχλιο. Αν υποθέσουμε ότι η σανίδα είναι αβαρής, πόσο μικρότερη πρέπει να είναι η δύναμη από το βάρος της πλάκας ώστε να σηκωθεί;

1.4.3. Ένα κορίτσι με βάρος 600N κάθεται σε μια τραμπάλα και σε απόσταση 50cm στα δεξιά του άξονα περιστροφής. Πόσο αριστερά από τον άξονα πρέπει να κάθεται ο μικρός αδερφός της με βάρος 300N για να είναι η τραμπάλα οριζόντια;



1.4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο και να σχεδιάσετε την κατεύθυνση της συνολικής ροπής των δυνάμεων F_1, F_2 και F_3, ως προς το σημείο A. Τα μέτρα των δυνάμεων είναι αντίστοιχα 4N, 3N και 2N.



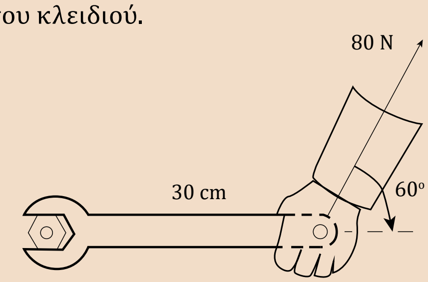
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.4.1. Η δύναμη που ασκείται στο άκρο του γαλλικού κλειδιού του σχήματος έχει μέτρο 80N και σχηματίζει γωνία 60^0 με το κλειδί. Το μήκος του κλειδιού είναι 30cm. Βρείτε τη ροπή της δύναμης ως προς το κέντρο της βίδας.

Υπόδειξη: Θα μπορούσατε να εργαστείτε με δύο διαφορετικούς τρόπους:

Α. Βρίσκοντας τον μοχλοβραχίονα της δύναμης.

Β. Αναλύοντας κατάλληλα τη δύναμη σε δύο συνιστώσες εκ των οποίων η μία δεν έχει ροπή ως προς το κέντρο της βίδας και η άλλη έχει μοχλοβραχίονα το μήκος του κλειδιού.



Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Το πρότυπο του άκαμπτου σώματος υπό την επίδραση δυνάμεων

1.5 Νόμος της παγκόσμιας έλξης

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. αναγνωρίζετε τη μάζα ως ιδιότητα της ύλης.
2. διακρίνετε τη βαρυτική δύναμη από τη μάζα, καθώς και ότι είναι ανάλογα ποσά $w=gm$ (g=σταθερά).
3. διατυπώνετε τον νόμο της παγκόσμιας βαρυτικής έλξης μεταξύ δύο αντικειμένων $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$.
4. αναγνωρίζετε ότι οι βαρυτικές δυνάμεις είναι κεντρικές και ότι ο νόμος ισχύει εφόσον οι διαστάσεις των σωμάτων είναι μικρές σε σχέση με την απόσταση των δύο κέντρων μάζας τους.
5. ταυτοποιείτε το βάρος ενός σώματος με τη δύναμη παγκόσμιας έλξης που δέχεται το σώμα από τη Γη.
6. διατυπώνετε τι σημαίνει κατακόρυφη και τι οριζόντια διεύθυνση.
7. υπολογίζετε τη μάζα με τη βοήθεια ζυγού με βραχίονες (βαρυτική μάζα).
8. ορίζετε το πεδίο δυνάμεων και ειδικότερα το βαρυτικό πεδίο με πηγή τη μάζα (βαρυτική μάζα).
9. εξηγείτε γιατί το βάρος ενός σώματος εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος και από την απόσταση από την επιφάνεια της Γης.
10. υπολογίζετε το βάρος ενός σώματος σε διάφορες αποστάσεις από αυτή.

Περιεχόμενα

- Η μάζα ως ιδιότητα της ύλης
- Διατύπωση του Νόμου της παγκόσμιας έλξης
- Ορισμός και υπολογισμός του βάρους ενός σώματος
- Παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται το βάρος ενός σώματος

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Κεντρικές δυνάμεις
- Ζυγός ισορροπίας
- Αρχή της ισοδυναμίας

Η μάζα ως ιδιότητα της ύλης

Η ύλη αποτελείται από στοιχειώδη σωματίδια που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η μάζα είναι μία από τις τρεις βασικές ιδιότητες των στοιχειωδών σωματιδίων. Οι άλλες δύο είναι το ηλεκτρικό φορτίο και το spin. Και οι τρεις αποτελούν φυσικά μεγέθη τα οποία καθορίζουν πώς τα σωματίδια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και πώς μπορούν να συνθέσουν την ύλη που βλέπουμε στον κόσμο γύρω μας. Η μάζα ενός σώματος είναι το άθροισμα των μαζών των στοιχειωδών σωματιδίων που το συγκροτούν, συνεπώς είναι μια εσωτερική ιδιότητα της ύλης.

Η μάζα είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος και θεμελιώδες στο σύστημα S.I. Μονάδα μέτρησης της μάζας στο S.I. είναι το 1kg.

Μία από τις δυνάμεις από απόσταση που αναφέραμε στην ενότητα 1.3 ήταν και το βάρος. Ο πλανήτης Γη ασκεί μία ελκτική δύναμη σε κάθε σώμα που τη λέμε βάρος του σώματος. Σε έναν τόπο το πηλίκο του βάρους με τη μάζα οποιουδήποτε σώματος είναι σταθερό.

Δηλαδή: $\boxed{\frac{w}{m} = σταθ}$ (1.5.1)

Συνεπώς το βάρος και η μάζα σε έναν τόπο είναι μεγέθη ανάλογα. Ένα σώμα με διπλάσια μάζα στον ίδιο τόπο θα δέχεται και διπλάσιο βάρος. Από το Γυμνάσιο γνωρίζουμε ότι ένα σώμα με μάζα 1kg στην επιφάνεια της Γης δέχεται δύναμη (βάρος) από τη Γη, περίπου 9,81N. Έτσι η σταθερά αναλογίας στην επιφάνεια της Γης θα είναι 9,81 N/kg. Πολλές φορές σε ασκήσεις και προβλήματα θα τη θεωρούμε για ευκολία 10N/kg και θα τη συμβολίζουμε με g.

Θα ισχύει λοιπόν για το βάρος στην επιφάνεια της Γης ότι: $\boxed{w = m\,g}$ (1.5.2)

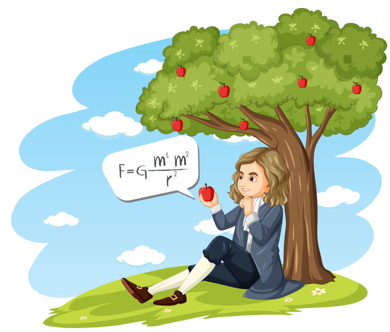
Η μάζα ενός σώματος ως εσωτερική ιδιότητα της ύλης παραμένει σταθερή ανεξάρτητα από τον τόπο ή και τον πλανήτη που βρίσκεται το σώμα. Όμως το βάρος του σώματος, όπως θα δούμε, γίνεται μικρότερο όσο ανεβαίνουμε πιο ψηλά και αυξάνεται όσο πηγαίνουμε από τον ισημερινό προς τους πόλους. Σε περιπτώσεις οι οποίες αναφέρονται σε μικρά ύψη σε σχέση με την επιφάνεια της Γης, συνήθως θεωρούμε το βάρος σταθερό. Σε μεγάλα ύψη το βάρος είναι μικρότερο από εκείνο στην επιφάνεια της Γης.

Στην καθημερινή μας ζωή, είτε σε συζητήσεις είτε σε κείμενα, χρησιμοποιούμε τους όρους μάζα και βάρος. Το κάνουμε όμως σωστά σύμφωνα με τη γλώσσα της φυσικής; Σε πακέτο με μακαρόνια αναγράφεται ότι το καθαρό βάρος είναι 500g εννοώντας τη μάζα των μακαρονιών. Το βάρος τους στην επιφάνεια της Γης είναι περίπου 4,905N.

Διατύπωση του νόμου της παγκόσμιας έλξης

Σύμφωνα με γραπτές πηγές, ο Άιζακ Νιούτον (Isaac Newton – εξελληνισμένο όνομα Νεύτων) το 1666 με αφορμή την πτώση ενός μήλου αναρωτήθηκε:

> **Γιατί το μήλο πρέπει να πέφτει πάντα κατακόρυφα, δηλαδή κάθετα προς το οριζόντιο έδαφος με κατεύθυνση προς το κέντρο της Γης; Γιατί δεν πάει πλάγια ή προς τα πάνω;**



Εικόνα 1.5.1.

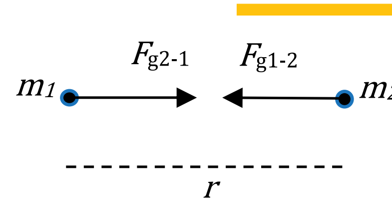
Σκέφτηκε λοιπόν ότι το μήλο έλκεται από το κέντρο της Γης και η πτώση του ανακόπτεται από το έδαφος.

Δεν σταμάτησε όμως εκεί. Αναρωτήθηκε: όπως το μήλο έλκεται από τη Γη, μήπως έλκεται και η Σελήνη από τη Γη; Με άλλα λόγια, μήπως η βαρύτητα είναι μια παγκόσμια έλξη που εμφανίζεται ανάμεσα σε όλα τα αντικείμενα στο σύμπαν; Γνώριζε ότι η δύναμη είναι η αιτία της αλλαγής της κινητικής κατάστασης. Η Σελήνη μεταβάλλει συνεχώς την κινητική της κατάσταση αφού είναι σε σχεδόν κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη. Επίσης γνώριζε την περίοδο περιφοράς της Σελήνης γύρω από τη Γη και τη σχέση για την κεντρομόλο επιτάχυνση, την οποία θα συζητήσουμε στην ενότητα 2.5. Συνδυάζοντας τα παραπάνω κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η δύναμη που απαιτείται για την περιφορά της Σελήνης γύρω από τη Γη δεν είναι άλλη από τη βαρυτική δύναμη στην οποία οφείλεται και η πτώση του μήλου. Ενοποίησε έτσι την ουράνια με τη γήινη βαρύτητα και πρότεινε τον νόμο της παγκόσμιας έλξης, ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

Σημείωση: Οι βαρυτικές δυνάμεις χαρακτηρίζονται ως κεντρικές. Κεντρικές είναι οι δυνάμεις οι οποίες όταν ενεργούν σε υλικό σημείο, διέρχονται σε όλη τη διάρκεια της κινήσεώς του από ένα σημείο το οποίο καλείται κέντρο της δύναμης. Το μέτρο μιας κεντρικής δύναμης σε ένα υλικό σημείο εξαρτάται μόνο από την απόσταση μεταξύ του κέντρου και του υλικού σημείου. Στην περίπτωση των βαρυτικών δυνάμεων μεταξύ δύο σωμάτων, ο φορέας τους συμπίπτει με την ευθεία που ενώνει τα κέντρα μάζας των σωμάτων.

Το μέτρο της βαρυτικής ελκτικής δύναμης ανάμεσα σε δύο υλικά σημεία με μάζες m_1 και m_2 είναι αντιστρόφως ανάλογο με το τετράγωνο της απόστασής τους και ανάλογο με το γινόμενο των δύο μαζών. Δηλαδή στην περίπτωση δύο υλικών σημείων ή και σωμάτων των οποίων οι διαστάσεις είναι μικρές σε σχέση με την απόσταση των κέντρων μάζας τους, θα ισχύει ότι:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1.5.3)$$



Εικόνα 1.5.2.

Στην εικόνα 1.5.2 φαίνονται οι δύο δυνάμεις στα υλικά σημεία που αλληλεπιδρούν βαρυτικά λόγω των μαζών τους. Οι δυνάμεις αυτές έχουν σχέση δράσης–αντίδρασης. Ο φορέας τους είναι η ευθεία που ορίζουν τα υλικά σημεία, έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες φορές. Η εξίσωση (1.5.3) ισχύει, όπως έδειξε ο Νεύτωνας, και για ομογενείς σφαίρες ανεξάρτητα από την απόσταση των κέντρων τους.

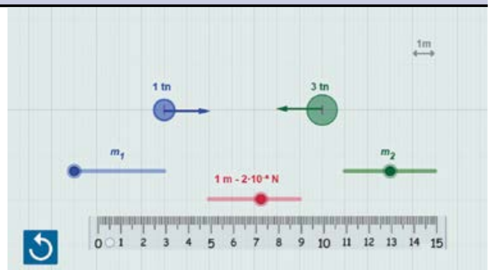
Η σταθερά G ονομάζεται σταθερά της παγκόσμιας έλξης, είναι ανεξάρτητη από το υλικό που παρεμβάλλεται στα υλικά σημεία και έχει την τιμή:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$$

Η σταθερά της παγκόσμιας έλξης G μετρήθηκε το 1798, έναν περίπου αιώνα μετά τη δημοσίευση του Νεύτωνα, από τον επίσης Άγγλο Χένρυ Κάβεντις (Henry Cavendish). Η σπουδαιότητα του πειράματος του Κάβεντις για τη Φυσική, την Αστρονομία και τη σύγχρονη Κοσμολογία ήταν μεγάλη, αφού η βαρύτητα παίζει κεντρικό ρόλο στη διαστολή του σύμπαντος, τη «γέννηση» και τον «θάνατο» των αστέρων, τις μαύρες τρύπες και πολλά άλλα.

Η πολύ μικρή τιμή της G δικαιολογεί το γεγονός ότι μεταξύ δύο σωμάτων με συνηθισμένες μάζες, η βαρυτική δύναμη είναι σχεδόν αμελητέα ακόμα και σε μικρές αποστάσεις.

Ψηφιακή δραστηριότητα – Εικονικό πείραμα:
Βαρυτικές δυνάμεις



Δύναμη

Ορισμός και υπολογισμός του βάρους ενός σώματος

Στην εικόνα 1.5.2 φαίνονται δύο σφαίρες με μάζες m_1 και m_2 , των οποίων τα κέντρα απέχουν κατά *r*. Οι σφαίρες αλληλεπιδρούν λόγω των μαζών τους, ασκώντας δύναμη η μία στην άλλη. Οι δυνάμεις αυτές λέγονται βαρυτικές δυνάμεις και σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα θα έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες κατευθύνσεις. Το μέτρο των δυνάμεων αυτών δίνεται από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα.

Ορισμός του βάρους: Στην περίπτωση που το ένα σώμα έχει τεράστια μάζα, όπως ένας πλανήτης σαν τη Γη, τότε η βαρυτική δύναμη F_g σε ένα αντικείμενο μάζας m, όπως είπαμε και παραπάνω, λέγεται και βάρος *w* του αντικειμένου.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.5.1: Υπολογισμός της βαρυτικής δύναμης μεταξύ δύο σφαιρών και του βάρους ενός σώματος στην επιφάνεια της Γης

Εφαρμόζοντας τον νόμο της παγκόσμιας έλξης με δεδομένη τη σταθερά *G*, την ακτίνα και τη μάζα της Γης να βρείτε:

Α. Τις βαρυτικές δυνάμεις με τις οποίες αλληλεπιδρούν δύο σφαίρες με μάζες 2kg και 1kg και των οποίων τα κέντρα απέχουν 1m.

Β. Τη βαρυτική δύναμη που ασκεί η Γη σε ένα αντικείμενο με μάζα 1kg που βρίσκεται στην επιφάνειά της.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Αποδίδουμε σύμβολα στα δεδομένα και τα ζητούμενα. Τα καταγράφουμε και κάνουμε ένα σχήμα με τα σώματα που αλληλεπιδρούν κάθε φορά και τις δυνάμεις που δέχονται. Στην περίπτωση των σφαιρών αλλά και στην περίπτωση της Γης με το αντικείμενο ισχύει η (1.5.3). Στη δεύτερη περίπτωση λόγω της τεράστιας απόστασης του αντικειμένου από το κέντρο της Γης αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως υλικό σημείο. Οι βαρυτικές δυνάμεις μεταξύ των δύο σφαιρών αποτελούν ζευγάρι δράσης–αντίδρασης και σύμφωνα με τον τρίτο νόμο θα έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες κατευθύνσεις.

Δεδομένα	**Ζητούμενα**
Σταθερά της παγκόσμιας έλξης $G = 6{,}67.10^{-11}$ Nm²/kg² Ακτίνα της Γης: $R_Γ = 6{,}37 \cdot 10^6$m Μάζα της Γης: $M_Γ = 5{,}97 \cdot 10^{24}$kg Μάζα πρώτης σφαίρας m_1 = 2kg Μάζα δεύτερης σφαίρας m_2 = 1kg Μάζα αντικειμένου m = 1kg Απόσταση των δύο σφαιρών *r* = 1m	Η δύναμη από την m_1 στην m_2 $F_{g1\text{-}2}$ Η δύναμη από την m_2 στην m_1 $F_{g2\text{-}1}$ Η δύναμη από τη Γη στην *m* F_g

ΛΥΣΗ

Α. Από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης το μέτρο της δύναμης που ασκεί η μία σφαίρα στην άλλη θα είναι:

$$F_{g1-2} = F_{g2-1} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Αντικαθιστούμε τις τιμές και έχουμε:

$$F_{g1-2} = F_{g2-1} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11}\,\dfrac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot 2\mathrm{kg} \cdot 1\mathrm{kg}}{(1\mathrm{m})^2} = 13,34 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N}$$

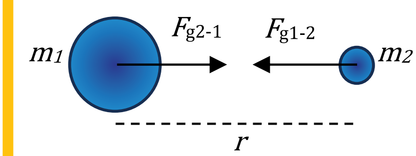
Β. Στην περίπτωση αυτή στη θέση της σφαίρας με μάζα m_1=2kg έχουμε ολόκληρο τον πλανήτη Γη με μάζα $M_Γ = 5,97 \cdot 10^{24}\,kg$ και στη θέση της σφαίρας με μάζα m_2=1kg έχουμε ένα αντικείμενο με μάζα m =1kg στην επιφάνεια της Γης. Όπως είπαμε και παραπάνω μπορούμε και στην περίπτωση αυτή να εφαρμόσουμε τον νόμο της παγκόσμιας έλξης, οπότε θα έχουμε:

$$F_g = G\frac{M_Γ m}{R_Γ^2} \quad (1.5.4)$$

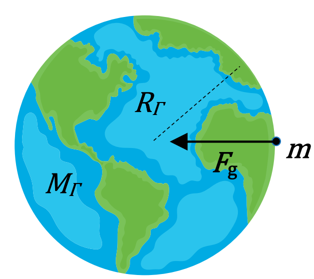
Αντικαθιστούμε και έχουμε:

$$F_g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11}\,\dfrac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg} \cdot 1\mathrm{kg}}{(6,37 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^2} = 9,8\mathrm{N}$$

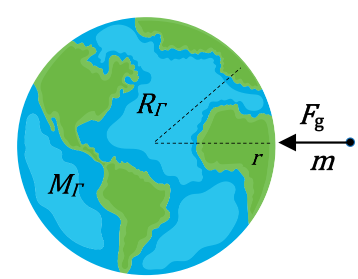
Εικόνα 1.5.3.



Παρατήρηση: Η βαρυτική δύναμη μεταξύ δύο αντικειμένων ακόμα και αν είναι πολύ κοντά, είναι εξαιρετικά μικρή. Μπορεί να έλκεστε από διάφορα αντικείμενα λόγω της βαρυτικής δύναμης αλλά η έλξη αυτή δεν σας γίνεται αντιληπτή.



Εικόνα 1.5.4.



Εικόνα 1.5.5.

Παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται το βάρος ενός σώματος στη Γη

Αφού το βάρος είναι η βαρυτική δύναμη θα ισχύει ότι: $w=F_g$ οπότε: $mg=F_g$ από την οποία:

$$\boxed{g = \frac{F_g}{m}} \quad (1.5.5)$$

Δηλαδή ο συντελεστής g της αναλογίας μάζας και βάρους σε ένα σημείο που απέχει απόσταση $r \geq R_Γ$ είναι η **βαρυτική δύναμη σε κάθε μονάδα μάζας** που βρίσκεται στο σημείο αυτό.

Θέτοντας λοιπόν $\boxed{F_g = G\frac{M_Γ m}{r^2}}$ στην (1.5.5) προκύπτει ότι: $\boxed{g = G\frac{M_Γ}{r^2}}$ (1.5.6)

Η 1.5.6 υποδηλώνει ότι η βαρυτική δύναμη σε κάθε μονάδα μάζας εξαρτάται μόνο από τη θέση του σημείου σε σχέση με το κέντρο της Γης και όχι από τη μάζα που μπορεί να υπάρχει στο σημείο αυτό.

Ο χώρος σε κάθε σημείο του οποίου μια φυσική ποσότητα έχει μία τιμή η οποία εξαρτάται από τη θέση του σημείου καλείται γενικά **πεδίο**.

Στην περίπτωσή μας που η φυσική ποσότητα είναι η g, δηλαδή η βαρυτική δύναμη σε κάθε μονάδα μάζας, ο χώρος καλείται **βαρυτικό πεδίο**. Ένας τρόπος να περιγράψουμε το βαρυτικό πεδίο είναι μέσω της g η οποία είναι διανυσματικό μέγεθος με διαστάσεις N/kg. Επειδή δεν υπάρχει αρνητική μάζα, είναι προφανές από τη σχέση (1.5.5) ότι η g σε ένα σημείο έχει πάντα την κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται μια μάζα m η οποία βρίσκεται στο σημείο αυτό.

Ο Νεύτωνας θεωρούσε την εμφάνιση της δύναμης που ασκεί η Γη στη Σελήνη (εικόνα 1.5.6) ακαριαία και από απόσταση. Σύμφωνα με τη θεωρία του πεδίου η εμφάνιση της δύναμης στη Σελήνη γίνεται σε δύο στάδια.

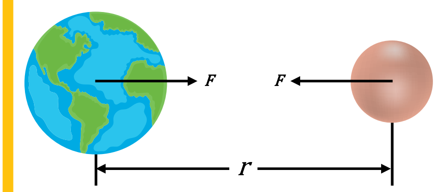
Η μάζα της Γης είναι πηγή βαρυτικού πεδίου γύρω της (βαρυτική μάζα) και η μάζα της Σελήνης δέχεται τη βαρυτική δύναμη από το βαρυτικό πεδίο. Αντίστοιχα εξηγείται και η εμφάνιση της βαρυτικής δύναμης από τη Σελήνη στη Γη.

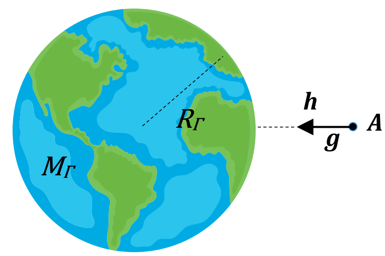
Σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης η απόσταση από το κέντρο της είναι: $r=R_Γ+h$. Σύμφωνα με την (1.5.6) η g στο ύψος αυτό θα είναι:

$$\boxed{g = G\frac{M_Γ}{(R_Γ + h)^2}} \quad (1.5.7)$$

Από τη σχέση (1.5.7) φαίνεται ότι καθώς το ύψος h αυξάνεται, η g μειώνεται. Συνεπώς και το βάρος $w=mg$ κάποιου αντικειμένου καθώς απομακρύνεται από την επιφάνεια της Γης μειώνεται αντίστοιχα. Επίσης στους πόλους το g είναι λίγο μεγαλύτερο από ό,τι στον Ισημερινό επειδή η Γη δεν είναι τέλεια σφαίρα.

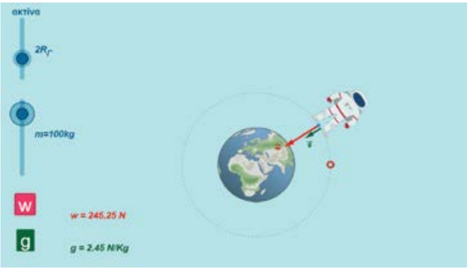
Εικόνα 1.5.6.





Εικόνα 1.5.7.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Το βάρος γίνεται μικρότερο όσο ανεβαίνουμε πιο ψηλά.

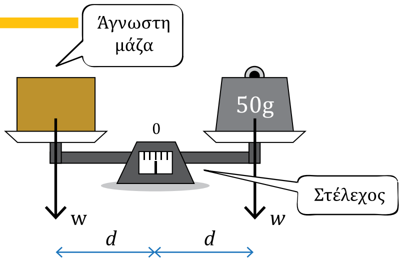


Σημείωση: Η ακριβής ισότητα βαρυτικής και αδρανειακής μάζας αποτελεί ένα από τα θεμέλια της γενικής θεωρίας της σχετικότητας. Αυτή η πολύ σημαντική υπόθεση καλείται αρχή της ισοδυναμίας.

Μέτρηση της βαρυτικής μάζας

Η σχέση (1.5.4) υποδηλώνει ότι το μέτρο της βαρυτικής δύναμης σε ένα αντικείμενο εξαρτάται από τη μάζα του. Αυτή η μάζα που εμφανίζεται στον νόμο της παγκόσμιας έλξης καλείται βαρυτική μάζα. Στις ενότητες 2.2 και 2.3 θα γνωρίσετε τη μάζα και ως μέτρο της αδράνειας (αδρανειακή μάζα) καθώς και μέτρησή της με κατάλληλο πείραμα.

Στην αναλογία βάρους και μάζας στηρίζεται η μέτρηση της βαρυτικής μάζας ενός σώματος με ζυγό ισορροπίας.

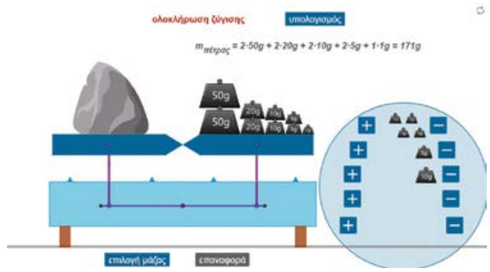


Εικόνα 1.5.8. Μέτρηση βαρυτικής μάζας.

Όταν η άγνωστη μάζα του σώματος (εικόνα 1.5.8) είναι ίση με τη γνωστή μάζα των σταθμών, τότε και τα βάρη τους θα είναι ίσα. Επειδή και οι μοχλοβραχίονες d είναι ίσοι, τότε και οι ροπές των βαρών $τ=d\cdot w$ ως προς το σημείο Ο θα έχουν ίσα μέτρα. Επειδή όμως η μία είναι ωρολογιακή και η άλλη αντιωρολογιακή, δεν θα μεταβάλλεται η περιστροφική κίνηση και λέμε ότι ο ζυγός θα ισορροπεί με το στέλεχός του οριζόντιο. Η λειτουργία του ζυγού δεν εξαρτάται από τον τόπο. Η ισορροπία του δεν εξαρτάται από την τιμή του βάρους αλλά από την ισότητα των βαρών η οποία είναι δεδομένη όταν οι μάζες είναι ίσες.

Εικόνα 1.5.9. Εργαστηριακός ζυγός ισορροπίας.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Μέτρηση της βαρυτικής μάζας με ζυγό ισορροπίας



ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ g

Ισημερινός: g=9,78 N/kg

Πόλοι: g=9,83 N/kg

Έβερεστ, ύψος 8,848km: g =9,77 N/kg

Διαστημικός σταθμός, ύψος 300km: g= 8,90 N/kg

Τηλεπικοινωνιακός δορυφόρος, ύψος 35000km: g=0,22 N/kg

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1.5.2: Υπολογισμός της μάζας της Γης

Ο πειραματικός προσδιορισμός της σταθεράς της παγκόσμιας έλξης $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$ μας έδωσε τη δυνατότητα του προσδιορισμού της μάζας της Γης, του Ήλιου αλλά και των άλλων πλανητών του ηλιακού συστήματος.

Κοντά στην επιφάνεια της Γης, η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας είναι g= 9,81 N/kg. Η ακτίνα της Γης είναι $R_Γ$ = 6400 km. Να υπολογίσετε τη μάζα της Γης.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Αποδίδουμε σύμβολα στα δεδομένα και τα ζητούμενα. Επειδή δίνεται η g εκμεταλλευόμαστε τη σχέση (1.5.6) για $r= R_Γ$.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Σταθερά της παγκόσμιας έλξης G = 6,67 · 10 $^{-11}$ Nm^2/kg^2 Ακτίνα της Γης $R_Γ$ = 6.37 · 10^6m Επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g = 9,81 m/s^2	Μάζα της Γης $M_Γ$

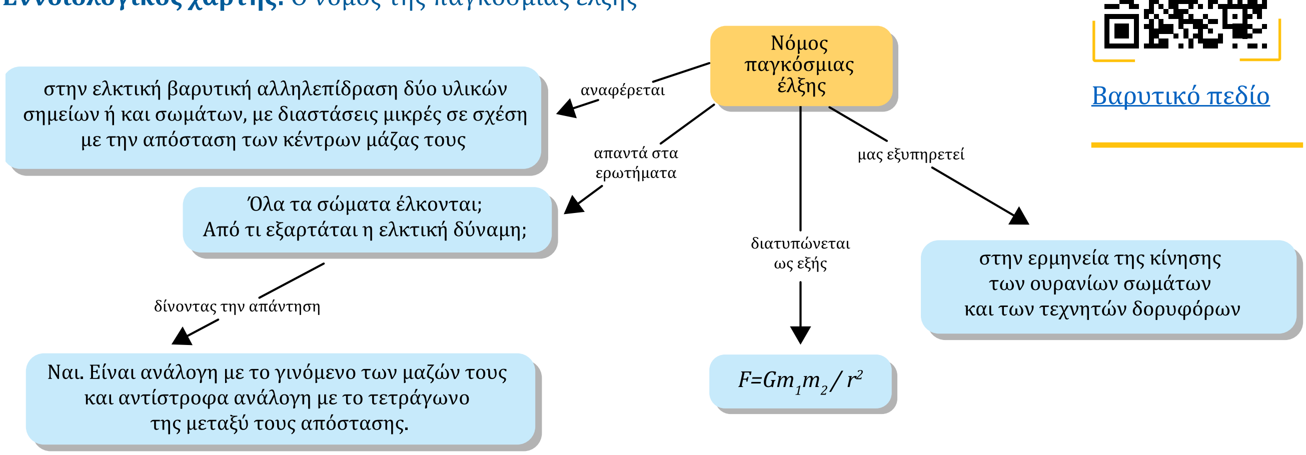
ΛΥΣΗ

Από τη σχέση (1.5.6) για $r = R_Γ$ έχουμε: $g = G\dfrac{M_Γ}{R_Γ^2}$ από την οποία προκύπτει ότι: $\boxed{M_Γ = \dfrac{g\,R_Γ^2}{G}}$ (1.5.8)

Αντικαθιστούμε στην (1.5.8) και έχουμε: $M_Γ = \dfrac{9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}}\text{kg} = 5,97 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$

Βαρυτικό πεδίο

Εννοιολογικός χάρτης: Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1.5.1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

Α. Το ένα κιλό (kg) είναι η μονάδα μέτρησης του βάρους.

Β. Δεν υπάρχει βαρύτητα στο διάστημα.

Γ. Ο αέρας μέσα σε ένα δωμάτιο έχει βάρος.

Δ. Στον διεθνή διαστημικό σταθμό η g είναι πάρα πολύ μικρή, σχεδόν μηδέν και γι' αυτό οι αστροναύτες αιωρούνται.

Ε. Στη Σελήνη υπάρχει βαρύτητα.

1.5.2. Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι ορθή; Η βαρυτική δύναμη:

Α. εξαρτάται από το υλικό μεταξύ των σωμάτων που αλληλεπιδρούν.

Β. είναι μια δύναμη που έχει παγκόσμιο χαρακτήρα.

Γ. είναι μια δύναμη που ασκείται μόνο από τη Γη.

Δ. αφορά μόνο σώματα με πολύ μεγάλη μάζα.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

1.5.3. Η βαρυτική δύναμη που ασκεί η Γη στον Ήλιο έχει μέτρο μεγαλύτερο, μικρότερο ή ίσο με εκείνο της βαρυτικής δύναμης που ασκεί ο Ήλιος στη Γη; Εξηγήστε.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.5.1. Στην επιφάνεια της Γης, ένα αντικείμενο μάζας m έχει βάρος w. Εάν αυτό το αντικείμενο μεταφερθεί σε ύψος πάνω από την επιφάνεια που είναι διπλάσιο από την ακτίνα της Γης τότε:

Α. η μάζα του θα είναι $m/2$ και το βάρος του θα είναι $w/2$

Β. η μάζα του θα είναι m και το βάρος του θα είναι $w/2$

Γ. η μάζα του είναι m/2 και το βάρος του είναι w/4

Δ. η μάζα του είναι m και το βάρος του είναι $w/4$

Ε. η μάζα του είναι m και το βάρος του είναι $w/9$

1.5.2. Να υπολογίσετε τη βαρυτική έλξη μεταξύ δύο ανθρώπων με μάζα 65kg ο καθένας σε απόσταση 1m ο ένας από τον άλλο. Να συγκρίνετε το μέτρο της βαρυτικής δύναμης με το βάρος ενός εντόμου (κουνούπι) στην επιφάνειά της, που είναι περίπου $3 \cdot 10^{-4}$ N.

1.5.3. Το βάρος ενός ανθρώπου στην επιφάνεια της θάλασσας είναι 800N. Σε ποιο ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας το βάρος του σώματος γίνεται 200N;

1.5.4. Να δείξετε ότι η g σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$g = \frac{g_0}{\left(1 + \frac{h}{R_\Gamma}\right)^2}$$

όπου g_0 η τιμή της g στην επιφάνεια της Γης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.5.1. Ο άνθρωπος δεν μπορεί να επιβιώσει για πολύ στην επιφάνεια πλανητών με βαρυτικό πεδίο μεγαλύτερο από το τετραπλάσιο του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια της Γης. Να βρείτε τη μικρότερη δυνατή ακτίνα σε σχέση με εκείνη της Γης, που θα πρέπει να έχει ένας σφαιρικός πλανήτης της ίδιας μάζας με τη Γη, χωρίς να είναι επικίνδυνος για τον άνθρωπο.

1.5.2. Σε ποιο ύψος από την επιφάνεια της Γης θα πρέπει να βρίσκεται ένα σώμα έτσι ώστε να έχει το 1/100 του βάρους του στην επιφάνεια της Γης; Δίνεται η ακτίνα της Γης: $R_\Gamma = 6,37 \cdot 10^6$ m

1.5.3. Ένας πλανήτης έχει διπλάσια μάζα και διπλάσια ακτίνα από τη Γη. Πόση θα είναι η δύναμη σε κάθε μονάδα μάζας στην επιφάνεια του πλανήτη αυτού; Θεωρήστε ότι στην επιφάνεια της Γης g=10N/kg.

1.5.4. Η απίθανη και αόριστη ψευδοεπιστήμη της αστρολογίας συσχετίζει τη θέση των πλανητών τη στιγμή της γέννησης κάποιου ανθρώπου, με διάφορα χαρακτηριστικά που θα έχει αυτός στο μέλλον. Η μόνη γνωστή δύναμη που ασκεί ένας πλανήτης στη Γη είναι η βαρυτική.

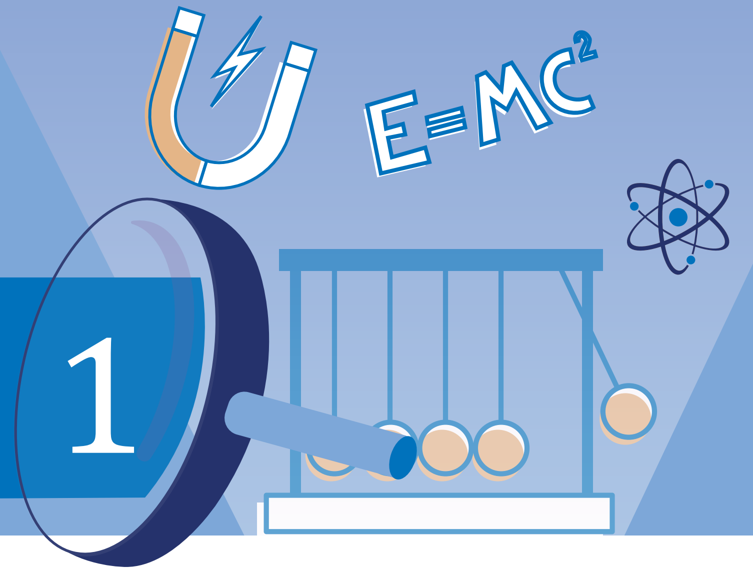
Α. Να υπολογίσετε το μέγεθος της βαρυτικής δύναμης που ασκείται σε ένα μωρό 4,20 kg από έναν πατέρα 100 kg ο οποίος παρευρίσκεται στη γέννηση και απέχει 0,2 m από το μωρό .

Β. Να υπολογίσετε το μέγεθος της δύναμης που ασκείται στο μωρό λόγω του πλανήτη Δία εάν τη στιγμή της γέννησης βρίσκεται στην πλησιέστερη απόστασή του από τη Γη, περίπου $6{,}29 \cdot 10^{11}$ m μακριά. Ο Δίας έχει μάζα $1{,}898 \cdot 10^{27}$ kg.

Χρονογραμμή: Από την ιστορία της κατάκτησης του διαστήματος

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Νόμος της παγκόσμιας έλξης

Διερεύνηση Κεφαλαίου 1



Θεματικό πεδίο	Δυνάμεις – Κινήσεις
Κεφάλαιο	1. Δύναμη
Ενότητα	1.3. Παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η τριβή ολίσθησης
Προτεινόμενες ώρες διδασκαλίας	1

ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΠΣ

- Να αντιλαμβάνονται το εύρος, να αξιοποιούν και να ερμηνεύουν τις διασυνδέσεις και τις αναπαραστάσεις μεταξύ των πεδίων της **προσέγγισης ΦΥ.Τ.ΕΜ.ΜΑ.Γ.** Αναδεικνύονται οι παρακάτω συσχετίσεις:

  [ΦΥ-ΕΜ]: Τεχνολογικές και μηχανολογικές εφαρμογές των τριβών.

  [ΦΥ-ΜΑ]: Διανυσματικός χειρισμός των δυνάμεων, διασύνδεση της φυσικής με τα διανύσματα.

  [ΦΥ-Γ]:Απόδοση των όρων «συνισταμένη» και «συνιστώσες»
- Να αναγνωρίσουν τον ουσιαστικό ρόλο που παίζουν τα διάφορα είδη δυνάμεων, σε όλο το φάσμα της εμπειρίας τους (δεξιότητες και στάσεις), από την καθημερινή ζωή
- Να εμπλακούν στον καταμερισμό του έργου κατά την ομαδική εργασία και να αναπτύξουν πνεύμα συνεργασίας και αμοιβαίου σεβασμού (στάσεις και αξίες).

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

Αποδεικτικός πειραματισμός.
Ο νόμος της τριβής ολίσθησης.

ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΘΕΜΑΤΙΚΗΣ

- Να περιγράφουν τα χαρακτηριστικά της τριβής και να αναφέρουν φαινόμενα καθημερινότητας όπου η τριβή παίζει καθοριστικό ρόλο.
- Να διακρίνουν τη στατική από την τριβή ολίσθησης.
- Να αναγνωρίζουν τους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η τριβή και να διατυπώνουν τον νόμο της.
- Να αναλύουν τον ρόλο του συντελεστή τριβής και την εξάρτησή του από το ζεύγος των εφαπτόμενων επιφανειών.

Η ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ – ΤΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ

1. Στρατηγική προετοιμασίας

Επιστημονικές πρακτικές

1.1 Διατύπωση επιστημονικών ερωτημάτων
1.2 Σχεδιασμός της πειραματικής διαδικασίας ή της έρευνας
1.4 Δημιουργία προτύπων / μοντέλων

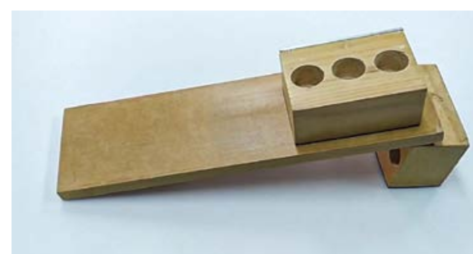
Συναφείς δεξιότητες

- Αναγνώριση και αξιολόγηση της προϋπάρχουσας γνώσης σε σχέση με τον μαθησιακό κύκλο, τα ερωτήματα ή τα προβλήματα.
- Αναζήτηση, αξιολόγηση διαφόρων πηγών πληροφόρησης και οργάνωση της πληροφορίας με κριτήρια όπως η συνάφεια, η αξιοπιστία και το περιεχόμενο.
- Επιλογή και δικαιολόγηση του είδους των δεδομένων που χρειάζονται για να απαντηθεί το επιστημονικό ερώτημα ή να επιλυθεί το πρόβλημα.

Βήμα 1ο

Βίντεο: κεκλιμένο και τριβή

Σε ένα κεκλιμένο επίπεδο **ορισμένης κλίσης**, αφήνεται ένα ξύλινο παραλληλεπίπεδο με επιφάνεια επαφής το αλουμίνιο και αυτό ολισθαίνει. Αν στο ίδιο κεκλιμένο αφεθεί το ξύλινο παραλληλεπίπεδο με επιφάνεια επαφής το καουτσούκ, τότε παραμένει ακίνητο.



Βήμα 2ο

Ψηφιακή δραστηριότητα: Δημιουργία γραφικής παράστασης y=αx πριν προχωρήσεις παρακάτω.

Ερωτήσεις για την ανίχνευση της προϋπάρχουσας γνώσης

1. Ποια μεγέθη λέγονται ανάλογα; ....

2. Πώς παριστάνονται γραφικά δύο ανάλογα φυσικά μεγέθη; ....
....

3. Πώς υπολογίζεται η κλίση μιας ευθείας σε μία γραφική παράσταση σε εφαρμογές της Φυσικής; ....
.... Υλοποίησε την **Ψηφιακή δραστηριότητα: Δημιουργία γραφικής παράστασης *y=αx*** πριν προχωρήσεις παρακάτω.

4. Όταν ένα σώμα είναι ακίνητο, τι συμβαίνει με τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται;

5. Όταν ένα σώμα κινείται σιγά-σιγά με σταθερή ταχύτητα, τι συμβαίνει με τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται;

Ερώτημα για διατύπωση υποθέσεων:

6. Από ποιους παράγοντες εξαρτάται η τριβή ολίσθησης που αναπτύσσεται μεταξύ δύο επιφανειών;

Διαθέτετε: • Δυναμόμετρο (προτείνεται 0-2,5N) • Ξύλινο παραλληλεπίπεδο (ή ξύλινο τουβλάκι) εργαστηρίου με τα τρία βαρίδιά του και την προσάρτηση ενός αγκίστρου στη μία έδρα του • Ζυγαριά • 1 χαρτί φωτοτυπικού Α4 και σελοτέιπ.

2. Ερευνητικό στάδιο

Επιστημονικές πρακτικές

2.1 Συλλογή, ανάλυση και ερμηνεία δεδομένων

2.2 Χρήση μαθηματικών για την επίλυση προβλημάτων

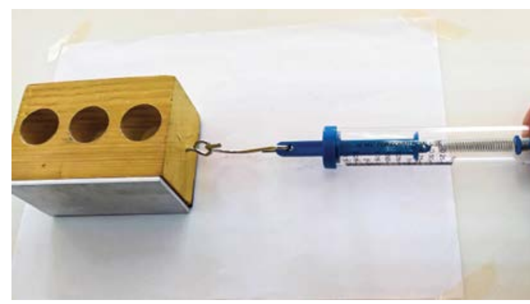
Συναφείς δεξιότητες

- Καταγραφή παρατηρήσεων.
- Αναγνώριση των κανόνων ασφάλειας, συνεργασίας και ηθικής.
- Χρήση αναλογικών ή/και ψηφιακών εργαλείων συλλογής δεδομένων.

Βήμα 3ο

Α. Διάταξη και μετρήσεις

1. Κολλήστε με σελοτέιπ το χαρτί Α4 πάνω στον πάγκο ή το θρανίο.
2. Ζυγίστε το ξύλινο τουβλάκι.
3. Τοποθετήστε πάνω στο χαρτί Α4 το ξύλινο τουβλάκι με την πλευρά του καουτσούκ.
4. Με το δυναμόμετρο πιάστε το άγκιστρο και προσπαθήστε να το μετακινήσετε πάνω στο χαρτί Α4 σιγά-σιγά με **σταθερή ταχύτητα**.



5. Καταγράψτε τη μάζα m που έχει το ξύλινο τουβλάκι και την ένδειξη του δυναμόμετρου $F_{κ\_δυν}$ στον Πίνακα 1.
6. Επαναλάβατε τα βήματα 4 και 5 άλλες τρεις φορές, προσθέτοντας κάθε φορά ένα βαρίδι στο ξύλινο τουβλάκι.

Πίνακας 1

vm(kg)	$Fκ_{δυν}$(N)	$F_{α\_δυν}$(N)	w(N)	N(N)	καουτσούκ $T_κ$(N)	αλουμίνιο $T_α$(N)

7. Τοποθετήστε τώρα το ξύλινο τουβλάκι έτσι ώστε να εφάπτεται στο χαρτί η πλευρά με το αλουμίνιο .
8. Επαναλάβατε τα προηγούμενα βήματα 3 έως 6 και συμπληρώστε τη στήλη $F_{α\_δυν}$(N).

Β. Επεξεργασία των μετρήσεων – γραφική παράσταση

9. Συμπληρώστε τις στήλες w(N), N(N), $T_κ$(N) και $T_α$(N) στον Πίνακα 1.
10. Σύμφωνα με τις τιμές των στηλών N(N), $T_κ$(N), $T_α$(N), σχεδιάστε στο μιλιμετρέ ένα σύστημα αξόνων T - N και βαθμονομήστε τους άξονες.
11. Σχεδιάστε τα σημεία που προκύπτουν από τις στήλες $T_κ$ - N και $T_α$ - N πάνω στο ίδιο μιλιμετρέ.
12. Σχεδιάστε τις δύο γραφικές παραστάσεις $T_κ$ - N και $T_α$ - N.

Όταν το δυναμόμετρο κινεί το ξύλινο τουβλάκι με σταθερή ταχύτητα, του ασκεί τη δύναμη $F_{κ\_δυν}$ ή $F_{α\_δυν}$ η οποία είναι ίση με την τριβή ολίσθησης $T_κ$ ή $T_α$ αντίστοιχα (για καουτσούκ ή αλουμίνιο). Κατακόρυφα ασκούνται μόνο το βάρος του w και η κάθετη δύναμη N. Αυτές θα έχουν ίσα μέτρα αφού το τουβλάκι κινείται σε οριζόντιο επίπεδο

$(w = m \cdot g \;\; με \;\; g = 9,81 \frac{N}{kg})$

[Σχεδιασμός γραφικών παραστάσεων]

3. Παρουσίαση των αποδεικτικών στοιχείων

Επιστημονικές πρακτικές

3.1 Κριτική αξιολόγηση της πληροφορίας και οργάνωσή της σύμφωνα με κριτήρια όπως η συνάφεια, η αξιοπιστία και το περιεχόμενο

3.2 Εξηγήσεις και συμπεράσματα βασισμένα στα αποδεικτικά στοιχεία, την ορθή χρήση των μαθηματικών και των νόμων της φυσικής

3.3 Δημιουργία προτύπων/μοντέλων

Συναφείς δεξιότητες

- Αναγνώριση μοτίβων.
- Εξαγωγή και παρουσίαση πληροφορίας μέσω διαφόρων αναπαραστάσεων.

Βήμα 4ο

Συμπεράσματα – Νέες γνώσεις – Εφαρμογές

1. Ποια συμπεράσματα προκύπτουν από τις δύο γραφικές παραστάσεις που σχεδιάσατε, για τους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η τριβή ολίσθησης;

2. Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας στο γράφημα T - N για το ζευγάρι επιφανειών καουτσούκ-χαρτί και αλουμίνιο-χαρτί.

3. Τι εκφράζει η κλίση, σε τι μετριέται και πώς ονομάζεται;

4. Τι θα κάνατε για να ελέγξετε αν η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης και από το εμβαδόν των επιφανειών συνεπαφής;

Βήμα 5ο

Γενικεύσεις – Ερμηνείες – Διαθεματικότητα

Στο κεκλιμένο επίπεδο που είδαμε στην αρχή, αν τοποθετήσουμε το ξύλινο τουβλάκι και αυξάνουμε σταδιακά την γωνία του, θα παρατηρήσουμε ότι σε μία γωνία, το τουβλάκι αρχίζει να ολισθαίνει λίγο, σταματάει, ξανά ολισθαίνει λίγο κ.λπ. Τότε στο ξύλινο τουβλάκι ασκείται η οριακή τριβή $T_{ορ}$ η οποία γίνεται $T_{ολ}$ κατά την ολίσθηση. Ξέρουμε ότι η $T_{ορ}$ είναι λίγο μεγαλύτερη από την $T_{ολ}$. Αν θεωρήσουμε, για απλοποίηση, ότι είναι περίπου ίσες, τότε: $T_{ορ} \cong T_{ολ}$

δηλαδή: $T_{ορ} \cong \mu \cdot N$

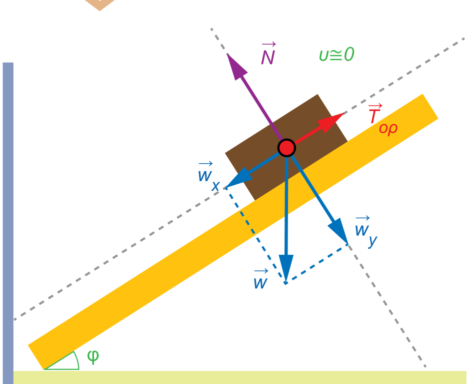
> Από την επεξεργασία των σχέσεων θα βρείτε ότι: $\mu = εφφ$.

1. Στην εικόνα έχουμε αναλύσει το βάρος w στις συνιστώσες w_y και w_y. Να γράψετε τα μέτρα των συνιστωσών αυτών σε σχέση με το μέτρο του βάρους και της γωνίας $φ$.

....

> Θεωρήστε ότι το χαρτί συμπεριφέρεται όπως το ξύλο.

Τώρα, η δύναμη επαφής N είναι ίση με τη συνιστώσα του βάρους w_y. Εδώ δεν υπάρχει δυναμόμετρο, αλλά η συνιστώσα του βάρους wx η οποία όταν επίκειται η ολίσθηση, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, είναι ίση με τη τριβή $T_{ορ}$.



2. Συνεπώς θα ισχύουν οι παρακάτω ισότητες. Σε αυτές να αντικαταστήσετε τις σχέσεις για τα w_x , w_y και $T_{ορ}$ και να λύσετε ως προς τον συντελεστή μ.

$w_x = T_{ορ}$ ή ....

$w_y = N$ ή ....

3. Να χρησιμοποιήσετε τις τιμές που βρήκατε στο πείραμα και προσδιορίστε τη μέγιστη γωνία του κεκλιμένου ώστε το τουβλάκι να μην κινείται (ή να κινείται οριακά) πάνω στο ξύλινο δάπεδο όταν:

α. το τουβλάκι ακουμπάει με την επιφάνεια του καουτσούκ.

β. το τουβλάκι ακουμπάει με την επιφάνεια του αλουμινίου.

Δυνάμεις – Κινήσεις

02.
Από τη δύναμη στην κίνηση

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ

2.1 Κινηματικά φυσικά μεγέθη

Περιεχόμενα

- Η κίνηση είναι σχετική
- Τροχιά της κίνησης
- Χρονική στιγμή και χρονική διάρκεια
- Ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων (δύο διαστάσεων)
- Το διάνυσμα θέσης υλικού σημείου
- Η μετατόπιση υλικού σημείου
- Η μέση και η στιγμιαία ταχύτητα
- Η μέση και η στιγμιαία επιτάχυνση

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Σύστημα αναφοράς
- Υλικό σημείο

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. διακρίνετε τη μεταφορική από τη στροφική κίνηση άκαμπτου σώματος γύρω από άξονα.
2. αναφέρετε παραδείγματα τα οποία αναδεικνύουν τη σχετικότητα των κινήσεων.
3. σχεδιάζετε τροχιές κινήσεων.
4. διακρίνετε τη χρονική στιγμή από τη χρονική διάρκεια με παραδείγματα.
5. ανακαλείτε τη γνώση του ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων από τα μαθηματικά.
6. αναπαριστάτε τα διανύσματα θέσης και μετατόπισης.
7. δίνετε λειτουργικούς ορισμούς των μεγεθών (θέση, μετατόπιση, μέση ταχύτητα, στιγμιαία ταχύτητα, μέση επιτάχυνση και στιγμιαία επιτάχυνση.
8. διακρίνετε τα παρακάτω διανυσματικά μεγέθη από τα αντίστοιχα μονόμετρα / βαθμωτά μεγέθη: Μετατόπιση – Διάστημα, Ταχύτητα – Αριθμητική ταχύτητα.
9. καθορίζετε τη μέση αριθμητική ταχύτητα από τη σχέση $υ_μ = \frac{s}{Δt}$

Η κίνηση είναι σχετική

Τα αυτοκίνητα, οι άνθρωποι, τα ζώα, τα έντομα, ο αέρας κ.λπ. κινούνται. Η Γη, και ό,τι βρίσκεται πάνω της, κινείται γύρω από τον Ήλιο, και όλο το ηλιακό μας σύστημα κινείται επίσης στο διάστημα (εικόνα 2.1.1).

Ακόμη και στα σώματα που δεν βλέπουμε να υπάρχει κίνηση, στην πραγματικότητα υπάρχει κίνηση.

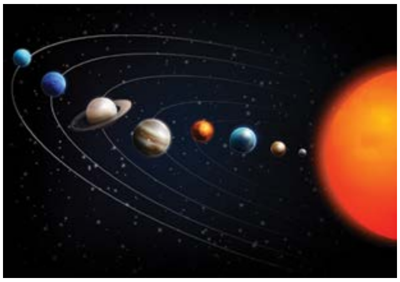
- Στα αέρια, τα μόρια κινούνται άτακτα και χτυπούν στα τοιχώματα των δοχείων στα οποία περιέχονται (εικόνα 2.1.2).
- Στα υγρά, τα μόρια εφάπτονται και γλιστρούν το ένα με το άλλο.
- Στα στερεά, τα μόρια ταλαντώνονται γύρω από τις θέσεις τους.

Στην καθημερινή ζωή, όταν παρατηρούμε ένα αντικείμενο, καταλαβαίνουμε ότι κινείται γιατί το έδαφος και τα κτίρια είναι ακίνητα. Άρα χρησιμοποιούμε κάτι ακίνητο στη δική μας αντίληψη, όπως είναι το έδαφος ή τα κτίρια, για να καταλάβουμε αν κινείται κάποιο αντικείμενο. Αυτό το «ακίνητο» στη Φυσική λέγεται σύστημα αναφοράς. Οι επιβάτες του μετρό είναι ακίνητοι, αν ως σύστημα αναφοράς χρησιμοποιήσουμε το κινούμενο βαγόνι. Οι ίδιοι επιβάτες κινούνται, αν ως **σύστημα αναφοράς** χρησιμοποιήσουμε τον χώρο αναμονής (εικόνα 2.1.3).

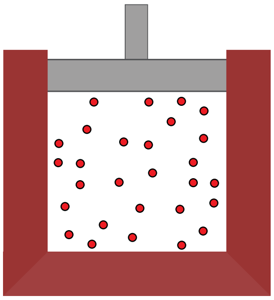
Όταν λέμε ότι ένα σώμα κινείται, εννοούμε ότι αλλάζει θέση ως προς κάποιο σταθερό σημείο ενός συστήματος αναφοράς.

Από τα πιο πάνω εξάγεται το συμπέρασμα ότι η κίνηση είναι σχετική. Ένα σώμα είναι σε κίνηση ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς αλλά είναι ακίνητο ως προς κάποιο άλλο σύστημα αναφοράς. **Το ποιο σώμα κινείται και ποιο είναι ακίνητο εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς.**

Θα ασχοληθούμε με κινήσεις που συμβαίνουν στη Γη. Ως σύστημα αναφοράς συνήθως χρησιμοποιούμε την επιφάνεια της Γης και ό,τι είναι ακίνητο σε σχέση με αυτήν, όπως το έδαφος, οι δρόμοι, τα κτίρια κ.λπ.



Εικόνα 2.1.1. Η Γη και όλοι οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από τον ήλιο. Όλο το πλανητικό μας σύστημα ταξιδεύει στο διάστημα.



Εικόνα 2.1.2. Τα μόρια του αερίου κινούνται άτακτα και συγκρούονται μεταξύ τους και με τα τοιχώματα του δοχείου.

Τώρα, είμαστε σε θέση να δώσουμε έναν ορισμό της κίνησης στη Φυσική.

Κίνηση είναι το φαινόμενο της μεταβολής της θέσης ή του προσανατολισμού ενός άκαμπτου σώματος ως προς ένα σύστημα αναφοράς, το οποίο θεωρούμε ακίνητο.

Εικόνα 2.1.3. Στιγμιότυπο από το μετρό.

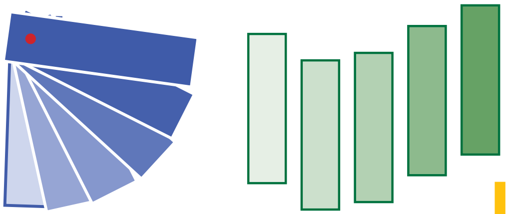
Στροφική και μεταφορική κίνηση

Στις προηγούμενες παραγράφους ασχοληθήκαμε με την περιστροφή ενός άκαμπτου σώματος γύρω από κάποιον σταθερό άξονα. Αυτή η κίνηση ονομάζεται **στροφική.**

Τα χαρακτηριστικά της είναι ότι το σώμα:
- περιστρέφεται γύρω από κάποιον άξονα.
- συνεχώς αλλάζει προσανατολισμό.

Αν το σώμα μετακινείται στον χώρο χωρίς να αλλάζει προσανατολισμό, τότε εκτελεί **μεταφορική κίνηση.**

Τα χαρακτηριστικά της είναι ότι το άκαμπτο σώμα:
- μετακινείται στον χώρο.
- δεν αλλάζει προσανατολισμό.



Εικόνα 2.1.4. Στιγμιότυπα στροφικής και μεταφορικής κίνησης ενός πλαισίου.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Μεταφορική και στροφική κίνηση

Παρουσιάζονται κάποιες περιπτώσεις της μεταφορικής κίνησης ενός πλαισίου και μία στροφική κίνηση ενός παρόμοιου πλαισίου γύρω από άξονα.

Υλικό σημείο

Όταν ένα άκαμπτο σώμα εκτελεί μεταφορική κίνηση τότε όλα τα σημεία του κινούνται με την ίδια ταχύτητα. Για να απλοποιήσουμε τη μελέτη αυτής της κίνησης μπορούμε να αντιμετωπίσουμε αυτό το σώμα ως υλικό σημείο.

Για το υλικό σημείο μπορούμε να πούμε ότι:

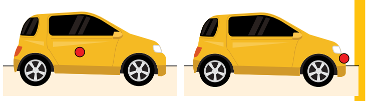
- Συνήθως θεωρούμε ότι η θέση του βρίσκεται στο κέντρο μάζας του άκαμπτου σώματος ή σε κάποιο άλλο σημείο του, όπως είναι το μπροστινό μέρος του (εικόνα 2.1.5).
- Το είδος της κίνησής του αντιπροσωπεύει και το είδος κίνησης του σώματος.
- Η απόσταση στην οποία μετακινείται δείχνει και την απόσταση στην οποία μετακινείται το σώμα.

Στα παρακάτω για τη μελέτη της μεταφορικής κίνησης ενός άκαμπτου σώματος θα σχεδιάζουμε το σώμα και το υλικό σημείο του. Στην πραγματικότητα θα μελετάμε την κίνηση του υλικού σημείου του. Όταν αναφερόμαστε στις θέσεις από τις οποίες πέρασε το σώμα, θα εννοούμε τις θέσεις από τις οποίες πέρασε το υλικό σημείο του.

Σημείωση: Το υλικό σημείο ενός άκαμπτου σώματος έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

Δεν έχει διαστάσεις (παριστάνεται με μία τελεία)

Έχει μάζα ίση με τη μάζα του σώματος. Στη μεταφορική κίνηση, τα σώματα ελαχιστοποιούνται σε υλικά σημεία και αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η κίνηση των υλικών σημείων.



(α) (β)

Εικόνα 2.1.5. Το υλικό σημείο του αυτοκινήτου στο σχήμα (α) το σχεδιάσαμε στο κέντρο του και στο σχήμα (β) στον προφυλακτήρα του.

Τροχιά της κίνησης

Ας σκεφτούμε ένα σώμα το οποίο εκτελεί μεταφορική κίνηση στο χώρο όπως ένα αεροπλάνο. Αν αυτό αφήνει κάποια ίχνη κατά την κίνησή του, (εικόνα 2.1.6), τότε φαίνεται και η πορεία που ακολούθησε.

Τροχιά ενός σώματος είναι το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες πέρασε ή θα περάσει το σώμα.

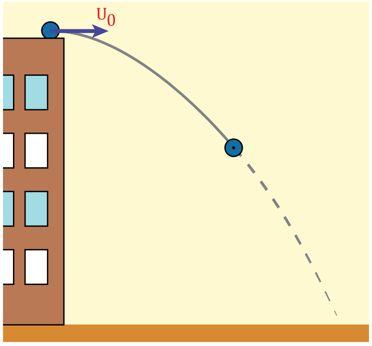
Διακρίνουμε κάποια σημαντικά είδη τροχιάς:

- **Ευθύγραμμη τροχιά**: Οι θέσεις από τις οποίες πέρασε ή θα περάσει το **υλικό σημείο**, βρίσκονται πάνω σε μια ευθεία γραμμή.
- **Καμπυλόγραμμη τροχιά**: Οι θέσεις από τις οποίες πέρασε ή θα περάσει το υλικό σημείο, βρίσκονται πάνω σε μια καμπύλη. Συνηθισμένες καμπυλόγραμμες τροχιές είναι η κυκλική και η παραβολική τροχιά.

Το είδος της τροχιάς ενός υλικού σημείου χαρακτηρίζει ως έναν βαθμό και το είδος της κίνησής του. Έτσι:

- Όταν η τροχιά του υλικού σημείου είναι ευθύγραμμη, λέμε ότι εκτελεί **ευθύγραμμη κίνηση**.
- Όταν η τροχιά του υλικού σημείου είναι καμπυλόγραμμη, λέμε ότι εκτελεί **καμπυλόγραμμη κίνηση**.
- Ειδικά, όταν η τροχιά του υλικού σημείου είναι κυκλική (που είναι ένα είδος καμπυλόγραμμης κίνησης), λέμε ότι εκτελεί **κυκλική κίνηση**.

Εικόνα 2.1.6. Ίχνος που αφήνει το αεροπλάνο κατά την κίνησή του.



Εικόνα 2.1.7. Στην οριζόντια βολή το σώμα έχει παραβολική τροχιά.

Χρονική στιγμή και χρονική διάρκεια

Ας θεωρήσουμε ένα σώμα το οποίο αλλάζει θέσεις στον χώρο ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς. Για να περιγράψουμε την αλλαγή της θέσης του σώματος, απαιτείται να γνωρίζουμε πότε το σώμα ήταν στην κάθε θέση. Αν η σχέση της θέσης με τον χρόνο μπορεί να περιγραφεί με μια μαθηματική σχέση η οποία μας δίνει όλες τις μελλοντικές θέσεις (νόμος της κίνησης), τότε μπορούμε να προβλέπουμε την τροχιά που θα ακολουθήσει το σώμα.

Για να μελετήσουμε, ή όπως λέμε να ιχνηλατήσουμε, μία κίνηση, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα **ρολόι** ή **ένα χρονόμετρο**.

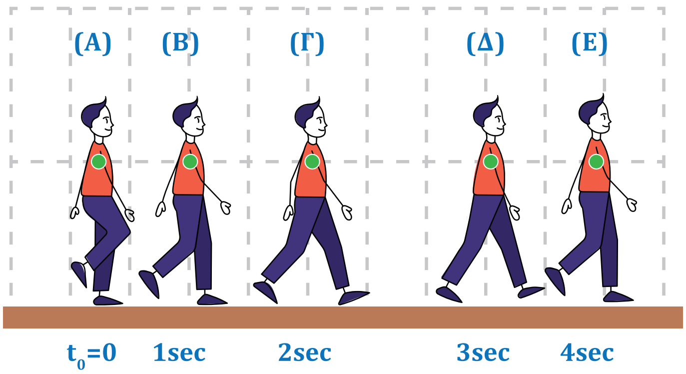
Χρονικές στιγμές είναι οι ενδείξεις του ρολογιού/χρονομέτρου και συνδέονται με τις θέσεις που βρίσκεται το κινητό.

- Όταν ξεκινάει η μελέτη της κίνησης, η αρχική χρονική στιγμή ονομάζεται $t_{αρχ}$.
- Όταν τελειώνει η μελέτη της κίνησης, η τελική χρονική στιγμή ονομάζεται $t_{τελ}$.
- Τη **χρονική διάρκεια** μελέτης της κίνησης θα τη βρούμε από τη σχέση: $\boxed{Δt = t_{τελ} - t_{αρχ}}$ (2.1.1)

Η χρονική διάρκεια μιας κίνησης ονομάζεται και «χρόνος».

Χρονικές στιγμές και ιχνηλάτιση της κίνησης (διάγραμμα κίνησης)

Για τη μελέτη μίας κίνησης είναι χρήσιμο να κάνουμε το διάγραμμα κίνησης το οποίο δείχνει διαδοχικά ίχνη του υλικού σημείου που απέχουν μεταξύ τους τον ίδιο χρόνο.



Εικόνα 2.1.8. Μετακίνηση του αγοριού από τη θέση (Α) στη θέση (Ε) με τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές (διάγραμμα κίνησης).

Στην εικόνα 2.1.8 φαίνονται οι θέσεις του υλικού σημείου ενός αγοριού ανά 1sec. Το αγόρι που ξεκινάει από τη θέση (Α), πηγαίνει στις θέσεις (Β), (Γ), (Δ) και τελικά φτάνει στη θέση (Ε). Ταυτόχρονα κάτω από τις αντίστοιχες θέσεις φαίνονται οι ενδείξεις του χρονομέτρου.

Θα υπολογίσουμε τη διάρκεια της κίνησης από τη σχέση (2.2.1): $\Delta t = t_{τελ} - t_{αρχ} = t_E - t_A = 4s - 0s = 4s$

Η χρονική στιγμή που το αγόρι ήταν στη θέση (Β) είναι 1s, η χρονική στιγμή που ήταν στη θέση (Δ) είναι 3s κ.λπ.

Η χρονική διάρκεια από τη θέση (Β) έως τη θέση (Δ) θα είναι: $\Delta t = t_Δ - t_B - 3s - 1s = 2s$.

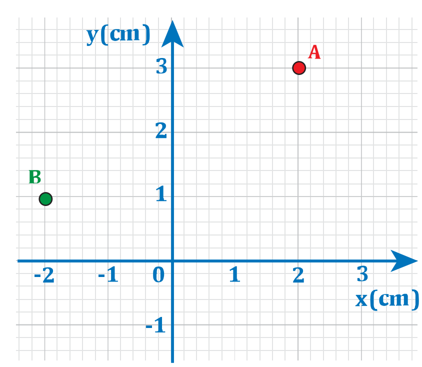
Ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων δύο διαστάσεων

Εάν η τροχιά της κίνησης γίνεται πάνω σε ένα επίπεδο ή σε ένα νοητό επίπεδο, τότε για να τη μελετήσουμε χρειάζεται ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων. Οι συντεταγμένες ενός υλικού σημείου στους άξονες x και y μας δείχνουν πού βρίσκεται το σημείο σε αυτό το σύστημα.

Στην εικόνα 2.1.9 το υλικό σημείο Α έχει συντεταγμένες (2cm, 3cm) και το Β έχει (-2cm, 1cm).

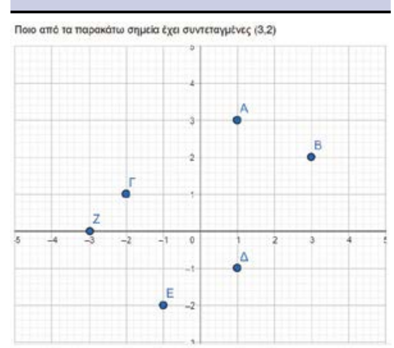
Οι άξονες x και y έχουν μονάδες μήκους οι οποίες δηλώνονται δίπλα στο όνομα του άξονα. Για παράδειγμα στην εικόνα 2.1.9 γράφουμε x(cm) ή μπορούμε να γράφουμε x(m) ή y(km) κ.λπ.

Το ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων αποτελεί ένα σύστημα αναφοράς για τη μελέτη κινήσεων στο επίπεδο.



Εικόνα 2.1.9. Υλικά σημεία Α και Β στο ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων.

Ψηφιακή δραστηριότητα:
Ορθογώνιο (Καρτεσιανό) σύστημα συντεταγμένων

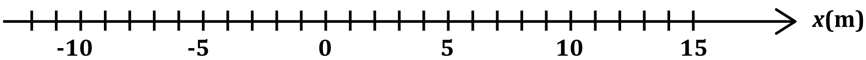


Το διάνυσμα θέσης υλικού σημείου

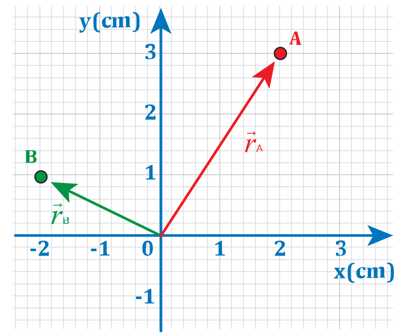
Η θέση ενός υλικού σημείου στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων μπορεί να προσδιοριστεί και με το διάνυσμα θέσης του. Στο υλικό σημείο Α αντιστοιχεί το διάνυσμα θέσης $\vec{r}_A$ το οποίο έχει αρχή την αρχή των αξόνων και τέλος το σημείο Α.

Παρομοίως στο υλικό σημείο Β αντιστοιχεί το διάνυσμα θέσης $\vec{r}_B$. Το διάνυσμα θέσης αναφέρεται σε μια χρονική στιγμή και μας δείχνει που είναι το υλικό σημείο τη δεδομένη χρονική στιγμή.

Εδώ θα ασχοληθούμε με **ευθύγραμμες κινήσεις**, δηλαδή κινήσεις σε μία διάσταση. Το διάνυσμα της θέσης μπορεί να έχει μόνο δύο φορές. Συνεπώς για τον καθορισμό της θέσης ενός υλικού σημείου χρειάζεται μόνο ένας άξονας και μία συντεταγμένη. Ο άξονας αυτός είναι μια ευθεία η οποία ταυτίζεται με τη διεύθυνση της κίνησης. Στην ευθεία αυτή προσαρμόζουμε μια κλίμακα αριθμών, θετικών και αρνητικών, όπου το μηδέν της κλίμακας θα είναι το σημείο αναφοράς. Οι αριθμοί κατά απόλυτη τιμή εκφράζουν την απόσταση από την αρχή μηδέν (εικόνα 2.1.11).



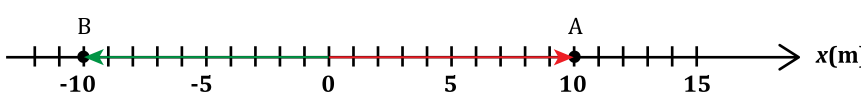
Εικόνα 2.1.11. Άξονας ως σύστημα αναφοράς σε μια διάσταση.



Εικόνα 2.1.10. Διανύσματα θέσης των υλικών σημείων A και B στο ορθογώνιο σύστημα.

Τοποθετήσαμε αυθαίρετα τις θετικές τιμές προς τα δεξιά του μηδενός και τις αρνητικές τιμές αριστερά του μηδενός. Θα μπορούσαμε να κάνουμε και το αντίθετο.

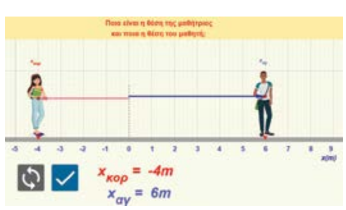
Στην εικόνα 2.1.12 φαίνεται ένα υλικό σημείο A το οποίο κάποια χρονική στιγμή βρίσκεται στο σημείο +10 της κλίμακας του άξονα. Λέμε τότε ότι η θέση του είναι x=+10m.



Εικόνα 2.1.12. Το διάνυσμα της θέσης υλικού σημείου σε μία διάσταση.

Ένα άλλο υλικό σημείο B που βρίσκεται 10m αριστερά από το μηδέν θα έχει θέση x=−10m. Όταν θα εκφράζουμε τη θέση ενός σώματος σε μια διάσταση, είναι αρκετό να δίνουμε το μέτρο της απόστασης από το μηδέν μαζί με το πρόσημο το οποίο πληροφορεί για το πού είναι το υλικό σημείο. Εδώ το πρόσημο + μας δείχνει ότι είναι δεξιά και το πρόσημο – ότι είναι αριστερά από το σημείο 0 του άξονα. Το θετικό πρόσημο + θα παραλείπεται από τώρα και στο εξής.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Θέση και διάνυσμα θέσης στον άξονα *x*



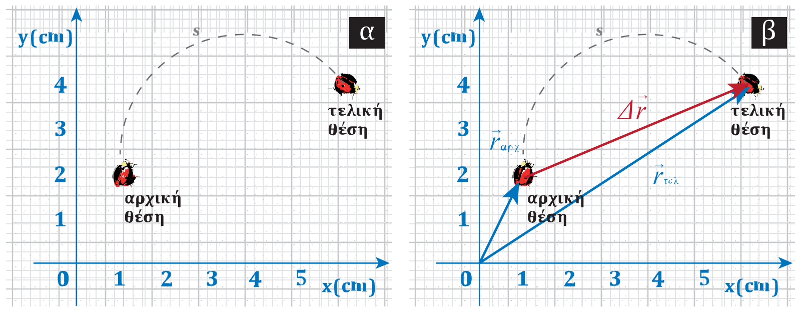
Παρουσιάζεται ένας μαθητής και μία μαθήτρια που κινούνται τυχαία από το πρόγραμμα πάνω σε έναν άξονα x. Ζητείται να βρείτε τις θέσεις τους. Επίσης εμφανίζονται τα διανύσματα θέσης τους.

Η μετατόπιση υλικού σημείου

Όταν κινείται ένα υλικό σημείο από μία αρχική θέση προς μία τελική θέση, ορίζουμε δύο σημαντικά φυσικά μεγέθη: τη μετατόπιση και το διάστημα. Η **μετατόπιση** είναι ένα διάνυσμα $\Delta\vec{r}$ που έχει αρχή την αρχική θέση του υλικού σημείου και τέλος την τελική του θέση. Αναφέρεται σε ορισμένη χρονική διάρκεια και μας δείχνει το προς τα πού και πόσο κινήθηκε στο υλικό σημείο σε αυτή τη χρονική διάρκεια.

Το **διάστημα *s*** είναι το μήκος της τροχιάς που διανύει το υλικό σημείο. Το διάστημα είναι μονόμετρο μέγεθος και αναφέρεται σε ορισμένη χρονική διάρκεια.

Στην εικόνα 2.1.13 βλέπουμε μία πασχαλίτσα που μετακινείται. Η **μετατόπιση** παριστάνεται με το διάνυσμα $\Delta\vec{r}$ και το **διάστημα *s*** παριστάνεται με μια διακεκομμένη γραμμή.



Εικόνα 2.1.13. Κίνηση πασχαλίτσας στο επίπεδο.

Το διάνυσμα $\Delta\vec{r}$ αν προστεθεί στο $\vec{r}_{αρχ}$ θα μας δώσει το $\vec{r}_{τελ}$:

$$\boxed{\vec{r}_{αρχ} + \Delta\vec{r} = \vec{r}_{τελ}} \quad (2.1.2)$$

ή

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}_{τελ} - \vec{r}_{αρχ}} \quad (2.1.3)$$

Εδώ θα ασχοληθούμε κυρίως με ευθύγραμμες κινήσεις, δηλαδή κινήσεις σε μία διάσταση, οπότε για τον καθορισμό της μετατόπισης ενός υλικού σημείου χρειάζεται μόνο ένας άξονας.

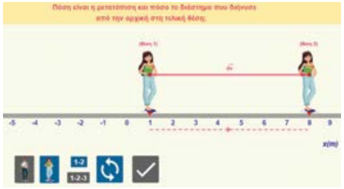
Στην εικόνα 2.1.14 φαίνεται ένα υλικό σημείο το οποίο κινείται ευθύγραμμα. Κάποια χρονική στιγμή t_A το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση x_A =10m και τη χρονική στιγμή t_B βρίσκεται στη θέση x_B= −5m

Εικόνα 2.1.14. Το διάνυσμα $\Delta\vec{x}$ της μετατόπισης υλικού σημείου σε μία διάσταση.

Η μετατόπιση του υλικού σημείου στη χρονική διάρκεια $\Delta t=t_B - t_A$ θα είναι: $\Delta x=x_B - x_A$ οπότε:

$\Delta x = -5\text{m} - 10\text{m} = -15\text{m}$. Σε μονοδιάστατες (ευθύγραμμες) κινήσεις με σταθερή φορά κίνησης το διάστημα s είναι ίσο με το μέτρο της μετατόπισης για την ίδια χρονική διάρκεια. Συνεπώς το διάστημα που διένυσε το υλικό σημείο στη χρονική διάρκεια $\Delta t=t_B - t_A$ θα είναι s=15m.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Μετατόπιση και διάστημα



Παρουσιάζεται ένας μαθητής ή μία μαθήτρια που από το πρόγραμμα εκτελούν τυχαίες μετακινήσεις στις θέσεις 1-2 ή 1-2-3. Ζητείται να υπολογιστούν η μετατόπιση και το διάστημα που έχουν διανύσει.

Η μέση και η στιγμιαία ταχύτητα

Α. Μέση αριθμητική ταχύτητα

Όταν μας ενδιαφέρει να ξέρουμε πόσο γρήγορα, κατά μέσο όρο, ένα υλικό σημείο διένυσε ένα διάστημα s, τότε χρησιμοποιούμε τη μέση αριθμητική ταχύτητα , που δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{\upsilon_\mu = \frac{s}{\Delta t}} \quad (2.1.4)$$

Η μέση αριθμητική ταχύτητα:

- Είναι μονόμετρο μέγεθος και δεν μας δίνει άλλη πληροφορία για την κίνηση.
- Η τροχιά μπορεί να είναι ευθεία ή καμπύλη, η κίνηση μπορεί να είναι απλή ή περίπλοκη.
- Για τον υπολογισμό της λαμβάνουμε υπόψη απλά το συνολικό διάστημα και την αντίστοιχη χρονική διάρκεια.
- Εξαρτάται από τη χρονική διάρκεια στην οποία αναφέρεται.

Β. Στιγμιαία αριθμητική ταχύτητα

Η στιγμιαία αριθμητική ταχύτητα υ αναφέρεται σε μια χρονική στιγμή της κίνησης ενός υλικού σημείου και προσεγγίζεται βρίσκοντας τη μέση αριθμητική ταχύτητα σε μία πολύ μικρή χρονική διάρκεια Δt γύρω από αυτή τη χρονική στιγμή.

$$\boxed{\upsilon = \frac{\Delta s}{\Delta t}} \quad \text{(για } \Delta t \text{ πολύ μικρό – 2.1.5)}$$

Όπου Δs το πολύ μικρό διάστημα που διένυσε το υλικό σημείο στην πολύ μικρή χρονική διάρκεια Δt με κέντρο τη χρονική στιγμή στην οποία αναφέρεται η στιγμιαία ταχύτητα.

Το ταχύμετρο ενός αυτοκινήτου δείχνει σε κάθε στιγμή το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας. Κάθε φορά που κοιτάμε το ταχύμετρο του αυτοκινήτου διαβάζουμε το μέτρο της στιγμιαίας αριθμητικής ταχύτητας.

Μονάδα ταχύτητας στο S.I.

Η μονάδα της μετατόπισης ή του διαστήματος στο S.I. είναι το 1m. Η μονάδα του χρόνου στο S.I. είναι το 1s. Από όλες τις σχέσεις των ταχυτήτων, προκύπτει ότι η μονάδα οποιασδήποτε ταχύτητας είναι το 1m/s.

Άλλες μονάδες ταχύτητας

Επίσης χρησιμοποιούμε τις μονάδες 1km/h, 1km/min, 1cm/s, κ.λπ.

Βίντεο: Υπολογισμός στιγμιαίας ταχύτητας με τη φωτοπύλη

Το βίντεο δείχνει πως μία φωτοπύλη του σχολικού εργαστηρίου (σε λειτουργία F1) μπορεί να μετρήσει τη στιγμιαία ταχύτητα ενός σώματος, που πάνω του έχει προσαρμοστεί ένα μη διαφανές πλαίσιο.

Γ. Στιγμιαία διανυσματική ταχύτητα

Αν σε μία ευθύγραμμη κίνηση χρησιμοποιήσουμε τον άξονα x, τότε η στιγμιαία αριθμητική ταχύτητα του σώματος εκφράζει και τη στιγμιαία διανυσματική ταχύτητα αν βάλουμε το αντίστοιχο **πρόσημο**, που δηλώνει τη φορά της κίνησής του πάνω στον άξονα x.

Τότε:

$$\boxed{\vec{\upsilon} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}} \quad \text{(για } \Delta t \text{ πολύ μικρό - 2.1.6)}$$

όπου Δx η πολύ μικρή μετατόπιση του υλικού σημείου στην πολύ μικρή χρονική διάρκεια Δt με κέντρο τη χρονική στιγμή στην οποία αναφέρεται η στιγμιαία διανυσματική ταχύτητα.

Σημείωση: Ορίζεται και η μέση διανυσματική ταχύτητα, η οποία σε μία ευθύγραμμη κίνηση δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{\upsilon}_{μέση\_διανυσματική} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Η στιγμιαία διανυσματική ταχύτητα προκύπτει από τη μέση διανυσματική ταχύτητα, όταν η χρονική διάρκεια Δt γίνεται πολύ μικρή.

Μέση και στιγμιαία επιτάχυνση

Εάν τη χρονική στιγμή $t_{αρχ}$ η ταχύτητα είναι $υ_{αρχ}$ και σε μια επόμενη χρονική στιγμή $t_{τελ}$ η ταχύτητα είναι $υ_{τελ}$, τότε **η μεταβολή της ταχύτητας $Δυ$** είναι το διάνυσμα που αν το προσθέσουμε στο $υ_{αρχ}$ θα πάρουμε το $υ_{τελ}$:

$$\boxed{\vec{υ}_{αρχ} + Δ\vec{υ} = \vec{υ}_{τελ}} \quad (2.1.8)$$

ή

$$\boxed{Δ\vec{υ} = \vec{υ}_{τελ} - \vec{υ}_{αρχ}} \quad (2.1.9)$$

Η χρονική διάρκεια αυτής της μεταβολής είναι: $Δt = t_{τελ} - t_{αρχ}$

Η μέση επιτάχυνση ορίζεται από τη σχέση: $\boxed{\vec{α}_μ = \frac{Δ\vec{υ}}{Δt}}$ (2.1.10)

Η μέση επιτάχυνση $\vec{α}_μ$:
- Είναι διανυσματικό μέγεθος.
- Αναφέρεται σε μια χρονική διάρκεια.
- Έχει την κατεύθυνση του διανύσματος $Δ\vec{υ}$.
- Μας πληροφορεί για το πόσο γρήγορα μεταβλήθηκε η ταχύτητα κατά μέσο όρο.
- Δεν μας πληροφορεί για τον ακριβή τρόπο που μεταβάλλεται η ταχύτητα σε κάθε χρονική στιγμή κατά τη χρονική διάρκεια $Δt$.

Σημείωση: Αυστηρότερα η στιγμιαία επιτάχυνση ορίζεται ως το όριο της μέσης επιτάχυνσης καθώς η χρονική διάρκεια $Δt$ γίνεται πολύ μικρή.
Μπορούμε να γράψουμε:

$$\boxed{\vec{α} = \frac{Δ\vec{υ}}{Δt},\ Δt \to 0} \quad (2.1.13)$$

Έχει τιμή που δίνεται από τη σχέση:

$$\boxed{α_μ = \frac{Δυ}{Δt}} \quad (2.1.11)$$

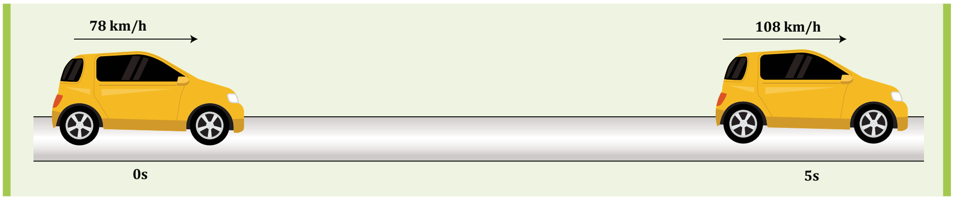
Μονάδα μέτρησης της επιτάχυνσης στο S.I. είναι το $1 m/s^2$.

Η στιγμιαία επιτάχυνση αναφέρεται σε μια χρονική στιγμή της κίνησης ενός υλικού σημείου και προσεγγίζεται βρίσκοντας τη μέση επιτάχυνση σε μια πολύ μικρή χρονική διάρκεια $Δt$ γύρω από αυτή τη χρονική στιγμή.

$$\boxed{\vec{α} = \frac{Δ\vec{υ}}{Δt}} \quad (2.1.12)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: Υπολογισμός μέσης επιτάχυνσης

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα 72km/h και αποκτά ταχύτητα 108km/h σε χρόνο 5s. Πόση είναι η μέση επιτάχυνσή του;



ΛΥΣΗ

Η αρχική και η τελική ταχύτητα του αυτοκινήτου, σε m/s είναι:

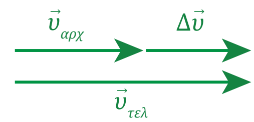
$$υ_{αρχ} = 72\frac{km}{h} = 72\frac{1000m}{3600s} = 72 \cdot \frac{1}{3{,}6}\frac{m}{s} = 20m/s \quad \text{και} \quad υ_{τελ} = 108\frac{km}{h} = 108\frac{1000m}{3600s} = 108 \cdot \frac{1}{3{,}6}\frac{m}{s} = 30m/s$$

Τα διανύσματα των ταχυτήτων $\vec{υ}_{αρχ}$, $\vec{υ}_{τελ}$ έχουν την ίδια κατεύθυνση. Το διάνυσμα $Δ\vec{υ}$ είναι το διάνυσμα που αν προσθέσουμε στο $\vec{υ}_{αρχ}$ θα πάρουμε το $\vec{υ}_{τελ}$ και έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά.

Επειδή όλα τα διανύσματα έχουν την ίδια κατεύθυνση θα ισχύει: $\upsilon_{\alpha\rho\chi} + \Delta\upsilon = \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}$ οπότε με αντικατάσταση των τιμών θα έχουμε:

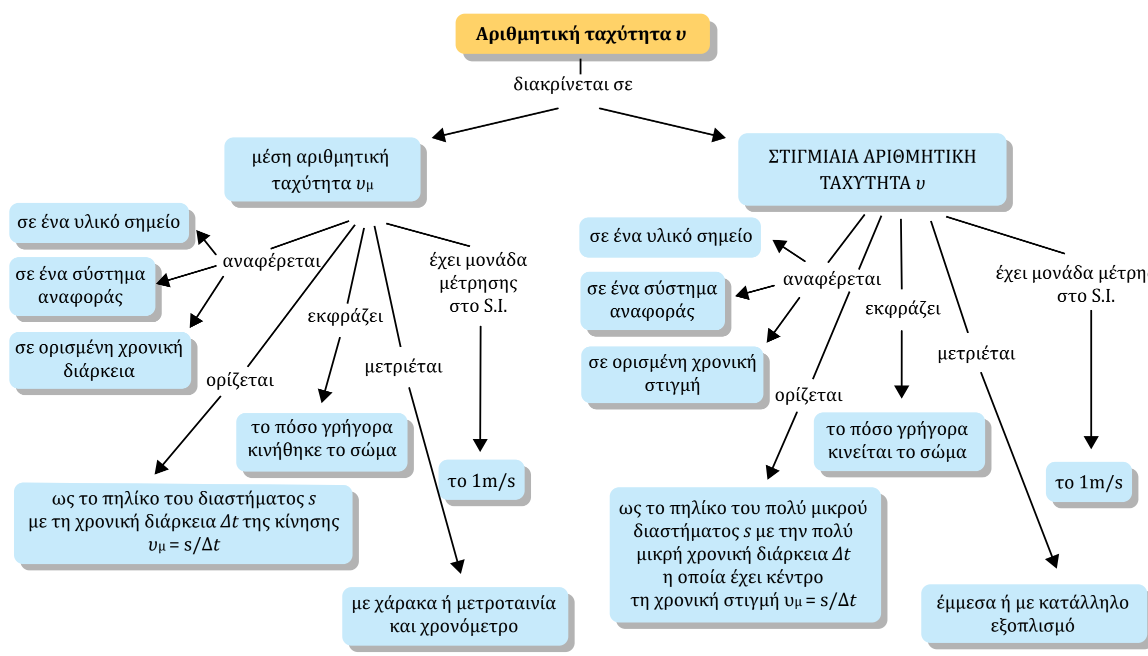
$$20\,\frac{m}{s} + \Delta\upsilon = 30\,\frac{m}{s} \quad \text{δηλαδή} \quad \Delta\upsilon = 30\,\frac{m}{s} - 20\,\frac{m}{s} \quad \text{και} \quad \Delta\upsilon = 10\,\frac{m}{s}$$

Η μέση επιτάχυνση θα είναι: $\alpha_\mu = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{10\,\frac{m}{s}}{5s} = 2\,\dfrac{m}{s^2}$

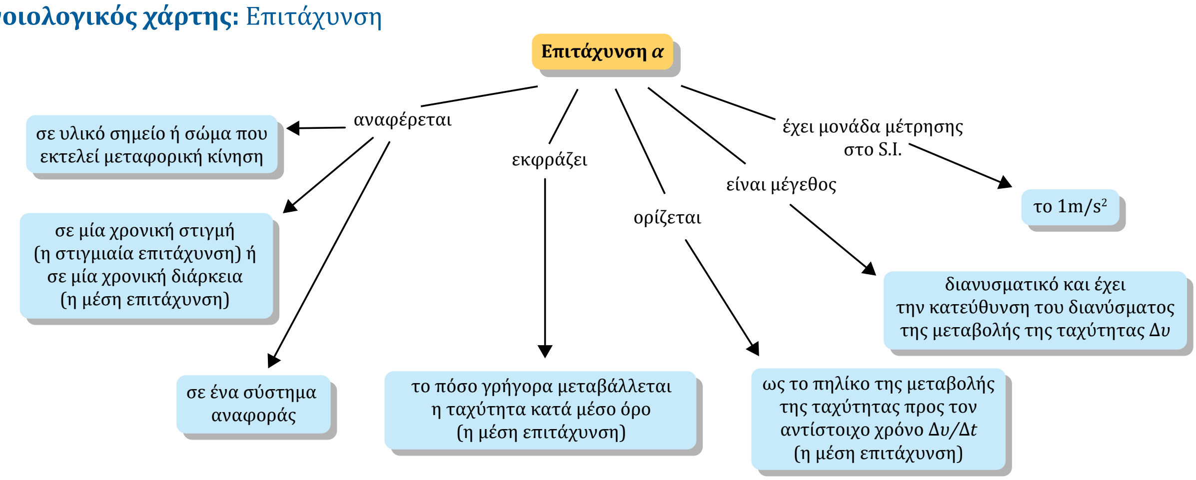


Δηλαδή η ταχύτητα στο χρονικό διάστημα $\Delta t = 5s$ κατά μέσο όρο αυξάνεται κατά 2m/s κάθε ένα δευτερόλεπτο. Η κατεύθυνση του διανύσματος $\vec{\alpha}_\mu$ θα είναι η κατεύθυνση του $\Delta\vec{\upsilon}$, δηλαδή προς τα δεξιά.

Εννοιολογικός χάρτης: Μέση και στιγμιαία αριθμητική ταχύτητα



Εννοιολογικός χάρτης: Επιτάχυνση



ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.1.1: Μέση διανυσματική και μέση αριθμητική ταχύτητα

Ένας άνθρωπος τρέχει από την αρχή του συστήματος αναφοράς ($x = 0$) απευθείας στη θέση $x = 40$ m και αμέσως αντιστρέφει τη φορά κίνησης τρέχοντας πίσω στη θέση $x = 30$ m, όπου σταματά. Η συνολική χρονική διάρκεια της κίνησής του είναι 15s.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕ

Α. Τη μετατόπιση και το διάστημα που διένυσε ο άνθρωπος στη χρονική διάρκεια των 15s.

Β. Τη μέση αριθμητική ταχύτητα κατά τη διάρκεια των 15s.

Υποθέστε ότι ο άνθρωπος δεν σταματά και συνεχίζει να τρέχει μέχρι τη θέση $x = -10$m στην οποία φτάνει τη χρονική στιγμή $t = 45$s.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕ

Γ. Τη μετατόπιση και το διάστημα που διένυσε ο άνθρωπος στη χρονική διάρκεια των 45s.

Δ. Τη μέση αριθμητική ταχύτητα κατά τη διάρκεια των 45s.

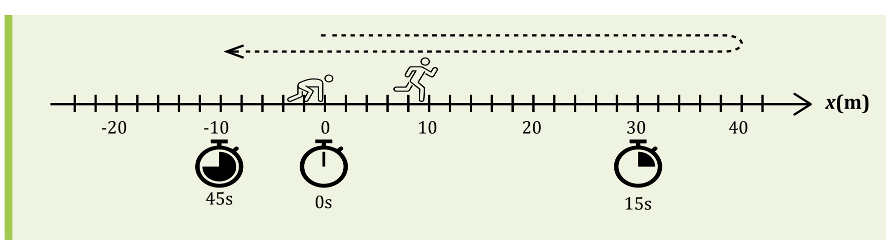
ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

- Σχεδιάζουμε ένα διάγραμμα της κίνησης όπου φαίνονται οι θέσεις και οι αντίστοιχες χρονικές στιγμές. Με διακεκομμένη γραμμή παριστάνεται η πορεία που ακολούθησε ο άνθρωπος.
- Καταγράφουμε τα δεδομένα και τα ζητούμενα και υπολογίζουμε κάθε φορά τη μετατόπιση και το διάστημα που αντιστοιχεί στη δεδομένη χρονική διάρκεια.
- Αντικαθιστούμε στη σχέση 2.1.4 και υπολογίζουμε τη μέση αριθμητική ταχύτητα.

Δεδομένα:			**Ζητούμενα:**
$x_{αρχ} = 0$ $t_{αρχ} = 0$	$x_{τελ} = 30$m $Δt = 15$s	$x'_{τελ} = -10$m $Δt' = 45$s	Μετατόπιση $Δx$, διάστημα s, Μέση αριθμητική ταχύτητα $υ_μ$.

ΛΥΣΗ

Α. Η μετατόπιση του ανθρώπου στη χρονική διάρκεια των 15s: $Δx = x_{τελ} - x_{αρχ} = 30 - 0 = 30$m. Το διάστημα που διανύει ο άνθρωπος στη χρονική διάρκεια των 15s είναι: s = 40 + 10 = 50m



Β. Μέση αριθμητική ταχύτητα κατά τη διάρκεια των 15s: $υ_μ = \dfrac{s}{Δt} = \dfrac{50}{15} = 3{,}33$m/s

Γ. Η μετατόπιση του ανθρώπου στη χρονική διάρκεια των 45s: $Δx' = x_{τελ'} - x_{αρχ} = -10 - 0 = -10$m. Το διάστημα που διανύει ο άνθρωπος στη χρονική διάρκεια των 45s' είναι: s'= 40+(40+10) = 90m

Δ. Μέση αριθμητική ταχύτητα κατά τη διάρκεια των 45s: $υ_μ = \dfrac{s}{Δt'} = \dfrac{90}{45} = 2$m/s

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.1.2: Υπολογισμός μετατόπισης, διαστήματος και μέσης ταχύτητας

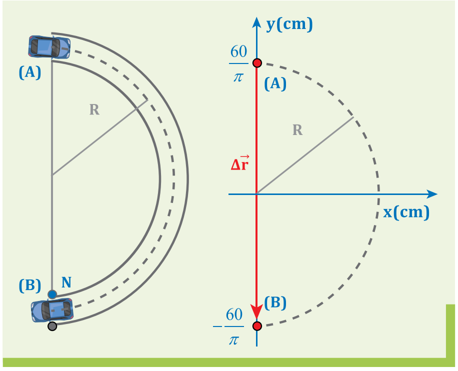
Ένα αυτοκίνητο κινείται κατά μήκος ενός ημικυκλίου ακτίνας $R = \dfrac{60}{π}$ m σε χρόνο ίσο με 5s

Α. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του αυτοκινήτου από τη θέση (Α) στη θέση (Β) και το διάστημα s που διένυσε.

Β. Να υπολογίσετε τη μέση αριθμητική ταχύτητά του.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

• Θα σχεδιάσουμε την κίνηση του υλικού σημείου του αυτοκινήτου σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων.
• Με τη γεωμετρία θα υπολογίσουμε το μήκος της τροχιάς και το μήκος του διανύσματος της μετατόπισης $\Delta\vec{r}$.
• Θα βρούμε τη μέση αριθμητική ταχύτητα, από τη σχέση: $\upsilon_\mu = \frac{s}{\Delta t}$



ΛΥΣΗ

Α. Η κίνηση του υλικού σημείου του αυτοκινήτου, σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων φαίνεται στην εικόνα, όπου σχεδιάσαμε και το διάνυσμα $\Delta\vec{r}$.

Το μέτρο της μετατόπισης $\Delta\vec{r}$ είναι το μήκος του διανύσματος: $\Delta r = 2 \cdot R = 2 \cdot \frac{60\text{m}}{\pi} = \frac{120}{\pi}\text{m}$

Το διάνυσμα είναι πάνω στον άξονα y και έχει κατεύθυνση προς τα αρνητικά.

Το διάστημα s είναι το μήκος του ημικυκλίου: $s = \pi R = \pi \cdot \frac{60\text{m}}{\pi} = 60\text{m}$

Β. Η μέση αριθμητική ταχύτητα είναι: $\upsilon_\mu = \frac{s}{\Delta t} = \frac{60\text{m}}{5s} = 12\text{m/s}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

2.1.1. Αφήνουμε μία πέτρα να πέσει από κάποιο ύψος. Ποια θα είναι η τροχιά της; Αν την ίδια πέτρα την πετάξουμε οριζόντια, ποια θα είναι τότε η τροχιά της; Σχεδιάστε στο τετράδιό σας τις τροχιές.

2.1.2. **Α.** Στο άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου που το πάνω άκρο του είναι στερεωμένο, προσαρμόζουμε μία μάζα m. Τραβάμε τη μάζα προς τα κάτω και την αφήνουμε ελεύθερη. Ποια θα είναι η τροχιά της μέχρι να φτάσει στην κατώτατη θέση;
Β. Αν την ίδια μάζα τη δέσουμε σε ένα κατακόρυφο νήμα, μετακινήσουμε τη μάζα έως ότου το νήμα να γίνει οριζόντιο και αφήσουμε τη μάζα, ποια θα είναι η τροχιά της;

2.1.3. Τα παιδιά στο τρενάκι του λούνα παρκ έχουν τροχιά:

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Α. ευθύγραμμη
Β. καμπυλόγραμμη
Γ. κυκλική

2.1.4. Ένας μαθητής έδεσε μία πέτρα σε ένα σχοινί και την έθεσε σε περιστροφή. Αν η ακτίνα περιστροφής ήταν 1m, τότε για μία περιστροφή η πέτρα έχει διάστημα και μέτρο μετατόπισης αντίστοιχα ίσα με:
Α. 1 m, 1 m
Β. 2π m, 2π m
Γ. 2π m, 0
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

2.1.5. Ένας μαθητής κινείται κατά μήκος ενός άξονα x, από τη θέση $x_1 = +5\text{m}$, στη θέση $x_2 = +12\text{m}$ και επιστρέφει στη θέση $x_3 = -2\text{m}$. Η μετατόπιση και το διάστημα του μαθητή είναι:
Α. −7m, 21m
Β. −7m, 7m
Γ. −7m, 21m
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

2.1.6. Ένας δρομέας τρέχει τα 200m σε χρόνο 20sec. Πόση είναι η μέση αριθμητική ταχύτητά του;

2.1.7. Ένα αυτοκίνητο κινείται στον δρόμο και το κοντέρ δείχνει 90km/h. Πόση είναι η ταχύτητά του σε m/s;

2.1.8. Ένα αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή t κινείται με ταχύτητα υ και τη χρονική στιγμή $t{+}\Delta t$ κινείται με ταχύτητα 3υ προς την ίδια κατεύθυνση. Το μέτρο της μέσης επιτάχυνσης του αυτοκινήτου είναι:

Α. $\dfrac{2\upsilon}{\Delta t}$ **Β.** $\dfrac{3\upsilon}{t+\Delta t}$ **Γ.** $\dfrac{2\upsilon}{t}$

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση και αιτιολογήστε την.

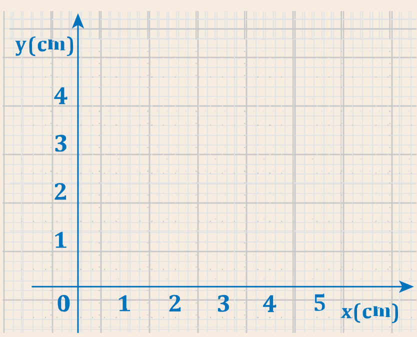
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.1.1. Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων που δίνεται:

Α. Να σχεδιάσετε ένα υλικό σημείο Σ που βρίσκεται στη θέση (1cm, 4cm) και μετακινείται στη θέση (5cm, 1cm).

Β. Να σχεδιάσετε τα διανύσματα θέσης που έχει το Σ στην αρχική και στην τελική του θέση και το διάνυσμα της μετατόπισής του.

Γ. Υπολογίστε το μέτρο της μετατόπισης του Σ.



2.1.2. Ένα μυρμήγκι κινείται πάνω σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων. Ξεκινάει από τη θέση (1) με $x_1 = +7$cm και $y_1 = +5$cm, πηγαίνει ευθύγραμμα στη θέση (2) με $x_2 = -3$cm και $y_2 = +5$cm και τέλος κινούμενο πάλι ευθύγραμμα, φτάνει στη θέση (3) με $x_3 = -3$cm και $y_3 = 0$. Να βρείτε:

Α. Το συνολικό διάστημα που διένυσε το μυρμήγκι σε αυτή την κίνησή του.

Β. Τη μετατόπιση του μυρμηγκιού για τη μετακίνηση από τη θέση (1) στη θέση (3).

2.1.3. Ένα υλικό σημείο ξεκινάει από τη θέση (−4m, −2m), κινείται παράλληλα στον άξονα x κατά $\Delta x = +6$m και μετά κινείται παράλληλα προς τον άξονα y κατά $\Delta y = +6$m.

Α. Σε ένα ορθογώνιο σύστημα να σχεδιάσετε τις θέσεις του υλικού σημείου.

Β. Να υπολογίσετε το μέτρο της μετατόπισής του από την αρχική του θέση.

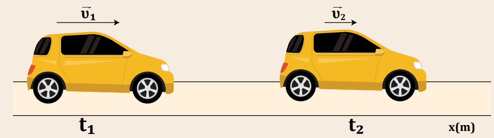
Γ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διένυσε το υλικό σημείο.

2.1.4. Μια μπάλα ρίχνεται από το έδαφος προς τα πάνω και αφού φτάσει σε ύψος h = 10m, επανέρχεται στο έδαφος. Εάν ο ολικός χρόνος της κίνησης είναι $t = 2{,}8$s, να υπολογίσετε:

Α. Τη μετατόπιση και το διάστημα της πέτρας.

Β. Τη μέση αριθμητική ταχύτητα και τη μέση διανυσματική ταχύτητα της πέτρας.

2.1.5. Ένα αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή t_1=40s έχει ταχύτητα υ_1=15m/s, ενώ τη χρονική στιγμή t_2=50s έχει ταχύτητα υ_2=5m/s. Να υπολογίσετε:



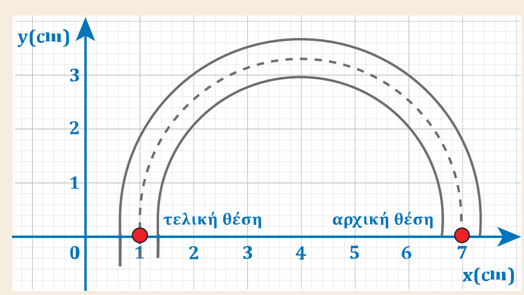
Α. Τη μεταβολή της ταχύτητας του αυτοκινήτου από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2.

Β. Τη μέση επιτάχυνση του αυτοκινήτου σε αυτή τη μετακίνηση.

2.1.6. Ένα αυτοκίνητο στο πλαίσιο δοκιμής των επιδόσεών του ξεκινάει να κινείται ευθύγραμμα και σε 10sec αποκτά ταχύτητα 108km/h. Πόση είναι η μέση επιτάχυνσή του;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2.1.1. Στην εικόνα βλέπουμε το υλικό σημείο ενός αυτοκινήτου που ξεκινάει από την αρχική θέση και φτάνει στην τελική θέση και την τροχιά που διαγράφει.



Α. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο και το μέτρο της μετατόπισής του.

Β. Εάν το αυτοκίνητο χρειάζεται 3s για αυτή τη μετακίνηση, να υπολογίσετε τη μέση αριθμητική του ταχύτητα.

Κινηματικά φυσικά μεγέθη

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Κινηματικά φυσικά μεγέθη

2.2 Μελέτη του υλικού σημείου χωρίς την επίδραση δυνάμεων (το ελεύθερο υλικό σημείο)

Περιεχόμενα

- Αδράνεια
- Πρώτος νόμος του Νεύτωνα
- Ισορροπία υλικού σημείου
- Ισορροπία άκαμπτου σώματος

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Ελεύθερο υλικό σημείο
- Προσθετική ιδιότητα ροπής

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. αναγνωρίζετε ότι η αδράνεια δεν είναι δύναμη αλλά η ιδιότητα που έχει ένα σώμα να αντιστέκεται στην αλλαγή της ταχύτητάς του.
2. αναγνωρίζετε τη μάζα ως μέτρο της αδράνειας ενός σώματος (αδρανειακή μάζα).
3. διατυπώνετε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα και να τον εφαρμόζετε σε διάφορες περιπτώσεις.
4. διατυπώνετε και να εφαρμόζετε τις συνθήκες ισορροπίας ενός υλικού σημείου.
5. σχεδιάζετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα που ισορροπεί.
6. αναπτύσσετε την άποψη ότι δεν απαιτείται δύναμη για την κίνηση ενός υλικού σημείου με σταθερή ταχύτητα.
7. επεκτείνετε τη συνθήκη ισορροπίας με τη συμπερίληψη μηδενισμού της συνισταμένης ροπής στην περίπτωση του άκαμπτου σώματος.

Αδράνεια

Το χόκεϊ αέρα (εικ. 2.2.1) είναι ένα παιχνίδι το οποίο παίζεται σε οριζόντιο τραπέζι και υπάρχει συνήθως σε παιδότοπους ή σε λούνα παρκ. Πάνω στην επιφάνεια του τραπεζιού κινούνται μικροί δίσκοι καθώς και μία λαβή, με τη βοήθεια της οποίας οι παίκτες χτυπούν τους δίσκους εκτοξεύοντάς τους. Πριν ρίξουμε το κέρμα για να ξεκινήσει το παιχνίδι, αν χτυπήσουμε με τη λαβή έναν δίσκο θα παρατηρήσουμε ότι γρήγορα αυτός σταματά χωρίς να είναι εμφανής η επίδραση κάποιας εξωτερικής δύναμης. Αυτό θα μπορούσε να μας οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι χρειάζεται να σπρώχνουμε συνεχώς τον δίσκο, αν θέλουμε να κινείται. Όταν όμως ρίξουμε το κέρμα, η επιφάνεια του τραπεζιού καλύπτεται από ένα στρώμα αέρα και γίνεται λεία. Παρατηρούμε ότι αν ένας δίσκος είναι ακίνητος, παραμένει ακίνητος και αν τον χτυπήσουμε με τη λαβή δεν σταματά παρά μόνο όταν συναντήσει ένα εμπόδιο. Δηλαδή, η ταχύτητά του δεν αλλάζει χωρίς την επίδραση εξωτερικής συνισταμένης δύναμης.

Εικόνα 2.2.1. Χόκεϊ αέρα. Η συνισταμένη δύναμη που δέχονται οι δίσκοι πριν και μετά το χτύπημα με τη λαβή είναι μηδέν, αφού η κάθετη δύναμη από το τραπέζι και το βάρος έχουν συνισταμένη μηδέν.

Το συμπέρασμα από τις παραπάνω παρατηρήσεις είναι ότι:

Υπάρχει μια εγγενής ιδιότητα των σωμάτων να κινούνται χωρίς να χρειάζεται κάποια δύναμη γι' αυτό και να παραμένουν ακίνητα αν δεν δέχονται κάποια συνισταμένη δύναμη. Η εγγενής αυτή ιδιότητα της ύλης καλείται **αδράνεια**.

Όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα ενός σώματος τόσο μεγαλύτερη είναι και η αδράνειά του.

Η μάζα αποτελεί μέτρο της αδράνειας ενός σώματος (αδρανειακή μάζα).

Πρώτος νόμος του Νεύτωνα

Ένα σώμα το οποίο θεωρούμε ως υλικό σημείο και το οποίο δεν δέχεται δυνάμεις, ή αν δέχεται η συνισταμένη τους είναι μηδέν, θα το λέμε **ελεύθερο υλικό σημείο**.

Ο **Αριστοτέλης** πίστευε ότι ένα αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα μόνο όταν του ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη. Η άποψη αυτή διατηρήθηκε μέχρι την Αναγέννηση, όταν επιστήμονες όπως ο **Γαλιλαίος**, άρχισαν να πειραματίζονται επαληθεύοντας ότι ένα αντικείμενο διατηρεί σταθερή ταχύτητα όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε αυτό είναι μηδέν.

Μέσω πειραμάτων και παρατηρήσεων, ο **Νεύτωνας** συνέλαβε την ιδέα της αδράνειας και διατύπωσε τον πρώτο νόμο της κίνησης.

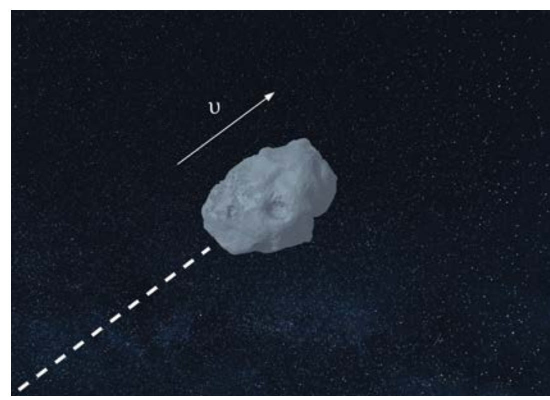
Ο **πρώτος νόμος της κίνησης του Νεύτωνα** (ονομάζεται επίσης νόμος της αδράνειας):

- Αναφέρεται στο ελεύθερο υλικό σημείο.
- Δηλώνει ότι αν αυτό κινείται, θα κινείται με σταθερή ταχύτητα, ενώ αν είναι ακίνητο θα παραμένει ακίνητο.
- Αντίστροφα αν ένα υλικό σημείο κινείται με σταθερή ταχύτητα ή είναι ακίνητο και παραμένει ακίνητο, τότε είναι ελεύθερο (δηλαδή η συνισταμένη δύναμη που δέχεται είναι μηδέν).

Συνεπώς, σε ένα ελεύθερο υλικό σημείο και σύμφωνα με τον πρώτο νόμο της κίνησης του Νεύτωνα, η αδράνεια εκδηλώνεται ως η τάση του να συνεχίζει να κινείται και μάλιστα με σταθερή ταχύτητα ή να παραμένει ακίνητο.

Ως ελεύθερο υλικό σημείο μπορεί να θεωρηθεί: Ένα σώμα που έχει εκσφενδονιστεί με ταχύτητα υ στο διάστημα, μακριά από άλλες μάζες. Αυτό θα κινείται πάντα με την ίδια ταχύτητα υ.

Ο Ισαάκ Νεύτων διατύπωσε τον πρώτο νόμο, γνωστό και ως νόμο της αδράνειας, στο έργο του *Μαθηματική Αρχή της Φυσικής Φιλοσοφίας* (Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica), που δημοσιεύτηκε το 1687. Η διατύπωση του νόμου από τον Νεύτωνα είναι η εξής:
«Κάθε αντικείμενο παραμένει στην κατάσταση ηρεμίας ή στην ομαλή κίνησή του σε ευθεία γραμμή, εκτός εάν αναγκαστεί να αλλάξει αυτή την κατάσταση από δυνάμεις που του ασκούνται.»
Αυτός ο νόμος αποτελεί ένα από τα θεμέλια της κλασικής μηχανικής και συμβάλλει στην κατανόηση της φυσικής κίνησης αντικειμένων.



Εικόνα 2.2.2. Σώμα που έχει εκσφενδονιστεί με ταχύτητα υ στο διάστημα.

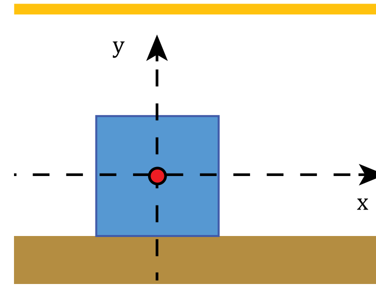
Ψηφιακή δραστηριότητα: Κίνηση ενός σώματος με ή χωρίς βαρύτητα

Παρουσιάζεται ένα σώμα που δέχεται μία ώθηση και μπορεί να κινείται σε χώρο με ή χωρίς βαρύτητα. Όταν κινείται σε χώρο χωρίς βαρύτητα, είναι ένα ελεύθερο υλικό σημείο.

Σύστημα αξόνων xOy

Για τον σχεδιασμό των δυνάμεων σε ένα υλικό σημείο/σώμα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy.

Προτείνεται να έχει τα εξής χαρακτηριστικά:
- να έχει αρχή, την αρχική θέση του υλικού σημείου/σώματος,
- αν το σώμα βρίσκεται πάνω σε ένα επίπεδο, ο άξονας x να είναι παράλληλος σε αυτό το επίπεδο,
- αν το σώμα κινείται πάνω στο επίπεδο, η φορά του άξονα x να ταυτίζεται με τη φορά κίνησής του.



Εικόνα 2.2.3. Εφαρμογή του συστήματος αξόνων σε ένα υλικό σημείο/σώμα.

Εφαρμογές του 1ου νόμου του Νεύτωνα

Α. Το σώμα είναι ακίνητο

Όταν ένα σώμα είναι και παραμένει ακίνητο, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του είναι ίση με το μηδέν: $\Sigma\vec{F} = 0$ (2.2.1.)

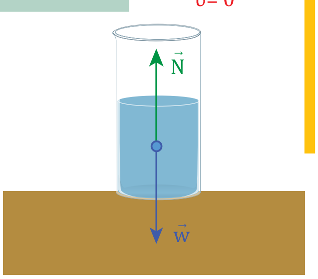
Στο ποτήρι της εικόνας 2.2.4 οι δυνάμεις βρίσκονται πάνω στον άξονα y και αντί για $\Sigma\vec{F} = 0$ μπορούμε να γράψουμε: $\Sigma F_y = 0$.

Παράδειγμα 1

Θα μελετήσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο ποτήρι με το νερό, της εικόνας 2.2.4. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, αφού το ποτήρι είναι ακίνητο, θα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο ποτήρι είναι το βάρος w και η κάθετη δύναμη στήριξης N.

Άξονας y

Αφού $\upsilon = 0$, η συνισταμένη $\Sigma F_y = 0$ η οποία γράφεται: $N - w = 0$ ή $N = w$. Εάν το βάρος του είναι $w = 3\text{N}$, τότε και η κάθετη δύναμη στήριξης θα είναι επίσης $N = 3\text{N}$.



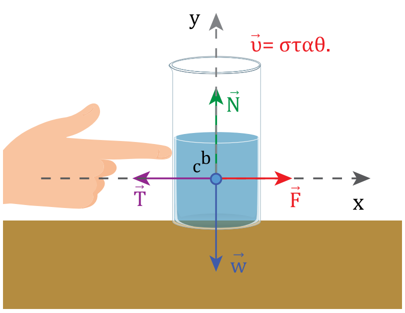
Εικόνα 2.2.4. Το ποτήρι με το νερό είναι ακίνητο πάνω σε μία οριζόντια επιφάνεια.

Β. Το σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα

Όταν ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα υ, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του είναι ίση με το μηδέν.
Όταν υ = σταθερό ισχύει $\Sigma\vec{F} = 0$ (2)

Παράδειγμα 2

Στην εικόνα 2.2.5, σπρώχνουμε το ποτήρι του παραδείγματος 1, με μία κατάλληλη δύναμη F, ώστε να κινείται με σταθερή ταχύτητα. Προς την αντίθετη κατεύθυνση ασκείται η **τριβή ολίσθησης** T.
Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα x θα πρέπει να είναι μηδέν.
Το ποτήρι κινείται με σταθερή ταχύτητα στον άξονα x ενώ στον άξονα y είναι ακίνητο. Θα ισχύει:
Άξονας x: υ = σταθερό ή $\Sigma F_x = 0$ ή $F - T = 0$ ή $F = T$
Άξονας y: $\Sigma F_y = 0$ ή $N - w = 0$ ή $N = w$
Εάν η δύναμη είναι $F = 2\text{N}$ και το βάρος $w = 3\text{N}$, τότε από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει ότι η τριβή και η δύναμη στήριξης θα είναι αντίστοιχα $T = 2\text{N}$ και $N = 3\text{N}$.
Αν θέλουμε να συνοψίσουμε τα προηγούμενα, θα πούμε ότι:



Εικόνα 2.2.5. Το ποτήρι κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε μη λεία επιφάνεια.

Για να κινηθεί ένα σώμα που βρίσκεται πάνω σε μία συνηθισμένη επιφάνεια με σταθερή ταχύτητα, θα πρέπει να του ασκηθεί μία **κατάλληλη δύναμη *F*.**

Όταν ένα σώμα είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του είναι ίση με το μηδέν.

Ισχύει και η αντίστροφη διατύπωση με την οποία συνήθως διατυπώνεται ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα:

Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι ίση με το μηδέν, τότε αν αυτό είναι ακίνητο θα παραμείνει ακίνητο και αν κινείται με μία ταχύτητα θα συνεχίσει να κινείται με την ίδια ταχύτητα.

Αν $\vec{\upsilon} = 0$ ή $\vec{\upsilon}$ = σταθερό τότε $\Sigma\vec{F} = 0$ (2.2.3.) Αν $\Sigma\vec{F} = 0$ τότε $\vec{\upsilon} = 0$ ή $\vec{\upsilon}$ = σταθερό (2.2.4.)

Δραστηριότητα 2.2.1. Εφαρμογή του πρώτου νόμου του Νεύτωνα

Σε ένα οριζόντιο επίπεδο, σπρώξε ένα αντικείμενο. Γιατί αυτό θα σταματήσει μετά από μερικά εκατοστά;

....

....

Εάν καθαρίσεις το επίπεδο και την επιφάνεια επαφής του αντικειμένου και του δώσεις ξανά την ίδια ταχύτητα, τι θα συμβεί;

....

....

Έστω ότι δεν υπάρχει τριβή μεταξύ του επιπέδου και του αντικειμένου και δεν υπάρχει περιορισμός στις διαστάσεις του οριζόντιου επιπέδου. Πώς θα κινηθεί το αντικείμενο αν του δώσεις ξανά την ίδια ταχύτητα;

....

....

Ισορροπία υλικού σημείου

Ένα υλικό σημείο/σώμα λέμε ότι ισορροπεί, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό είναι:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \text{ που σημαίνει } \Sigma\vec{F}_x = 0 \text{ και } \Sigma\vec{F}_y = 0 \qquad (2.2.5).$$

Σε αυτή την περίπτωση το υλικό σημείο, σύμφωνα με τον 1^{ο} νόμο του Νεύτωνα, ή είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Σημείωση: Αφού η δύναμη $\Sigma\vec{F}$ είναι μηδέν, θα πρέπει και οι συνιστώσες της, $\Sigma\vec{F}_x$ και $\Sigma\vec{F}_y$, να είναι μηδέν.

Ακίνητο σώμα σε κεκλιμένο επίπεδο

Επιλέγουμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy όπου ο άξονας x είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας y είναι κάθετος στο κεκλιμένο επίπεδο.

Αναλύουμε τις δυνάμεις που δεν βρίσκονται πάνω στους άξονες x και y. Στο σχήμα το βάρος $\vec{w}$ δεν βρίσκεται πάνω στους άξονες και επομένως το αναλύουμε σε $\vec{w}_x$ και $\vec{w}_y$. Άρα: $w_x = w \cdot ημφ$ και $w_y = w \cdot συνφ$.

Σημείωση: Στη προηγούμενη παράγραφο μελετήσαμε ένα ακίνητο σώμα σε οριζόντιο επίπεδο. Εδώ μπορούμε να συνεχίσουμε με το ακίνητο σώμα σε κεκλιμένο επίπεδο.

Παράδειγμα 3

Εάν το σώμα βάρους w = 10N βρίσκεται ακίνητο πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία 30° με το οριζόντιο επίπεδο, τότε οι συνιστώσες w_x και w_y θα είναι:

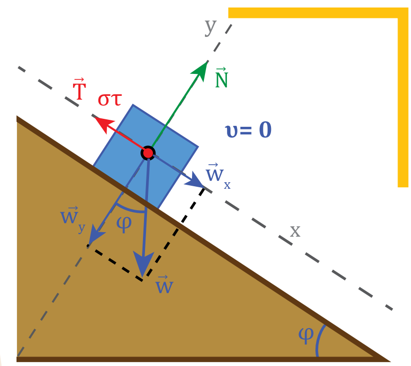
$$w_x = w \cdot ημ\,30^o = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5\text{N} \quad \text{και} \quad w_y = w \cdot συν\,30^o = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\,\text{N}$$

Το σώμα ισορροπεί και ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0$.

Στον **άξονα x** ισχύει: $\Sigma F_x = 0$ ή $w_x - T_{στ} = 0$ ή $5 - T_{στ} = 0$ ή $T_{στ} = 5\text{N}$.

Στον **άξονα y** ισχύει:
$\Sigma F_y = 0$ ή $N - w_y = 0$
ή $N - 5\sqrt{3} = 0$ ή $N = 5\sqrt{3}$ N.

Σημείωση: Η γωνία που σχηματίζει το βάρος $\vec{w}$ με την $\vec{w}_y$ είναι ίση με τη γωνία φ του κεκλιμένου επιπέδου (είναι ίσες γιατί έχουν κάθετες μία προς μία τις πλευρές τους).



Εικόνα 2.2.6. Ακίνητο σώμα σε κεκλιμένο επίπεδο.

Ισορροπία άκαμπτου σώματος

Η γενική αρχή που συναντήσαμε στην ενότητα 1.4 αναφέρει ότι: «Αν σε ένα άκαμπτο σώμα ασκούνται περισσότερες από μία δυνάμεις και παραμένει ακίνητο ή δεν μεταβάλλεται η περιστροφική του κίνηση, τότε το άθροισμα των ωρολογιακών ροπών θα είναι ίσο με το άθροισμα των αντιωρολογιακών ροπών, ως προς οποιοδήποτε σημείο». Έτσι λοιπόν στην περίπτωση του άκαμπτου σώματος στη συνθήκη ισορροπίας (5) θα πρέπει να συμπεριλάβουμε ότι εκτός από τη συνισταμένη δύναμη και η συνισταμένη ροπή ως προς οποιοδήποτε σημείο θα πρέπει να είναι μηδέν, δηλαδή:

$$\boxed{\Sigma\vec{\tau} = 0}$$

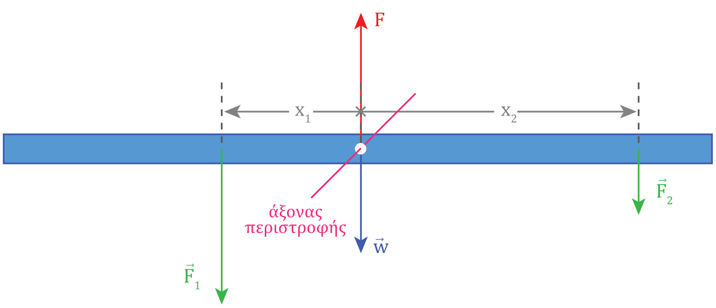
Έτσι η **συνθήκη ισορροπίας ενός άκαμπτου σώματος** είναι:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \text{ (που σημαίνει } \Sigma\vec{F}_x = 0 \text{ και } \Sigma\vec{F}_y = 0\text{)} \quad (2.2.6.)$$

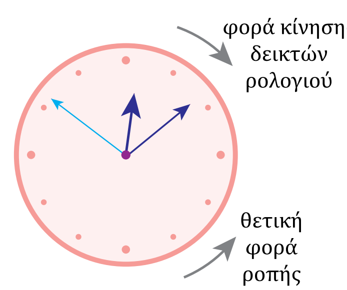
$$\text{και } \boxed{\Sigma\vec{\tau} = 0} \quad (2.2.7.)$$

Σημείωση: Στη ράβδο της εικόνας 2.2.7, το βάρος $\vec{w}$ δεν δημιουργεί ροπή γιατί ο μοχλοβραχίονάς της είναι μηδέν.

Με τη σχέση (7), μπορούμε για μία ράβδο που ισορροπεί να υπολογίσουμε κάποια άγνωστη δύναμη ή άγνωστη απόσταση (μοχλοβραχίονα).



Εικόνα 2.2.7. Οριζόντια ράβδος που δέχεται ροπές και ισορροπεί.



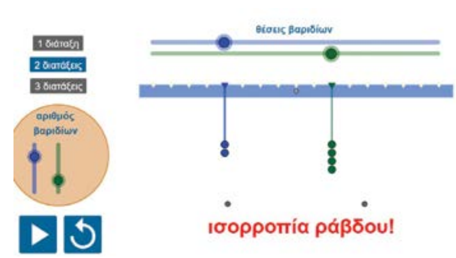
Εικόνα 2.2.8. Αντιωρολογιακή και ωρολογιακή φορά.

Θα ασχοληθούμε με μία οριζόντια ράβδο που ο άξονας περιστροφής της περνάει από το κέντρο μάζας της και σε αυτήν ασκούνται μόνο κατακόρυφες δυνάμεις.

Θετική φορά ροπής

Μπορούμε να ορίσουμε μία θετική φορά ροπής στο σχήμα. Εάν δεν το κάνουμε θα θεωρούμε ως θετική φορά τη φορά που είναι αντίθετη από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού (αντιωρολογιακή φορά).

Εικονικό πείραμα: Ισορροπία ράβδου



Εικόνα 2.2.9. Εικονικό εργαστήριο, ισορροπία ράβδου.

Δραστηριότητα 2.2.2.

Στο εικονικό εργαστήριο θα ασχοληθείτε με τη ράβδο της εικόνας 2.2.9. Θα τοποθετήσετε σφαιρίδια συνολικού βάρους w_1 σε απόσταση x_1 αριστερά του άξονα περιστροφής και σφαιρίδια διαφορετικού συνολικού βάρους w_2 σε απόσταση x_2 δεξιά του άξονα περιστροφής.

Ζητείται να βρείτε τη σχέση που συνδέει τα γινόμενα $w_1 \cdot x_1$ και $w_2 \cdot x_2$ ώστε η ράβδος να ισορροπεί.

Δραστηριότητα 2.2.3.

Στην εικόνα 2.2.9 παρουσιάζεται μία οριζόντια ράβδος που ισορροπεί. Εάν γνωρίζετε ότι κάθε σφαιρίδιο έχει βάρος 0,5N και ότι οι αποστάσεις μεταξύ των εγκοπών είναι 3cm, τότε:

Να υπολογίσετε τη **ροπή τ_1** ως προς τον άξονα περιστροφής, που δημιουργούν τα βάρη αριστερά του άξονα περιστροφής.

....

Να υπολογίσετε τη **ροπή τ_2** ως προς τον άξονα περιστροφής, που δημιουργούν τα βάρη δεξιά του άξονα περιστροφής.

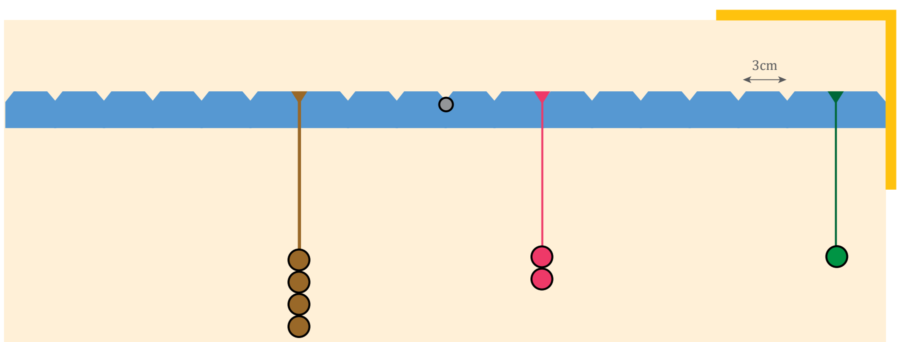
....

Τι παρατηρείτε; Με ποια σχέση συνδέονται τα μεγέθη w_1, x_1, w_2 και x_2;

....

Δραστηριότητα 2.2.4.

Τι συμβαίνει στη ράβδο που ισορροπεί, όταν υπάρχουν τρεις ροπές;



Εικόνα 2.2.10. Ισορροπία ράβδου εξαιτίας τριών ροπών.

Στην εικόνα 2.2.10 παρουσιάζεται μία οριζόντια ράβδος που ισορροπεί. Εάν γνωρίζετε ότι η κάθε σφαίρα έχει βάρος 0,5N και ότι οι αποστάσεις μεταξύ των εγκοπών είναι 3cm, τότε:

Να υπολογίσετε τη **ροπή τ_1** ως προς τον άξονα περιστροφής, που δημιουργούν οι σφαίρες αριστερά του άξονα.

....

Να υπολογίσετε τη **ροπή τ_2** ως προς τον άξονα περιστροφής, που δημιουργούν οι κόκκινες σφαίρες δεξιά του άξονα.

....

Να υπολογίσετε τη **ροπή τ_3** ως προς τον άξονα περιστροφής, που δημιουργεί η πράσινη σφαίρα δεξιά του άξονα.

....

Τι παρατηρείτε; Με ποια σχέση συνδέονται τα μεγέθη τ_1, τ_2 και τ_3;

....

Μπορούμε να πούμε ότι οι ροπές των δυνάμεων που ασκούνται από την ίδια μεριά του άξονα περιστροφής, μπορούν να προστεθούν;

....

Να επιβεβαιώσετε τα συμπεράσματά σας με την προσομοίωση «ισορροπία ράβδου» με **3 διατάξεις σφαιρών**.

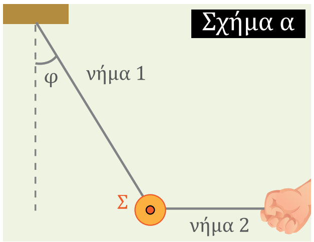
ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.2.1: Υπολογισμός άγνωστων δυνάμεων στην ισορροπία σώματος

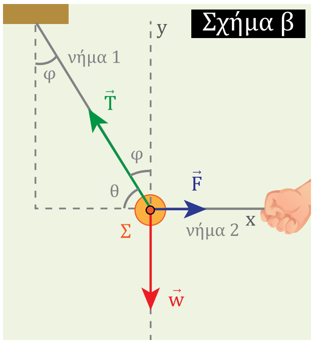
Το σώμα Σ του σχήματος που έχει βάρος w = 10N ισορροπεί σε μία τέτοια θέση που η γωνία φ που σχηματίζει το νήμα 1 με την κατακόρυφο είναι ίση με 30°.

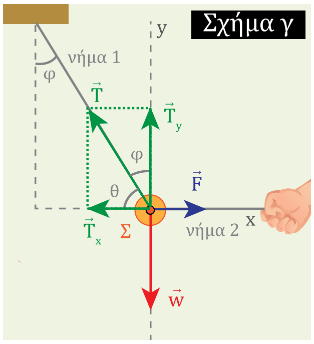
Να βρείτε:

Α. Την τάση T που ασκεί το νήμα 1 στο Σ.

Β. Τη δύναμη F που ασκεί το χέρι στο σώμα μέσω του νήματος 2.







ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ (σχήμα (α)).

Σχεδιάζουμε ένα σύστημα αξόνων xOy με αρχή το σώμα Σ και αναλύουμε τις δυνάμεις που δεν βρίσκονται πάνω στους άξονες. Σε αυτή την περίπτωση αναλύουμε την τάση T (σχήμα (β)).

Υπολογίζουμε τη γωνία θ που σχηματίζει η T με τον άξονα x.

Εκφράζουμε τις συνιστώσες T_x και T_y συναρτήσει της γωνίας θ.

Χρησιμοποιούμε τη συνθήκη ισορροπίας (σχέση 5) για να υπολογίσουμε τις άγνωστες δυνάμεις.

Σημ: Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και τη γωνία φ που σχηματίζει η T με τον άξονα y για να εκφράσουμε τις T_x και T_y. Αυτή η γωνία είναι φ ως εντός εναλλάξ με την αρχική φ (σχήμα (γ)).

ΛΥΣΗ

Η δύναμη T σχηματίζει γωνία θ = 60^0 με τον άξονα x (ως συμπληρωματική της φ στο ορθογώνιο τρίγωνο που σχηματίζεται).

Οι συνιστώσες της T γράφονται:

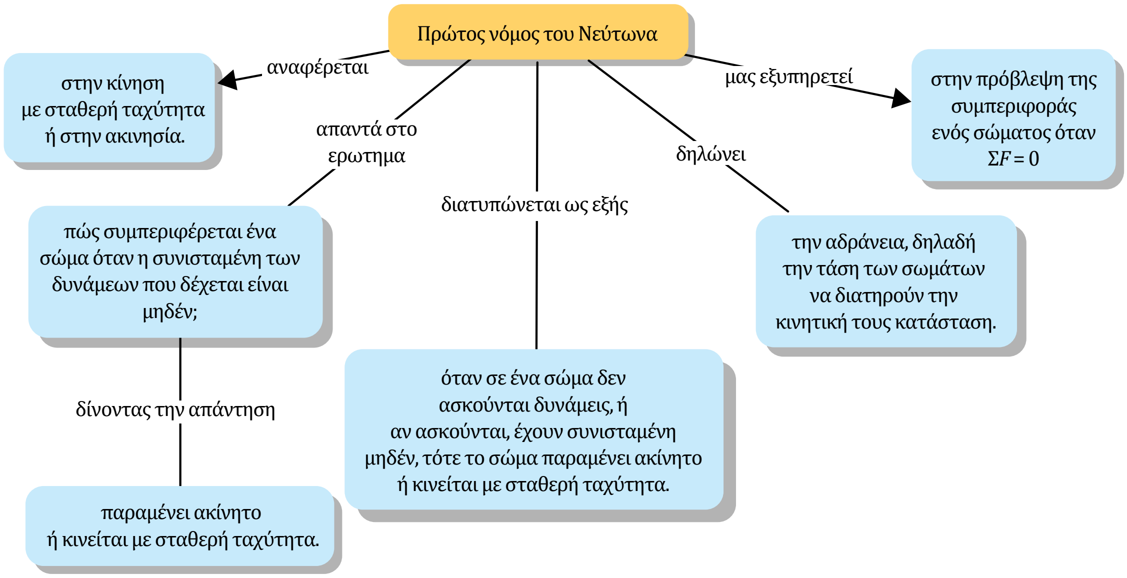
$T_x = T \cdot συνθ = T \cdot συν\,60^0 = T \cdot \frac{1}{2}$ και $T_y = T \cdot ημθ = T \cdot ημ\,60^0 = T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

Σύμφωνα με τη συνθήκη ισορροπίας, ισχύει: $ΣF_x$=0 ή $F - T_x$=0 ή $F - \frac{T}{2} = 0$ (1)

$$ΣF_y=0 \; ή \; T_y - w=0 \; ή \; \frac{T\sqrt{3}}{2} - 10 = 0 \; ή \; T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 10 \; ή \; T = \frac{20\sqrt{3}}{3} N$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι : $F = \frac{T}{2}$ ή $F = \frac{1}{2} \cdot \frac{20\sqrt{3}}{3}$ ή $F = \frac{10\sqrt{3}}{3} N$

Εννοιολογικός χάρτης: Πρώτος νόμος του Νεύτωνα



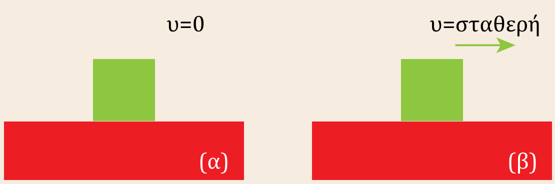
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

2.2.1. **Α.** Γιατί όταν ο οδηγός του αστικού λεωφορείου πατήσει απότομα φρένο, οι όρθιοι επιβάτες κινούνται προς τα εμπρός;

Β. Γιατί όταν ο οδηγός του αστικού ξεκινήσει απότομα, οι όρθιοι επιβάτες κινούνται προς τα πίσω;

2.2.2. Ποιος νομίζετε ότι είναι ο ρόλος της ζώνης ασφαλείας στα αυτοκίνητα;

2.2.3. Στο σχήμα (α) φαίνεται ένα σώμα που είναι ακίνητο πάνω σε μία λεία οριζόντια επιφάνεια και στο (β) φαίνεται το ίδιο σώμα που κινείται με μια σταθερή ταχύτητα υ πάνω στην ίδια επιφάνεια.



Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στα σχήματα (α) και (β).

Β. Με ποια σχέση συνδέονται τα μέτρα αυτών των δυνάμεων στο σχήμα (α) ;

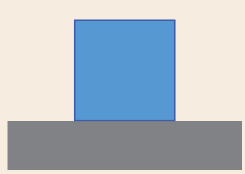
Γ. Με ποια σχέση συνδέονται τα μέτρα αυτών των δυνάμεων στο σχήμα (β);

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.2.1. Το μπλε κουτί βάρους 20N βρίσκεται ακίνητο πάνω σε μία οριζόντια επιφάνεια.

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κουτί.

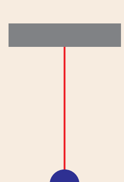
Β. Να υπολογίσετε τις άγνωστες δυνάμεις.



2.2.2. Ένα μπαλάκι βάρους 1,5N κρέμεται από σταθερό σημείο με ένα νήμα.

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο μπαλάκι.

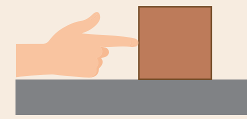
Β. Να υπολογίσετε τις άγνωστες δυνάμεις.



2.2.3. Σε ένα σώμα βάρους 30N, ασκείται μια δύναμη 20N από ένα χέρι και κινείται πάνω σε μια οριζόντια μη λεία επιφάνεια με σταθερή ταχύτητα.

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

Β. Να υπολογίσετε τις άγνωστες δυνάμεις.



2.2.4. Το αυτοκίνητο με οδηγό κινείται με σταθερή ταχύτητα. Εάν γνωρίζουμε για το σύστημα αυτοκίνητο-οδηγός ότι δέχεται συνολική δύναμη αντίστασης από το έδαφος και τον αέρα 600N και ότι έχει βάρος 1000kg, τότε:

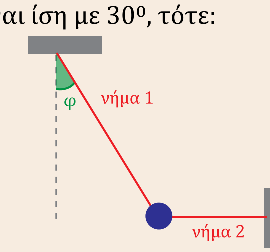
Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα αυτοκίνητο-οδηγό.

Β. Να υπολογίσετε τις άγνωστες δυνάμεις. (Δίνεται το g = 10N/kg).

2.2.5. Μία σφαίρα βάρους 4N, συγκρατείται από δύο νήματα. Εάν η γωνία που σχηματίζει το νήμα 1 με την κατακόρυφο είναι ίση με 30^0, τότε:

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα.

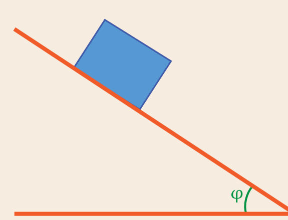
Β. Να υπολογίσετε τις άγνωστες δυνάμεις.



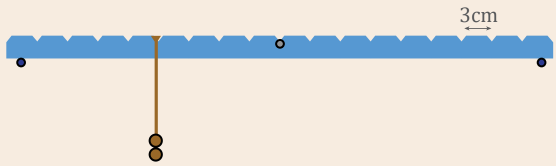
2.2.6. Ένα αντικείμενο στέκεται ακίνητο πάνω σε ένα κεκλιμένο επίπεδο κλίσης φ. Εάν το κεκλιμένο επίπεδο ασκεί συνολική δύναμη 10N στο αντικείμενο, τότε:

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το αντικείμενο.

Β. Να υπολογίσετε τις άγνωστες δυνάμεις. Για τη γωνία φ δίνεται: ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8.



2.2.7. Μία οριζόντια ράβδος εργαστηρίου μπορεί να στρέφεται γύρω από έναν άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της. Στη ράβδο έχουμε τοποθετήσει 2 βαρίδια που το κάθε ένα έχει βάρος 0,5N, στην 4η εγκοπή αριστερά του άξονα περιστροφής. Για να ισορροπεί η ράβδος, να βρείτε:

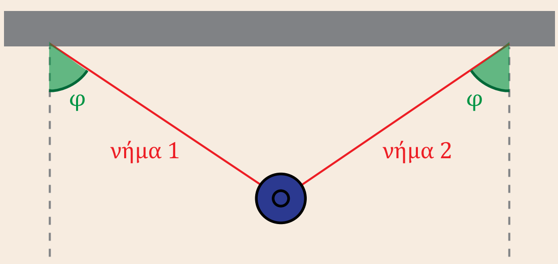


Α. Πόσα βαρίδια βάρους 0,5Ν πρέπει να τοποθετήσουμε στην 2η εγκοπή δεξιά του άξονα περιστροφής;

Β. Πόσα βαρίδια 0,5Ν πρέπει να τοποθετήσουμε στην 8η εγκοπή δεξιά του άξονα περιστροφής;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2.2.1. Μία σφαίρα βάρους 6Ν συγκρατείται από δύο νήματα που σχηματίζουν γωνία 60° με την κατακόρυφο.

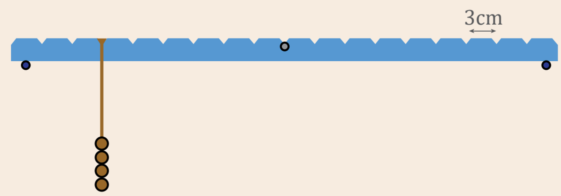


Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα

Β. Να υπολογίσετε τις τάσεις T_1, T_2, που ασκούν τα νήματα 1 και 2 στη σφαίρα.

Γ. Αν κάτω από τη σφαίρα κρεμάσουμε μία παρόμοια σφαίρα, να υπολογίσετε τις νέες τάσεις των νημάτων T_1' και T_2'.

2.2.2. Μία οριζόντια ράβδος εργαστηρίου μπορεί να στρέφεται γύρω από έναν άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της. Στη ράβδο έχουμε τοποθετήσει στην $6^η$ εγκοπή αριστερά του άξονα περιστροφής 4 βαρίδια που το κάθε ένα έχει βάρος 0,5Ν. Να βρείτε:



Α. Πόσα βαρίδια βάρους 1Ν, πρέπει να τοποθετήσουμε δεξιά του άξονα περιστροφής στην 3η εγκοπή, ώστε η ράβδος να ισορροπεί;

Β. Σε ποια εγκοπή μπορούμε να τοποθετήσουμε μόνο ένα βαρίδιο 2Ν, ώστε η ράβδος να ισορροπεί;

Γ. Πόσα βαρίδια βάρους 3Ν, πρέπει να τοποθετήσουμε σε δύο νήματα σε διαφορετικές εγκοπές, δεξιά του άξονα περιστροφής και σε ποιες εγκοπές, ώστε η ράβδος να ισορροπεί;

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο 1

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο 2

2.3 ■ Μελέτη του υλικού σημείου υπό την επίδραση δυνάμεων

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. διατυπώνετε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα διανυσματικά, αναγνωρίζοντας ότι η επιτάχυνση έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης.
2. διαπιστώνετε ότι το μέτρο της επιτάχυνσης ενός υλικού σημείου είναι ανάλογο με το μέτρο της συνισταμένης δύναμης.
3. εφαρμόζετε την απλοποιημένη μορφή του νόμου του Νεύτωνα σε μία διάσταση (την οριζόντια) για σταθερή συνισταμένη δύναμη σε υλικό σημείο.
4. σχεδιάζετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο.
5. αξιοποιείτε την ποιοτική εισαγωγή του συστήματος συντεταγμένων για να ερμηνεύσετε τα διαφορετικά αποτελέσματα των δυνάμεων που εφαρμόζονται κατά τους κάθετους άξονες x και y σε ένα υλικό σημείο.
6. αναφέρετε παραδείγματα εκδήλωσης της αδράνειας τα οποία δικαιολογούνται με τη βοήθεια των νόμων του Νεύτωνα.
7. εφαρμόζετε (λεκτικά και με μαθηματικό τύπο) τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για να υπολογίσετε τις τιμές των F, (ΣF), M, α σε διάφορες καταστάσεις.
8. εξάγετε συμπεράσματα από τις γραφικές αναπαραστάσεις α-F.
9. χρησιμοποιείτε τον δεύτερο νόμο ποιοτικά και ποσοτικά στην αλγεβρική του μορφή.

Περιεχόμενα

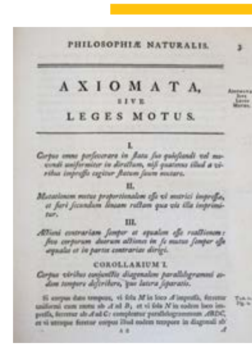
- Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα (διανυσματικά και σε μία διάσταση)
- Αδράνεια
- Εφαρμογές του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Μηδενικός νόμος του Νεύτωνα
- Μέτρηση αδρανειακής μάζας

Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα (διανυσματικά και σε μία διάσταση)

Η ***Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*** (*Φυσική Φιλοσοφία με Μαθηματικές Αρχές*) είναι τριλογία γραμμένη από τον Ισαάκ Νεύτωνα και δημοσιευμένη στις 5 Ιουλίου του 1687 στα λατινικά και το 1729 στα αγγλικά. Η τριλογία αυτή αποτελεί τη βάση της κλασικής μηχανικής, ανατρέπει την άποψη του Αριστοτέλη για την κίνηση, που επικρατούσε έως τότε και εισάγει τη σχέση της δύναμης με την κίνηση, την οποία θα διερευνήσουμε στην ενότητα αυτή.


PHILOSOPHIÆ NATURALIS. 3

AXIOMATA, SIVE LEGES MOTUS.

I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.

II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

III.

Actioni contrariam semper et æqualem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales et in partes contrarias dirigi.

COROLLARIUM I.

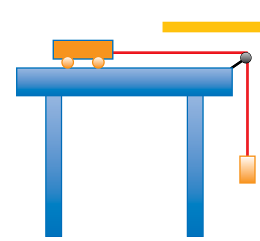
Corpus viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem tempore describere, quo latera separatis.

Εικόνα 2.3.1. Από την έκδοση στα λατινικά της Philosophiæ.

Στην ενότητα 2.3 ορίσαμε την αδράνεια ως την τάση που εμφανίζει η ύλη να διατηρεί σταθερή ταχύτητα, όταν δέχεται συνισταμένη δύναμη μηδέν. Στην παράγραφο αυτή θα διερευνήσουμε τι συμβαίνει σε ένα υλικό σημείο όταν σε αυτό δρουν δυνάμεις με συνισταμένη η οποία δεν είναι μηδέν. Μεταβάλλεται η ταχύτητά του και εκδηλώνεται η αδράνεια τότε;

Πρακτική δραστηριότητα. Ποιοτική διερεύνηση της σχέσης δύναμης – επιτάχυνσης

Χρησιμοποιήστε ένα αυτοκινητάκι παιχνίδι (οι ρόδες του θα του επιτρέψουν να κινείται με ελάχιστη τριβή), κλωστή, γόμες, ξύστρες και άλλα μικρά αντικείμενα ως βαρίδια (εικόνα 2.3.2). Τοποθετήστε το αυτοκινητάκι επάνω στο γραφείο σας, δέστε το με την κλωστή και στην άλλη άκρη της κλωστής δέστε μία ξύστρα ως βαρίδι. Αφήστε την ξύστρα να πέσει (η τροχαλία που φαίνεται στο σχήμα δεν είναι απαραίτητη) και παρατηρήστε την κίνηση που κάνει το αμαξάκι και συγκεκριμένα προσπαθήστε να καταλάβετε αν κινείται με σταθερή ή με αυξανόμενη ταχύτητα. Κρεμάστε ένα μεγαλύτερο βαρίδι και προσπαθήστε να παρατηρήσετε πώς θα μεταβληθεί η κίνησή του.



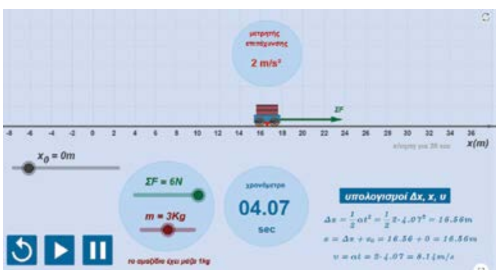
Εικόνα 2.3.2.

Από τη δραστηριότητα μπορείτε να καταλήξετε σε ένα αρχικό συμπέρασμα πως εάν σε ένα υλικό σημείο δρα συνισταμένη δύναμη, η ταχύτητά του μεταβάλλεται, δηλαδή πως η δύναμη προκαλεί μεταβολή ταχύτητας, δηλαδή επιτάχυνση και επιπλέον πως όταν αυξάνεται η συνισταμένη δύναμη, αυξάνεται και η επιτάχυνση.

Φανταστείτε για παράδειγμα πως σπρώχνετε ένα άδειο καρότσι του Supermarket, μετά σπρώχνετε με την ίδια δύναμη το ίδιο καρότσι μισογεμάτο και τέλος σπρώχνετε με την ίδια δύναμη το ίδιο καρότσι παραγεμισμένο. Εύκολα θα προκύψει το συμπέρασμα πως τα καρότσια αντιστέκονται στη μεταβολή της ταχύτητάς τους και πως μεγαλύτερη αντίσταση στη μεταβολή παρουσιάζει το καρότσι με τη μεγαλύτερη μάζα. Αυτή η αντίσταση στη μεταβολή ταχύτητας υπό τη δράση συνισταμένης δύναμης αποτελεί μία εκδήλωση της γνωστής μας, από τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, αδράνειας.

Πώς ακριβώς συνδέονται,όμως, η συνισταμένη δύναμη με την επιτάχυνση που προκαλεί;

Ψηφιακή δραστηριότητα – Εικονικό πείραμα: Διερεύνηση της εξάρτησης της επιτάχυνσης από τη συνισταμένη δύναμη και από τη μάζα



Ποια η εξάρτηση της επιτάχυνσης που αποκτά ένα σώμα, από τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται;

Ποια η εξάρτηση της επιτάχυνσης που αποκτούν σώματα με διαφορετικές μάζες όταν δέχονται την ίδια δύναμη;

Η επιτάχυνση και η συνισταμένη δύναμη έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση;

1. Ασκήστε διαφορετικές δυνάμεις προς τα δεξιά στο ίδιο σώμα και παρατηρήστε τις τιμές και την κατεύθυνση της επιτάχυνσης που αποκτά.

2. Επαναλάβετε για τουλάχιστον τρεις τιμές της δύναμης και συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

α/α	**Μέτρο της συνισταμένης δύναμης ΣF (φορά προς τα δεξιά) (N)**	**Μέτρο της επιτάχυνσης α που αποκτά το ίδιο σώμα (m/s^2)**	**Πηλίκο $ΣF/α$**
1			
2			
3			

3. Η φορά της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα είναι προς τα ……......................................……

4. Στη συνέχεια ασκήστε διαφορετικές δυνάμεις προς τα αριστερά στο ίδιο σώμα και παρατηρήστε τις τιμές και την κατεύθυνση της επιτάχυνσης που αποκτά.

5. Επαναλάβετε για τουλάχιστον τρεις τιμές της δύναμης και συμπληρώστε τον πίνακα που ακολουθεί.

α/α	Μέτρο της συνισταμένης δύναμης $ΣF$ (φορά προς τα αριστερά) (N)	Μέτρο της επιτάχυνσης α που αποκτά το ίδιο σώμα. (m/s^2)	Πηλίκο $ΣF/α$
1			
2			
3			

Η φορά της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα είναι προς τα……………………..

7. Ασκήστε δύναμη προς τα δεξιά σταθερού μέτρου 6N και αυξήστε σταδιακά τη μάζα. Μετρήστε τις τιμές της επιτάχυνσης που προκαλείται.

8. Επαναλάβετε για τουλάχιστον τρεις τιμές της μάζας και συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

α/α	Μέτρο της συνισταμένης δύναμης $ΣF$ (N)	Μάζα m του σώματος (kg)	Μέτρο της επιτάχυνσης $α$ (m/s^2)
1	6	1	
2	6	2	
3	6	3	

Αξιοποιήστε όσα παρατηρήσατε και συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις

Η επιτάχυνση και η συνισταμένη δύναμη έχουν πάντα την ………………… κατεύθυνση.

Σε κάθε περίπτωση η συνισταμένη δύναμη και η επιτάχυνση είναι μεγέθη ………………………..

Το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά υλικό σημείο είναι ……………… ……………. της μάζας του σώματος, όταν η συνισταμένη δύναμη παραμένει σταθερή.

Τα παραπάνω συμπεράσματα συνοψίζονται στη σχέση που είναι γνωστή ως ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα:

$$\boxed{Σ\vec{F} = m \cdot \vec{α}} \qquad (2.3.1.)$$

ή ισοδύναμα, για καλύτερη περιγραφή της κεντρικής ιδέας της κλασικής μηχανικής ότι η συνισταμένη δύναμη σε ένα σώμα είναι η αιτία και η επιτάχυνση το αποτέλεσμα:

$$\boxed{\vec{α} = \frac{Σ\vec{F}}{m}} \qquad (2.3.2.)$$

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα απαντά στο ερώτημα «πώς ανταποκρίνεται ένα σώμα σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, όταν δέχεται δυνάμεις με συνισταμένη διάφορη του μηδενός;» ή αλλιώς «από τι εξαρτάται η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα κάποια δεδομένη χρονική στιγμή;» και διατυπώνεται ως εξής:

Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα και μέτρο ανάλογο του μέτρου της συνισταμένης δύναμης και αντιστρόφως ανάλογο της μάζας του.

Σημείωση 1: Το σώμα ανταποκρίνεται μόνο στις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό μια δεδομένη στιγμή. Το σώμα δεν «θυμάται» δυνάμεις που μπορεί να του έχουν ασκηθεί νωρίτερα. Αυτό μερικές φορές ονομάζεται μηδενικός νόμος του Νεύτωνα.

Εάν μελετήσουμε σώματα που κινούνται σε μία οριζόντια διεύθυνση η σχέση (3.2.1) μπορεί να εκφραστεί χωρίς διανύσματα ως:

$$\Sigma F = m\alpha \quad (2.3.2.)$$

Είναι πλέον προφανές πως αν στο υλικό σημείο ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη αυτό θα αποκτά σταθερή επιτάχυνση που θα έχει την ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη δύναμη.

Ας δούμε τέτοιες περιπτώσεις σε σώματα που κινούνται σε οριζόντιο επίπεδο.

Σημείωση 2: Με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα μπορούμε να ορίσουμε τη μονάδα δύναμης στο S.I. ως εξής:

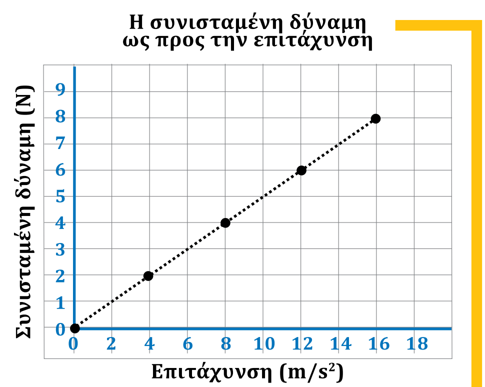
1Ν είναι η δύναμη που απαιτείται ώστε σώμα μάζας 1kg να αποκτά επιτάχυνση 1m/s^2.

$$\mathbf{1}N = \mathbf{1kg}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}$$

Αδράνεια

Στην ενότητα 1.5 αναφέραμε ότι η μάζα που εμφανίζεται στον νόμο της παγκόσμιας έλξης καλείται βαρυτική μάζα. Επίσης θυμηθήκαμε ότι στην αναλογία βάρους και μάζας στηρίζεται η μέτρηση της βαρυτικής μάζας ενός σώματος με ζυγό ισορροπίας.

Στην ενότητα 2.2 ορίσαμε την αδράνεια ως μια εγγενή ιδιότητα της ύλης και ότι μέτρο της είναι η αδρανειακή μάζα. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα ένα σώμα μπορεί να κινείται χωρίς να χρειάζεται κάποια δύναμη γι' αυτό και να παραμένει ακίνητο αν η συνισταμένη δύναμη που του ασκείται είναι μηδέν. Η αδράνεια σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα εμφανίζεται ως διατήρηση της ταχύτητας του σώματος όταν $\Sigma F = 0$. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα του σώματος τόσο περισσότερο αντιστέκεται στην επιτάχυνση όταν $\Sigma F \neq 0$. Επίσης αναφέραμε την αρχή της ισοδυναμίας για την ισότητα βαρυτικής και αδρανειακής μάζας.



Εικόνα 2.3.3.

Τίθεται τώρα το ερώτημα με ποιο τρόπο μπορούμε να μετρήσουμε την αδρανειακή μάζα ενός σώματος. Ο τρόπος αυτός συνδέεται με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα και είναι ο παρακάτω:

Ασκούμε στο σώμα διαφορετικές γνωστές δυνάμεις και μετρούμε την επιτάχυνση που του προκαλούν.

Δημιουργούμε από τα ζευγάρια των τιμών το γράφημα της συνισταμένης δύναμης στο σώμα ως προς την επιτάχυνση που αυτό αποκτά.

Στο γράφημα αυτό, η κλίση παριστάνει την αδρανειακή μάζα του σώματος.

Για παράδειγμα (εικόνα 2.3.3) για την αδρανειακή μάζα του σώματος ισχύει $m = \dfrac{8N}{16\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}5\text{kg}$

Αν μετρηθεί με ζυγό ισορροπίας η βαρυτική μάζα του σώματος το αποτέλεσμα θα είναι το ίδιο.

Εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα όταν οι δυνάμεις ανήκουν στο ίδιο επίπεδο

Ας μελετήσουμε τώρα την εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα σε ένα σύστημα συντεταγμένων που αποτελείται από δύο κάθετους άξονες x, y.

Η σχέση $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ είναι μια σχέση μεταξύ διανυσμάτων και η εφαρμογή της είναι ανεξάρτητη του συστήματος αναφοράς. Μπορεί, όπως όλες οι διανυσματικές σχέσεις, να εκφραστεί με αλγεβρικό τρόπο αν τα διανύσματα που περιέχει αναλυθούν σε σύστημα αξόνων. Στη δική μας περίπτωση το σύστημα αυτό θα είναι ένα ορθογώνιο σύστημα δύο αξόνων καθώς θα μελετήσουμε προβλήματα με ομοεπίπεδες δυνάμεις.

Τότε η σχέση αναλύεται σε δύο σχέσεις και συγκεκριμένα στις:

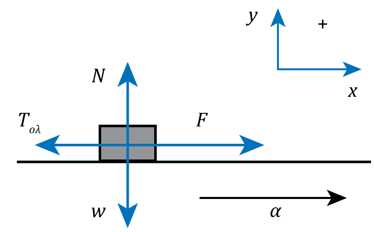
$$\Sigma F_x = ma_x \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = ma_y$$

Εάν επιλέξουμε ως άξονα x τον παράλληλο με την επιτάχυνση (εικόνα 2.3.4) τότε θα ισχύει:

$$a_x = a \quad \text{και} \quad a_y = 0$$

Οπότε, ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα εκφρασμένος αλγεβρικά στο επίπεδο και σε αυτούς τους επιλεγμένους άξονες γράφεται:

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{και} \quad \Sigma F_y = 0$$



Εικόνα 2.3.4.

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα εφαρμόζεται στην κίνηση των αυτοκινήτων και όλων των μεταφορικών μέσων. Εάν ένας μηχανικός επιθυμεί να αυξήσει την επιτάχυνση ενός οχήματος, ποιες παρεμβάσεις μπορεί να κάνει εκτός από το να τοποθετήσει ισχυρότερο κινητήρα; Επίσης μας είναι χρήσιμος γενικά στην πρόβλεψη της συμπεριφοράς ενός σώματος όταν γνωρίζουμε τις δυνάμεις που δέχεται.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ

- Το πρώτο βήμα για να λύσουμε μία άσκηση δυναμικής είναι να σχεδιάσουμε –σωστά– όλες τις δυνάμεις που δρουν στο σώμα/σώματα του προβλήματος που επεξεργαζόμαστε.
- Μετά πρέπει να επιλέξουμε ένα ορθογώνιο σύστημα δύο αξόνων x και y. Το σύστημα αξόνων επιλέγεται ξεχωριστά για κάθε υλικό σημείο του προβλήματος. Ο άξονας x πρέπει να ταυτίζεται με τη διεύθυνση στην οποία ανήκει και η επιτάχυνση του υλικού σημείου και ο άξονας y να είναι κάθετος στον x. Ως θετική φορά του άξονα x βολεύει να επιλέγουμε τη φορά της επιτάχυνσης ενώ για τον y δεν έχει σημασία.
- Αφού επιλεγούν οι άξονες, αναλύουμε όσες δυνάμεις δεν έχουν τη διεύθυνση ενός από αυτούς σε συνιστώσες επί των αξόνων.
- Εφαρμόζουμε τους νόμους του Νεύτωνα, σε αλγεβρική μορφή, για κάθε υλικό σημείο του προβλήματος:
  $$\Sigma F_x = ma \qquad \Sigma F_y = 0$$
- Αν χρειαστεί, εφαρμόζουμε και τον νόμο της τριβής ολίσθησης $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N$
- Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων που έχει δημιουργηθεί:

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.3.1

Σώμα μάζας 5kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη στιγμή 0 αρχίζει να δέχεται σταθερή οριζόντια συνισταμένη δύναμη 10N. Να θεωρήσετε ότι $g = 10\text{N/kg}$ και να υπολογίσετε:

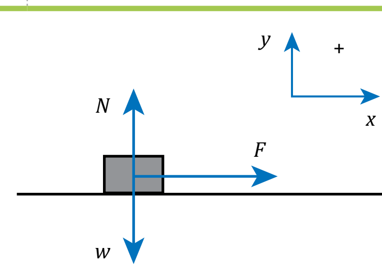
Α. Την κάθετη δύναμη επαφής από το δάπεδο.

Β. Την επιτάχυνση του σώματος.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Μάζα $m = 5\text{kg}$	Η κάθετη δύναμη επαφής N
Δύναμη $F = 10\text{N}$	Η επιτάχυνση α

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Πρώτα σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Για τον υπολογισμό της κάθετης δύναμης επαφής θα εφαρμόσουμε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα στη διεύθυνση του κατακόρυφου άξονα και για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης θα εφαρμόσουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στην κατεύθυνση της κίνησης.



Εικόνα 2.3.5.

ΛΥΣΗ

Οι δυνάμεις που δρουν στο σώμα είναι αυτές που φαίνονται στην εικόνα 2.3.5, όπου w το βάρος, N η κάθετη αντίδραση και F η δύναμη στην οριζόντια διεύθυνση, η οποία είναι και η συνισταμένη.

Ως άξονας x θα θεωρηθεί ο οριζόντιος με θετική φορά προς τα δεξιά (ίδια με τη ΣF και την επιτάχυνση) και y ο κατακόρυφος με θετική φορά προς τα επάνω.

Α. Από τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα y: $\Sigma F_y = 0$

οπότε: $N - w = 0$ ή $N = w$ ή $N = mg$ και αντικαθιστώντας: $N = 5\text{kg}\ 10\dfrac{\text{N}}{\text{Kg}} = 50N$

Β. Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα x: $\Sigma F_x = m\alpha$ οπότε :

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F}{m} \quad \text{και αντικαθιστώντας:} \quad \alpha = \frac{10\text{N}}{5\text{kg}} = 2\frac{\text{kg}\dfrac{m}{s^2}}{\text{kg}} = 2\frac{m}{s^2}$$

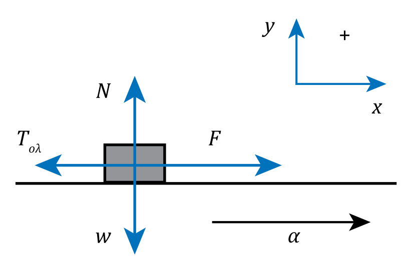
ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.3.2

Σώμα μάζας 4kg ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ισούται με 0.25. Στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη 22N. Υπολογίστε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα. Δίνεται $g = 10\text{N/kg}$.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Μάζα $m = 4\text{kg}$ Δύναμη $F = 22\text{N}$ Συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}25$	Η επιτάχυνση α

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Πρώτα σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Για τον υπολογισμό της κάθετης δύναμης επαφής εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα στη διεύθυνση του κατακόρυφου άξονα. Επειδή γνωρίζουμε τον συντελεστή τριβής εφαρμόζουμε τον νόμο της τριβής ολίσθησης για να βρούμε την τριβή ολίσθησης. Μετά είναι εφικτός ο υπολογισμός της επιτάχυνσης από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στον οριζόντιο άξονα.



Εικόνα 2.3.6.

ΛΥΣΗ

Οι δυνάμεις που δρουν στο σώμα είναι αυτές που φαίνονται στην εικόνα 2.3.6, όπου w το βάρος, N η κάθετη αντίδραση, F η οριζόντια δύναμη και $T_{o\lambda}$ η τριβή ολίσθησης.

Ως άξονας x θα θεωρηθεί ο οριζόντιος με θετική φορά προς τα δεξιά (ίδια με της F και την επιτάχυνση) και y ο κατακόρυφος με θετική φορά προς τα επάνω.

Από τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα y: $\Sigma F_y = 0$

οπότε: $N - w = 0$ ή $N = w$ ή $N = mg$ και αντικαθιστώντας: $N = 4\text{kg}10\dfrac{\text{N}}{\text{kg}} = 40\text{N}$

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{o\lambda} = \mu \cdot N$ και αντικαθιστώντας έχουμε: $T_{o\lambda} = 0{,}25 \cdot 40\text{N} = 10\text{N}$

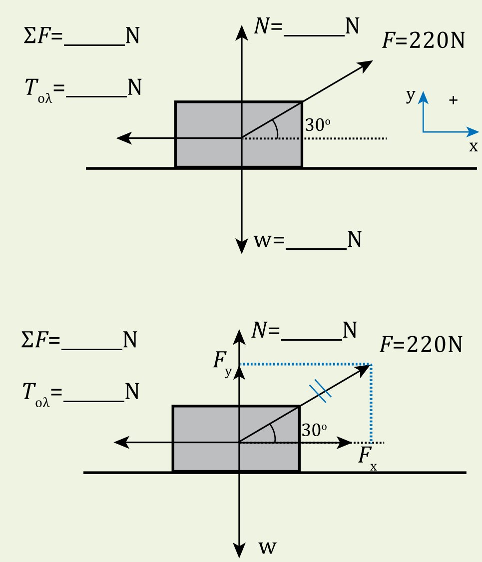
Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα x: $\Sigma F_x = m\alpha$ ή $F - T = m \cdot \alpha$

$$\text{οπότε:} \quad \alpha = \frac{F - T}{m} \quad \text{και αντικαθιστώντας έχουμε:} \quad \alpha = \frac{22\text{N} - 10\text{N}}{4\text{kg}} = \frac{12\text{N}}{4\text{kg}} = 3\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} = 3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.3.3

Το κιβώτιο της εικόνας 2.3.7 έχει μάζα $m = 15$kg και ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής κιβωτίου δαπέδου είναι $\mu = \sqrt{\frac{3}{4}}$. Το κιβώτιο δέχεται τη σταθερή δύναμη F. Να συμπληρώσετε τα κενά και να προσδιορίσετε την επιτάχυνση (μέτρο και κατεύθυνση) του κιβωτίου. Να εκθέσετε με σαφήνεια τους υπολογισμούς σας για την επιτάχυνση. Δίνεται: $g = 10$N/kg.

Δεδομένα	**Ζητούμενα**
Μάζα $m = 15$Kg Δύναμη $F = 220$N Συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = \sqrt{\frac{3}{4}}$ $\varphi = 30^\circ$	Η επιτάχυνση α



Εικόνα 2.3.7.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Αναλύουμε την F και τραβάμε δύο γραμμούλες πάνω της ώστε να θυμόμαστε ότι λογαριάζουμε μόνο τις συνιστώσες της στους δύο άξονες. Υπολογίζουμε τις συνιστώσες της F και εφαρμόζουμε ανάλογα με την περίπτωση τον πρώτο ή τον δεύτερο νόμο καθώς και τον νόμο της τριβής ολίσθησης.

ΛΥΣΗ

Το βάρος του κιβωτίου είναι $w = mg$ και αντικαθιστώντας βρίσκουμε $w = 150$N.

Οι συνιστώσες της F θα είναι:

$F_x = F\sigma\upsilon\nu\varphi$ και $F_y = F\eta\mu\varphi$ αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$$F_x = 220\text{N}\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 220\frac{\sqrt{3}}{2}\text{N} = 110\sqrt{3}\text{N}$$

και $F_y = 220\text{N}\,\eta\mu 30^\circ = 220\frac{1}{2}\text{N} = 110\text{N}$

Αφού $F_y < w$ και το σώμα αρχικά ηρεμεί, δεν θα χαθεί η επαφή του κιβωτίου με το οριζόντιο δάπεδο, οπότε στον άξονα y το κιβώτιο θα ισορροπεί. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο στον άξονα y θα έχουμε: $\Sigma F_y = 0$ οπότε:

$N + F_y - w = 0$

Αντικαθιστώντας την F_y έχουμε: $N + F\eta\mu\varphi - w = 0$ ή $N = w - F\eta\mu\varphi$

αντικαθιστώντας έχουμε: $N = 150\text{N} - 110\text{N}$ οπότε $N = 40$N

Επειδή γνωρίζουμε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μ, από το νόμο της τριβής ολίσθησης βρίσκουμε την τριβή ολίσθησης $T_{o\lambda} = \mu N$ αντικαθιστώντας έχουμε: $T_{o\lambda} = 20\sqrt{3}$ N

Αφού $\Sigma F_y = 0$ θα είναι: $\Sigma F = \Sigma F_x$ Δηλαδή: $\Sigma F = F_x - T_{o\lambda}$

αντικαθιστώντας έχουμε: $\Sigma F = 110\sqrt{3}$ N $- 20\sqrt{3}$ N ή $\Sigma F = 90\sqrt{3}$N

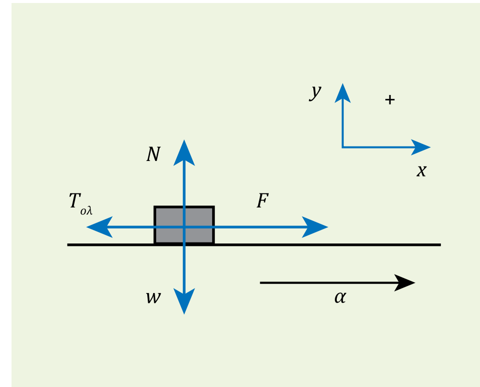
ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.3.4

Σώμα αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κεκλιμένου επίπεδου γωνίας 30°. Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος κατά την κίνησή του προς τα κάτω.
Δίνεται $g = 10$ N/kg

Δεδομένα	**Ζητούμενα**
Γωνία κεκλιμένου $\varphi = 30^\circ$ $g = 10$N/kg	Η επιτάχυνση α

ΛΥΣΗ

Για τη μελέτη της κίνησης του σώματος αυτού βολεύει να χρησιμοποιήσουμε σύστημα αξόνων x (τον παράλληλο στο κεκλιμένο με θετική φορά προς τα κάτω) και y (τον κάθετο στον x με θετική φορά προς τα επάνω).



Το βάρος είναι $w = mg$ και χρειάζεται να αναλυθεί σε συνιστώσες, όπως στο διπλανό σχήμα. Για τις συνιστώσες του βάρους ισχύει:

$w_x = wημφ$ ή $w_x = mgημφ$ και

$w_y = wσυνφ$ ή $w_y = mgσυνφ$

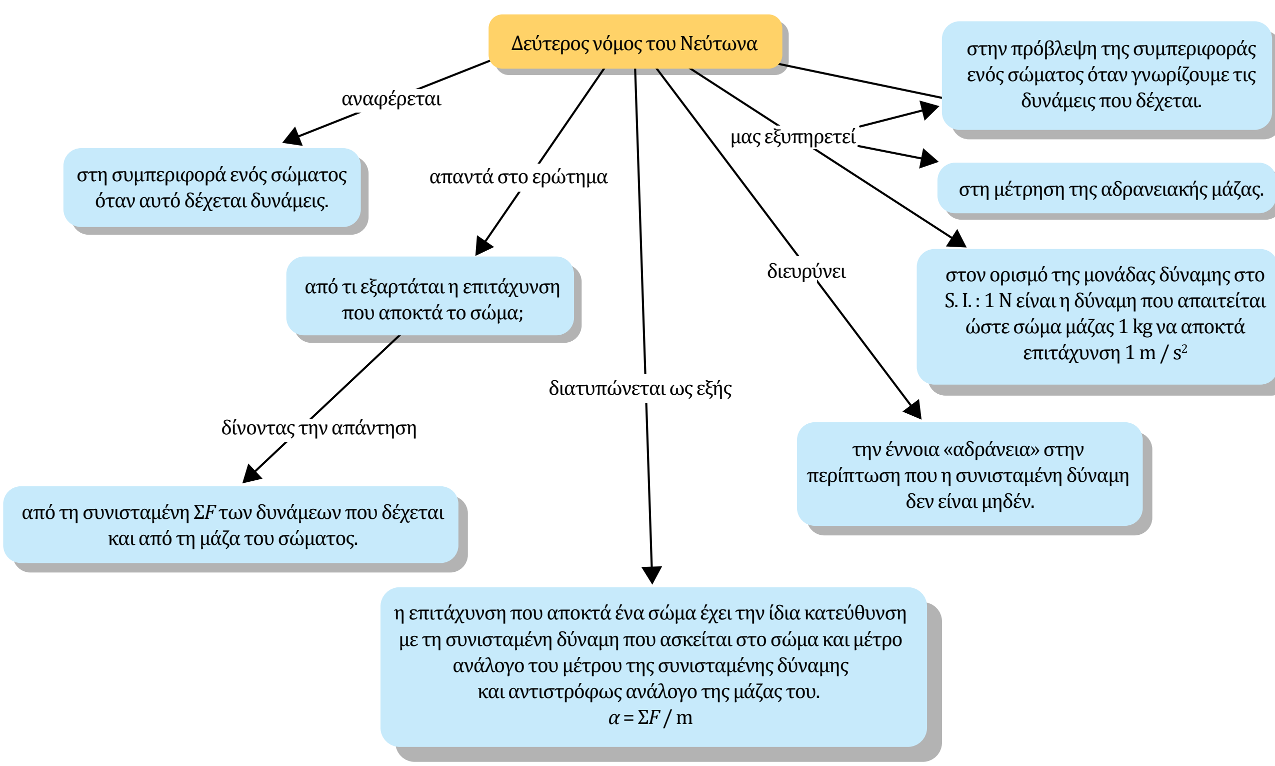
Από τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα y: $ΣF_y = 0$

επίσης $ΣF_x = w_x$ ή $ΣF_x = mgημφ$

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα x: $ΣF_x = m \cdot α$ οπότε: $mα = mgημφ$ και $α = \frac{mgημφ}{m}$ ή $α = gημφ$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $α = 10\left(\frac{N}{kg}\right)ημ30^0 = 10\frac{1}{2}\frac{kg\frac{m}{s^2}}{kg} = 5\frac{m}{s^2}$

Εννοιολογικός χάρτης: Ο Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

2.3.1. Μια δύναμη 10Ν προσδίδει σε ένα αντικείμενο επιτάχυνση $5m/s^2$. Τι δύναμη θα έπρεπε να ασκηθεί στο αντικείμενο για να αποκτήσει επιτάχυνση $1m/s^2$;

Α. 1 Ν.
Β. 2 Ν.
Γ. 5 Ν.
Δ. 50 Ν.

2.3.2. Δύναμη F ασκούμενη σε σώμα με μάζα m επιτυγχάνει επιτάχυνση $16\ m/s^2$. Τι επιτάχυνση θα προκληθεί από δύναμη $\frac{1}{2}F$ που ασκείται σε μάζα $\frac{1}{4}$m.

2.3.3. Σε σώμα μάζας m δρα συνισταμένη δύναμη F και του προσδίδει επιτάχυνση μέτρου α. Εάν, σε σώμα μάζας 2m δρα συνισταμένη δύναμη $4F$ του προσδίδει επιτάχυνση μέτρου:

Α. α **Β.** 2α **Γ.** $\alpha/2$ **Δ.** 4α

2.3.4. Σε σώμα μάζας m δρα συνισταμένη δύναμη F και του προσδίδει επιτάχυνση μέτρου α. Εάν σε σώμα μάζας m/2 δρα συνισταμένη δύναμη $2F$ του προσδίδει επιτάχυνση μέτρου:

Α. α **Β.** 2α **Γ.** $\alpha/2$ **Δ.** 4α

2.3.5. Σε ακίνητο υλικό σημείο ασκείται δύναμη με τις ιδιότητες της αριστερής στήλης. Να αντιστοιχίσετε με τη δεξιά στήλη.

Συνισταμένη δύναμη	Αποτέλεσμα
Α. δύναμη ίση με το μηδέν	**i.** σταθερή μη μηδενική επιτάχυνση
Β. δύναμη σταθερή	**ii.** σταθερή ταχύτητα
Γ. το μέτρο της δύναμης αυξάνεται	**iii.** η επιτάχυνση αυξάνεται
	iv. η επιτάχυνση μειώνεται

2.3.6. Συμπληρώστε τα κενά:

Α. Το φυσικό μέγεθος που χρησιμοποιούμε για να συγκρίνουμε τις αδράνειες των σωμάτων είναι η ....

Β. Η επιτάχυνση ενός υλικού σημείου είναι .... της συνισταμένης δύναμης που ασκείται πάνω του.

Γ. Η επιτάχυνση ενός υλικού σημείου είναι ....της μάζας του.

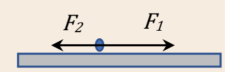
2.3.7. Τα τρένα έχουν πολύ ισχυρές μηχανές. Παρ' όλ' αυτά αν συγκριθούν στην επιτάχυνση ακόμα και με μικρές μοτοσικλέτες, είναι βέβαιο πως οι μοτοσικλέτες θα προηγηθούν. Πώς ερμηνεύεται αυτό; Γράψτε ένα κείμενο (150 λέξεων) με επιχειρήματα από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα και την έννοια της αδράνειας για να δικαιολογήσετε την άποψη σας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.3.1. **Α.** Υλικό σημείο αφήνεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 30 μοιρών. Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος κατά την κίνησή του προς τα κάτω.

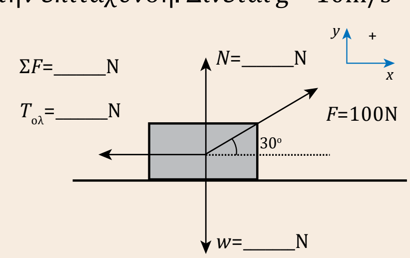
Β. Σε σώμα μάζας 10kg που κινείται σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα 12m/s, ασκείται σταθερή δύναμη 100N σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο δάπεδο, έχει φορά προς τα επάνω και ισχύει $ημφ = 0{,}6$ και $συνφ = 0.8$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου ισούται με 0,5. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

2.3.2. Το υλικό σημείο του σχήματος έχει μάζα m και τη στιγμή μηδέν δέχεται τις δυνάμεις F_1 και F_2 του σχήματος που έχουν μέτρα 40N και 25N αντίστοιχα. Το σώμα αποκτά επιτάχυνση μέτρου $4m/s^2$. Να υπολογίσετε τη μάζα του.



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2.3.1. Το σώμα της διπλανής εικόνας έχει μάζα $m=15kg$ και ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο κατά τη θετική φορά του άξονα x. Αν ο συντελεστής τριβής σώματος δαπέδου είναι $\mu = \sqrt{\frac{3}{4}}$ να συμπληρώσετε τα κενά και να προσδιορίσετε την επιτάχυνσή (μέτρο και κατεύθυνσή) του. Να εκθέσετε με σαφήνεια τους υπολογισμούς σας για την επιτάχυνση. Δίνεται $g = 10m/s^2$



Δεύτερος νόμος Νεύτωνα

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο. Μελέτη του υλικού σημείου υπό την επίδραση δυνάμεων

2.4 Ευθύγραμμη κίνηση και οι αναπαραστάσεις της

Περιεχόμενα
- Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
- Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση
- Ελεύθερη πτώση
- Κατακόρυφη βολή

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ
- Κλίση σε γράφημα
- Εμβαδόν σε γράφημα

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. επιλέγετε άξονα για να περιγράφετε τις ευθύγραμμες κινήσεις, να απλοποιείτε την έννοια του διανύσματος και να επαναπροσδιορίζετε τα μεγέθη (θέση, μετατόπιση, μέση ταχύτητα, στιγμιαία ταχύτητα, μέση επιτάχυνση και στιγμιαία επιτάχυνση) ως τετμημένες στον άξονα.
2. ορίζετε την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
3. καθορίζετε τη θέση ενός υλικού σημείου που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση από τη σχέση $x = x_0 + \upsilon \cdot \Delta t$.
4. κατασκευάζετε τις γραφικές αναπαραστάσεις των μεγεθών x, υ, α στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε συνάρτηση με τον χρόνο.
5. δράτε στις παραπάνω αναπαραστάσεις υπολογίζοντας την κλίση στο γράφημα θέσης – χρόνου και στο γράφημα ταχύτητας – χρόνου.
6. δράτε στην αναπαράσταση ταχύτητας – χρόνου και από το εμβαδόν να βρίσκετε τη μετατόπιση.
7. ορίζετε την ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.
8. καθορίζετε την ταχύτητα ενός υλικού σημείου που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση από τη σχέση $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot \Delta t$.
9. καθορίζετε τη θέση ενός υλικού σημείου που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση από τη σχέση $x = x_0 + \upsilon_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t^2$.
10. απαλείφετε τον χρόνο από τις εξισώσεις κίνησης και να εφαρμόζετε τη σχέση $\upsilon^2 = \upsilon_0{}^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta x$.
11. κατασκευάζετε τις γραφικές αναπαραστάσεις των μεγεθών x, υ, α στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση σε συνάρτηση με τον χρόνο.
12. δράτε στις παραπάνω αναπαραστάσεις υπολογίζοντας την κλίση στο γράφημα θέσης – χρόνου και στο γράφημα ταχύτητας – χρόνου.
13. δράτε στην αναπαράσταση ταχύτητας χρόνου και από το εμβαδόν να βρίσκετε τη μετατόπιση.
14. αναγνωρίζετε ότι η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας είναι περίπου ($g = 9,8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$) κοντά στην επιφάνεια της Γης και είναι η ίδια για όλα τα αντικείμενα στον ίδιο τόπο, όταν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.
15. ορίζετε και να περιγράφετε την ελεύθερη πτώση και την κατακόρυφη βολή.
16. αναγνωρίζετε ότι η ελεύθερη πτώση και η κατακόρυφη βολή πραγματοποιούνται με την επίδραση μόνο του βάρους.
17. σχεδιάζετε μια διερεύνηση για τη μελέτη της ελεύθερης πτώσης.
18. καθορίζετε την ταχύτητα και τη θέση ενός υλικού σημείου που εκτελεί ελεύθερη πτώση και κατακόρυφη βολή.
19. κατασκευάζετε τις γραφικές αναπαραστάσεις των μεγεθών y, υ στην ελεύθερη πτώση και την κατακόρυφη βολή κίνηση σε συνάρτηση με τον χρόνο.
20. δράτε στις παραπάνω αναπαραστάσεις υπολογίζοντας την κλίση στο γράφημα θέσης – χρόνου και στο γράφημα ταχύτητας – χρόνου.
21. δράτε στην αναπαράσταση ταχύτητας – χρόνου και από το εμβαδόν να βρίσκετε τη μετατόπιση.
22. επιλύετε προβλήματα κινήσεων (μέχρι δύο υλικά σημεία) αξιοποιώντας λεκτικές αναπαραστάσεις, αναπαραστάσεις πινάκων, γραφικές, διαγραμματικές και αλγεβρικές αναπαραστάσεις με έμφαση στη μεταφορά γνώσης από τη μια αναπαράσταση στην άλλη.

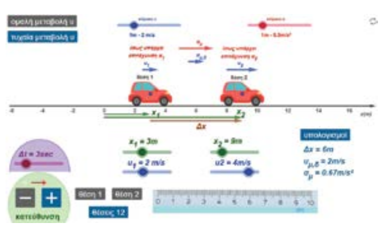
Εισαγωγή

Όπως μάθαμε και στην ενότητα 2.1, για τη μελέτη ευθύγραμμων κινήσεων αρκεί ένα σύστημα αναφοράς που αποτελείται μόνο από έναν άξονα. Ο άξονας αυτός είναι η ευθεία στην οποία διεξάγεται η κίνηση, τον οποίο ονομάζουμε κατά κανόνα ***άξονα x*** και μόνο σε περιπτώσεις κατακόρυφων κινήσεων τον ονομάζουμε ***άξονα y.***

Στις ευθύγραμμες κινήσεις τα διανυσματικά μεγέθη με τα οποία περιγράφονται οι κινήσεις ενός σώματος κάποια χρονική στιγμή *t*, είναι η θέση *x*, η (στιγμιαία) ταχύτητα *υ* και η (στιγμιαία) επιτάχυνση *α.* Για τη μετακίνηση του σώματος από μία θέση σε μία επόμενη, ορίζονται και τα διανυσματικά μεγέθη μετατόπιση *Δx*, μέση (διανυσματική) ταχύτητα $υ_μ$ και μέση επιτάχυνση $α_μ$.

Αυτά τα μεγέθη προσδιορίζονται από ένα πρόσημο που δείχνει τη φορά τους στον άξονα *x* και έναν αριθμό που δείχνει το μέτρο τους.

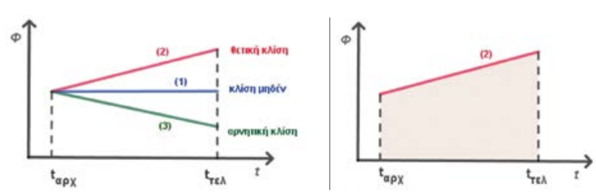
Ψηφιακή δραστηριότητα: Τα διανυσματικά μεγέθη μίας ευθύγραμμης κίνησης



Παρουσιάζονται τα διανυσματικά μεγέθη που συναντούμε σε μία ευθύγραμμη κίνηση και πώς διαμορφώνονται οι τιμές τους όταν αλλάξει η αρχή του άξονα x ή αλλάξει ο προσανατολισμός του. Η θέση και η μετατόπιση υπολογίζονται από τον άξονα *x*. Τα διανύσματα ταχύτητας και επιτάχυνσης έχουν κατάλληλη κλίμακα με την οποία μπορούν να υπολογιστούν.

Οι βασικές γραφικές αναπαραστάσεις που περιγράφουν τις ευθύγραμμες κινήσεις είναι: η γραφική αναπαράσταση θέσης – χρόνου (*x-t*), η γραφική αναπαράσταση ταχύτητας – χρόνου (*υ-t*) και η γραφική αναπαράσταση επιτάχυνσης – χρόνου (*α-t*).

Κλίση και εμβαδόν σε γράφημα



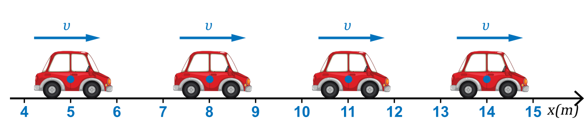
Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση (Ε.Ο.Κ)

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση λέμε την κίνηση η οποία γίνεται με σταθερό το διάνυσμα της στιγμιαίας ταχύτητας:

$$\vec{υ} = \text{σταθερό} \quad (2.4.1)$$

Προφανώς η τροχιά της είναι ευθύγραμμη και σε ίσους χρόνους το κινούμενο σώμα διανύει ίσα διαστήματα.

Η μέση ταχύτητα για διαφορετικά χρονικά διαστήματα και θέσεις έχει την ίδια τιμή και είναι ίση με τη στιγμιαία ταχύτητα. Συνεπώς η στιγμιαία ταχύτητα θα υπολογίζεται από τη σχέση με την οποία υπολογίζεται η μέση ταχύτητα.



Εικόνα 2.4.1: Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. (Τα στιγμιότυπα που εμφανίζονται είναι ανά ίσα χρονικά διαστήματα)

$$υ = \frac{Δx}{Δt} \text{ ή } υ = \frac{x_{τελ} - x_{αρχ}}{t_{τελ} - t_{αρχ}} \quad (2.4.2)$$

Εξίσωση κίνησης *x(t)*

Η εξίσωση κίνησης είναι μία σχέση της μορφής *x(t)*, δηλαδή μας δίνει τη θέση *x* του κινούμενου σώματος σε κάθε χρονική στιγμή *t*. Αν σε αυτήν τοποθετήσουμε μία τιμή στο *t*, θα βρούμε τη θέση *x* εκείνη τη στιγμή.

Για να τη διατυπώσουμε θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (2.4.2) και για την αρχική θέση θα χρησιμοποιήσουμε τα σύμβολα x_0 και t_0, ενώ για οποιαδήποτε μετέπειτα θέση, τα σύμβολα *x* και *t*.

Η σχέση (2.4.2) γίνεται: $\upsilon = \dfrac{x - x_0}{(t - t_0)}$ ή $x - x_0 = \upsilon \cdot (t - t_0)$ ή $x = x_0 + \upsilon \cdot (t - t_0)$.

Η οποία για συντομία γράφεται: $x = x_0 + \upsilon \cdot \Delta t$ (2.4.3)

Εάν μηδενίσουμε το χρονόμετρο όταν αρχίσουμε να μελετάμε την κίνηση, δηλαδή $t_0 = 0$ η (2.4.3) γράφεται: $x = x_0 + \upsilon \cdot t$ (2.4.4)

Και εάν επιπλέον το $x_0 = 0$, γράφεται: $x = \upsilon \cdot t$ (2.4.5)

> Η στιγμή που αρχίζουμε να μελετάμε την κίνηση λέγεται αρχική χρονική στιγμή t_0 και η θέση του αρχική θέση x_0.

Παράδειγμα 2.4.1.

Ένα όχημα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η εξίσωση κίνησής του δίνεται από τη σχέση:

$x = 10+2t$ (S.I.). Ποια είναι η αρχική θέση του κινητού και με ποια ταχύτητα θα κινηθεί; Ποια θα είναι η θέση του τη χρονική στιγμή 5s;

ΛΥΣΗ

Αν συγκρίνουμε την εξίσωση *x(t)*, που δίνεται με τη γενική μορφή (2.4.4) προκύπτει ότι το $t_0 = 0$, το $x_0 = 10$m και το $\upsilon = 2$m/s.

Τη χρονική στιγμή $t = 5$s, το όχημα θα βρίσκεται στη θέση: $x = 0+25 = 10+10 = 20$m

ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

Α. Γραφική αναπαράσταση θέσης – χρόνου (*x-t*)

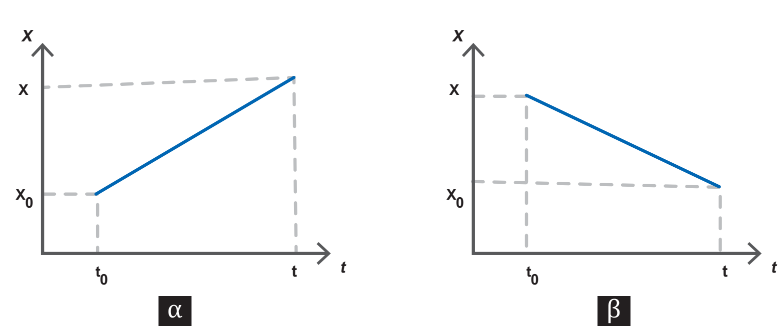
Η γραφική αναπαράσταση *x-t* δείχνει πώς μεταβάλλεται η θέση του κινητού σε σχέση με τον χρόνο. Παριστάνεται με μία ευθεία σε ένα σύστημα αξόνων *x-t*, αφού η *x(t)* είναι 1ου βαθμού ως προς τον χρόνο *t*.

Σε αυτές τις γραφικές αναπαραστάσεις η κλίση της ευθείας είναι το μέγεθος $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

που, όπως ξέρουμε, είναι η ταχύτητα του κινητού: $\upsilon = κλίση(x - t) = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ (2.4.6)

> Η κλίση Δx/Δt στο γράφημα *x-t* είναι η ταχύτητα του κινητού.

Στην εικόνα (2.4.2) δίνονται 2 μορφές που μπορεί να έχει το γράφημα *υ-t*. Στη γραφική (α) η κλίση είναι θετική όπως και η ταχύτητα *υ* και το σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα *x*. Στη γραφική (β) η κλίση είναι αρνητική, όπως και η ταχύτητα, και το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα *x*.



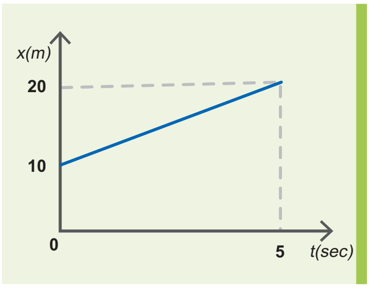
Εικόνα 2.4.2. Μορφές γραφημάτων θέσης – χρόνου για την Ε.Ο.Κ.

Παράδειγμα 2.4.2.

Να σχεδιάσετε τη γραφική αναπαράσταση της σχέσης $x = 10+2t$ (S.I.), από 0 έως 5 sec.

Να υπολογίσετε την κλίση του γραφήματος.

ΛΥΣΗ



Η γραφική x-t είναι ευθεία γιατί η εξίσωση $x = 10+2t$ είναι 1ου βαθμού ως προς τον χρόνο. Θα βρούμε το αρχικό και το τελικό σημείο της ευθείας από τη σχέση $x(t)$, ως εξής:

Για $t = 0$, θα είναι: $x = 10+2\cdot0 = 10\text{m}$

Για $t = 5\text{s}$, θα είναι: $x = 10+2\cdot5 = 20\text{m}$

Με τα δύο ζευγάρια τιμών θα σχεδιάσουμε το ευθύγραμμο τμήμα που είναι το γράφημα x-t .

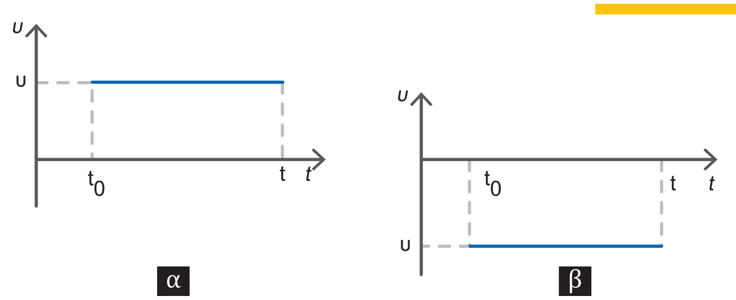
Η κλίση στο γράφημα θα είναι: $κλίση(x-t) = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_{τελ} - x_{αρχ}}{t_{τελ} - t_{αρχ}} = \dfrac{20\text{m} - 10\text{m}}{5\text{s} - 0} = \dfrac{10\text{m}}{5\text{s}} = 2\text{m/s}$ και είναι η ταχύτητα του οχήματος.

Β. Γραφική αναπαράσταση ταχύτητας – χρόνου (υ-t)

Η Γραφική αναπαράσταση υ-t δείχνει πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του κινητού σε σχέση με τον χρόνο, για την οποία ισχύει:

$$\upsilon = σταθερή$$

Οι γραφικές αναπαραστάσεις της ταχύτητας παριστάνονται με μία οριζόντια γραμμή παράλληλη με τον άξονα t. Στη γραφική αναπαράσταση (α) η ταχύτητα είναι θετική ενώ στη γραφική αναπαράσταση (β) η ταχύτητα είναι αρνητική.



Εικόνα 2.4.5. Μορφές γραφημάτων ταχύτητας χρόνου για την Ε.Ο.Κ.

Το εμβαδόν που ορίζει το γράφημα της ταχύτητας με τον χρόνο είναι το διάστημα» και «για να υπολογίσουμε τη συνολική μετατόπιση από τη γραφική παράσταση x-t αθροίζουμε τα εμβαδά που είναι πάνω από τον άξονα των χρόνων και αφαιρούμαι τα εμβαδά που είναι κάτω από τον άξονα των χρόνων. Άρα:

$$\Delta x = Εμβαδόν(\upsilon - t) = \upsilon \cdot \Delta t \quad (2.4.7)$$

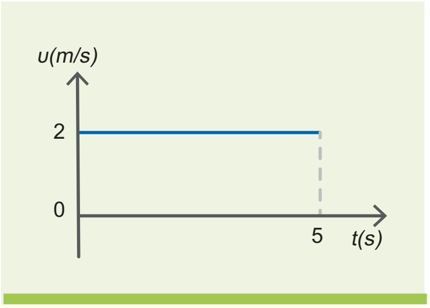
Σημείωση: Όταν η ταχύτητα είναι αρνητική, στη σχέση (2.4.7) βάζουμε το πρόσημό της και η μετατόπιση προκύπτει αρνητική.

Το εμβαδόν που ορίζει το γράφημα της ταχύτητας με τον χρόνο είναι το διάστημα.

Παράδειγμα 2.4.3.

Ένας πεζοπόρος περπατάει γρήγορα με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 2\text{m/s}$ από $t_0 = 0$ έως $t = 5\text{sec}$. Να σχεδιάσετε το γράφημα της ταχύτητας – χρόνου και να υπολογίσετε τη μετατόπισή του για αυτό το χρονικό διάστημα.

ΛΥΣΗ



Το γράφημα υ-t, αφού η ταχύτητα είναι σταθερή, θα είναι μία ευθεία παράλληλη στον άξονα των χρόνων και παρουσιάζεται στη διπλανή εικόνα.

Η μετατόπιση του κινητού βρίσκεται από το εμβαδόν του διαγράμματος:

$$\Delta x = Εμβαδό(\upsilon - t) = \beta \cdot h = 5\text{s} \cdot 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10\text{m}$$

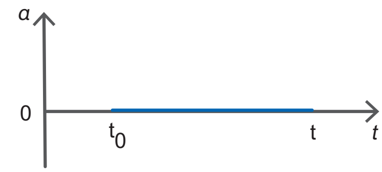
Γ. γραφική αναπαράσταση επιτάχυνσης – χρόνου (α-t)

Στην ενότητα 2.1 είδαμε ότι η στιγμιαία επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}, (\Delta t \to 0).$$

Σε κάθε χρονικό διάστημα, η μεταβολή $\Delta\upsilon$ είναι μηδέν, και άρα και η επιτάχυνση α θα είναι επίσης μηδέν. Η γραφική αναπαράσταση της επιτάχυνσης – χρόνου είναι μία ευθεία πάνω στον άξονα των χρόνων.

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η επιτάχυνση είναι μηδέν: $\alpha = 0$



Εικόνα 2.4.6. Γραφική αναπαράσταση επιτάχυνσης – χρόνου στην Ε.Ο.Κ.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.4.1

Η εξίσωση κίνησης ενός υλικού σημείου που κινείται στον άξονα x είναι η $x = 12 + 2 \cdot t$ (S.I.).

Α. Ποιο το μέτρο της ταχύτητάς του και ποια είναι η φορά της κίνησής του;

Β. Ποια η θέση του τη στιγμή 5s;

Γ. Ποια η μετατόπισή του από 0 έως 5s;

Δ. Να σχεδιάσετε τις γραφικές αναπαραστάσεις ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου από 0 έως 5s.

Ε. Να υπολογίσετε το εμβαδόν στο γράφημα υ-t και την κλίση στο γράφημα x-t.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Η εξίσωση κίνησης $x = 12 + 2 \cdot t$ (S.I.)	Μέτρο ταχύτητας υ
Χρονική στιγμή $t = 2$s	Θέση x (5sec)
Χρονική διάρκεια: 0 έως 5s	Μετατόπιση Δx (0-5sec)
	Γραφικές αναπαραστάσεις υ-t, x-t (0-5sec)
	Εμβαδόν υ-t, κλίση (x-t)

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Από την εξίσωση που δίνεται, βρίσκουμε:

- Τις τιμές της ταχύτητας υ και της αρχικής θέσης x_0, συγκρίνοντάς την με την γενική μορφή της εξίσωσης κίνησης $x = x_0 + \upsilon \cdot t$.
- Με αντικατάσταση της χρονικής στιγμής t, βρίσκουμε τη θέση x.

Η μετατόπιση μπορεί να υπολογιστεί: από τη σχέση $\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t$

Για τις γραφικές αναπαραστάσεις γνωρίζουμε ότι:

- Η γραφική αναπαράσταση θέσης – χρόνου θα είναι μία πλάγια ευθεία.
- Η γραφική αναπαράσταση ταχύτητας-χρόνου θα είναι μία οριζόντια ευθεία.

ΛΥΣΗ

Α. Συγκρίνοντας τη σχέση $x = 12 + 2 \cdot t$ (S.I.) και τη γενική μορφή $x = x_0 + \upsilon \cdot t$, προκύπτει ότι:

$x_0 = 12$m και $\upsilon = 2$m/s. Επειδή η ταχύτητα είναι θετική, το υλικό σημείο κινείται προς τη θετική φορά.

Β. Για $t = 5$s, εξίσωση $x(t)$ θα μας δώσει: $x = 12 + 2 \cdot 5$ ή $x = 22$m

Γ. Η μετατόπιση από 0 έως 5s είναι: $\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t = 2 \cdot 5 = 10$m.

Δ. Η γραφική αναπαράσταση ταχύτητας – χρόνου είναι μία οριζόντια ευθεία με τιμή ταχύτητας 2m/s. Για το χρονικό διάστημα από 0 έως 5sec είναι το ευθύγραμμο τμήμα που φαίνεται στην εικόνα (α).

Η γραφική αναπαράσταση θέσης – χρόνου είναι μία πλάγια ευθεία.

Από την εξίσωση $x = 12 + 2 \cdot t$ (S.I.), θα έχουμε:

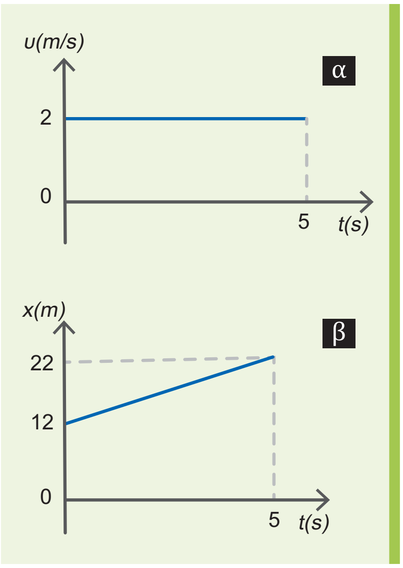
Για t = 0, το $x = 12 + 2 \cdot 0 = 12$m.

Για t = 5s, το $x = 12 + 2 \cdot 5 = 12 + 10 = 22$m

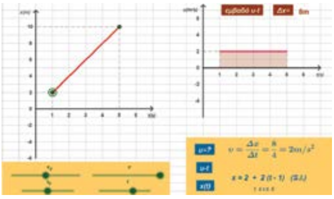
Χρησιμοποιώντας τα δύο ζευγάρια τιμών ταχύτητας και χρόνου σχεδιάζουμε αντίστοιχο ευθύγραμμο τμήμα που είναι η γραφική αναπαράσταση *υ-t* της εικόνας (β).

Ε. Το εμβαδόν του *υ-t*: $εμβαδόν(υ-t) = β \cdot h = 5\,m/s \cdot 2\,s = 10\,m$, το οποίο είναι η μετατόπιση *Δx*.

Η κλίση του *x-t*: $κλίση(x-t) = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{τελ} - x_{αρχ}}{t_{τελ} - t_{αρχ}} = \frac{22-12}{5-0} = \frac{10}{5} = 2\,m/s$ και είναι η ταχύτητα *υ*.



Ψηφιακή δραστηριότητα: Γραφήματα *x-t* και *υ-t* στην Ε.Ο.Κ.



Η προσομοίωση δείχνει τις γραφικές αναπαραστάσεις *x-t* και *υ-t* για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Αλλάζοντας τη γραφική αναπαράσταση *x-t* εμφανίζονται οι μεταβολές στη γραφική αναπαράσταση *υ-t*. Ταυτόχρονα υπολογίζεται η ταχύτητα υ και εμφανίζεται η εξίσωση *x(t)*.

Ευθύγραμμη Ομαλά Μεταβαλλόμενη Κίνηση (Ε.Ο.Μ.Κ.)

Συμπλήρωση κενών (Ε.Ο.Κ).

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση λέμε την κίνηση που γίνεται κατά μήκος μίας ευθείας με σταθερό το διάνυσμα της στιγμιαίας επιτάχυνσης. Η ταχύτητα θα μεταβάλλεται κατά το ίδιο ποσό σε ίσα χρονικά διαστήματα.

Θα ισχύει ότι: $\vec{α} = σταθερό$ (2.4.8)

Μπορούμε να θεωρήσουμε αρχικά ότι η κίνηση γίνεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα *x*.

Η μέση επιτάχυνση $α_μ$ για διαφορετικά χρονικά διαστήματα και θέσεις έχει την ίδια τιμή και είναι ίση με τη στιγμιαία επιτάχυνση *α*.

Συνεπώς η στιγμιαία επιτάχυνση θα υπολογίζεται από τη σχέση με την οποία υπολογίζεται η μέση επιτάχυνση. Για δύο οποιεσδήποτε θέσεις του κινητού, θα ισχύει:

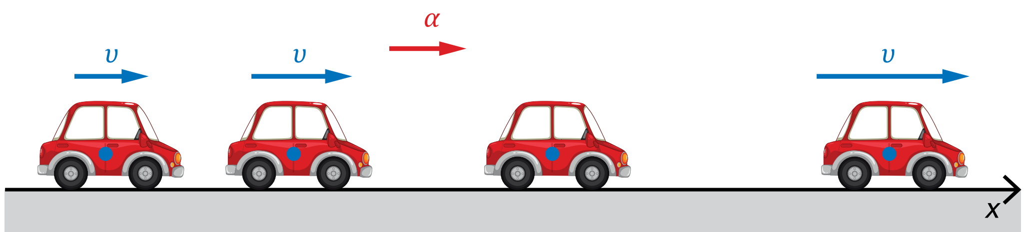
$$α = \frac{\Delta υ}{\Delta t} \quad ή \quad α = \frac{υ_{τελ} - υ_{αρχ}}{\Delta t} \qquad (2.4.9)$$

Η επιτάχυνση είναι $α=0$ στην Ε.Ο.Κ.

Η τιμή της επιτάχυνσης *α* μπορεί να είναι θετική ($α>0$) ή αρνητική ($α<0$).

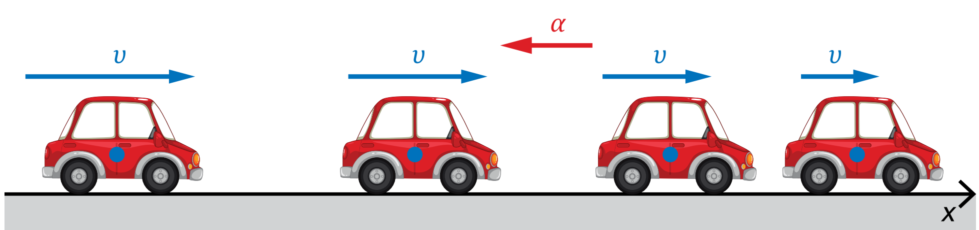
Οι **ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες** κινήσεις χωρίζονται σε δύο κατηγορίες:

Α. Τις **ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες** όπου η επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα και το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. Σε μία τέτοια κίνηση που γίνεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x, η επιτάχυνση είναι θετική ($α>0$).



Εικόνα 2.4.7. Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
(Τα στιγμιότυπα εμφανίζονται ανά ίσα χρονικά διαστήματα)

Β. Τις **ευθύγραμμες ομαλά επιβραδυνόμενες** όπου η επιτάχυνση έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα και το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται.



Εικόνα 2.4.8. Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.
(Τα στιγμιότυπα εμφανίζονται ανά ίσα χρονικά διαστήματα)

Σε μία τέτοια κίνηση που γίνεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x, η επιτάχυνση είναι αρνητική (α<0) .

Εξίσωση ταχύτητας *υ(t)*

Η εξίσωση της ταχύτητας είναι μία σχέση της μορφής *υ(t)*, που δίνει την ταχύτητα του κινούμενου σώματος σε κάθε χρονική στιγμή *t*.

Για να τη διατυπώσουμε θα χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση (2.4.9) και για την αρχική ταχύτητα και τον χρόνο θα χρησιμοποιήσουμε τα σύμβολα υ_0 και t_0 αντίστοιχα, ενώ για οποιαδήποτε μετέπειτα θέση, τα σύμβολα υ και t.

> Η αρχική χρονική στιγμή ονομάζεται t_0 και η αντίστοιχη ταχύτητα ονομάζεται **αρχική ταχύτητα** υ_0.

Η σχέση (2.4.9) γίνεται: $\alpha = \dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{t - t_0}$ ή $\upsilon - \upsilon_0 = \alpha(t - t_0)$ ή $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\cdot(t - t_0)$

η οποία σε συντομία γράφεται: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\cdot\Delta t$ (2.4.11)

Εάν μηδενίσουμε το χρονόμετρο όταν αρχίσουμε να μελετάμε την κίνηση, το $t_0 = 0$ και η προηγούμενη σχέση γράφεται: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\cdot t$ (2.4.12)

Παράδειγμα 2.4.4.

Ένα αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ταχύτητα $\upsilon_0 = 20$m/s και η ταχύτητά του αυξάνεται με επιτάχυνση $\alpha = 0{,}5$m/s^2. Πόση είναι η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή $t = 10$s;

Με εφαρμογή της σχέσης (2.4.11) προκύπτει:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\cdot(t - t_0) = 20 + 0{,}5(10 - 0) = 20 + 5 = 25\text{m/s}$$

Εξίσωση κίνησης *x(t)* από τη γραφική αναπαράσταση *υ-t*

Σε μία ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η ταχύτητα μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\cdot(t - t_0).$$

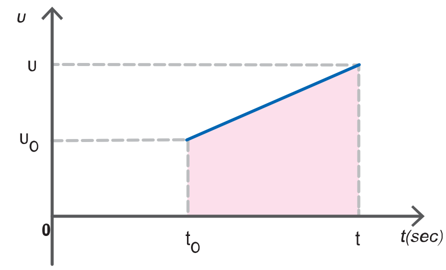
Θα σχεδιάσουμε τη γραφική αναπαράσταση ως εξής:

Η σχέση $\upsilon(t)$ είναι εξίσωση 1ου βαθμού ως προς τον χρόνο, άρα θα είναι μία ευθεία σε ένα σύστημα αξόνων υ-t.

Τα δύο σημεία της ευθείας θα τα βρούμε ως εξής:

- Τη χρονική στιγμή t_0 η ταχύτητα θα είναι υ_0.
- Τη χρονική στιγμή t η ταχύτητα θα είναι $\upsilon=\upsilon_0+\alpha\cdot(t-t_0)$.

Με αυτά τα σημεία σχεδιάζουμε τη γραφική αναπαράσταση υ-t, (θεωρώντας ότι το $\alpha>0$).



Εικόνα 2.4.9. Εμβαδόν στη γραφική αναπαράσταση υ-t.

Σε μία ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, το εμβαδόν που ορίζει το γράφημα με τον άξονα των χρόνων στη γραφική αναπαράσταση ταχύτητας – χρόνου, εκφράζει τη **μετατόπιση** του κινητού. Το ίδιο συμβαίνει και στις ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις. Το εμβαδόν μεταξύ των χρονικών στιγμών t_0 και t είναι τραπέζιο και έχει σχεδιαστεί στην εικόνα 2.4.9. Οπότε:

$$\Delta x = Εμβαδόν(\upsilon - t) = \frac{\upsilon+\upsilon_0}{2}\cdot\Delta t = \frac{\upsilon_0+\alpha\cdot\Delta t+\upsilon_0}{2}\cdot\Delta t = \frac{2\,\upsilon_0+\alpha\cdot\Delta t}{2}\cdot\Delta t = \upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t^2 \text{ ή}$$

$$\Delta x = \upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t^2 \quad (2.4.13)$$

Επίσης για τη θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t γράφουμε: $x - x_0 = \upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t^2$ ή

$$x = x_0+\upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t^2 \quad (2.4.14)$$

Στα ίδια αποτελέσματα καταλήγουμε εάν θεωρήσουμε ότι το $\alpha<0$ απλώς θα αλλάξει η γραφική υ-t που θα είναι ευθεία με αρνητική κλίση.

Ανακεφαλαιώνοντας, μία ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση που γίνεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα x, όταν είναι επιταχυνόμενη το $\alpha>0$ ενώ όταν είναι επιβραδυνόμενη το $\alpha<0$ και οι σχέσεις γράφονται:

Για την ταχύτητα: $\upsilon = \upsilon_0+\alpha\cdot\Delta t$

Για τη μετατόπιση: $\Delta x = \upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t^2$

Για τη θέση: $x = x_0+\upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t^2$

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση το $\alpha = 0$ και αυτές οι εξισώσεις γίνονται οι (2.4.2), (2.4.3) και (2.4.4)

Συνήθως τη στιγμή που αρχίζουμε να μελετάμε μια κίνηση μηδενίζουμε το χρονόμετρο, δηλαδή το $\boldsymbol{t_0 = 0}$. Για το χρονικό διάστημα Δt ισχύει ότι $\Delta t = t - t_0 = t - 0 = t$, δηλαδή αυτό ταυτίζεται με τη χρονική στιγμή t. Τότε οι προηγούμενες εξισώσεις μπορούν να γραφούν και ως:

$\upsilon = \upsilon_0+\alpha\cdot t$, $\Delta x = \upsilon_0\cdot t+\frac{1}{2}\alpha\cdot t^2$ και $x = x_0+\upsilon_0\cdot t+\frac{1}{2}\alpha\cdot t^2$.

Αν επιπλέον το $x_0 = 0$, τότε η τελευταία γράφεται: $x = \upsilon_0\cdot t+\frac{1}{2}\alpha\cdot t^2$.

Η μέση ταχύτητα στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι ο μέσος όρος της αρχικής και τελικής ταχύτητας.

$$\upsilon_\mu = \frac{\upsilon_0+\upsilon}{2} \quad (2.4.15)$$

Πράγματι η μέση ταχύτητα είναι $\upsilon_\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\alpha\cdot(\Delta t)^2}{\Delta t} = \upsilon_0+\frac{\alpha\Delta t}{2} = \upsilon_0+\frac{\upsilon-\upsilon_0}{2} = \frac{\upsilon_0+\upsilon}{2}$

Γραφικές αναπαραστάσεις

Στα γραφήματα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι κινήσεις γίνονται προς τη **θετική κατεύθυνση του άξονα *x*** όπως φαίνεται στις εικόνες 2.4.7 και 2.4.8.

Α. Γραφικές αναπαραστάσεις ταχύτητας – χρόνου (*υ-t*)

Η γραφική αναπαράσταση *υ-t* δείχνει πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του κινητού σε σχέση με τον χρόνο. Παριστάνεται με μία ευθεία σε ένα σύστημα αξόνων *υ-t*, αφού είναι 1ου βαθμού όπως είπαμε, ως προς τον χρόνο *t*.

Η κλίση *Δυ/Δt* του διαγράμματος *υ-t* είναι η επιτάχυνση του κινητού.

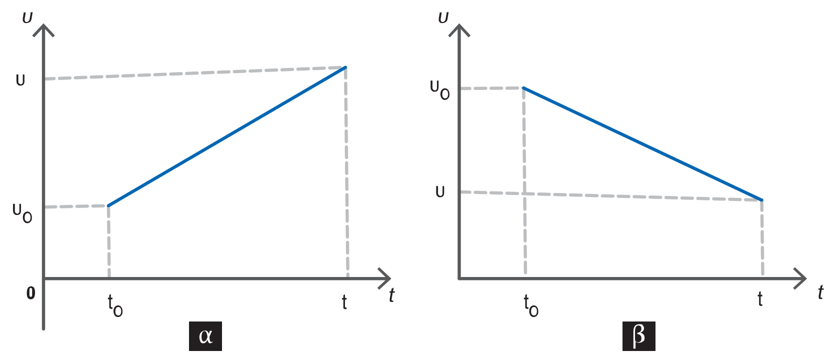
Σε αυτές τις γραφικές αναπαραστάσεις η κλίση της ευθείας είναι το μέγεθος $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$ που, όπως ξέρουμε, είναι η επιτάχυνση α του κινητού:

$$\alpha = \kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta(\upsilon - t) = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} \quad (2.4.16)$$

Στη γραφική αναπαράσταση 2.4.10(α) η κλίση είναι θετική όπως και η επιτάχυνση α, ενώ στη γραφική αναπαράσταση 2.4.10(β) η κλίση είναι αρνητική όπως και η επιτάχυνση α.

Το εμβαδόν, όπως είπαμε, δείχνει την μετατόπιση του κινητού. Άρα:

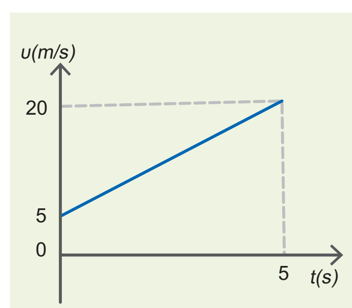
$$\Delta x = \text{Εμβαδόν}(\upsilon - t) \quad (2.4.17)$$



Εικόνα 2.4.10. Μορφές γραφημάτων ταχύτητας – χρόνου στην Ε.Ο.Μ.Κ.

Παράδειγμα 2.4.5.

Να σχεδιάσετε τη γραφική αναπαράσταση της σχέσης $\upsilon = 5+3t$ (S.I.), από 0 έως 5 sec. Να υπολογίσετε την κλίση αυτής της γραφικής αναπαράστασης και το εμβαδόν που σχηματίζει με τον άξονα των χρόνων. Ποια μεγέθη είναι αυτά;



ΛΥΣΗ

Η γραφική αναπαράσταση *υ-t* θα είναι ευθεία γιατί η σχέση της ταχύτητας $\upsilon = 5+3t$ είναι 1ου βαθμού ως προς τον χρόνο *t*.

Για να κάνουμε τη γραφική αναπαράσταση θα βρούμε τα δύο σημεία του ευθύγραμμου τμήματος (αρχικό και τελικό) της ευθείας, από τη σχέση *υ(t)*.

Κάνουμε τα εξής:

Για $t = 0$, θα είναι: $\upsilon = 5+3\cdot 0 = 5m/s$

Για $t = 5s$, θα είναι: $\upsilon = 5+3\cdot 5 = 20m/s$

Με τα δύο ζευγάρια τιμών σχεδιάζουμε το γράφημα *υ-t*.

Η κλίση του γραφήματος θα είναι η επιτάχυνση : $\alpha = \kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta(\upsilon - t) = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - \upsilon_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} = \frac{20-5}{5-0} = \frac{15}{5} = 3m/s^2$

Παρατηρήστε ότι η κλίση είναι και ο συντελεστής του *t*, στην εξίσωση $\upsilon = 5+3t$.

Το εμβαδόν στο γράφημα θα είναι η μετατόπιση: $\Delta x = \varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}(\upsilon - t) = \frac{(\beta + B)h}{2} = \frac{(5+20)5}{2} = \frac{25\cdot 5}{2} = \frac{125}{2} = 62{,}5m$

Γραφικές αναπαραστάσεις επιτάχυνσης – χρόνου (*α-t*)

Η γραφική *α-t* δείχνει πώς μεταβάλλεται η επιτάχυνση του κινητού σε σχέση με τον χρόνο, για την οποία ισχύει:

$$\alpha = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta} \qquad (2.4.18)$$

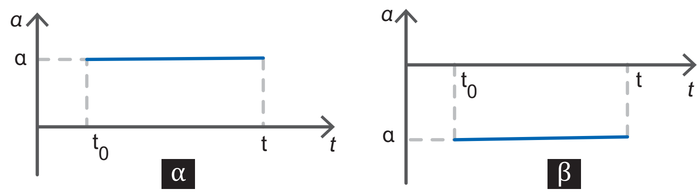
Οι γραφικές αναπαραστάσεις της επιτάχυνσης παριστάνονται με μία οριζόντια γραμμή παράλληλη με τον άξονα *t*. Στη γραφική (α) η επιτάχυνση είναι θετική ενώ στη γραφική (β) η επιτάχυνση είναι αρνητική.

Το εμβαδόν που ορίζει το γράφημα της επιτάχυνσης με το χρόνο είναι η μεταβολή της ταχύτητας *Δυ*.

Σε αυτές τις γραφικές το «εμβαδόν» που ορίζει η γραφική με τον άξονα *t* είναι το μέγεθος $\alpha \cdot \Delta t$ που είναι η μεταβολή της ταχύτητας $\Delta\upsilon$. Άρα:

$$\Delta\upsilon = \text{Εμβαδόν}(\alpha\text{-}t) = \alpha \cdot \Delta t \qquad (2.4.19)$$

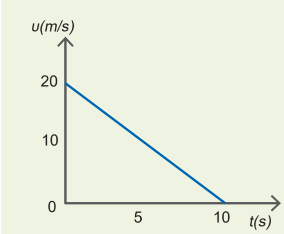
Όταν η επιτάχυνση είναι αρνητική, και την αντικαταστήσουμε στη σχέση (2.4.14), το εμβαδόν της γραφικής *α-t* προκύπτει «αρνητικό».



Εικόνα 2.4.11. Μορφές γραφημάτων επιτάχυνσης – χρόνου στην Ε.Ο.Μ.Κ.

Παράδειγμα 2.4.6.

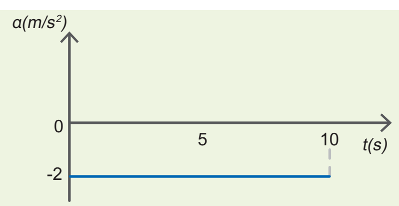
Ένα αυτοκίνητο, ενώ κινείται με ταχύτητα 20m/s, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο οδηγός πατάει φρένο και το γράφημα *υ-t* δείχνει την εξέλιξη της ταχύτητάς του. Να σχεδιάσετε τη γραφική αναπαράσταση επιτάχυνσης-χρόνου.



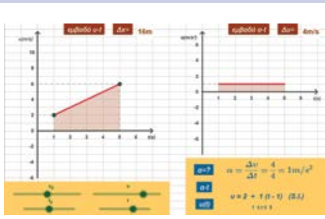
Η επιτάχυνση είναι η κλίση του γραφήματος *υ-t*. Άρα

$$\alpha = \kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta(\upsilon - t) = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - \upsilon_{\alpha\rho\chi}}{t_{\tau\varepsilon\lambda} - t_{\alpha\rho\chi}} = \frac{0-20}{10-0} = \frac{-20}{10} = -2\text{m/s}^2$$

Η επιτάχυνση είναι αρνητική και το γράφημα θα είναι:



Ψηφιακή δραστηριότητα: Γραφήματα *υ-t* και *α-t* στην Ε.Ο.Μ.Κ.



Η προσομοίωση δείχνει τις γραφικές παραστάσεις *υ-t* και *α-t* για την ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Αλλάζοντας το γράφημα *υ-t* εμφανίζονται οι μεταβολές στο γράφημα *α-t*. Ταυτόχρονα υπολογίζεται η επιτάχυνση *α* και εμφανίζεται η εξίσωση ταχύτητας *υ(t)*.

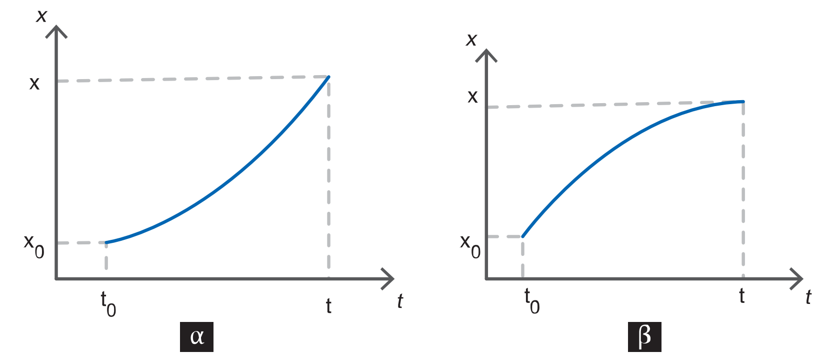
Γ. Γραφική αναπαράσταση θέσης – χρόνου (*x-t*)

Η γραφική αναπαράσταση θέσης – χρόνου προκύπτει από την εξίσωση κίνησης *x(t)*: $x = x_0 + \upsilon_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha \cdot (t - t_0)^2$, η οποία είναι εξίσωση 2ου βαθμού ως προς τον χρόνο, και είναι παραβολή.

Η εικόνα 2.4.12(α) αναφέρεται σε μία επιταχυνόμενη κίνηση (α>0) και η εικόνα 2.4.12(β) σε μία επιβραδυνόμενη κίνηση (α<0).

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η κλίση αυτών των γραφημάτων.

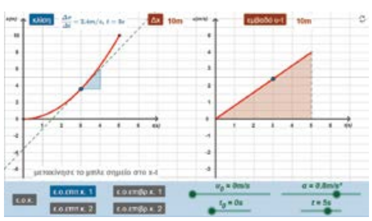
Στο γράφημα της επιταχυνόμενης, καθώς κινούμαστε κατά μήκος του, η κλίση αυξάνεται και αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα αυξάνεται, όπως άλλωστε περιμέναμε.



Εικόνα 2.4.12. Γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου για τις ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις.

Αντίστοιχα, στο γράφημα της επιβραδυνόμενης κίνησης, καθώς κινούμαστε κατά μήκος του, η κλίση μειώνεται και αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα μειώνεται.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Κλίση στο γράφημα *x-t*



Παρουσιάζεται μία γραφική αναπαράσταση *x-t* (για Ε.Ο.Κ ή Ε.Ο.Μ.Κ.) και για ένα σημείο της υπολογίζεται η κλίση της. Ταυτόχρονα παρουσιάζεται η γραφική *υ-t* και ένα σημείο πάνω της που αντιστοιχεί στο σημείο της *x-t*.

Σχέση μετατόπισης – ταχύτητας

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, θέλουμε να εξάγουμε μία σχέση μεταξύ της μετατόπισης Δx και της ταχύτητας υ, χωρίς να υπάρχει το χρονικό διάστημα Δt.

Τη σχέση $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot \Delta t$ τη λύνουμε ως προς το Δt: $\Delta t = \dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{\alpha}$

Αν αντικαταστήσουμε αυτήν τη σχέση στον τύπο της μετατόπισης, προκύπτει:

$$\Delta x = \upsilon_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = \upsilon_0 \frac{\upsilon - \upsilon_0}{\alpha} + \frac{1}{2}\alpha \cdot \left(\frac{\upsilon - \upsilon_0}{\alpha}\right)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = \frac{\upsilon_0\upsilon - \upsilon_0^2}{\alpha} + \frac{\upsilon^2 + \upsilon_0^2 - 2\upsilon_0\upsilon}{2\alpha}$$

$$\text{ή} \quad \Delta x = \frac{2\upsilon_0\upsilon - 2\upsilon_0^2 + \upsilon^2 + \upsilon_0^2 - 2\upsilon_0\upsilon}{2\alpha} \quad \text{ή} \quad \Delta x = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2\alpha} \qquad (2.4.20)$$

η οποία γράφεται και ως: $\boxed{\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2\alpha \cdot \Delta x}$ (2.4.21)

Σε μία **επιβραδυνόμενη κίνηση** πολύ συχνά ζητείται η μετατόπιση του υλικού σημείου έως ότου να σταματήσει. Αν στη σχέση (2.4.20) θέσουμε $\upsilon = 0$, προκύπτει:

$$\Delta x = \frac{-\upsilon_0^2}{2\alpha} \qquad (2.4.22)$$

Ο αντίστοιχος χρόνος Δt που διαρκεί αυτή η κίνηση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot \Delta t, \quad \text{ή} \quad 0 = \upsilon_0 + \alpha \cdot \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta t = \frac{-\upsilon_0}{\alpha} \qquad (2.4.23)$$

Τα μεγέθη Δx και Δt είναι θετικά. Το πρόσημο «-» υπάρχει, γιατί το α είναι αρνητικό.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.4.2

Υλικό σημείο που είναι ακίνητο και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αποκτά σταθερή επιτάχυνση μέτρου $5 m/s^2$.

Α. Πόσο το μέτρο της ταχύτητάς του τη στιγμή 4s;

Β. Ποιο το διάστημα που διανύει στη χρονική διάρκεια από 0 έως 4s;

Γ. Σχεδιάστε τα γραφήματα, *α-t*, *x-t* και *υ-t* αν γνωρίζετε ότι το υλικό σημείο τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρισκόταν στη θέση $x_0 = 10$m,

Δεδομένα	Ζητούμενα
$\upsilon_0 = 0$ $\alpha = 5 m/s^2$ Χρονική στιγμή $t = 4$s Χρονικό διάστημα 0 – 4s $x_0 = 10$m \ $t_0 = 0$	Ταχύτητα υ (την $t = 4$s) Διάστημα s (0 έως 4s) Γραφήματα *α-t*, *x-t* και *υ-t*

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και το t_0=0.

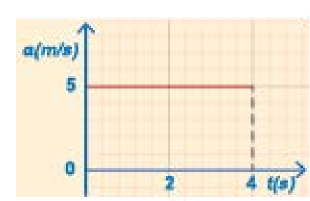
Θα χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις της ταχύτητας και της μετατόπισης συναρτήσει του *t* και θα αντικαταστήσουμε το *t*

για την ταχύτητα $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t$

για τη μετατόπιση $\Delta x = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$

Επειδή έχουμε μία φορά κίνησης, το διάστημα συνδέεται με τη μετατόπιση με τη σχέση: $s = |\Delta x|$. Άρα πρώτα θα βρούμε τη μετατόπιση Δx και έπειτα το διάστημα *s*.

Για να σχεδιάσουμε τα γραφήματα ξέρουμε ότι το γράφημα *α-t* είναι μία παράλληλη ευθεία στον άξονα *t* στα θετικά, το γράφημα *υ-t* είναι μία πλάγια ευθεία με θετική κλίση και το *x-t* είναι μία παραβολή στην οποία σταδιακά η κλίση αυξάνεται (παραβολή επιτάχυνσης).



α

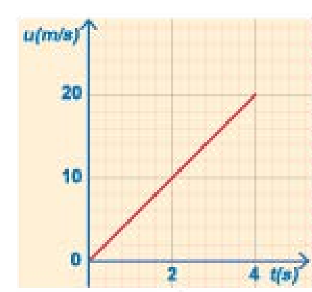
ΛΥΣΗ

Α. Για την ταχύτητα ισχύει: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t = 0 + 5 \cdot 4 = 20 m/s$

Β. Για τη μετατόπιση ισχύει: $\Delta x = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 = 0 \cdot 4 + \frac{1}{2} 5 \cdot 4^2 = 40$m.

Άρα το διάστημα *s* θα είναι: $s = |\Delta x| = |40| = 40$m.

Γ. Τα γραφήματα θα είναι:



β

Γράφημα *α-t*: Βρήκαμε ότι η επιτάχυνση είναι: $\alpha = 5 m/s^2$. Στους άξονες *α-t* σχεδιάζουμε μία ευθεία παράλληλη στον άξονα *t*, όπως φαίνεται στην εικόνα (α).

Γράφημα *υ-t*: Είναι μία ευθεία που έχει αρχικό και τελικό σημείο, τα εξής:

Για $t = 0$ το $\upsilon = \upsilon_0 = 0$.

Για $t = 4$s, το $\upsilon = 20 m/s$.

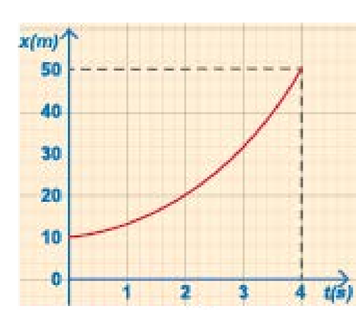
Σχεδιάζουμε τα σημεία από τα δύο ζευγάρια τιμών και φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα, όπως φαίνεται στην εικόνα (β).

Γράφημα *x-t*: είναι «παραβολή επιταχυνόμενης κίνησης» που έχει αρχικό και τελικό σημείο, τα εξής:

Για $t = 0$ το $x = x_0 = 10$m.

Για $t = 4$s, το $x = 50$m.

Σχεδιάζουμε τα σημεία από τα δύο ζευγάρια τιμών και φέρουμε την παραβολή της επιτάχυνσης, όπως φαίνεται στην εικόνα (γ).



γ

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.4.3

Υλικό σημείο που έχει ταχύτητα υ_0=40m/s τη στιγμή t_0=0s, αποκτά σταθερή επιτάχυνση που έχει αντίθετη κατεύθυνση με την ταχύτητα. Ακινητοποιείται στιγμιαία αφού διανύσει διάστημα 200m.

Α. Υπολογίστε την επιτάχυνσή του και τον χρόνο κίνησής του.

Β. Ποια η μετατόπισή του έως ότου το μέτρο της αρχικής του ταχύτητας να υποδιπλασιαστεί;

Γ. Να γίνουν οι γραφικές αναπαραστάσεις επιτάχυνσης – χρόνου, ταχύτητας χρόνου και θέσης χρόνου από τη στιγμή 0 έως τη στιγμή που σταματά, εάν η αρχική θέση του υλικού σημείου ήταν x_0=0.

Δεδομένα	Ζητούμενα
$t_0 = 0$	Μέτρο επιτάχυνσης α
$\upsilon_0 = 40$m/s	Διάστημα s_1 έως ότου να ισχύσει $\upsilon_1 = \upsilon_0/2$
Κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη	Γραφικές αναπαραστάσεις
Το διάστημα έως ότου να σταματήσει $s = 200$m	

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ:

- Την κίνηση αρχίζουμε να τη μελετάμε τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, άρα το $\Delta t = t - t_0 = t - 0 = t$.
- Επίσης είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη και το κινητό σταματάει, άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις για τη μετατόπιση και τον χρόνο: $\Delta x = \dfrac{-{\upsilon_0}^2}{2\alpha}$, $\Delta t = \dfrac{-\upsilon_0}{\alpha}$.
- Όταν η ταχύτητά του από υ_0 μειώνεται σε υ_1 μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1$ και $\Delta x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \dfrac{1}{2}\alpha \cdot {t_1}^2$, όπου t_1 η αντίστοιχη χρονική στιγμή.
- Όταν έχουμε μία φορά κίνησης, το διάστημα συνδέεται με τη μετατόπιση με τη σχέση: $s = |\Delta x|$. Άρα πρώτα θα βρούμε τη μετατόπιση Δx και έπειτα το διάστημα s.
- Το γράφημα α-t είναι μια οριζόντια ευθεία στα αρνητικά αφού η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη, το γράφημα υ-t είναι πλάγια ευθεία με «αρνητική κλίση» ενώ το γράφημα x-t είναι παραβολή.

ΛΥΣΗ:

Α. Το διάστημα που θα διανύσει το κινητό ταυτίζεται με τη μετατόπισή του και άρα: $\Delta x = s = 200$m.

Η σχέση για τη μετατόπιση σε αυτήν την περίπτωση είναι, $\Delta x = \dfrac{-{\upsilon_0}^2}{2\alpha}$ και με αντικατάσταση προκύπτει: $200 = \dfrac{-40^2}{2\alpha}$ ή $\alpha = -4\text{m/s}^2$.

Ο αντίστοιχος χρόνος υπολογίζεται από τη σχέση: $\Delta t = \dfrac{-\upsilon_0}{\alpha}$ ή $\Delta t = \dfrac{-40}{-4}$ ή $\Delta t = 10$s.

Β. Τώρα θέτουμε $\upsilon = \dfrac{\upsilon_0}{2}$ και έχουμε $\dfrac{\upsilon_0}{2} = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1$ ή $20 = 40 + (-4) \cdot t_1$ ή $t_1 = 5$s.

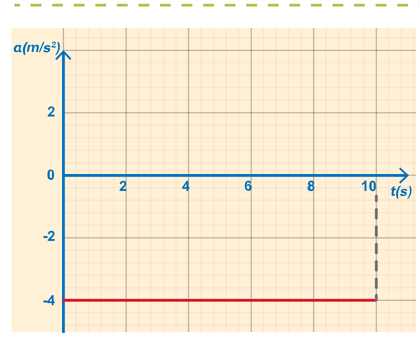
Άρα $\Delta x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \dfrac{1}{2}\alpha \cdot {t_1}^2$ ή $\Delta x_1 = 40 \cdot 5 + \dfrac{1}{2} \cdot (-4) \cdot 5^2$ ή $\Delta x = 150$m.

Το αντίστοιχο διάστημα επίσης είναι 150m.

Γ. Γράφημα α-t: Βρήκαμε ότι η επιτάχυνση είναι: $\alpha = -4m/s^2$. Στους άξονες α-t σχεδιάζουμε μία ευθεία παράλληλη στον άξονα t, όπως φαίνεται στην εικόνα (α).

Γράφημα υ-t: είναι μία ευθεία που έχει αρχικό και τελικό σημείο, τα εξής:

Για $t = 0$ το $\upsilon = \upsilon_0 = 40$m/s.



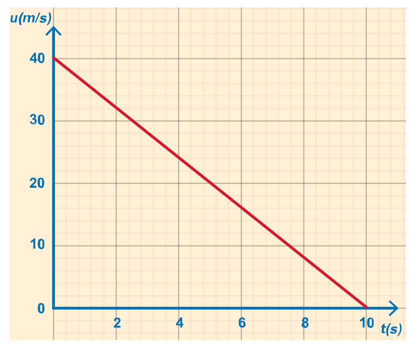
α

Για $t = 10s$, το $\upsilon = 0$. Σχεδιάζουμε τα σημεία από τα δύο ζευγάρια τιμών και φέρουμε την ευθεία, όπως φαίνεται στην εικόνα (β).

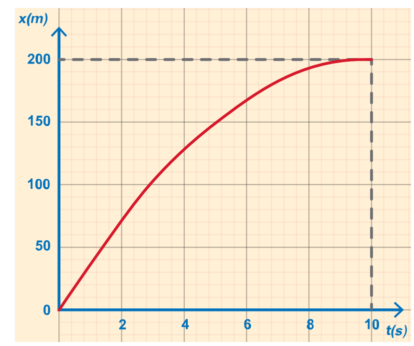
<u>Γράφημα *x-t*</u>: είναι «παραβολή της επιβραδυνόμενης κίνησης» που έχει αρχικό και τελικό σημείο, τα εξής:

Για $t = 0$ το $x = x_0 = 0$.

Για $t = 10s$, το $x = 200m$.



β

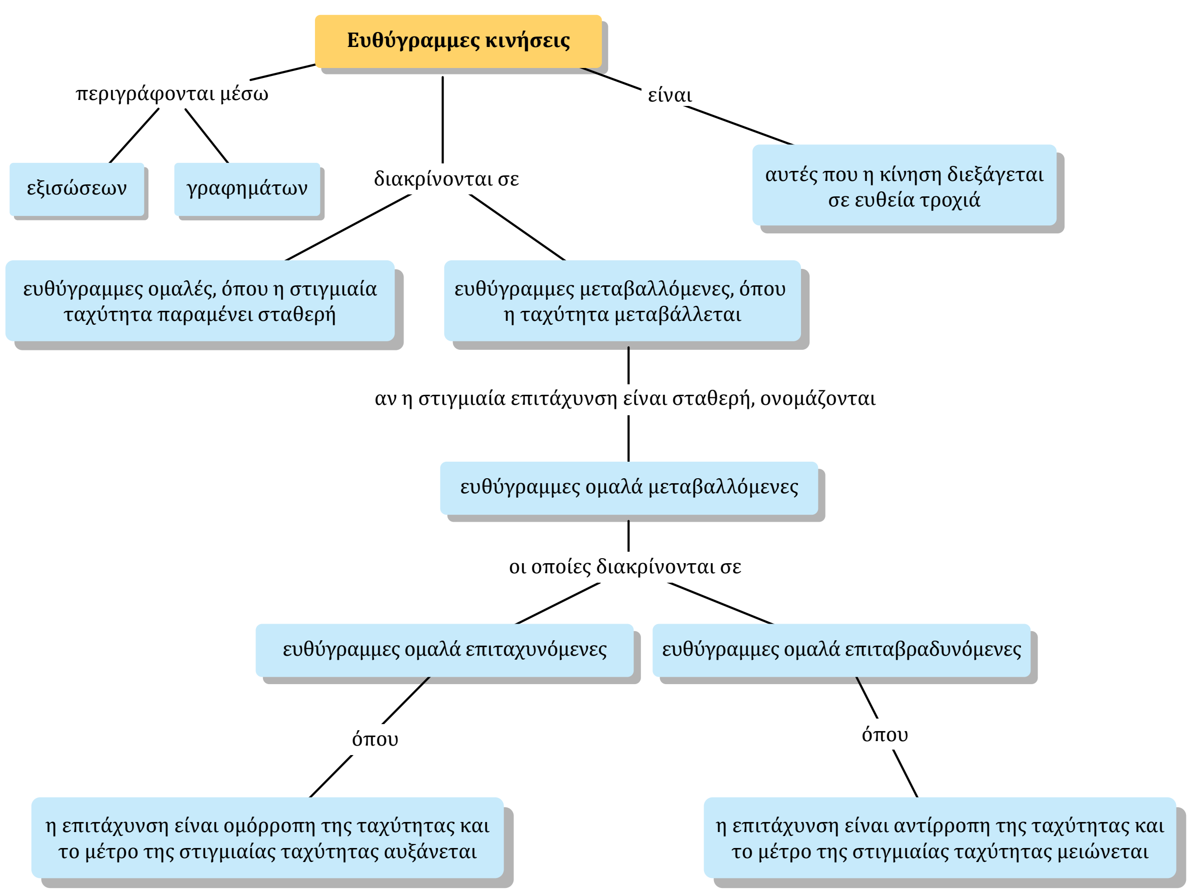


γ

Σχεδιάζουμε τα σημεία από τα δύο ζευγάρια τιμών και φέρουμε την παραβολή της επιβράδυνσης όπως φαίνεται στην εικόνα (γ).

Συμπλήρωση κενών (Ε.Ο.Μ.Κ)

Εννοιολογικός χάρτης: Ευθύγραμμες κινήσεις



Ελεύθερη πτώση

Ελεύθερη πτώση ονομάζουμε την κίνηση που εκτελεί ένα αντικείμενο όταν αφήνεται, από μικρό ύψος και υπό την επίδραση μόνο του βάρους του. Υποθέτουμε δηλαδή ότι οι συνθήκες είναι τέτοιες ώστε η αντίσταση του αέρα να θεωρείται αμελητέα. Όταν δηλαδή το αντικείμενο είναι αρκετά βαρύ, ώστε η αντίσταση του αέρα να μην έχει σημαντική επίδραση στην κίνησή του και όταν η πτώση γίνεται από μικρό ύψος σε σχέση με την ακτίνα της Γης, ώστε το βάρος να θεωρείται σταθερό.

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι: $\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{w}{m} = \frac{m \cdot g}{m} = g$

όπου g είναι ο συντελεστής αναλογίας μάζας και βάρους ($w = m \cdot g$) που ονομάζεται και βαρυτική δύναμη ανά μονάδα μάζας με μονάδες N/kg.

Από τα παραπάνω, αναμένουμε ότι η επιτάχυνση είναι ίδια και σταθερή για όλα τα αντικείμενα τα οποία εκτελούν ελεύθερη πτώση σε έναν τόπο, ανεξαρτήτως του βάρους τους. Η επιτάχυνση αυτή ονομάζεται **επιτάχυνση λόγω βαρύτητας *g***. Έχει μέτρο που εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος του τόπου πτώσης και από το ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας. Μειώνεται με την αύξηση του ύψους και αυξάνεται λίγο καθώς μετακινούμαστε από τον ισημερινό προς τους πόλους της Γης. Συγκεκριμένα στον ισημερινό και στην επιφάνεια της θάλασσας ισούται με 9,78 $\frac{m}{s^2}$ και στους πόλους με 9,83 $\frac{m}{s^2}$. Στην περιοχή της Ελλάδας ισούται περίπου με 9,81 $\frac{m}{s^2}$. Επειδή εδώ θα μελετήσουμε περιπτώσεις που οι πτώσεις αντικειμένων γίνονται από μικρό ύψος, η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας μπορεί να θεωρείται σταθερή και συνήθως για ευκολία θα δεχόμαστε ότι ισούται με 10 $\frac{m}{s^2}$.

Για τις **κατακόρυφες ομαλά επιταχυνόμενες κινήσεις** οι σχέσεις της θέσης και της ταχύτητας γράφονται:

$$\boxed{y = y_0 + \upsilon_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t^2} \quad (2.4.24) \quad \text{και} \quad \boxed{\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot \Delta t} \quad (2.4.25)$$

Η ελεύθερη πτώση είναι μια ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha = g$ χωρίς αρχική ταχύτητα.

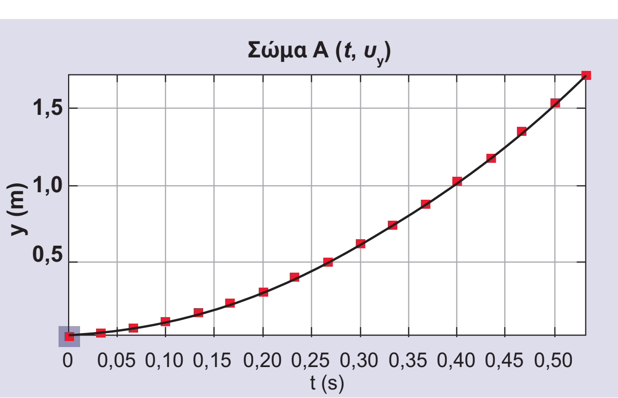
Οι εξισώσεις 2.4.24 και 2.4.25 στην περίπτωση της ελεύθερης πτώσης όπου $\alpha = g$, $\upsilon_0 = 0$ και με αρχή του άξονα y στο σημείο από το οποίο αφήνεται στο σώμα δηλαδή $y_0 = 0$ γίνονται:

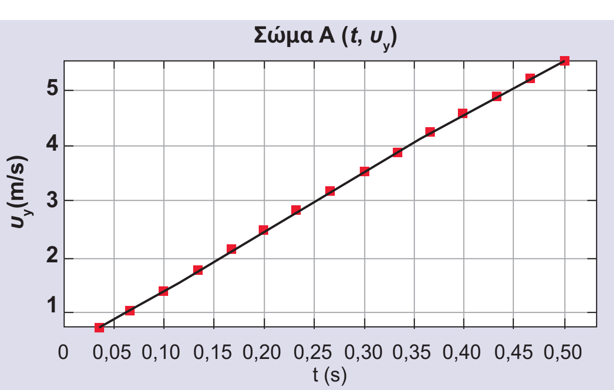
$$\boxed{y = \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2} \quad (2.4.26) \quad \text{και} \quad \boxed{\upsilon = g \cdot \Delta t} \quad (2.4.27)$$

Αποδεικτικός πειραματισμός – Διερεύνηση της ελεύθερης πτώσης με βιντεοανάλυση

Το ερώτημα: Τι κίνηση εκτελεί ένα αρκετά βαρύ αντικείμενο όταν αφεθεί να πέσει από πολύ μικρό ύψος σε σχέση με την ακτίνα της Γης;

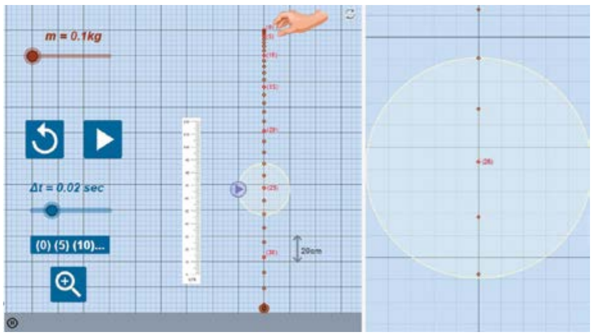
Με βιντεοανάλυση της ελεύθερης πτώσης μιας σφαίρας πήραμε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις:





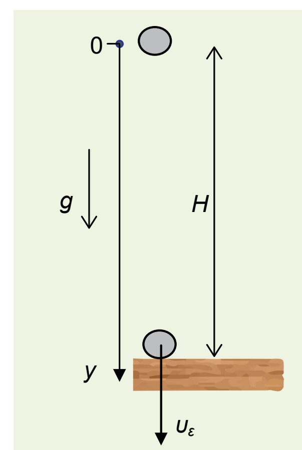
Τι συμπεράσματα εξάγετε από αυτές τις γραφικές παραστάσεις; Εξηγήστε.

Ψηφιακή δραστηριότητα – Εικονικό πείραμα: Διερεύνηση της ελεύθερης πτώσης



Παρουσιάζεται η ελεύθερη πτώση ενός σώματος με τα ίχνη που αφήνει ανά καθορισμένο χρονικό διάστημα. Από τη μελέτη των ιχνών προσδιορίστε το είδος αυτής της κίνησης και τις εξισώσεις που την περιγράφουν (Συνοδεύεται με ένα φύλλο εργασίας).

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.4.4



Μια πέτρα αφήνεται από ένα παράθυρο του Λευκού Πύργου της Θεσσαλονίκης, το οποίο βρίσκεται σε ύψος 20m.

Α. Σε πόσο χρόνο η πέτρα φτάνει στο έδαφος;

Β. Ποια η ταχύτητα της πέτρας τη στιγμή που συναντά το έδαφος;

Γ. Σχεδιάστε τις γραφικές αναπαραστάσεις της επιτάχυνσης, της ταχύτητας και της θέσης του αντικειμένου σε σχέση με τον χρόνο.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Επειδή το ύψος είναι μικρό και η πέτρα είναι αρκετά βαριά μπορούμε να αγνοήσουμε την επίδραση της αντίστασης του αέρα και να θεωρήσουμε την κίνησή της ως ελεύθερη πτώση. Η ελεύθερη πτώση είναι ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση g. Για την περιγραφή της χρησιμοποιούμε έναν κατακόρυφο άξονα y που έχει αρχή την αρχική θέση της πέτρας και θετική φορά προς τα κάτω. Έτσι $y_0 = 0$ και $\alpha = g = 10\text{m/s}^2$

Δεδομένα	**Ζητούμενα**
$t_0 = 0$ $\upsilon_0 = 0$ $y_0 = 0$ $H = 20\text{m}$ (ύψος από το οποίο αφέθηκε η πέτρα) $\alpha = g = 10\ \text{m/s}^2$	Χρόνος πτήσεως t_π Ταχύτητα υ_ε με την οποία η πέτρα φτάνει στο έδαφος

ΛΥΣΗ

Θα ισχύει ότι:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad \upsilon = gt \quad (2)$$

Επίσης η εξίσωση 2.4.20 για τη σχέση ταχύτητας – μετατόπισης η οποία προκύπτει με απαλοιφή του χρόνου μεταξύ των (1) και (2) γίνεται:

$$\upsilon^2 = 2g \cdot \Delta y \quad (3)$$

Α) Για να βρούμε τον χρόνο μέσα στον οποία η πέτρα φτάνει στο έδαφος θέτουμε στην (2.4.26) $y = H$ και λύνουμε ως προς τον χρόνο.

$$H = \frac{1}{2} g t_\pi^2 \quad \text{οπότε} \quad t_\pi^2 = \frac{2H}{g} \quad \text{δηλαδή:} \quad t_\pi = \sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

Με αντικατάσταση έχουμε: $t_\pi = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 20\text{m}}{10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\dfrac{40}{10}\,\text{s}^2} = 2\text{s}$

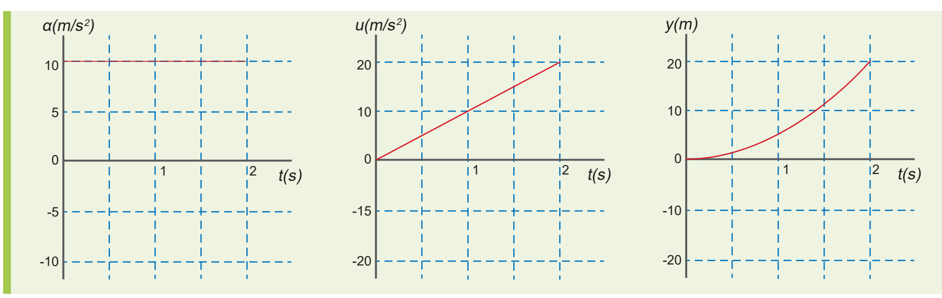
Β) Για να βρούμε την ταχύτητα υ_ε μπορούμε, αφού έχουμε βρει τον χρόνο πτήσεως, να χρησιμοποιήσουμε την (2) θέτοντας $t = t_\pi$ οπότε: $\upsilon_\varepsilon = g t_\pi$ και με αντικατάσταση: $\upsilon_\varepsilon = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2s = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε την απευθείας σχέση ταχύτητας – μετατόπισης (3) στην περίπτωση που δεν είχαμε βρει τον χρόνο πτήσεως θέτοντας $\Delta y = H$ οπότε: $\upsilon_\varepsilon^2 = 2g \cdot \Delta y$ από την οποία προκύπτει:

$$\upsilon_\varepsilon = \sqrt{2g \cdot H}$$

Με αντικατάσταση: $\upsilon_\varepsilon = \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,20\text{m}} = \sqrt{400\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

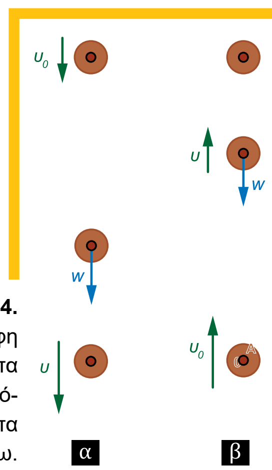
Γ)



Κατακόρυφη βολή

Κατακόρυφη βολή ονομάζουμε την κίνηση που εκτελεί ένα αντικείμενο όταν εκτοξεύεται με μία ταχύτητα η οποία είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω ή προς τα πάνω. Στην κατακόρυφη βολή που θα μελετήσουμε θεωρούμε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Σε αυτές τις κινήσεις, όπως και στην ελεύθερη πτώση, η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα μετά την εκτόξευσή του είναι το βάρος του. Η επιτάχυνση με την οποία κινείται το αντικείμενο υπολογίζεται από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα: $\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{w}{m} = \frac{m \cdot g}{m} = g$.

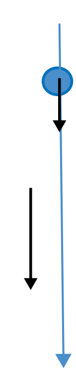


Εικόνα 2.4.14. (α) κατακόρυφη βολή προς τα κάτω, (β) κατακόρυφη βολή προς τα πάνω.

Οι κατακόρυφες βολές είναι κινήσεις ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες. Χωρίζονται σε δύο περιπτώσεις: την κατακόρυφη βολή προς τα κάτω και την κατακόρυφη βολή προς τα επάνω.

Α. Κατακόρυφη βολή προς τα κάτω

Σε αυτήν την κίνηση το αντικείμενο εκτοξεύεται προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα υ_0 και εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0 και επιτάχυνση g**.

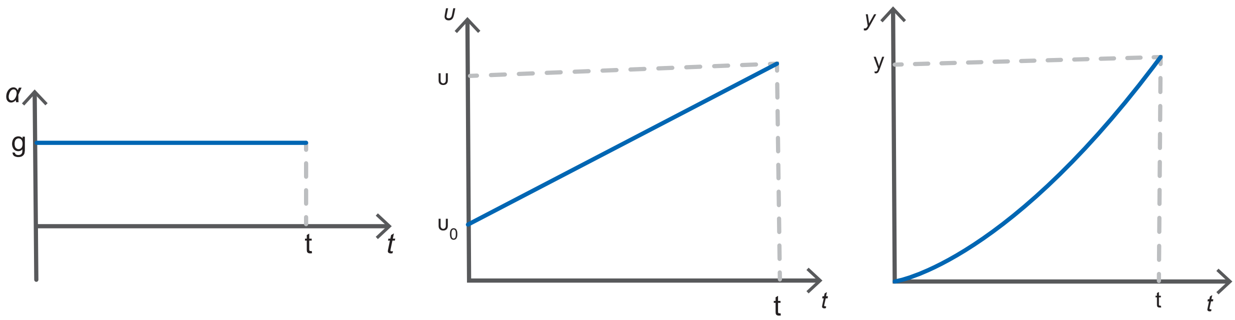


Για να μελετήσουμε αυτήν την κίνηση, χρησιμοποιούμε, όπως και στην ελεύθερη πτώση, έναν κατακόρυφο άξονα y, που έχει αρχή το σημείο βολής και θετική φορά προς τα κάτω. Εάν αρχίσουμε να μετράμε τον χρόνο τη στιγμή της εκτόξευσης, το $t_0 = 0$.

Οι εξισώσεις (2.4.24) και (2.4.25) λαμβάνοντας υπόψη ότι: $y_0 = 0$, $t_0 = 0$ και $\alpha = g$, γράφονται:

$$\boxed{\upsilon = \upsilon_0 + g \cdot t} \quad (2.4.28) \qquad \boxed{y = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2} \quad (2.4.29)$$

Γραφικές αναπαραστάσεις



Εικονα 2.4.15. Γραφικές αναπαραστάσεις *α-t*, *υ-t* και *y-t* στην κατακόρυφη βολή προς τα κάτω.

Το γράφημα *α-t* είναι ίδιο με εκείνο της ελεύθερης πτώσης αφού το αντικείμενο κινείται με επιτάχυνση $\alpha = g$. Τα γραφήματα *υ-t* και *y-t* είναι παρόμοια με εκείνα της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης με αρχική ταχύτητα.

Β. Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω

Σε αυτήν την κίνηση το αντικείμενο εκτοξεύεται προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα υ_0.

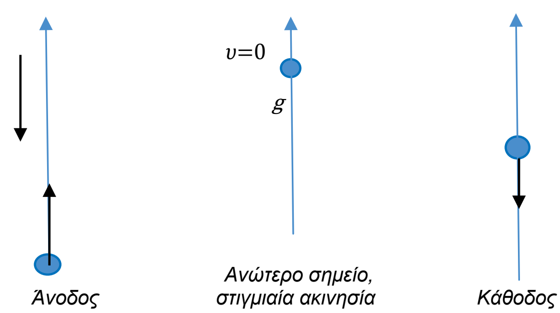
Σε αυτήν η αρχική ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι αντίρροπα διανύσματα και για τον λόγο αυτό η κίνηση κατά την **άνοδο είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη**.

Κάποια στιγμή το αντικείμενο ακινητοποιείται στιγμιαία. Τότε προφανώς βρίσκεται στο πιο ψηλό σημείο της τροχιάς του.

Αμέσως μετά αρχίζει να κινείται προς τα κάτω κάνοντας μία ελεύθερη πτώση.

Καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης αυτής η επιτάχυνση παραμένει σταθερή με κατεύθυνση αντίθετη της αρχικής ταχύτητας και γι' αυτό χαρακτηρίζεται ως ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Έτσι σε αυτή την ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση, δηλαδή αυτή την ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, οι αρχικές συνθήκες καθορίζουν το είδος της.



Εικονα 2.4.16. Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω.

Τώρα, ο άξονας *y* θα έχει αρχή το σημείο βολής και θετική φορά προς τα επάνω, όπως και η αρχική ταχύτητα. Εάν αρχίσουμε να μετράμε τον χρόνο τη στιγμή της εκτόξευσης, το t_0=0.

Οι εξισώσεις (2.4.24) και (2.4.25), λαμβάνοντας υπόψη ότι: $y_0 = 0$, $t_0 = 0$ και $\alpha = g$, γράφονται:

$$\boxed{\upsilon = \upsilon_0 - g \cdot t} \qquad (2.4.30)$$

$$\boxed{y = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2} \qquad (2.4.31)$$

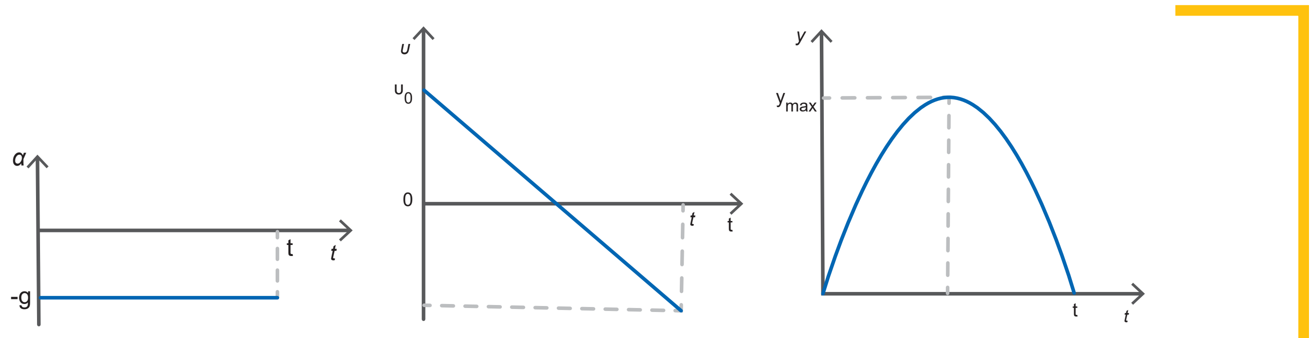
Αυτές οι εξισώσεις, περιγράφουν τόσο την άνοδο όσο και την κάθοδο του αντικειμένου.

Γραφικές αναπαραστάσεις

Το γράφημα *α-t* είναι παρόμοιο με εκείνο της ελεύθερης πτώσης και το $\alpha = -g$, αφού έχουμε επιλέξει άξονα y με θετική φορά προς τα πάνω. Τα γραφήματα *υ-t* και *y-t* είναι παρόμοια με τα γραφήματα της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης μέχρι τη χρονική στιγμή που το αντικείμενο φτάνει στο υψηλότερο σημείο y_{max}.

Μετά το σημείο όπου $\upsilon = 0$, έχουμε τα εξής:

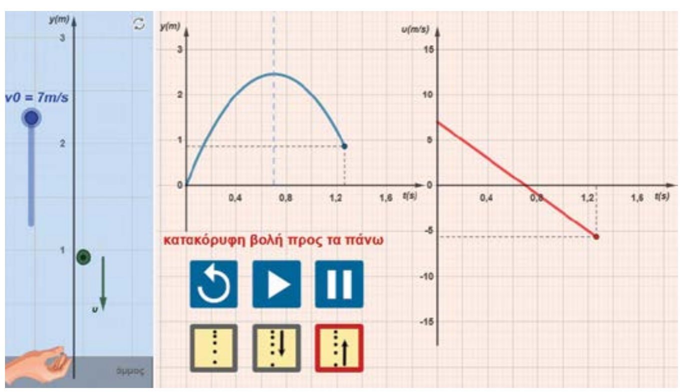
- Το γράφημα *α-t* δεν αλλάζει, αφού η επιτάχυνση είναι σταθερή με αρνητικό πρόσημο $\alpha = -g$.
- Το γράφημα *υ-t* συνεχίζει προς τα κάτω, αφού έχει αρνητικές ταχύτητες και με την ίδια κλίση, αφού έχει την ίδια επιτάχυνση.



Εικόνα 2.4.17. Γραφικές παραστάσεις *α-t*, *υ-t* και *y-t* στην κατακόρυφη βολή προς τα πάνω.

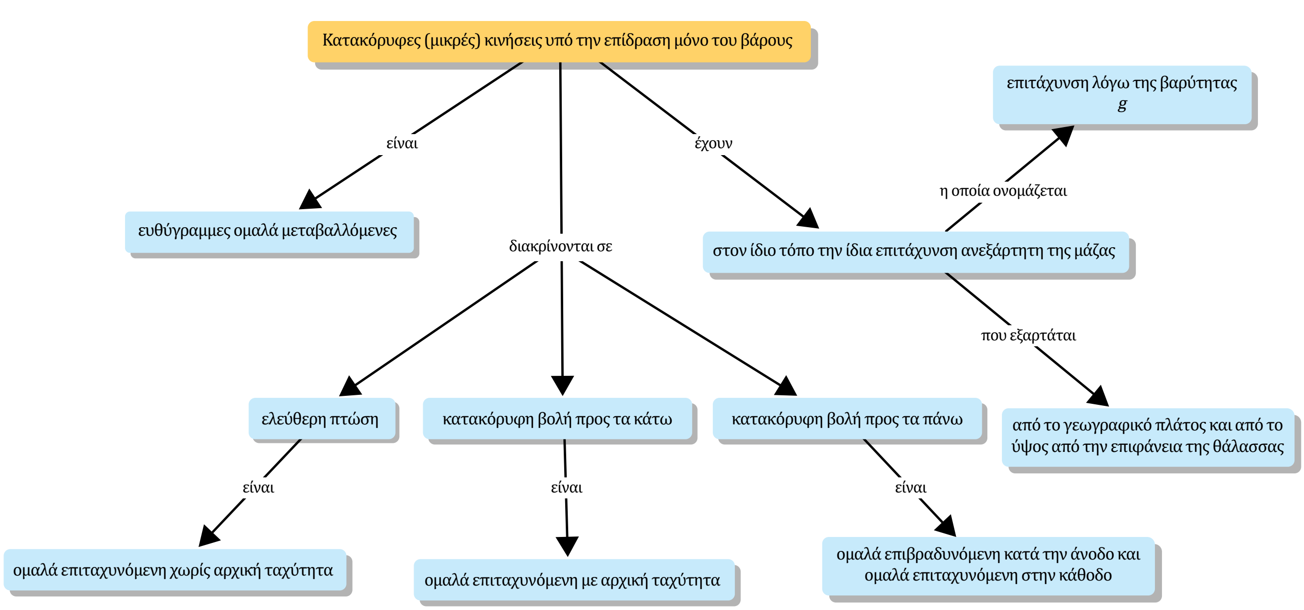
- Το γράφημα *y-t* είναι παραβολή, αφού το αντικείμενο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και με αρνητική κλίση που διαρκώς αυξάνεται αφού η ταχύτητά του είναι αρνητική με μέτρο που συνεχώς αυξάνεται.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Κατακόρυφες κινήσεις



Παρουσιάζεται η ελεύθερη πτώση, η κατακόρυφη βολή προς τα κάτω και η κατακόρυφη βολή προς τα πάνω. Το πρόγραμμα ταυτόχρονα εμφανίζει τα γραφήματα *y-t* και *υ-t*.

Εννοιολογικός χάρτης: Ελεύθερη πτώση-Βολές



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

2.4.1. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
Α. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η μέση και η στιγμιαία ταχύτητα ταυτίζονται.
Β. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η εξίσωση κίνησης είναι δευτέρου βαθμού συνάρτηση του χρόνου.
Γ. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η ταχύτητα διατηρεί σταθερό μέτρο, αλλά μπορεί να αλλάζει κατεύθυνση.
Δ. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η μετατόπιση είναι ανάλογη του χρόνου.

2.4.2. Η εξίσωση κίνησης στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι $x = x_0 + \upsilon t$. Να αντιστοιχίσετε με γραμμές τα σύμβολα της αριστερής στήλης με τις εξηγήσεις τους της δεξιάς στήλης.

x	χρόνος
υ	αρχική θέση
x_0	θέση
t	ταχύτητα

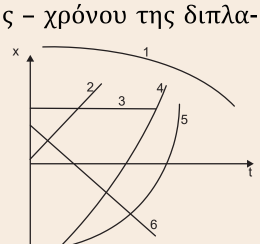
2.4.3. Στις ομαλά μεταβαλλόμενες κινήσεις:
Α. Η ταχύτητα είναι σταθερή.
Β. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας είναι σταθερός.
Γ. Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης είναι σταθερός.
Δ. Η μετατόπιση είναι ανάλογη του χρόνου κίνησης.
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

2.4.4. Στις ευθύγραμμες ομαλά επιταχυνόμενες κινήσεις και μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας:
Α. Το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται.
Β. Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.
Γ. Η επιτάχυνση έχει φορά αντίθετη από αυτή της ταχύτητας.
Δ. Δεν υπάρχει επιτάχυνση.
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

2.4.5. Στις ευθύγραμμες ομαλά επιβραδυνόμενες κινήσεις:
Α. Το μέτρο της ταχύτητας μένει σταθερό.
Β. Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.
Γ. Η επιτάχυνση είναι αντίθετη της ταχύτητας.
Δ. Δεν υπάρχει επιτάχυνση.
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

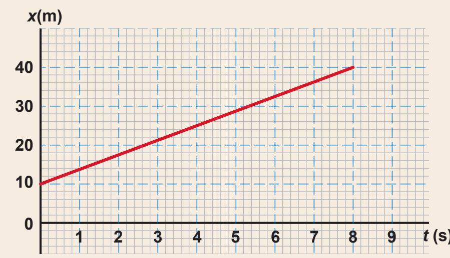
2.4.6. Αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου 25 m/s. Σε πόσο χρόνο το αυτοκίνητο μετατοπίζεται κατά 100 m;

2.4.7. Όλα τα γραφήματα θέσης – χρόνου της διπλανής εικόνας αναφέρονται σε υλικά σημεία που κινούνται ευθύγραμμα. Να αντιστοιχίσετε τα γραφήματα με τα είδη της κίνησης που το καθένα εκτελεί.



Γράφημα 1.	**Α.** Ακίνητο
Γράφημα 2.	**Β.** Ομαλή προς τη θετική φορά.
Γράφημα 3.	**Γ.** Ομαλή προς την αρνητική φορά
Γράφημα 4.	**Δ.** Μεταβαλλόμενη προς τη θετική φορά
Γράφημα 5.	**Ε.** Μεταβαλλόμενη την αρνητική φορά
Γράφημα 6.	

2.4.8. Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης ενός αντικειμένου του οποίου το γράφημα θέσης – χρόνου φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



2.4.9. Η παρακάτω γραφική αναπαράσταση της θέσης σε σχέση με τον χρόνο αναφέρεται στην κίνηση ενός αντικειμένου.

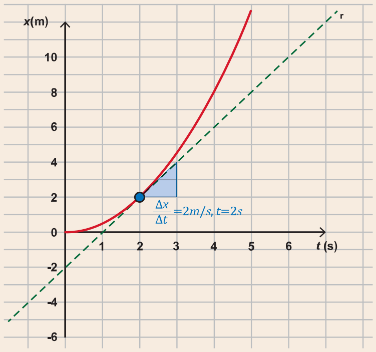
Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τις τιμές της ταχύτητας, της θέσης και της επιτάχυνσης του αντικειμένου.

Χρονική στιγμή (s)	Ταχύτητα (m/s)	Θέση (m)	Επιτάχυνση (m/s^2)
1			
2,5			
3,5			
5			
6,5			
8			

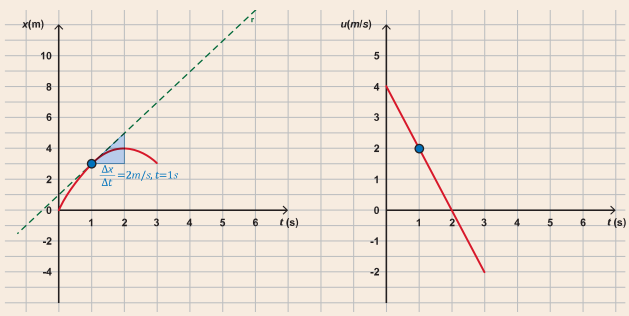
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.4.1. Η γραφική αναπαράσταση θέσης – χρόνου αναφέρεται σε μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ενός αντικειμένου.

Α. Να σχεδιάσετε τη γραφική αναπαράσταση επιτάχυνσης – χρόνου.
Β. Να σχεδιάσετε τη γραφική αναπαράσταση ταχύτητας – χρόνου.
Γ. Να γράψετε την εξίσωση της κίνησης $x(t)$ και την εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon(t)$.



2.4.2. Οι παρακάτω γραφικές αναπαραστάσεις x-t και υ-t αναφέρονται σε μια ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση ενός αντικειμένου.



Α. Να σχεδιάσετε τη γραφική αναπαράσταση επιτάχυνσης – χρόνου.
Β. Να γράψετε τις εξισώσεις $x(t)$ και $\upsilon(t)$.
Γ. Ποια η κλίση στο γράφημα x-t τη χρονική στιγμή 2s;

2.4.3. Για την απογείωση ενός αεροσκάφους απαιτείται ταχύτητα 70m/s. Στον πίνακα φαίνονται οι τιμές τις ταχύτητας του αεροσκάφους από τη χρονική στιγμή t = 0 κατά την οποία άρχισε να τροχοδρομεί στον διάδρομο απογείωσης.

t (s)	υ (m/s)
0	0
10	20
20	40
30	60

Α. Τι κίνηση εκτελεί το αεροσκάφος τροχοδρομώντας;
Β. Να γράψετε την εξίσωση της κίνησης και την εξίσωση της ταχύτητάς του.
Γ. Ποια χρονική στιγμή οι τροχοί εγκαταλείπουν τον διάδρομο;
Δ. Το μήκος του διαδρόμου που επιτρέπει την ασφαλή απογείωση για το συγκεκριμένο αεροσκάφος είναι το διπλάσιο από το μήκος που διανύει το αεροσκάφος τροχοδρομώντας μέχρι την απόκτηση της απαιτούμενης ταχύτητας απογείωσης. Αν ο διάδρομος απογείωσης είχε μήκος 2km ήταν ασφαλής η απογείωση του αεροσκάφους αυτού;

2.4.4. Με κατάλληλη τεχνική ιχνηλάτησης ελήφθησαν τα παρακάτω δεδομένα για ένα σώμα που κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά.

Χρόνος t (s)	0	5	10	15	20
Θέση x (m)	0	20	50	90	140
Ταχύτητα υ (m/s)	3	5	7	9	11

Να σχεδιάσετε τις γραφικές αναπαραστάσεις της θέσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε σχέση με τον χρόνο.

2.4.5. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και διανύει διάστημα 200m σε 8s.
Α. Πόσο το μέτρο της ταχύτητάς του m/s και σε km/h;
Β. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο θα διανύσει διάστημα 1,2km.

2.4.6. Κάποιο υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Διανύει διάστημα 144km σε 2h.
Α. Πόσο το μέτρο της ταχύτητάς του m/s και σε km/h;
Β. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο θα διανύσει διάστημα 1,2km.
Γ. Πόσο διάστημα διανύει σε 5min;

2.4.7. Υλικό σημείο κινείται σε ευθεία τροχιά που ταυτίζεται με τον άξονα x. Έχει σταθερή ταχύτητα μέτρου 4m/s κατά τη θετική φορά και τη χρονική στιγμή 0s βρίσκεται στη θέση $x_0 = -12$m.
Α. Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου.
Β. Να υπολογίσετε τη θέση του τη χρονική στιγμή 5s.
Γ. Ποια χρονική στιγμή διέρχεται από την αρχή του άξονα;
Δ. Ποια η μετατόπισή του σε χρονική διάρκεια 5s;

2.4.8. Οι εξισώσεις κίνησης δύο υλικών σημείων που κινούνται στον άξονα x είναι η $x_1 = 50 - 12t$ (S.I.) και η $x_2 = -10 + 8t$ (S.I.).
Α. Ποιο το μέτρο της ταχύτητας και ποια η φορά κίνησης κάθε υλικού σημείου;
Β. Πόσο απέχουν τα δύο υλικά σημεία τη χρονική στιγμή 2s;
Γ. Ποια η μετατόπισή τους και το διάστημα που έχει διανύσει το καθένα από 0 έως 2s;
Δ. Ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση θα συναντηθούν;

2.4.9. Οι εξισώσεις κίνησης δύο υλικών σημείων που κινούνται στον άξονα x είναι η $x_1 = 40 - 10t$ (S.I.) και η $x_2 = -20 + 2t$ (S.I.).

Α. Να κατασκευάσετε σε κοινό σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις και για τα δύο υλικά σημεία:

α. της ταχύτητας με τον χρόνο και β. της θέσης με τον χρόνο.

Β. Να βρείτε τη χρονική στιγμή και τη θέση της συνάντησής τους.

2.4.10. Ένα αυτοκίνητο ενώ κινείται με κάποια ταχύτητα στην εθνική οδό αρχίζει να επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση $3 m/s^2$ και μέσα σε 5s αποκτά ταχύτητα 30m/s. Να βρείτε την ταχύτητα που είχε τη χρονική στιγμή που άρχισε να επιταχύνει.

2.4.11. Η εξίσωση της ταχύτητας ενός αντικειμένου που εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση είναι: $\upsilon = 24 - 4t$

Α. Τι δίνει αυτή η εξίσωση και σε τι κίνηση αναφέρεται;

Β. Να κάνετε το γράφημα ταχύτητας χρόνου μέχρι τη στιγμή που το αντικείμενο σταματά.

Γ. Να γράψετε την εξίσωση της θέσης του σε σχέση με τον χρόνο, αν για $t = 0$, $x = 0$.

Δ. Να κάνετε τα γραφήματα θέσης – χρόνου και επιτάχυνσης – χρόνου.

2.4.12. Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα κάτω από σημείο που βρίσκεται σε ύψος 100m από το έδαφος με αρχική ταχύτητα 5m/s.

Α. Σε πόσο χρόνο φτάνει στο έδαφος;

Β. Ποιο το μέτρο της ταχύτητάς του όταν φτάνει στο έδαφος;

2.4.13. Στην εικόνα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε σχέση με τον χρόνο ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα.

Α. Ποια η επιτάχυνση του σώματος από 0 έως 2s;

Β. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

Στο χρονικό διάστημα 2-6s:

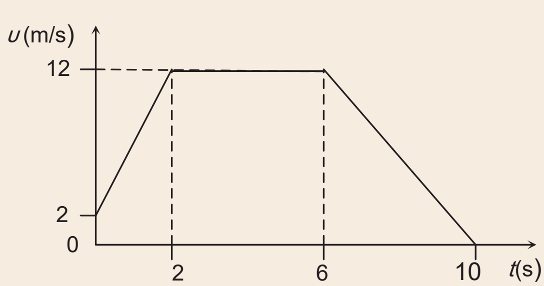
Β1. το σώμα είναι ακίνητο.

Β2. η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

Β3. η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Β4. το σώμα επιστρέφει στην αρχική του θέση.

Γ. Ποια η μετατόπισή του στο χρονικό διάστημα 6-10s;



ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2.4.1. Ένα υλικό σημείο τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ βρίσκεται στη θέση $x_0 = 8m$ και στην παρακάτω εικόνα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε σχέση με τον χρόνο.

Α. Ποια χρονική στιγμή αλλάζει η φορά της κίνησής του;

Β. Ποιες οι εξισώσεις της κίνησής του $x(t)$, $\upsilon(t)$;

Γ. Ποια η θέση του τη χρονική στιγμή $t = 4(s)$;

Δ. Επανέρχεται στην αρχική του θέση x_0; Αν ναι, ποια χρονική στιγμή συμβαίνει αυτό;

2.4.2. Υλικό σημείο κινείται σε ευθεία τροχιά που ταυτίζεται με τον άξονα $x'x$. Έχει σταθερή ταχύτητα μέτρου 10m/s κατά την αρνητική φορά και τη χρονική στιγμή 0s βρίσκεται στη θέση $x_0 = 30m$.

Α. Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του υλικού σημείου.

Β. Να υπολογίσετε τη θέση του τη χρονική στιγμή 5s.

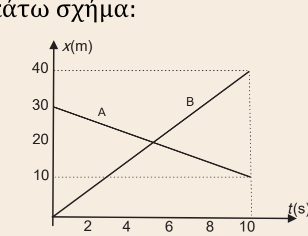
Γ. Ποια χρονική στιγμή διέρχεται από την αρχή του άξονα;

Δ. Πόση η μετατόπισή του σε χρονικό διάστημα 5s;

2.4.3. Τα γραφήματα θέσης – χρόνου για δύο οχήματα Α και Β, που κινούνται κατά μήκος ενός άξονα x, δίνονται στο παρακάτω σχήμα:

Α. Τι είδους κίνηση εκτελεί κάθε υλικό σημείο;

Β. Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης των δύο υλικών σημείων.



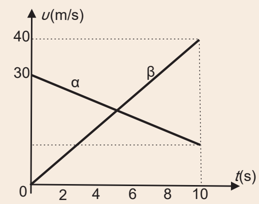
Γ. Τι εκφράζει το σημείο τομής των δύο γραφημάτων; Ποια χρονική στιγμή γίνεται αυτό;

Δ. Ποιες χρονικές στιγμές τα δύο υλικά σημεία απέχουν 6m;

2.4.4. Τα γραφήματα ταχύτητας χρόνου για δύο υλικά σημεία (α και β που κινούνται ευθύγραμμα) φαίνονται στην παρακάτω εικόνα.

Α. Τι είδους κίνηση εκτελεί κάθε υλικό σημείο;

Β. Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης των δύο υλικών σημείων αν δίνεται πως και τα δύο τη στιγμή μηδέν, βρίσκονται στη θέση 0m.



Γ. Τι εκφράζει το σημείο τομής των δύο γραφημάτων; Ποια χρονική στιγμή γίνεται αυτό;

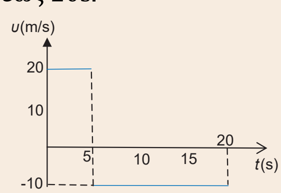
Δ. Ποια χρονική στιγμή (μετά τη στιγμή 0s) τα δύο υλικά σημεία θα συναντηθούν;

Ε. Πόση είναι η μέγιστη απόσταση στην οποία φτάνουν πριν τη συνάντησή τους;

2.4.5. Στην εικόνα φαίνεται η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας με τον χρόνο για ένα υλικό σημείο που κινείται ευθύγραμμα.

Α. Να υπολογιστεί η μετατόπιση του κινητού από 0 έως 5s και από 5 έως 20s.

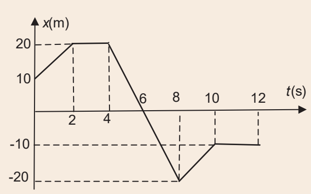
Β. Εάν τη στιγμή μηδέν το υλικό σημείο βρίσκεται στη θέση 50m, ποια στιγμή θα ξαναβρεθεί στην ίδια θέση;



Γ. Σε ποια θέση θα βρίσκεται τη στιγμή 20s;

2.4.6. Η γραφική παράσταση, θέσης χρόνου αφορά υλικό σημείο που κινείται ευθύγραμμα.

Α. Να χαρακτηρίσετε την κίνηση ανά χρονικά διαστήματα που θα επιλέξετε.



Β. Ποια χρονική στιγμή διέρχεται από την αρχή του άξονα; Είναι τότε ακίνητο;

Γ. Πόση η μέση ταχύτητά του στο χρονικό διάστημα 0 έως 10s;

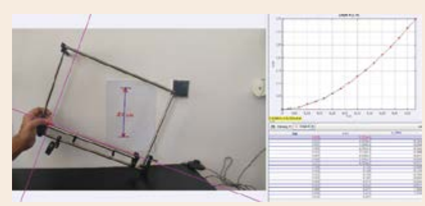
Δ. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση ταχύτητας με τον χρόνο.

2.4.7. Προκειμένου να διερευνήσουμε εάν η ελεύθερη πτώση είναι κίνηση ομαλή ή επιταχυνόμενη και με πόση επιτάχυνση, μπορούμε να αφήσουμε ένα σώμα να πέσει ελεύθερα από αρκετά διαφορετικά ύψη και να μετρήσουμε τον χρόνο που θα χρειαστεί για την κίνησή του έως το έδαφος. Πραγματοποιήσαμε το πείραμα αυτό και τις μετρήσεις που λάβαμε τις παραθέτουμε στον παρακάτω πίνακα:

α/α	Ύψος από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα (m)	Χρόνος που διάρκεσε η πτώση (s)	Τετράγωνο του χρόνου που διάρκεσε η πτώση (s^2)
1	0,2	0,202	0,041
2	0,4	0,286	0,082
3	0,6	0,349	0,122
4	0,8	0,404	0,163
5	1	0,452	0,204
6	1,2	0,495	0,245
7	1,4	0,534	0,285
8	1,6	0,571	0,326

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα να επιχειρηματολογήσετε για το είδος της κίνησης.

Πειραματική δραστηριότητα: Μελέτη της κίνησης σφαίρας σε κεκλιμένο επίπεδο με βιντεοανάλυση. Να κάνετε μια υπόθεση για το είδος της κίνησης της σφαίρας. Να αναλύσετε το βίντεο και να βρείτε τι κίνηση κάνει η σφαίρα. Να παραδώσετε μια εργαστηριακή αναφορά.



Κίνηση σφαίρας σε κεκλιμένο επίπεδο

Κατακόρυφες κινήσεις

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

2.5 Περιοδικές κινήσεις – Ομαλή κυκλική κίνηση

Περιεχόμενα
- Ομαλή κυκλική κίνηση
- Κεντρομόλος επιτάχυνση
- Κεντρομόλος δύναμη
- Κίνηση φυσικών και τεχνητών δορυφόρων

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ
- επιβατική ακτίνα
- γωνιακή μετατόπιση

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. ανακαλείτε τον ορισμό μιας περιοδικής κίνησης και να αναφέρετε παραδείγματα.
2. ορίζετε την ομαλή κυκλική κίνηση υλικού σημείου.
3. ορίζετε την περίοδο και τη συχνότητα στην ομαλή κυκλική κίνηση και να παράγετε τη μεταξύ τους σχέση $T = \frac{1}{f}$.
4. ορίζετε το ακτίνιο (rad) και να ανακαλείτε ότι ο κύκλος έχει 2π rad.
5. ανακαλείτε ότι η κατεύθυνση της ταχύτητας είναι εφαπτόμενη στον κύκλο.
6. δίνετε τον λειτουργικό ορισμό της γωνιακής ταχύτητας στην ομαλή κυκλική κίνηση και να παράγετε τη σχέση που συνδέει την περίοδο με το μέτρο της ταχύτητας $\upsilon = \frac{2\pi r}{T}$.
7. παράγετε τη σχέση του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας με την περίοδο $\omega = \frac{2\pi}{T}$.
8. παράγετε τη σχέση μεταξύ των μέτρων της ταχύτητας και της γωνιακής ταχύτητας $\upsilon = \omega \cdot r$.
9. αναγνωρίζετε ότι η ομαλή κυκλική κίνηση είναι επιταχυνόμενη κίνηση, αφού αλλάζει η διεύθυνση της ταχύτητας.
10. αναφέρετε ότι η επιτάχυνση του υλικού σημείου που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση λέγεται κεντρομόλος επιτάχυνση, έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου και μέτρο $\alpha = \frac{\upsilon^2}{r}$.
11. αναγνωρίζετε ότι η κεντρομόλος δύναμη είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο υλικό σημείο το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου.
12. παράγετε από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα την κεντρομόλο δύναμη $\Sigma F = m\frac{\upsilon^2}{r}$.

Ομαλή κυκλική κίνηση

Περιοδική κίνηση ονομάζεται η κίνηση που επαναλαμβάνεται σε κάποιο σταθερό χρονικό διάστημα το οποίο καλείται περίοδος της κίνησης και συμβολίζεται με *T*. Υπάρχουν ευθύγραμμες περιοδικές κινήσεις όπως οι ταλαντώσεις που εκτελεί ένα σώμα συνδεδεμένο σε ελατήριο οι οποίες γίνονται μεταξύ δύο ακραίων θέσεων. Περιστροφικές περιοδικές κινήσεις όπως η κίνηση του λεπτοδείκτη σε ρολόι ή η κίνηση πτερυγίου ενός ανεμιστήρα οροφής. Τέλος υπάρχουν και καμπυλόγραμμες περιοδικές κινήσεις με πιο χαρακτηριστική και χρήσιμη για την περιγραφή γενικά των περιοδικών κινήσεων, την ομαλή κυκλική κίνηση.

Ομαλή κυκλική κίνηση χαρακτηρίζεται η κίνηση ενός υλικού σημείου, όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου, ενώ το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό. Παραδείγματα κινήσεων που συνήθως αντιμετωπίζουμε ως ομαλές κυκλικές είναι η κίνηση που εκτελεί το άκρο του λεπτοδείκτη σε ρολόι ως προς το κέντρο του ρολογιού, η κίνηση που εκτελεί ένα σημείο στο άκρο του πτερυγίου ενός ανεμιστήρα οροφής, η κίνηση που εκτελεί η Γη γύρω από τον Ήλιο με σύστημα αναφοράς τον Ήλιο, η κίνηση που εκτελεί ο διεθνής διαστημικός σταθμός γύρω από τη Γη με σύστημα αναφοράς τη Γη. Η κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο είναι ελλειπτική, όπως περιγράφεται από τον πρώτο νόμο του Κέπλερ με εκκεντρότητα περίπου 0,0167. Αυτό σημαίνει ότι η τροχιά της Γης είναι σχεδόν κυκλική, αλλά όχι απόλυτα.

Εικόνα 2.5.1. Ο Διεθνής διαστημικός σταθμός.

Περίοδος και συχνότητα. Το πηλίκο δύο διαφορετικών μεγεθών μας δείχνει πόσες μονάδες του αριθμητή αντιστοιχούν σε κάθε μονάδα του παρονομαστή. Αν ένα υλικό σημείο που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση κάνει N περιφορές σε χρόνο Δt τότε το πηλίκο $\frac{N}{\Delta t}$ μας δείχνει πόσες περιφορές εκτελούνται από το υλικό σημείο στη μονάδα του χρόνου και καλείται συχνότητα f της κίνησης. Δηλαδή: $f = \frac{N}{\Delta t}$ (2.5.1). Η συχνότητα μετριέται στο S.I σε Hz δηλαδή σε s^{-1}.

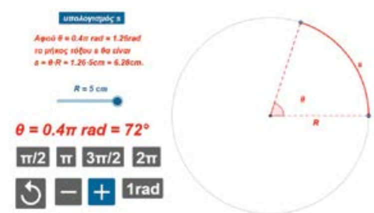
Το πηλίκο $\frac{\Delta t}{N}$ μας δείχνει σε πόσο χρόνο το υλικό σημείο εκτελεί μία περιφορά και καλείται περίοδος T της κίνησης.

Δηλαδή: $T = \frac{\Delta t}{N}$ *(2.5.2)*. Η περίοδος μετριέται στο S.I. σε *s.*

Από τις (2.5.1) και (2.5.2) προκύπτει ότι: $f = \frac{1}{T}$ (2.5.3)

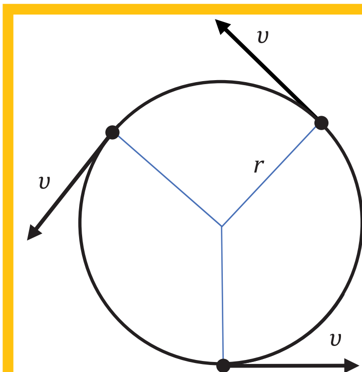
Το ακτίνιο (rad). Το rad είναι η μονάδα μέτρησης γωνίας στο S.I. και είναι μια αδιάστατη ποσότητα. Είναι το αρχικό της λέξης radius και στα ελληνικά μεταφράζεται με τον όρο «ακτίνιο». Το rad ορίζεται ως η επίκεντρη γωνία η οποία βαίνει σε τόξο S ίσο με την ακτίνα r του κύκλου. Γενικά η σχέση $\theta = \frac{S}{r}$ (2.5.4) μας δίνει τη γωνία σε rad όταν γνωρίζουμε το τόξο και την ακτίνα ή τη σχέση τους. Ο αριθμός π είναι ένας άρρητος αριθμός που ορίζεται ως ο λόγος της περιφέρειας ενός κύκλου προς τη διάμετρό του $2r$. Συνεπώς η περιφέρεια του κύκλου είναι $2\pi r$ και ένας πλήρης κύκλος έχει επίκεντρη γωνία 2π rad.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Επίκεντρη γωνία και μήκος τόξου



Σχέση περιόδου και μέτρου της ταχύτητας. Στην εικόνα 2.5.2 φαίνεται ένα υλικό σημείο το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση κατά την αντιωρολογιακή φορά. Το διάνυσμα της ταχύτητάς του είναι συνεχώς εφαπτόμενο στον κύκλο και έχει σταθερό μέτρο το οποίο είναι ίσο με το πηλίκο του τόξου Δs που διαγράφει η επιβατική ακτίνα (γραμμή που ενώνει το κέντρο του κύκλου με το υλικό σημείο) σε χρονική διάρκεια Δt, προς αυτή τη χρονική διάρκεια Δt,

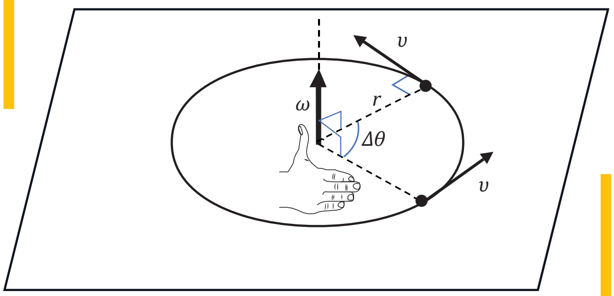
δηλαδή: $\boxed{\upsilon = \frac{\Delta s}{\Delta t}}$ (2.5.5)



Εικόνα 2.5.2. Υλικό σημείο σε ομαλή κυκλική κίνηση

Επειδή σε χρονική διάρκεια μίας περιόδου T το υλικό σημείο διαγράφει τόξο ίσο με την περιφέρεια του κύκλου $2\pi r$, η (2.5.5) γράφεται:

$$\boxed{\upsilon = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}} \quad (2.5.6)$$



Εικόνα 2.5.3. Γωνιακή ταχύτητα

Γωνιακή ταχύτητα *ω* στην ομαλή κυκλική κίνηση ονομάζεται το διανυσματικό μέγεθος το μέτρο του οποίου είναι ίσο με το πηλίκο της γωνίας $\Delta\theta$ που διαγράφει η επιβατική ακτίνα σε χρονική διάρκεια Δt, προς αυτή τη χρονική διάρκεια Δt.

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}} \quad (2.5.7)$$

Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας ενός υλικού σημείου που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση είναι σταθερό. Η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς και η φορά του καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.5.3.

Η γωνιακή ταχύτητα μετριέται σε rad/s και εκφράζει το πόσο γρήγορα διαγράφεται η γωνία από την επιβατική ακτίνα. Συνήθως σε κυκλικές κινήσεις κατά την αντιωρολογιακή φορά, όπως εκείνη της εικόνας 2.5.3, θεωρούμε θετική την τιμή της γωνιακής ταχύτητας. Συνεπώς αν το υλικό σημείο εκτελούσε κυκλική κίνηση κατά την ωρολογιακή φορά, η γωνιακή του ταχύτητα θα είχε αρνητική τιμή.

Σημείωση: Η γωνία $\Delta\theta$ που διαγράφει η επιβατική ακτίνα λέγεται και γωνιακή μετατόπιση κατά αντιστοιχία με τη μετατόπιση Δx στις ευθύγραμμες κινήσεις.

Σχέση περιόδου και μέτρου της γωνιακής ταχύτητας

Επειδή σε χρονική διάρκεια μίας περιόδου T το υλικό σημείο διαγράφει γωνία 2π rad η (2.5.7) γράφεται:

$$\boxed{\omega = \frac{2\cdot\pi}{T}} \qquad (2.5.8)$$

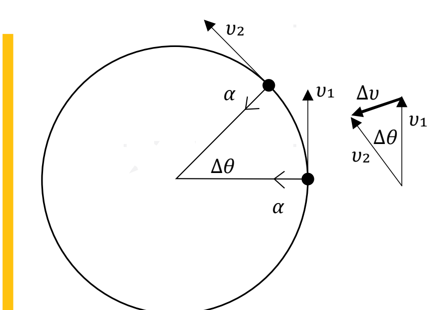
Σχέση μεταξύ των μέτρων της ταχύτητας και της γωνιακής ταχύτητας

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2.5.6) και (2.5.8) έχουμε:

$$\boxed{\frac{\upsilon}{\omega} = \frac{\frac{2\cdot\pi\cdot r}{T}}{\frac{2\cdot\pi}{T}}} \quad \text{οπότε:} \quad \upsilon = \omega\cdot r \ \ (\text{το ω σε rad/s}) \qquad (2.5.9)$$

Η σχέση 2.5.9 συνδέει το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας με το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

Κεντρομόλος επιτάχυνση



Εικόνα 2.5.4. Η μεταβολή της ταχύτητας στη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_2 - t_1$

Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός υλικού σημείου, το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό υ, όμως συνεχώς η διεύθυνση της ταχύτητας μεταβάλλεται. Αφού μεταβάλλεται το διάνυσμα της ταχύτητας θα υπάρχει μια στιγμιαία επιτάχυνση η οποία θα εκφράζει πόσο γρήγορα μεταβάλλεται αυτό. Αυτή η επιτάχυνση η οποία δεν περιγράφει τις αυξομειώσεις της ταχύτητας αλλά την αλλαγή στην κατεύθυνση της ταχύτητας και το πόσο γρήγορα γίνεται αυτή καλείται κεντρομόλος επιτάχυνση. Στην εικόνα 2.5.4 φαίνεται το διάνυσμα της ταχύτητας ενός υλικού σημείου σε δύο χρονικές στιγμές. Συμβολίζεται με υ_1 τη χρονική στιγμή t_1 και υ_2 τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t$. Για τα μέτρα ότι: $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει μόνο στη διεύθυνση. Εμφανίζονται επίσης και τα διανύσματα της κεντρομόλου επιτάχυνσης α καθώς και το διάνυσμα της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\upsilon$. Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι η στιγμιαία επιτάχυνση του υλικού σημείου και όχι η μέση επιτάχυνσή του κατά τη χρονική διάρκεια Δt. Στην περίπτωση που η χρονική διάρκεια Δt είναι πάρα πολύ μικρή, δηλαδή τείνει στο μηδέν, τότε η μέση και η στιγμιαία επιτάχυνση θα έχουν την ίδια τιμή. Το γεγονός αυτό εκμεταλλευόμαστε για την απόδειξη της σχέσης μεταξύ του μέτρου της κεντρομόλου επιτάχυνσης και του μέτρου της ταχύτητας.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Ομαλή κυκλική κίνηση

$$\alpha = \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (2.5.10)$$

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου. Είναι δηλαδή συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα. Αν η κεντρομόλος επιτάχυνση δεν ήταν κάθετη στην ταχύτητα θα είχε μια συνιστώσα παράλληλη προς το διάνυσμα της ταχύτητας η οποία θα περιέγραφε μεταβολή στο μέτρο της ταχύτητας του υλικού σημείου, πράγμα που δεν συμβαίνει στην ομαλή κυκλική κίνηση.

Κεντρομόλος δύναμη

Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα: Όταν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν τότε το σώμα είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα κατά μέτρο και κατεύθυνση. Συνεπώς αν σε ένα σώμα δεν ασκείται καμία δύναμη, αυτό δεν μπορεί να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Για να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση θα πρέπει να δέχεται εξωτερική δύναμη, η οποία να μεταβάλλει συνεχώς τη διεύθυνση της ταχύτητάς του και να προκαλεί την κεντρομόλο επιτάχυνση. Αυτή η δύναμη δεν είναι μία ακόμα δύναμη η οποία ασκείται στο υλικό σημείο που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση αλλά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο υλικό σημείο και καλείται κεντρομόλος δύναμη. Αφού η κεντρομόλος δύναμη στην περίπτωση της ομαλής κυκλικής κίνησης είναι η συνισταμένη των δυνάμεων, σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα θα ισχύει ότι:

$\Sigma F = m\alpha$ οπότε με τη βοήθεια της 2.5.10 προκύπτει ότι: $\boxed{\Sigma F = m\frac{\upsilon^2}{r}}$ (2.5.11)

Η Σελήνη παραμένει σε τροχιά γύρω από τη Γη εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που δέχεται από τη Γη και η οποία παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. Αν έπαυε η επίδραση της βαρύτητας της Γης στη Σελήνη για ένα χρονικό διάστημα, τότε η Σελήνη θα κινούνταν σε ευθύγραμμη τροχιά η οποία θα ήταν εφαπτομένη της αρχικής κυκλικής τροχιάς στο σημείο που θα σταματούσε η επίδραση της Γης.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.5.1

Ο Βρετανός αστροναύτης Tim Peake σε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας μέσα στον Διεθνή διαστημικό σταθμό, έσπρωξε ένα μπαλάκι στο εσωτερικό κυκλικού οδηγού. Η εσωτερική ακτίνα του οδηγού ήταν 9cm ενώ το μπαλάκι είχε ακτίνα 1cm. Ο αστροναύτης βιντεοσκόπησε την κίνηση.

Ένα βίντεο αποτελείται από διάφορα καρέ, που ενώνονται μεταξύ τους για να δημιουργήσουν την κίνηση. Η ταχύτητα αναπαραγωγής του βίντεο επηρεάζει τον αριθμό των καρέ που προβάλλονται ανά δευτερόλεπτο.

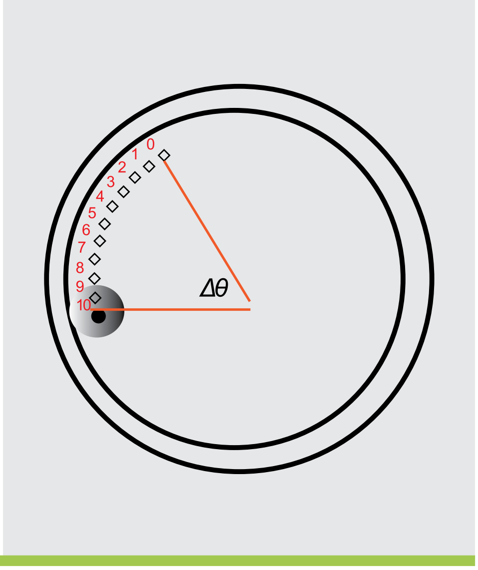
Από την ιχνηλάτηση της κίνησης με βιντεοανάλυση προέκυψε η εικόνα 2.5.5 στην οποία φαίνονται τα δέκα αρχικά ίχνη που εμφανίστηκαν. Η γωνία που έγραψε το μπαλάκι, στη χρονική διάρκεια κατά την οποία εμφανίστηκαν τα παραπάνω δέκα ίχνη, μετρήθηκε με μοιρογνωμόνιο και βρέθηκε $\Delta\theta=60^0$. Αν η ταχύτητα καρέ είναι 30 καρέ σε κάθε δευτερόλεπτο και από ίχνος σε ίχνος μεσολαβούν δύο καρέ, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

Α) Τι κίνηση φαίνεται ότι κάνει το μπαλάκι; Εξηγήστε την απάντησή σας.

Β) Ποιες δυνάμεις ασκούνται στο μπαλάκι και τι αποτελέσματα έχουν;

Γ) Ποια η γωνιακή ταχύτητα που έχει το μπαλάκι;

Δ) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας που έχει το μπαλάκι;



Εικόνα 2.5.5. Ιχνηλάτηση της κίνησης στο εσωτερικό του οδηγού και σε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ:

Αφού γνωρίζουμε ότι από ίχνος σε ίχνος αντιστοιχούν δύο καρέ, στα δέκα ίχνη που εμφανίζονται θα αντιστοιχούν 20 καρέ. Επειδή σε 1 s αντιστοιχούν 30 καρέ τα 20 καρέ θα αντιστοιχούν σε $\frac{2}{3}s$. Αυτή θα είναι και η χρονική διάρκεια μέσα στην οποία το μπαλάκι έγραψε μια γωνία $\Delta\theta=60^0$ δηλαδή $\Delta\theta = \frac{\pi}{3} rad$.

Στον Διεθνή διαστημικό σταθμό τα αντικείμενα που βρίσκονται μέσα του κινούνται γύρω από τη Γη με τον ίδιο τρόπο που κινείται και ο δορυφόρος, οπότε στο σύστημα αναφοράς του δορυφόρου μπορούμε να αγνοήσουμε τη βαρύτητα.

Δεδομένα:	Ζητούμενα:
Εσωτερική ακτίνα οδηγού: R=9cm Ακτίνα που έχει το μπαλάκι: R_μ=1cm Ταχύτητα καρέ: 30 καρέ/s Δύο καρέ από ίχνος σε ίχνος $\Delta\theta = \frac{\pi}{3}$ rad, $\Delta t = \frac{2}{3} s$	Γωνιακή ταχύτητα ω Ταχύτητα υ

ΛΥΣΗ:

Α) Παρατηρώντας τα ίχνη βλέπουμε ότι το μπαλάκι κινείται σε κυκλική τροχιά και διαγράφει ίσα τόξα σε ίσους χρόνους (αφού ο χρόνος από ίχνος σε ίχνος είναι σταθερός). Συνεπώς εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.

Β) Στο μπαλάκι ασκείται το βάρος του w προς το κέντρο της Γης και η κάθετη δύναμη επαφής N από τον οδηγό προς το κέντρο του οδηγού. Το βάρος του είναι σαν να μην υπάρχει στο σύστημα αναφοράς του δορυφόρου. Η κάθετη δύναμη επαφής είναι η συνισταμένη δύναμη στο μπαλάκι και δρα ως κεντρομόλος που το αναγκάζει να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.

Γ) Η γωνιακή ταχύτητα θα είναι:

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{3}\text{rad}}{\frac{2}{3}\text{s}} = \frac{\pi}{2}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

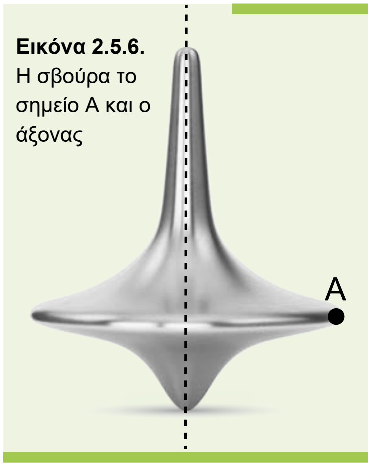
Δ) Η ακτίνα της κυκλικής κίνησης που εκτελεί το μπαλάκι θα είναι: $r = R - R_\mu$ = 9cm − 1cm = 8cm

Η ταχύτητά του θα είναι: $\upsilon=\omega\cdot r$ και με αντικατάσταση και επειδή το rad είναι αδιάστατη ποσότητα προκύπτει:

$$\boxed{\upsilon = \frac{\pi}{2}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 8cm = 4\pi\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2.5.2

Η σβούρα της εικόνας 2.5.6 περιστρέφεται, εκτελώντας 4 στροφές σε κάθε δευτερόλεπτο με τον άξονα περιστροφής της να παραμένει κατακόρυφος. Βρείτε: **Α)** το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της σβούρας και **Β)** το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης ενός σημείου Α της σβούρας το οποίο βρίσκεται σε απόσταση r=3 cm από τον άξονα της σβούρας. Θεωρήστε ότι π^2=10.



Εικόνα 2.5.6. Η σβούρα το σημείο Α και ο άξονας

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ:

Όταν ένα άκαμπτο σώμα όπως η σβούρα εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από κάποιο άξονα, όλα τα σημεία του εκτελούν κυκλικές κινήσεις με την ίδια γωνιακή ταχύτητα αλλά διαφορετικές ακτίνες και συνεπώς διαφορετικές ταχύτητες και κεντρομόλους επιταχύνσεις.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ: Η συχνότητα περιστροφής της σβούρας f=4 Hz
Η ακτίνα r=3cm

ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ: Η κεντρομόλος επιτάχυνση α του σημείου

ΛΥΣΗ:

Α) Από τις σχέσεις $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$ και $f = \frac{1}{T}$ προκύπτει ότι: $\omega = 2\pi f$.

Αντικαθιστώντας έχουμε: $\omega = 2\pi$ rad 4(Hz) δηλαδή $\omega = 8\pi$ rad/s

Β) Η κεντρομόλος επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση: $\alpha = \frac{\upsilon^2}{r}$

Όμως η ταχύτητα του σημείου Α θα είναι $\upsilon = \omega \cdot r$ οπότε:

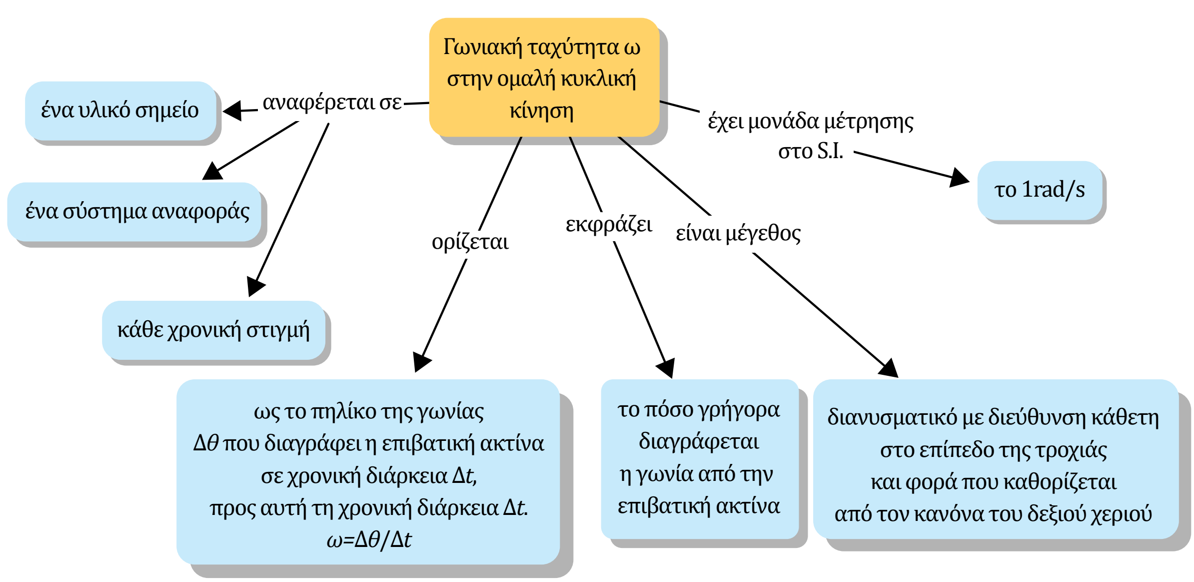
$\boxed{\alpha = \frac{\omega^2 r^2}{r}}$ δηλαδή: $a = \omega^2 r$ και αντικαθιστώντας έχουμε:

$$\boxed{\alpha = (8\pi)^2 \frac{rad}{s}^2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} (m) = 64 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s^2} = 19,2 \frac{m}{s^2}}$$

Παρατήρηση: Στο αποτέλεσμα για την επιτάχυνση δεν συμπεριλάβαμε τη μονάδα rad επειδή όπως αναφέραμε και παραπάνω είναι αδιάστατη ποσότητα. Δεν θα ήταν δόκιμο να γράψετε:

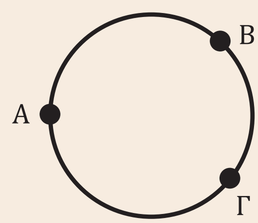
$$\alpha = 19,2 \frac{m \cdot rad^2}{s^2}$$

Εννοιολογικός χάρτης: Γωνιακή ταχύτητα



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

2.5.1. Στο διπλανό διάγραμμα σχεδιάστε τα διανύσματα για ένα αντικείμενο που κινείται στην κυκλική τροχιά κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, ώστε να υποδείξετε:



Α. την ταχύτητα στο σημείο Α.

Β. τη συνολική δύναμη στο σημείο Β.

Γ. την επιτάχυνση στο σημείο Γ.

2.5.2. Αν ένα αντικείμενο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, τότε

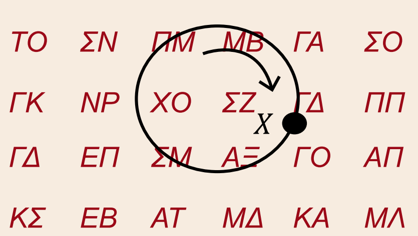
Α. το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό.

Β. επιταχύνεται.

Γ. οι δυνάμεις που ενεργούν πάνω του ισορροπούν.

Δ. μόνο οι δυνάμεις φυγόκεντρος και κεντρομόλος ισορροπούν.

2.5.3. Ένας καθηγητής Φυσικής δένει μια γομολάστιχα στο άκρο ενός κορδονιού και στη συνέχεια το περιστρέφει κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Αν ο καθηγητής αφήσει το κορδόνι, τότε η γόμα χτυπά έναν/μία μαθητή/τρια στην τάξη. Αν αφήσει το κορδόνι όταν η γόμα είναι στο σημείο Χ του παρακάτω διαγράμματος, τότε ποιον μαθητή/τρια στην τάξη θα χτυπήσει η γόμα;



Γράψτε τα αρχικά του/της εδώ: ______________ .

Δείτε και το σχετικό βίντεο από τον αστροναύτη Tim Peake σε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας μέσα στον Διεθνή διαστημικό σταθμό.

2.5.4. Είναι σωστή ή όχι η παρακάτω πρόταση; «Όταν έχουμε ομαλές κυκλικές κινήσεις με διαφορετικές ακτίνες αλλά με την ίδια ταχύτητα, τότε η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας. Ενώ αν έχουμε ομαλές κυκλικές κινήσεις με την ίδια περίοδο τότε η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ανάλογη της ακτίνας». Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

2.5.5. Στη διπλανή εικόνα φαίνεται ένας τροχός ποδηλάτου ο οποίος στρέφεται αντιωρολογιακά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Το σημείο Α βρίσκεται στην άκρη μιας ακτίνας του τροχού, ενώ τα σημεία Β και Γ βρίσκονται στο μέσο δύο ακτίνων του τροχού. Τι κίνηση θα εκτελεί το κάθε υλικό σημείο και ποια τα χαρακτηριστικά της;

2.5.6. **Ψηφιακό ερωτηματολόγιο:** Ομαλή κυκλική κίνηση

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

2.5.1. Η Κωνσταντίνα θέλει να αγοράσει έναν ανεμιστήρα για την ψύξη του υπολογιστή της, όπως αυτός που φαίνεται στη διπλανή εικόνα.

Κάθε πτερύγιο του ανεμιστήρα έχει μήκος 7cm και περιστρέφεται με 1000 rpm (στροφές το λεπτό). Ποια είναι η ταχύτητα ενός σημείου στο άκρο ενός πτερυγίου;

2.5.2. Μια μπάλα κυλά σε κυκλική τροχιά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα 4π rad/s. Ποια είναι η περίοδος της κίνησής της;

2.5.3. Ποια η ταχύτητα του άκρου του δευτερολεπτοδείκτη ενός ρολογιού το οποίο απέχει 2 cm από τον άξονα περιστροφής του δευτερολεπτοδείκτη.

2.5.4. Μια μύγα έχει καθίσει πάνω σε δίσκο βινυλίου ενός παλιομοδίτικου πικάπ. Ο δίσκος εκτελεί 33 στροφές σε κάθε λεπτό και η μύγα απέχει 10 cm από το κέντρο του δίσκου.

Α. Ποια η γωνιακή μετατόπιση της μύγας σε ένα λεπτό;

Β. Πόσο διάστημα διάνυσε η μύγα σε ένα λεπτό;

Γ. Ποια η ταχύτητα της μύγας;

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2.5.1. Το πιάτο ενός φούρνου μικροκυμάτων περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Ένα σημείο του πιάτου το οποίο απέχει 16 cm από τον άξονα περιστροφής έχει κεντρομόλο επιτάχυνση 0,22 m/s^2. Βρείτε την περίοδο περιστροφής του πιάτου.

2.5.2. Οι έλικες των ελικοπτέρων υφίστανται τεράστιες καταπονήσεις. Εκτός από την υποστήριξη του βάρους ενός ελικοπτέρου, περιστρέφονται με γρήγορους ρυθμούς και παρουσιάζουν μεγάλες κεντρομόλες επιταχύνσεις, ειδικά στην άκρη τους.

Α. Υπολογίστε το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης στην άκρη ενός έλικα ελικοπτέρου μήκους 4,00 m που περιστρέφεται με 300 στροφές/λεπτό.

Β. Συγκρίνετε τη γραμμική ταχύτητα της άκρης του έλικα με την ταχύτητα του ήχου (που θεωρείται ότι είναι 340 m/s).

2.5.3. Ένας δορυφόρος κινείται σε ύψος $h=3R_Γ$, πάνω από την επιφάνεια της Γης και έχει περίοδο περιστροφής τέσσερις ώρες. Αν γνωρίζετε ότι η ακτίνα της Γης είναι $R_Γ$=6400 km, να υπολογίσετε:

Α. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του δορυφόρου.

Β. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του δορυφόρου.

Γ. το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης.

2.5.4. Θεωρώντας την ηλικία της Γης περίπου 4×10^9 έτη και υποθέτοντας ότι η κίνησή της με σύστημα αναφοράς τον Ήλιο είναι κυκλική με σταθερή ακτίνα $1,5 \times 10^{11}$ (m), υπολογίστε την κατά προσέγγιση συνολική απόσταση που έχει διανύσει η Γη από τη γέννησή της με σύστημα αναφοράς τον Ήλιο.

2.5.5. **Α.** Ένα παιδί με μάζα 22 kg είναι σε γύρο παιδικής χαράς που περιστρέφεται με 40 στροφές/λεπτό. Ποια η κεντρομόλος δύναμη στο παιδί για να μπορεί να σταθεί αν βρίσκεται 1,25 m από το κέντρο του;

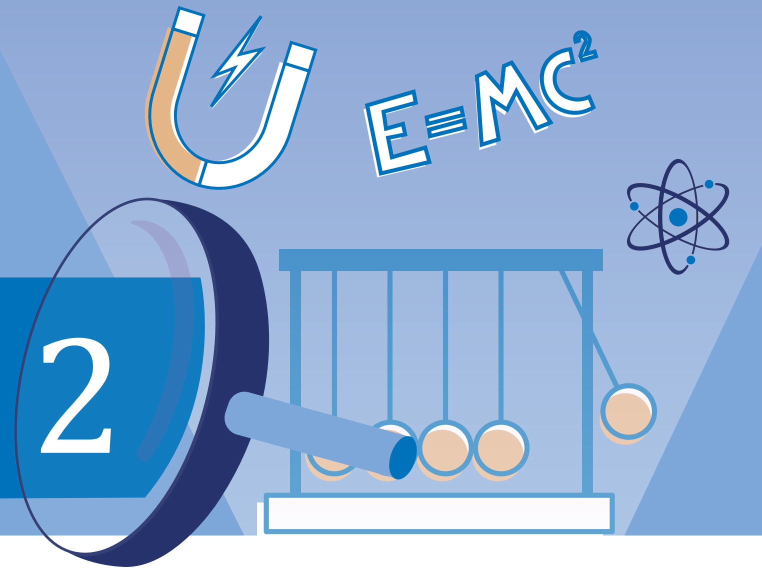
Β. Ποια κεντρομόλο δύναμη θα χρειαζόταν σε ένα γαϊτανάκι του λούνα παρκ που περιστρέφεται με 3 στροφές/λεπτό αν απέχει 8 m από το κέντρο του;

Γ. Συγκρίνετε κάθε κεντρομόλο δύναμη με το βάρος του παιδιού.

Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων Φυσικής

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Περιοδικές κινήσεις-Ομαλή κυκλική κίνηση

Διερεύνηση Κεφαλαίου 2



Θεματικό πεδίο	Δυνάμεις – Κινήσεις
Κεφάλαιο	2. Από τη δύναμη στην κίνηση
Ενότητα	2.2. Ευθύγραμμη κίνηση και αναπαραστάσεις της
Προτεινόμενες ώρες διδασκαλίας	1

ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΠΣ

- Να αντιλαμβάνονται το εύρος, να αξιοποιούν και να ερμηνεύουν τις διασυνδέσεις και τις αναπαραστάσεις μεταξύ των πεδίων της **προσέγγισης ΦΥ.Τ.ΕΜ.ΜΑ.Γ.** Αναδεικνύονται οι παρακάτω συσχετίσεις:

  [ΦΥ-Τ]: στην ενότητα «Ευθύγραμμη κίνηση και αναπαραστάσεις της», στις κινήσεις οχημάτων.

  [ΦΥ-ΕΜ]: στην ενότητα «Ευθύγραμμη κίνηση και αναπαραστάσεις της», στις κινήσεις οχημάτων και στον σχεδιασμό ταξιδιών στο διάστημα, στην ενότητα «Μελέτη του υλικού σημείου χωρίς την επίδραση δυνάμεων (το ελεύθερο υλικό σημείο)» στην κίνηση στο διάστημα.

  [ΦΥ-ΜΑ]: στην ενότητα «Κινηματικά φυσικά μεγέθη», στη διασύνδεση της Φυσικής με τις εξισώσεις ορισμού φυσικών μεγεθών και τα διανύσματα, στην ενότητα «Ευθύγραμμη κίνηση και αναπαραστάσεις της» στη διατύπωση εξισώσεων κίνησης, στον μετασχηματισμό εξισώσεων σε γραφικές παραστάσεις και στον συνδυασμό μαθηματικών σχέσεων περισσοτέρων από μία και στην αναγνώριση της μαθηματικής σχέσης που περιγράφει μία γραφική παράσταση.

  [ΦΥ-Γ]: στην ενότητα «Ευθύγραμμη κίνηση και αναπαραστάσεις της», στη διάκριση της σημασίας όρων που συνδέονται με την κίνηση και στη λεκτική περιγραφή μίας κίνησης από μία γραφική παράσταση.
- Να εμπλακούν στον καταμερισμό του έργου κατά την ομαδική εργασία και να αναπτύξουν πνεύμα συνεργασίας και αμοιβαίου σεβασμού (στάσεις και αξίες).

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

Αποδεικτικός πειραματισμός. Χρήση του λογισμικού Tracker (Video Analysis and Modeling Tool) για τη μελέτη της κίνησης που εκτελεί ένα τρενάκι.

ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΘΕΜΑΤΙΚΗΣ

- Να κατασκευάζουν τις γραφικές αναπαραστάσεις των μεγεθών x, υ, α στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε συνάρτηση με τον χρόνο.
- Να ορίζουν την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
- Να καθορίζουν τη θέση ενός υλικού σημείου που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση από τη σχέση $x = x_0 + \upsilon \cdot \Delta t$.
- Να δρουν στις παραπάνω αναπαραστάσεις υπολογίζοντας την κλίση στο γράφημα θέσης – χρόνου και στο γράφημα ταχύτητας – χρόνου.

Η ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ – ΤΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ

1. Στρατηγική προετοιμασίας

Επιστημονικές πρακτικές

1.1 Διατύπωση επιστημονικών ερωτημάτων
1.2 Σχεδιασμός της πειραματικής διαδικασίας ή της έρευνας
1.3 Δημιουργία προτύπων / μοντέλων

Συναφείς δεξιότητες

- Αναγνώριση και αξιολόγηση της προϋπάρχουσας γνώσης σε σχέση με τον μαθησιακό κύκλο, τα ερωτήματα ή τα προβλήματα.
- Αναζήτηση, αξιολόγηση διαφόρων πηγών πληροφόρησης και οργάνωση της πληροφορίας με κριτήρια όπως η συνάφεια, η αξιοπιστία και το περιεχόμενο.
- Επιλογή και δικαιολόγηση του είδους των δεδομένων που χρειάζονται για να απαντηθεί το επιστημονικό ερώτημα ή να επιλυθεί το πρόβλημα.

Βήμα 1ο

Έναυσμα ενδιαφέροντος

Σε ένα προηγμένο σύστημα τεχνητής νοημοσύνης (Artificial Intelligence, AI) που έχει σχεδιαστεί για να κατανοεί και να δημιουργεί ανθρώπινη γλώσσα με φυσικό τρόπο, θέσε την προτροπή:
«Πρότεινέ μου λογισμικό βιντεοανάλυσης για κινήσεις. Είμαι μαθητής και κάνω φυσική.»
Χρησιμοποίησε την κάμερα του κινητού σου τηλεφώνου για να βιντεοσκοπήσεις κινήσεις αντικειμένων.
Δες το βίντεο για τη βιντεοανάλυση με tracker:

Tracker: Τα βασικά

Στα παρακάτω ψηφιακά αντικείμενα θα βρεις δύο βίντεο με ένα τρενάκι κατάλληλα για βιντεοανάλυση. Οι λευκές διακεκομμένες γραμμές έχουν τοποθετηθεί για να φαίνεται καλύτερα η απόσταση του ενός μέτρου που θα σου χρειαστεί για τη βαθμονόμηση.

Ευθύγραμμη κίνηση

Βήμα 2ο

Προϋπάρχουσες γνώσεις – Προβληματισμός – Διατύπωση υποθέσεων

Διαθέτεις:

- Κινητό τηλέφωνο για το οποίο γνωρίζεις την ταχύτητα καρέ της κάμερας.
- Ηλεκτρονικό υπολογιστή.
- Πρόσβαση στο διαδίκτυο.

Τι κίνηση εκτελεί το τρενάκι στα προηγούμενα βίντεο;

Πώς θα μπορούσες να το διερευνήσεις ώστε καταλήξεις σε ένα συμπέρασμα;

Ψηφιακό αντικείμενο για τον έλεγχο προϋπαρχουσών γνώσεων

2. Ερευνητικό στάδιο

Επιστημονικές πρακτικές

2.1 Συλλογή, ανάλυση και ερμηνεία δεδομένων

2.2 Χρήση μαθηματικών για την επίλυση προβλημάτων

Συναφείς δεξιότητες

- Καταγραφή παρατηρήσεων
- Αναγνώριση των κανόνων ασφάλειας, συνεργασίας και ηθικής
- Χρήση αναλογικών ή/και ψηφιακών εργαλείων συλλογής δεδομένων

Βήμα 3ο

Δραστηριότητες – Πειραματισμός

Εγκατάστησε στον ηλεκτρονικό υπολογιστή σου το ανοικτό και δωρεάν λογισμικό Tracker. Ακολούθησε τον σύνδεσμο

https://physlets.org/tracker/

Εναλλακτικά, κάνε αναζήτηση του όρου "Tracker download" σε κάποιον φυλλομετρητή.

Εάν δεν έχεις τη δυνατότητα να εγκαταστήσεις στον υπολογιστή σου λογισμικό, μπορείς να χρησιμοποιήσεις την online έκδοση του λογισμικού στον ακόλουθο σύνδεσμο

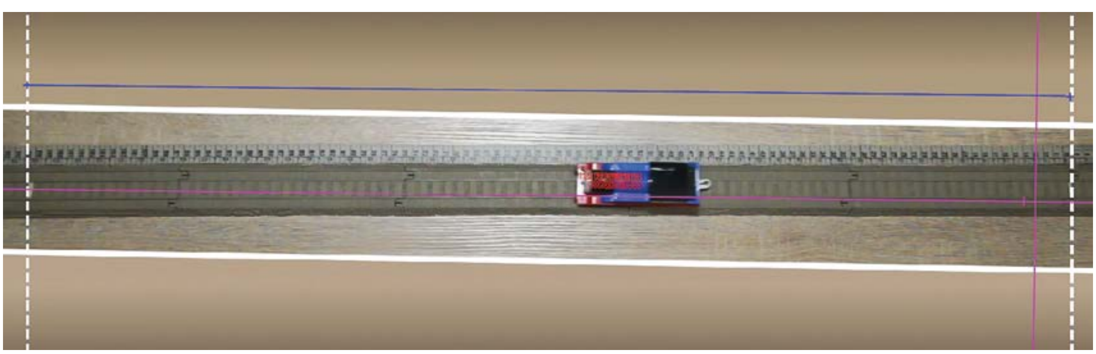
https://physlets.org/tracker/trackerJS/

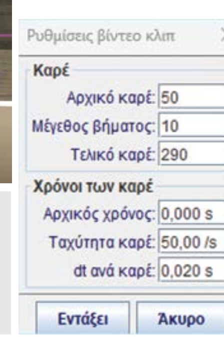
Εναλλακτικά, κάνε αναζήτηση του όρου "Tracker online" σε κάποιον φυλλομετρητή.

Κατέβασε το ψηφιακό αντικείμενο βίντεο Train 1 στον υπολογιστή σου.

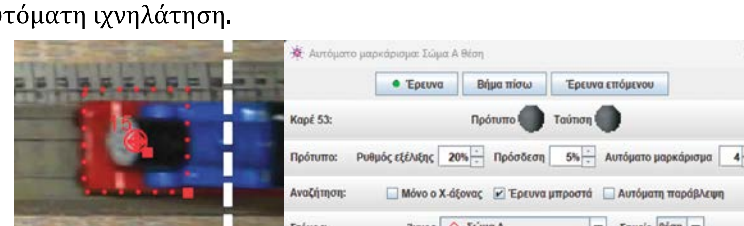
Στο πρόγραμμα Tracker κάνε τα παρακάτω:

1. **Αρχείο – Άνοιγμα – File Chooser** και επίλεξε το βίντεο Train 1.
2. **Τροχιές – Νέο – Εργαλεία βαθμονόμησης – Ράβδος βαθμονόμησης.** Στην μπλε ράβδο που θα εμφανιστεί τοποθέτησε τα άκρα της στις λευκές διακεκομμένες γραμμές.





3. **Εμφάνιση και τοποθέτηση συστήματος αξόνων συντεταγμένων.**
4. **Βίντεο – Ρυθμίσεις βίντεο κλιπ – Ταχύτητα καρέ.** Για το βίντεο Train 1 η ταχύτητα καρέ είναι 50 /s. Για το δικό σου βίντεο αναζήτησε στο διαδίκτυο την ταχύτητα εγγραφής βίντεο της κάμερας του κινητού σου. Επίλεξε μέγεθος βήματος από 1 έως 10, αρχικό καρέ 50, τελικό καρέ 300. Για το δικό σου βίντεο επίλεξε τη χρονική διάρκεια του φαινομένου που μελετάς.
5. **Τροχιές – Νέο – Υλικό σημείο.** Δώσε όνομα στο υλικό σημείο. Με πατημένα τα πλήκτρα Ctrl και Shift κάνε κλικ στο χαρακτηριστικό του βίντεο για το οποίο θέλεις να γίνει η αυτόματη ιχνηλάτηση. Διάλεξε ένα σημείο πάνω στο τρένο που θεωρείς ότι είναι το υλικό σημείο την κίνηση του οποίου θα μελετήσεις και πάτα «έρευνα» ώστε να αρχίσει η αυτόματη ιχνηλάτηση.
6. **Παράθυρο – Δεξιά προβολή (Plot, Table).** Αφού τελειώσει η βαθμονόμηση, στο παράθυρο δεξιά της οθόνης θα εμφανιστεί η γραφική παράσταση θέσης σε συνάρτηση με τον χρόνο.



3. Παρουσίαση των αποδεικτικών στοιχείων

Επιστημονικές πρακτικές

3.1 Κριτική αξιολόγηση της πληροφορίας και οργάνωσή της σύμφωνα με κριτήρια όπως η συνάφεια, η αξιοπιστία και το περιεχόμενο

3.2 Εξηγήσεις και συμπεράσματα βασισμένα στα αποδεικτικά στοιχεία, στην ορθή χρήση των μαθηματικών και των νόμων της Φυσικής

3.3 Δημιουργία προτύπων/μοντέλων

Συναφείς δεξιότητες

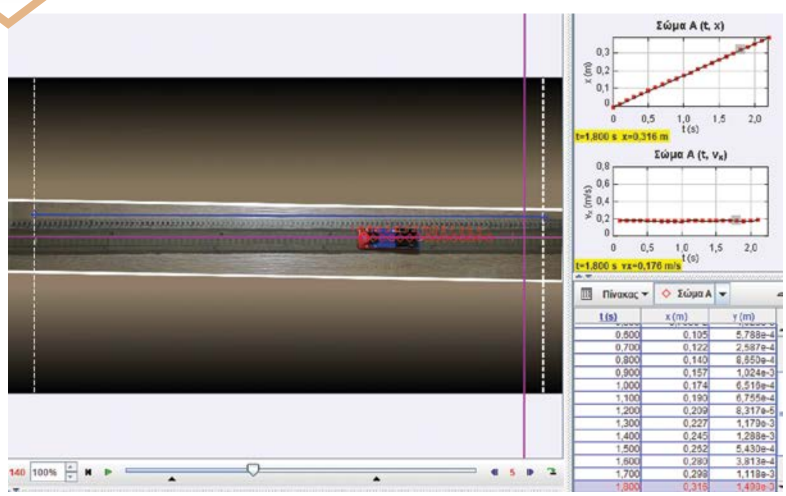
- Αναγνώριση μοτίβων
- Εξαγωγή και παρουσίαση πληροφορίας μέσω διαφόρων αναπαραστάσεων.

Βήμα 4ο

Συμπεράσματα - Νέες γνώσεις – Εφαρμογές

Train_1

Αρχείο tracker



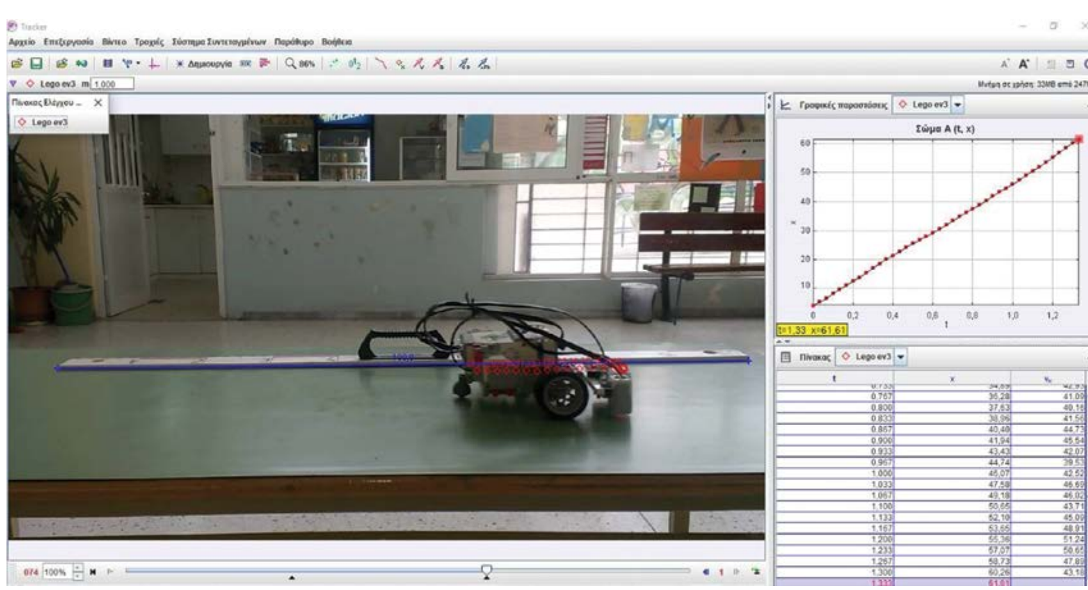
Με βάση τα δεδομένα της βιντεοανάλυσης ποιο είναι το συμπέρασμά σας για το είδος και τα χαρακτηριστικά της κίνησης;

Να γράψετε τις εξισώσεις της κίνησης του τρένου.

Βήμα 5ο

Γενικεύσεις - Ερμηνείες – Διαθεματικότητα

Να συνδυάσετε τον προγραμματισμό της κίνησης ενός ρομπότ με τη βιντεοανάλυση για να καθορίσετε το είδος της κίνησης του ρομπότ.



Ενέργεια και Ύλη

Θερμότητα-Θερμοκρασία-Θερμοδυναμική

03.

Από τη δύναμη στην ενέργεια

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ

03

3.1 Το φυσικό μέγεθος ενέργεια συστήματος

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. αναγνωρίζετε την παγκόσμια θεμελιώδη φύση της ενέργειας ως διατηρούμενη ποσότητα, η οποία είναι η ικανότητα να προκαλεί μεταβολές.
2. ορίζετε τα ανοικτά και τα κλειστά συστήματα.
3. αναγνωρίζετε ότι ο καθορισμός του συστήματος και των ορίων του είναι αυθαίρετος αλλά κρίσιμος για μια ακριβή ενεργειακή του ανάλυση.

Περιεχόμενα

- Αρχή Διατήρησης της ενέργειας
- Ανοικτά και κλειστά συστήματα

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Ανανεώσιμες πηγές ενέργειας
- Κατάσταση ενεργειακού ισοζύγιου
- Κλιματική αλλαγή

Αρχή διατήρησης της ενέργειας

Ο Richard Feynman, ένας από τους πιο διάσημους θεωρητικούς φυσικούς του 20ού αιώνα, δήλωσε ότι «δεν ξέρω τι είναι ενέργεια» αλλά συνέχισε λέγοντας ότι: «Υπάρχει ένα γεγονός, που διέπει όλα τα φυσικά φαινόμενα που είναι γνωστά μέχρι σήμερα και δεν έχουμε καμία γνωστή εξαίρεση». Το γεγονός αυτό είναι η αρχή διατήρησης της ενέργειας.

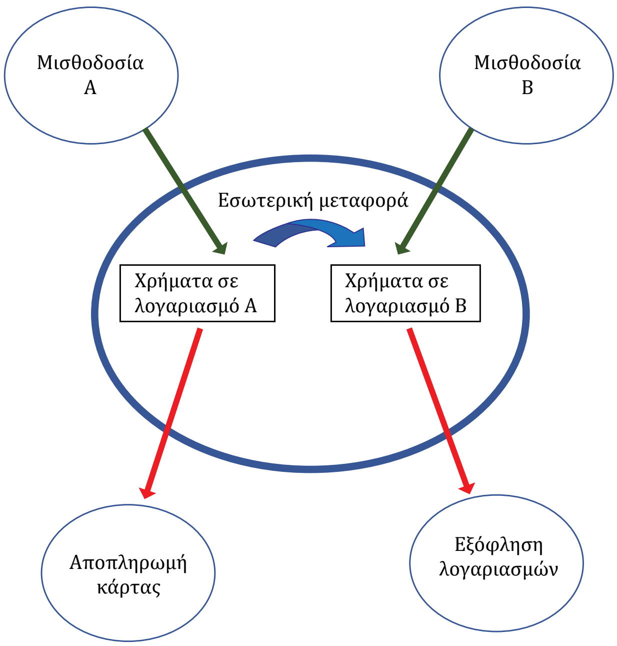
Η έννοια ενέργεια και το γεγονός της διατήρησής της απέκτησαν ποσοτική σημασία μόλις τον 18ο αιώνα με τις συνεισφορές επιστημόνων όπως οι Julius Robert Mayer και James Prescott Joule.

Η ενέργεια η οποία αναφέρεται σε ένα σύστημα μπορεί να συγκριθεί με το συνολικό χρηματικό ποσό στους ανεξάρτητους τραπεζικούς λογαριασμούς Α και Β ενός ζευγαριού, εικόνα 3.1.1.

Richard Feynman (1918-1988)
Αμερικανός φυσικός, ο οποίος τιμήθηκε και με το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής για τη δουλειά του στην κβαντική ηλεκτροδυναμική.

Το συνολικό αυτό ποσό αυξάνεται μέσω της μισθοδοσίας και μειώνεται με την εξόφληση των λογαριασμών και αποπληρωμή καρτών. Εσωτερικές μεταφορές χρημάτων, δηλαδή από τον ένα λογαριασμό στον άλλο, δεν μεταβάλλουν το συνολικό χρηματικό ποσό. Αν δεν υπάρχουν εξωτερικές μεταφορές, το συνολικό χρηματικό ποσό στους δύο λογαριασμούς διατηρείται.

Η ενέργεια δεν καταστρέφεται και δεν δημιουργείται από το μηδέν, είναι μονόμετρο φυσικό μέγεθος και αναφέρεται είτε σε σύστημα ενός ή περισσότερων σωμάτων (ενέργεια συστήματος) είτε σε ένα μηχανισμό μεταφοράς της (μεταφερόμενη ενέργεια). Η ενέργεια αποθηκεύεται με διάφορες μορφές, μεταφέρεται με διάφορους μηχανισμούς και αλλάζει μορφές. Συνηθίζουμε να αναφερόμαστε σε μορφές αποθηκευμένης αλλά και μεταφερόμενης ενέργειας ανάλογα με τον μηχανισμό μεταφοράς. Όταν μεταφέρεται και όταν αλλάζει μορφές, προκαλούνται μεταβολές, όπως η ανάπτυξη των δένδρων, τα οποία προσλαμβάνουν ενέργεια από τον Ήλιο. Κατά τις μετατροπές της, ενώ η ενέργεια διατηρείται, ένα μέρος της ή και όλη υποβαθμίζεται σε θερμική ενέργεια,



Εικόνα 3.1.1.

η οποία είναι λιγότερο και συνήθως καθόλου εκμεταλλεύσιμη. Αυτή η τάση της υποβάθμισης της ενέργειας στη φύση είναι υπεύθυνη για σχεδόν όλα τα φαινόμενα στον κόσμο μας. Υπάρχουν διάφορες μονάδες ενέργειας, ανάλογα με το σύστημα μέτρησης που χρησιμοποιείται. Στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (S.I.), η μονάδα ενέργειας είναι το 1J (Τζουλ).

Ανοικτά και κλειστά συστήματα

Ένα σύστημα είναι οποιοδήποτε τμήμα του σύμπαντος ή ένα σύνολο σωμάτων το οποίο επιλέγουμε αυθαίρετα να αναλύσουμε, προκειμένου, για παράδειγμα, να επιλύσουμε ένα πρόβλημα. Υπάρχει ένα κλειστό σύνορο που περιβάλλει το σύστημα και το διαχωρίζει από οτιδήποτε βρίσκεται απ' έξω και αποκαλείται περιβάλλον. Το σύνολο του συστήματος μπορεί να είναι μια φυσική επιφάνεια, όπως η εξωτερική επιφάνεια ενός αντικειμένου, αλλά όχι πάντα. Σε πολλές περιπτώσεις θεωρούμε συστήματα που συμπεριλαμβάνουν σώματα όπως η Γη και διάφορα αντικείμενα ή το έδαφος και ένα αντικείμενο ή απλά ένα αντικείμενο. Όπως θα διαπιστώσετε σε επόμενες ενότητες του κεφαλαίου αυτού, ο καθορισμός του συστήματος και των ορίων του είναι κρίσιμος για μια ακριβή ενεργειακή ανάλυση η οποία διευκολύνει την επίλυση πολλών προβλημάτων. Στο βιβλίο αυτό ανοικτά συστήματα θα λέμε αυτά που ανταλλάσσουν ενέργεια με το περιβάλλον τους και κλειστά συστήματα αυτά τα οποία δεν ανταλλάσσουν ενέργεια με το περιβάλλον τους.

Σημείωση 1: Συνηθίζεται τα συστήματα να διακρίνονται σε ανοικτά, κλειστά και μονωμένα ανάλογα αν ανταλλάσσουν ενέργεια και ύλη (ανοικτά), μόνο ενέργεια (κλειστά), ούτε ενέργεια ούτε ύλη (μονωμένα). Στο βιβλίο αυτό επειδή δεν θα μας απασχολήσουν συστήματα που ανταλλάσσουν ύλη, όταν λέμε ανοικτά ή κλειστά θα αναφερόμαστε στη δυνατότητα ανταλλαγής ενέργειας και μόνο.

Σημείωση 2: Συνηθίζουμε να αναφερόμαστε σε μορφές μεταφερόμενης ενέργειας ανάλογα με τον μηχανισμό/τρόπο μεταφοράς της (έργο, θερμότητα, ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία).

Σημείωση 3: Πολλά συστήματα ανταλλάσσουν ενέργεια αλλά όχι με τρόπο ο οποίος επηρεάζει σημαντικά τη συμπεριφορά ή τη λειτουργία τους. Για την επίλυση προβλημάτων συνηθίζουμε να τα κατατάσσουμε στα κλειστά συστήματα.

Εάν το σύστημα είναι κλειστό, μόνο μετατροπές/μετασχηματισμοί ενέργειας μπορούν να συμβούν και η συνολική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή. Αντιθέτως, εάν το σύστημα είναι ανοικτό μπορεί να συμβεί μεταβίβαση ενέργειας διαμέσου των ορίων του συστήματος και αυτό να έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της συνολικής ενέργειας του συστήματος. Αυτοί οι μηχανισμοί μεταφοράς όπως θα δούμε αργότερα περιλαμβάνουν το έργο, τη θερμότητα και την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, σε ένα κλειστό σύστημα η ενέργεια μπορεί να μετατραπεί σε διαφορετικές μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί.

Ένα ανοικτό σύστημα λέμε ότι βρίσκεται σε κατάσταση ενεργειακού ισοζύγιου όταν μεταφέρεται ενέργεια διαμέσου των ορίων του, αλλά ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας προς το σύστημα ισούται με τον ρυθμό μεταφοράς ενέργειας από το σύστημα προς το περιβάλλον του έτσι ώστε η συνολική ενέργεια του συστήματος να διατηρείται σταθερή. Η Γη αποτελεί παράδειγμα ενός κατά προσέγγιση ανοικτού συστήματος σε κατάσταση ενεργειακού ισοζύγιου. Ο ρυθμός μεταφοράς ενέργειας προς το σύστημα με ακτινοβολία από τον Ήλιο εξισορροπείται από τον ρυθμό μεταφοράς ενέργειας έξω από το σύστημα (Γη) με υπέρυθρη ακτινοβολία.

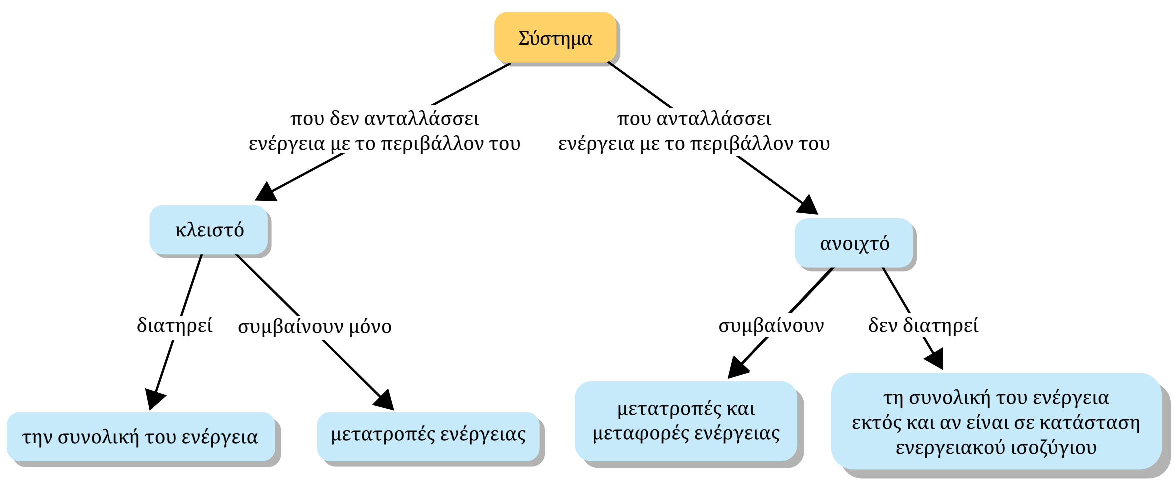
Εικόνα 3.1.2. Η Γη και ο Ήλιος

Τα προβλήματα της παγκόσμιας θέρμανσης και της κλιματικής αλλαγής σχετίζονται με το γεγονός ότι η Γη δεν είναι ακριβώς σε κατάσταση ενεργειακού ισοζυγίου. Εξαιτίας της απορρόφησης και επανεκπομπής προς τη Γη μέρους της υπέρυθρης ακτινοβολίας από τα αέρια του θερμοκηπίου τα οποία υπάρχουν στην ατμόσφαιρά της, η επιφανειακή θερμοκρασία της Γης αυξάνεται αργά. Η πλειονότητα των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου που συμβάλλουν στην κλιματική αλλαγή προέρχονται από τη διαχείριση της ενέργειας. Η καύση ορυκτών καυσίμων όπως ο άνθρακας, το πετρέλαιο και το φυσικό αέριο απελευθερώνει διοξείδιο του άνθρακα και άλλα αέρια του θερμοκηπίου στην ατμόσφαιρα, και έτσι προκαλείται άνοδος της θερμοκρασίας της Γης.

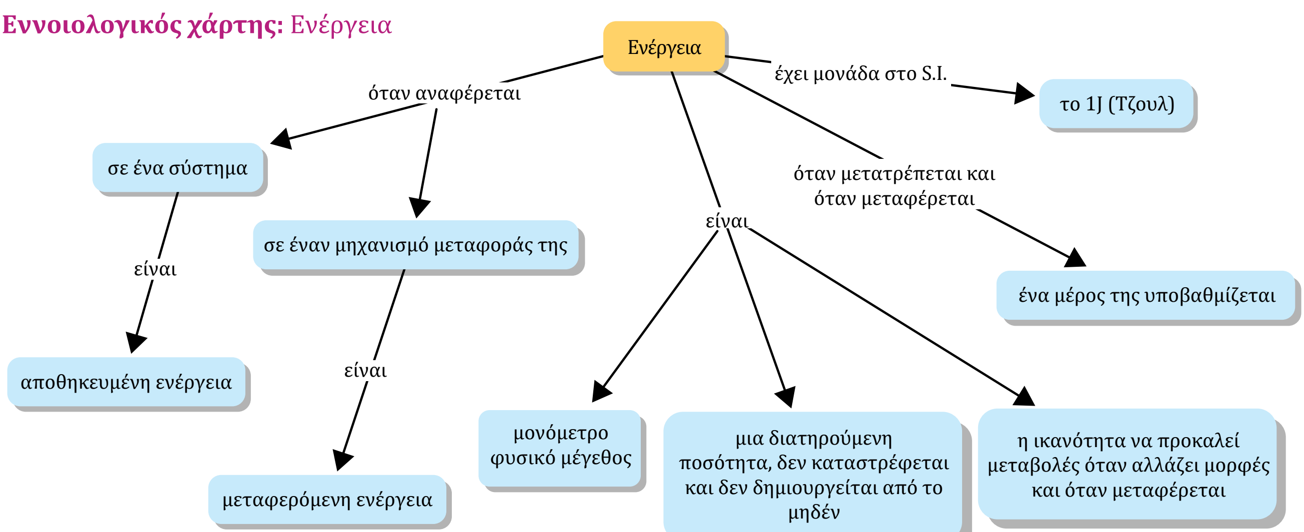
Για να μετριαστεί η κλιματική αλλαγή, είναι απαραίτητο να γίνει μετάβαση από τα ορυκτά καύσιμα σε καθαρότερες, πιο βιώσιμες πηγές ενέργειας, όπως οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, όπως η ηλιακή, η αιολική, η υδροηλεκτρική και η γεωθερμική ενέργεια, συνεισφέρουν λιγότερο σε εκπομπές αερίων θερμοκηπίου και είναι λιγότερο επιβλαβείς για το περιβάλλον.

Κυβερνήσεις και οργανισμοί σε όλο τον κόσμο λαμβάνουν μέτρα για τη μετάβαση σε καθαρότερες πηγές ενέργειας. Παρά την αύξηση της συμμετοχής των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στο ενεργειακό μείγμα την τελευταία 15ετία, έχουν αυξηθεί και οι εκπομπές αερίων του θερμοκηπίου. Αυτά περιλαμβάνουν πολιτικές και κίνητρα για την ενθάρρυνση της υιοθέτησης ανανεώσιμων πηγών ενέργειας. Οι πολίτες μπορούν να αναλάβουν δράση μειώνοντας την κατανάλωση ενέργειας, χωρίς να μειώνεται η ποιότητα των υπηρεσιών που απολαμβάνουν. Επίσης μπορούν να χρησιμοποιούν ανανεώσιμες και καθαρές πηγές ενέργειας και να υποστηρίζουν πολιτικές και πρωτοβουλίες για την προώθηση ενός καθαρότερου ενεργειακού συστήματος. Παράλληλα, μπορούν να επιλέγουν προϊόντα με χαμηλό περιβαλλοντικό αποτύπωμα και να μειώνουν την κατανάλωση περιττών αγαθών, καθώς η κατασκευή και διάθεσή τους συνδέεται με μεγάλο ποσοστό των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου.

Εννοιολογικός χάρτης: Ανοικτά και κλειστά συστήματα



Εννοιολογικός χάρτης: Ενέργεια



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

3.1.1. Δώστε παραδείγματα κλειστών και ανοικτών συστημάτων στην καθημερινή ζωή.

3.1.2. Δώστε μερικές πρακτικές εφαρμογές της διατήρησης της ενέργειας και πώς μπορούμε να τη χρησιμοποιήσουμε για να λύσουμε προβλήματα του πραγματικού κόσμου.

3.1.3. Είναι δυνατόν να διατηρείται η ενέργεια σε ένα ανοιχτό σύστημα ή μήπως διατηρείται μόνο σε κλειστά συστήματα;

Ψηφιακό Ερωτηματολόγιο:
Το φυσικό μέγεθος ενέργεια συστήματος

3.2 Αποθήκευση της ενέργειας (Η ενέργεια αποθηκεύεται)

Περιεχόμενα
- Κινητική ενέργεια
- Βαρυτική δυναμική ενέργεια
- Ελαστική δυναμική ενέργεια
- Μηχανική ενέργεια
- Θερμική ενέργεια

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ
- Α-Ενέργεια ηρεμίας
- Ροπή αδράνειας
- Ενεργειακές μεταμορφώσεις
- Μικροσκοπικό επίπεδο
- Μακροσκοπικό επίπεδο
- Εσωτερική ενέργεια
- Ενέργεια συστήματος
- Δυνάμεις διασποράς
- Ενεργειακά διαγράμματα
- Ευσταθής και ασταθής ισορροπία

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. εφαρμόζετε τη σχέση ταχύτητας – ύψους στην ελεύθερη πτώση υλικού σημείου με μάζα m και πολλαπλασιάζοντας με τη μάζα m να επιχειρηματολογείτε για τις δύο ποσότητες που επαναλαμβανόμενα εμφανίζονται και των οποίων το άθροισμα διατηρείται.
2. αναγνωρίζετε, καθορίζετε και ποσοτικοποιείτε την αποθήκευση ενέργειας συστήματος με διάφορες μορφές όπως κινητική, δυναμική, ισοδύναμη μάζα.
3. ορίζετε την κινητική ενέργεια συστήματος με ένα σωματίδιο.
4. ορίζετε τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας $U=m\cdot g\cdot h$.
5. εφαρμόζετε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε συνδυασμό με τον νόμο του Hooke: $m\cdot a=-k\cdot \Delta x$ για το σύστημα ελατήριο-μάζα και επιχειρηματολογείτε για τις δύο ποσότητες οι οποίες επαναλαμβανόμενα εμφανίζονται.
6. ορίζετε την ελαστική δυναμική ενέργεια.
7. ορίζετε το μηδέν της δυναμικής ενέργειας.
8. αποδεικνύετε την κινητική ενέργεια άκαμπτου σώματος το οποίο εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, ορίζοντας τη ροπή αδράνειας I_{cm} ως προς τον άξονα.
9. αποδεικνύετε τη βαρυτική δυναμική ενέργεια άκαμπτου σώματος $U=m\cdot g\cdot h_{cm}$.
10. υπολογίζετε τη μηχανική ενέργεια ενός συστήματος από το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας: $E_{μηχ}=K+U$.
11. αναγνωρίζετε, ως μηχανισμό αποθήκευσης ενέργειας συστήματος σε μικροσκοπικό επίπεδο το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σωματιδίων του λόγω άτακτης θερμικής κίνησης (θερμική ενέργεια $E_θ$).
12. συσχετίζετε τη θερμική ενέργεια ενός συστήματος με τη θερμοκρασία και τη μάζα του συστήματος.
13. αναγνωρίζετε τα αποτελέσματα της τριβής ολίσθησης ως έναν μηχανισμό διασποράς μέρους της μηχανικής ενέργειας του συστήματος σε θερμική ενέργεια.

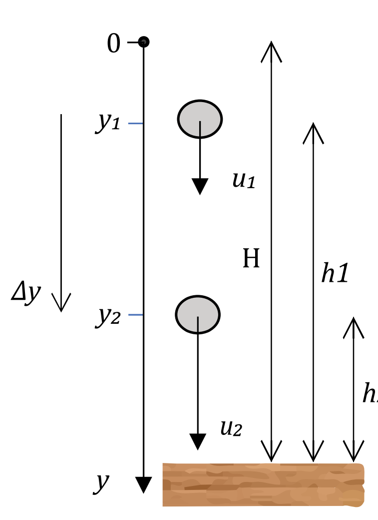
Κινητική ενέργεια

Ας θεωρήσουμε ένα σώμα το οποίο αφήνεται από ύψος Η και εκτελεί ελεύθερη πτώση. Το σώμα περιγράφεται από το πρότυπο του υλικού σημείου. Στην εικόνα 3.2.1 φαίνεται το σώμα αυτό σε δύο θέσεις y_1 και y_2 στον κατακόρυφο άξονα y του οποίου η αρχή $y = 0$ βρίσκεται σε ύψος H και η θετική φορά του είναι προς τα κάτω. Η ταχύτητα του σώματος στη θέση y_1 είναι $υ_1$ και στη θέση y_2 είναι $υ_2$. Στην παράγραφο 2.4 είδαμε ότι με απαλοιφή του χρόνου από τις εξισώσεις μιας ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης παίρνουμε την κινηματική εξίσωση:

$$υ^2 = υ_0^2 + 2αΔy$$

Στην περίπτωσή μας η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$υ_2^2 = υ_1^2 + 2αΔy$$



Εικόνα 3.2.1.

και επειδή στην ελεύθερη πτώση $\alpha = g$

γίνεται: $\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2g\Delta y$ δηλαδή: $\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2g(y_2 - y_1)$

όμως $y_2 = H - h_2$ και $y_1 = H - h_1$

οπότε $\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2g(H - h_2 - H + h_1)$

από την οποία έχουμε $\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2g(h_1 - h_2)$ $\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2gh_1 - 2gh_2$ $\upsilon_2^2 + 2gh_2 = \upsilon_1^2 + 2gh_1$ (3.2.1)

Η σχέση (3.2.1) αποτελεί ένα νόμο διατήρησης στην ελεύθερη πτώση. Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της (3.2.1) με το μισό της μάζας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + mgh_1 \quad (3.2.2)$$

Η ποσότητα $$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad (3.2.3)$$

καλείται κινητική ενέργεια του σώματος. Η κινητική ενέργεια εξαρτάται από το μέτρο της ταχύτητας και όχι από την κατεύθυνση της κίνησης και τη θέση του σώματος. Η κινητική ενέργεια ενός συστήματος είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σωμάτων του συστήματος.

Μονάδα κινητικής ενέργειας στο S.I όπως προκύπτει από τη σχέση (3.2.3) είναι το $\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}$

Λόγω της σπουδαιότητας της μονάδας ενέργειας, της έχει δοθεί το όνομα Joule.

Συμβολίζουμε το 1Joule ως 1J και θα είναι: $1\mathrm{J} = 1\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{s^2}$

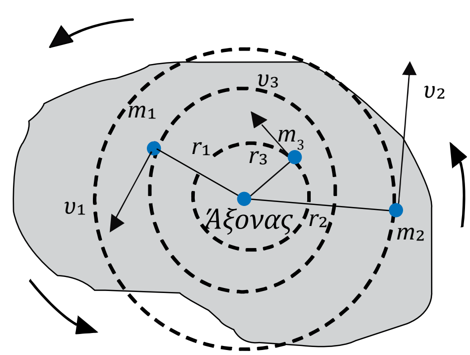
Ένα άκαμπτο σώμα εκτός από μεταφορική κίνηση μπορεί να εκτελεί και στροφική κίνηση. Η κινητική ενέργεια του άκαμπτου σώματος λόγω της στροφικής κίνησης καλείται στροφική κινητική ενέργεια. Στην εικόνα 3.2.2 φαίνεται ένα άκαμπτο σώμα το οποίο εκτελεί στροφική κίνηση γύρω από άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας του, με γωνιακή ταχύτητα *ω*. Το *i*-οστό υλικό σημείο του άκαμπτου σώματος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $\upsilon_i = r_i \cdot \omega$ όπου *ri* η απόσταση του *i*-οστού υλικού σημείου από τον άξονα περιστροφής. Η στροφική κινητική ενέργεια του άκαμπτου σώματος θα είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των υλικών σημείων τα οποία το απαρτίζουν, έτσι θα έχουμε:

$$K_{\text{στροφ}} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}m_3\upsilon_3^2 + \ldots \quad \text{ή}$$

$$K_{\text{στροφ}} = \frac{1}{2}m_1 r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_2 r_2^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_3 r_3^2\omega^2 + \ldots \quad \text{ή}$$

$$K_{\text{στροφ}} = \frac{1}{2}(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + ..)\,\omega^2 \quad (3.2.4)$$

Υπόδειξη 3.2.1:
Η κινητική ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος, εκφράζει την αποθηκευμένη ενέργεια λόγω της κίνησης και είναι πάντα θετική ποσότητα. Αν σε κάποιο πρόβλημα την υπολογίσετε αρνητική, κάπου θα έχετε κάνει λάθος. Η επίλυση προβλημάτων με τη χρήση της κινητικής ενέργειας απαιτεί ευκολότερα μαθηματικά από εκείνα των διανυσματικών μεγεθών όπως η δύναμη και η επιτάχυνση.



Εικόνα 3.2.2. Η κινητική ενέργεια ενός άκαμπτου σώματος οφείλεται στην κίνηση των υλικών σημείων τα οποία το απαρτίζουν. Κάθε ένα από τα σημεία αυτά έχει κινητική ενέργεια καθώς το σώμα στρέφεται.

Σημείωση 3.2.1: Η στροφική κινητική ενέργεια δεν είναι μια νέα μορφή ενέργειας. Είναι η κινητική ενέργεια σε μια βολική έκφραση στην περίπτωση της στροφικής κίνησης ενός άκαμπτου σώματος. Παρατηρήστε την αναλογία της με τη σχέση
$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$$

Η ποσότητα

$$I = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + ..) = \sum m_i r_i^2 \quad (3.2.5)$$

καλείται ροπή αδράνειας του άκαμπτου σώματος. Η ροπή αδράνειας εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής και την κατανομή της μάζας του σώματος γύρω από αυτόν. Στο S.I μετριέται σε kg m^2.

Η σχέση (3.2.4) με τη βοήθεια της (3.2.5) γράφεται:

$$K_{στροφ} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (3.2.6)$$

Η ροπή αδράνειας είναι το στροφικό ισοδύναμο της μάζας και εκφράζει τη δυσκολία στην αλλαγή της στροφικής κίνησης.

Βαρυτική δυναμική ενέργεια

Η ποσότητα mgh που εμφανίζεται στην (3.2.2) καλείται βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα – Γη και εξαρτάται από τη θέση του σώματος και όχι από την ταχύτητά του.

$$U_{βαρ} = mgh \quad (3.2.7)$$

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια εκφράζει την αποθηκευμένη ενέργεια του συστήματος λόγω της θέσης και περιγράφει τη βαρυτική αλληλεπίδραση του σώματος με τη Γη.

Όταν ένα άκαμπτο σώμα εκτελεί μόνο στροφική κίνηση γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του δεν μεταβάλλεται η βαρυτική δυναμική του ενέργεια. Όταν όμως στρέφεται γύρω από άξονα που δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, μπορεί να μεταβάλλεται η βαρυτική δυναμική ενέργειά του. Το άθροισμα όμως της στροφικής κινητικής και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας θα παραμένει σταθερό στην περίπτωση που δεν δέχεται ροπές από άλλες δυνάμεις.

Το κέντρο μάζας ενός άκαμπτου σώματος, όπως είδαμε στην ενότητα 1.4, είναι το σημείο όπου θεωρούμε ότι ενεργεί το βάρος του σώματος όταν μελετάμε την επίδραση των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

Οπότε η σχέση (3.2.7) γράφεται:

$$U_{βαρ} = mgh \quad (3.2.8)$$

Όπου h_{cm} το ύψος του κέντρου μάζας από το έδαφος στο οποίο θεωρήσαμε $U_{βαρ}$=0.

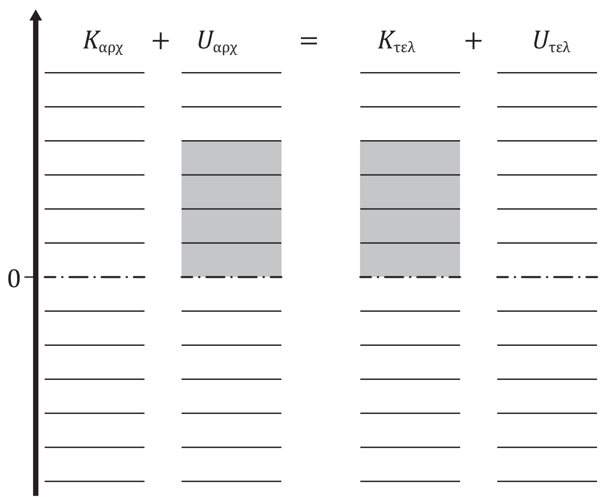
Μονάδα βαρυτικής δυναμικής ενέργειας στο S.I όπως προκύπτει από τη σχέση (3.2.7) είναι το kg $\cdot \frac{m}{s^2} \cdot$ m = kg $\cdot \frac{m^2}{s^2}$ επίσης το Joule.

Η εξίσωση (3.2.2) για το σώμα το οποίο εκτελεί ελεύθερη πτώση γράφεται:

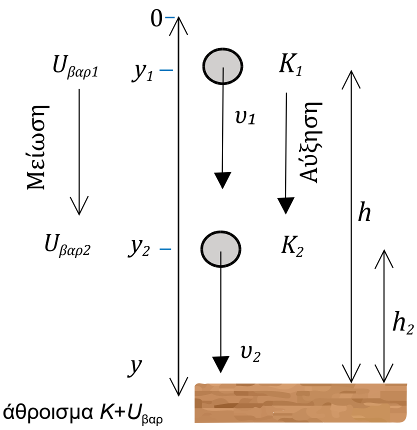
$$K_1 + U_{βαρ1} = K_2 + U_{βαρ2} \quad (3.2.9)$$

Δηλαδή κατά την ελεύθερη πτώση το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα-Γη διατηρείται.

Ενεργειακά ραβδογράμματα σαν αυτό της εικόνας 3.2.3 μας βοηθάνε να αντιληφθούμε τη διατήρηση του αθροίσματος της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ενός συστήματος .



Εικόνα 3.2.3. Ενεργειακό ραβδόγραμμα μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης στην ελεύθερη πτώση της πέτρας



Εικόνα 3.2.4. Το άθροισμα K+$U_{βαρ}$

Σημείωση 3.2.2: Η θεωρία της σχετικότητας προβλέπει ότι σε κάθε μορφή ενέργειας αντιστοιχεί μια μάζα (ισοδύναμη μάζα) αλλά και κάθε σώμα έχει ενέργεια εξαιτίας της μάζας του. Όταν το σώμα είναι ακίνητο, αυτή ισούται με $E = m \cdot c^2$ όπου c η ταχύτητα του φωτός. Η ενέργεια αυτή ονομάστηκε από τον Αϊνστάιν ενέργεια ηρεμίας. Η ενέργεια που οφείλεται στη μάζα ενός σώματος είναι το άθροισμα της κινητικής ενέργειας και της ενέργειας ηρεμίας.

Η κινητική και η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μορφές αποθηκευμένης ενέργειας σε ένα σύστημα. Κατά την ελεύθερη πτώση έχουμε μετατροπή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος πέτρα-Γη, σε κινητική ενέργεια. Γενικά οι ενεργειακές μετατροπές έχουν ως αποτέλεσμα μορφές αποθηκευμένης ενέργειας να μετατρέπονται / μεταμορφώνονται σε άλλες μορφές αποθηκευμένης ενέργειας στο εσωτερικό του συστήματος.

Από τη σχέση $U_{βαρ}=mgh$ η βαρυτική δυναμική ενέργεια φαίνεται πλήρως καθορισμένη αλλά με μια δεύτερη ματιά αντιλαμβάνεται κανείς ότι εξαρτάται από την επιλογή του σημείου αναφοράς για το ύψος h. Αν επιλέξουμε σημείο αναφοράς για το ύψος στην προηγούμενη θέση y_1 τότε η $U_{βαρ1}=0$. Πώς μπορεί η βαρυτική δυναμική ενέργεια στην ίδια θέση να έχει δύο διαφορετικές τιμές;

Για να το καταλάβουμε αυτό, ας πάρουμε την εξίσωση (3.2.2) και ας την γράψουμε με τη μορφή:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = mg(h_1 - h_2) \quad \text{δηλαδή}$$

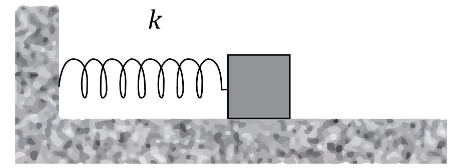
$$\text{ή} \quad \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = mg\,h_1 - mg\,h_2$$

$$\text{οπότε} \quad \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = U_{βαρ1} - U_{βαρ2} = -\Delta\,U_{βαρ}$$

$$\text{δηλαδή} \quad \boxed{\Delta K = -\Delta U_{βαρ}} \quad (3.2.10)$$

Υπόδειξη 3.2.2: Η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας σχετίζεται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας όπως φαίνεται από τη σχέση (3.2.10). Η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας έχει σημασία για τα προβλήματα. Επειδή η διαφορά ύψους h_1-h_2 δεν εξαρτάται από το σημείο αναφοράς για το ύψος, και η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας δεν θα εξαρτάται από τη θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας. Συνήθως σε προβλήματα κοντά στην επιφάνεια της Γης, όπου το βάρος θεωρείται σταθερό, είναι βολικό να θεωρούμε τη θέση μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας στο κατώτερο σημείο στο οποίο μπορεί να βρεθεί το σώμα.

Ελαστική δυναμική ενέργεια



Εικόνα 3.2.5. Το ελατήριο ασκεί δύναμη στο κιβώτιο καθώς το κιβώτιο κινείται στο λείο οριζόντιο δάπεδο.

Στην περίπτωση των ελαστικών σωμάτων, όπως τα ελατήρια, η δύναμη που ασκούν έχει μεταβλητό μέτρο ανάλογο της επιμήκυνσής τους. Στην εικόνα 3.2.5 δείχνεται ιδανικό ελατήριο (δηλαδή ελατήριο χωρίς μάζα που υπακούει στο νόμο του Hooke) με σταθερά k με το ένα άκρο του στερεωμένο σε τοίχο και το άλλο άκρο του σε κιβώτιο με μάζα m πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Επιλέγουμε να καθορίσουμε το κιβώτιο, το ελατήριο και τον τοίχο ως σύστημα. Το βάρος του κιβωτίου και η κάθετη δύναμη από το δάπεδο έχουν συνισταμένη μηδέν, τριβές δεν υπάρχουν και έτσι το σύστημα θα είναι κλειστό. Το κιβώτιο αλληλεπιδρά με τον τοίχο μέσω του ελατηρίου και συνεπώς θα υπάρχει μια ενέργεια που περιγράφει αυτήν την αλληλεπίδραση η οποία ονομάζεται ελαστική δυναμική ενέργεια. Η κίνηση ενός σώματος με μάζα m δεμένου σε ελατήριο είναι μια ταλάντωση στην οποία η επιτάχυνση δεν είναι σταθερή αφού και η δύναμη δεν είναι σταθερή.

***Απόδειξη της (3.2.12)**

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε συνδυασμό με τον νόμο του Hooke για το σύστημα ελατήριο-μάζα έχουμε ότι: $m\alpha = -kx$ (3.2.11)

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι:

$$\boxed{\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2} \qquad (3.2.12)$$

Η σχέση (3.2.12) μας δείχνει ότι η ποσότητα:
$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2$ δεν μεταβάλλεται καθώς το ελατήριο συμπιέζεται και επεκτείνεται. Ο πρώτος όρος του αθροίσματος είναι η κινητική ενέργεια K. Ο δεύτερος όρος ορίζεται ως ελαστική δυναμική ενέργεια $U_{ελ}$ του ελατηρίου:

$$\boxed{U_{ελ} = \frac{1}{2}kx^2} \qquad (3.2.13)$$

Υπόδειξη 3.2.3. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια και η ελαστική δυναμική ενέργεια εξαρτώνται από τη θέση. Είναι εύκολο και χρήσιμο να τις αναπαριστούμε σε γραφήματα σε σχέση με τη θέση. Τα γραφήματα αυτά θα τα λέμε ενεργειακά διαγράμματα.

Η εξίσωση (3.2.12) με τη βοήθεια της (3.2.13) γράφεται:

$$\boxed{K_2 + U_{ελ2} = K_1 + U_{ελ1}} \qquad (3.2.14)$$

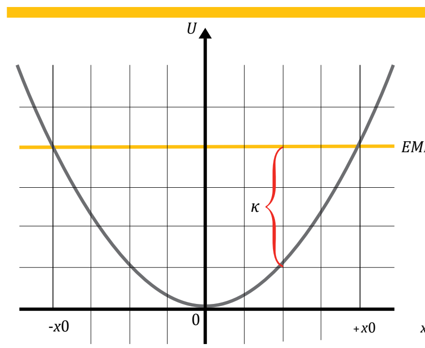
Δηλαδή κατά την κίνηση σώματος σε ιδανικό ελατήριο και χωρίς τριβές, έχουμε μετατροπή της ελαστικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-ελατήριο-τοίχος σε κινητική ενέργεια και αντίστροφα. Το άθροισμα της κινητικής ενέργειας του σώματος και της ελαστικής δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου διατηρείται.

Μηχανική ενέργεια

Όλα τα σώματα αποτελούνται από τεράστιο αριθμό ατόμων και μορίων. Χρησιμοποιούμε τον όρο «μακροσκοπικό επίπεδο» όταν αναφερόμαστε στην κίνηση και την ενέργεια σωμάτων ως σύνολα, αποτελούμενα βέβαια από μόρια και άτομα και τον όρο «μικροσκοπικό επίπεδο» όταν αναφερόμαστε στην κίνηση και την ενέργεια των μορίων και των ατόμων τους.

Το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ενός συστήματος σε μακροσκοπικό επίπεδο καλείται μηχανική ενέργεια του συστήματος:

$$\boxed{E_{ΜΗΧ} = K + U} \qquad (3.2.15)$$



Εικόνα 3.2.6. Ενεργειακό διάγραμμα στην περίπτωση του συστήματος κιβώτιο-ελατήριο-τοίχος της εικόνας 3.2.5.

Ενεργειακά διαγράμματα

Ένα γράφημα που δείχνει τη δυναμική και τη μηχανική ενέργεια ενός συστήματος σε σχέση με τη θέση καλείται ενεργειακό διάγραμμα. Ένα τέτοιο διάγραμμα φαίνεται στην εικόνα 3.2.6 στην περίπτωση του συστήματος κιβώτιο-ελατήριο-τοίχος.

Για την ερμηνεία ενός ενεργειακού διαγράμματος πρέπει:

1. Η απόσταση κάθε σημείου της καμπύλης της δυναμικής ενέργειας από εκείνη της μηχανικής ενέργειας είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος.
2. Καθώς το σύστημα κινείται, μεταβάλλεται η κινητική και η δυναμική ενέργειά του αλλά η μηχανική του ενέργεια διατηρείται.
3. Το σύστημα δεν μπορεί να βρεθεί σε θέση όπου η καμπύλη της δυναμικής ενέργειάς του είναι πάνω από εκείνη της μηχανικής του ενέργειας.
4. Η καμπύλη της δυναμικής ενέργειας του συστήματος καθορίζεται από τις ιδιότητες του συστήματος όπως η μάζα του και η σταθερά ελαστικότητας. Για το δεδομένο σύστημα δεν μπορεί να αλλάξει.
5. Μπορεί να αλλάξει όμως η μηχανική ενέργεια του συστήματος με μεταβολή των αρχικών συνθηκών, προσφέροντάς του για παράδειγμα επιπλέον κινητική ενέργεια.
6. Ένα τοπικό ελάχιστο της καμπύλης της δυναμικής ενέργειας είναι ένα σημείο **ευσταθούς ισορροπίας**.
7. Ένα τοπικό μέγιστο της καμπύλης της δυναμικής ενέργειας είναι ένα σημείο **ασταθούς ισορροπίας**.
8. Στα σημεία στα οποία η καμπύλη της δυναμικής ενέργειας τέμνει τη γραμμή της μηχανικής ενέργειας, αλλάζει η φορά της κίνησης. (Εφόσον το σύστημα μπορεί να βρεθεί στα σημεία αυτά)

Θερμική ενέργεια

Τα μόρια* ενός συστήματος βρίσκονται σε τυχαία άτακτη κίνηση και δεν έχουν όλα την ίδια κινητική ενέργεια. Η συνολική κινητική ενέργεια που κατέχουν τα μόρια ή τα άτομα ενός συστήματος λόγω της τυχαίας κίνησής τους, καλείται θερμική ενέργεια του συστήματος.

Η θερμική ενέργεια E_θ ενός συστήματος είναι αποθηκευμένη ενέργεια σε μικροσκοπικό επίπεδο και είναι ανάλογη του αριθμού των ατόμων του συστήματος. Επειδή με την αύξηση της θερμοκρασίας τα μόρια κινούνται πιο γρήγορα, η θερμική ενέργεια αποδεικνύεται ότι είναι ανάλογη και της απόλυτης θερμοκρασίας του συστήματος. Η θερμική ενέργεια δεν είναι η μόνη αποθηκευμένη ενέργεια ενός συστήματος σε μικροσκοπικό επίπεδο. Ένα σύστημα εκτός από τη θερμική ενέργεια μπορεί να έχει και χημική ενέργεια αλλά και πυρηνική ενέργεια. Το άθροισμα αυτών των ενεργειών σε μικροσκοπικό επίπεδο καλείται εσωτερική ενέργεια του συστήματος. Επειδή εδώ δε θα ασχοληθούμε με χημικές αντιδράσεις και πυρηνικές διασπάσεις μπορούμε να θεωρούμε ως εσωτερική ενέργεια του συστήματος τη θερμική ενέργειά του.

Σημείωση 3.2.3: *Κάποια σώματα αποτελούνται από άτομα ή ιόντα που δεν σχηματίζουν μόρια. (μέταλλα, άλατα κ.ά.).

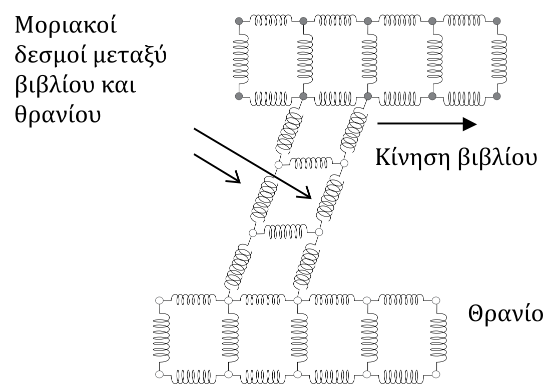
Σημείωση 3.2.4: Ορίζουμε ως ενέργεια ενός συστήματος $E_{συστ}$ το άθροισμα της μηχανικής ενέργειας των σωμάτων του συστήματος συν τη θερμική ενέργεια στο εσωτερικό των σωμάτων. Δηλαδή:

$$E_{συστ}=E_{μηχ}+E_{θερμ}=K+U+E_{θερμ}$$

Έχει ενδιαφέρον να δούμε τι γίνεται με την ενέργεια στην περίπτωση που υπάρχουν τριβές. Αν σπρώξουμε ένα βιβλίο πάνω στο θρανίο, αυτό σταδιακά επιβραδύνεται και σταματά. Πού πήγε η κινητική ενέργεια του βιβλίου; Η απάντηση στο ερώτημα αυτό δίνεται σε μικροσκοπικό επίπεδο.

Στην ενότητα 1.3 μάθαμε ότι εμφανίζεται τριβή μεταξύ δύο σωμάτων όταν αυτά βρίσκονται σε επαφή και είτε το ένα ολισθαίνει ως προς το άλλο είτε τείνει να ολισθήσει. Οι επιφάνειες του βιβλίου και του θρανίου έχουν προεξοχές οι οποίες «γαντζώνονται». Στα σημεία αυτά τα άτομα του βιβλίου και του θρανίου έρχονται πολύ κοντά και δημιουργούνται μοριακοί δεσμοί μεταξύ τους πριν ακόμα σπρώξουμε το βιβλίο. Όταν σπρώξουμε το βιβλίο καθώς αυτό κινείται πάνω στο θρανίο, οι επιφάνειες συνεπαφής του βιβλίου και του θρανίου ολισθαίνουν η μία ως προς την άλλη.

Όπως φαίνεται στην εικόνα 3.2.7 οι μοριακοί δεσμοί συμπεριφέρονται ως ελατήρια τα οποία τεντώνονται καθώς το βιβλίο κινείται πάνω στο θρανίο. Οι δεσμοί αυτοί είναι προσωρινοί αφού καθώς το βιβλίο κινείται συνεχώς δημιουργούνται, τεντώνονται και σπάνε.



Εικόνα 3.2.7. Μόρια στις επιφάνειες συνεπαφής αλληλεπιδρούν μεταξύ τους

Όταν οι δεσμοί σπάνε, τα άτομα επιστρέφουν απότομα και ταλαντώνονται. Αυτό έχει ως συνέπεια τον μετασχηματισμό κινητικής ενέργειας του βιβλίου ως σύνολο (μακροσκοπικό επίπεδο) σε κινητική ενέργεια των ταλαντευόμενων ατόμων του βιβλίου και του θρανίου (μικροσκοπικό επίπεδο). Έτσι, η απάντηση στο ερώτημα τι έγινε η κινητική ενέργεια του βιβλίου είναι ότι μετασχηματίσθηκε σε θερμική ενέργεια του συστήματος βιβλίο-θρανίο.

Γενικά η τριβή ολίσθησης αποτελεί ένα μηχανισμό διασποράς μέρους της μηχανικής ενέργειας του συστήματος σε θερμική ενέργεια. Οι δυνάμεις διασποράς όπως η τριβή ολίσθησης αλλά και η αντίσταση του αέρα πάντα αυξάνουν τη θερμική ενέργεια.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.2.1. Ελεύθερη πτώση και κατακόρυφη βολή

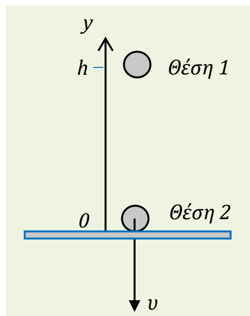
Αφήνουμε μια πέτρα με μάζα m=20 g να πέσει ελεύθερα από ύψος h=32 m. (Εικ. 3.2.8)

Α. Με ποια ταχύτητα φτάνει η πέτρα στο έδαφος;

Β. Να κάνετε το ενεργειακό διάγραμμα για την ελεύθερη πτώση της πέτρας.

Γ. Αν μια πέτρα διπλάσιας μάζας εκτοξευόταν από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με την ίδια ταχύτητα που βρήκατε στο πρώτο ερώτημα (εικόνα 3.2.9), σε ποιο μέγιστο ύψος θα έφθανε;

Δίνεται η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας g=9.80 m/s^2.



Εικόνα 3.2.8.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

1. Υποθέτουμε ότι οι αντιστάσεις του αέρα στην περίπτωση της πέτρας είναι αμελητέες, οπότε η πέτρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Στην ελεύθερη πτώση, όπως είδαμε, το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας δεν αλλάζει.
2. Επιλέγουμε τη θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας και αρχή του άξονα y στο έδαφος όπως φαίνεται στην εικόνα 3.2.8. Έτσι η δυναμική ενέργεια σε σχέση με τη θέση y της πέτρας θα είναι: $U=mgh$.
3. Η κίνηση της σφαίρας, όταν αυτή εκτοξευτεί προς τα πάνω, περιγράφεται και αυτή από το ίδιο μοντέλο με την ελεύθερη πτώση, οπότε το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας δεν αλλάζει.

ΛΥΣΗ:

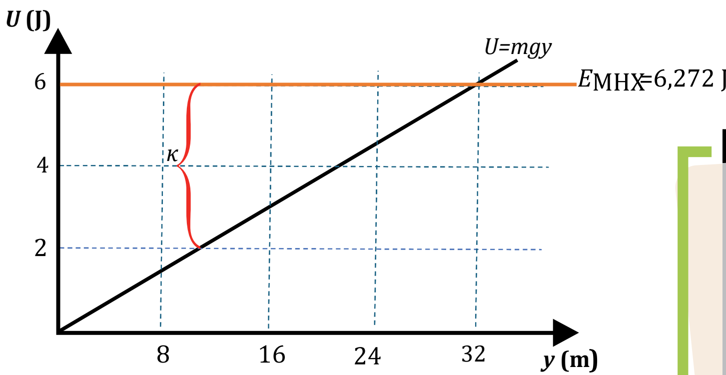
Α. Θα ισχύει λοιπόν $K_1+U_{βαρ1}=K_2+U_{βαρ2}$

Με τη βοήθεια των ορισμών της κινητικής και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + mgh = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + 0 \quad \text{οπότε: } \upsilon = \sqrt{2gh}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές, παίρνουμε: $\upsilon = \sqrt{2 \cdot 9,80 \frac{m}{s^2} \cdot 32m} \approx 25m$

Β.



Εικόνα 3.2.10. Ενεργειακό διάγραμμα για την ελεύθερη πτώση της πέτρας.

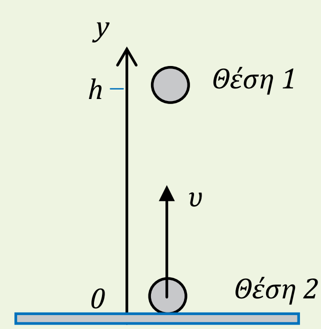
Σημείωση 3.2.5: Η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μια ευθεία η οποία περνά από την αρχή των αξόνων. Η κλίση της είναι ίση με το βάρος του σώματος mg. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, η τιμή της είναι 6,272 J και εμφανίζεται ως μια ευθεία παράλληλη στον άξονα των y στην εικόνα 3.2.10.

Γ. Θα ισχύει επίσης $K_2+U_{βαρ2}=K_1+U_{βαρ1}$

Με τη βοήθεια των ορισμών της κινητικής και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας έχουμε:

$\frac{1}{2}2m\,υ^2+0=0+2mg\,h_{max}$ οπότε $h_{max}=\frac{υ^2}{2g}$

Αντικαθιστώντας τις τιμές παίρνουμε: $h_{max}=\dfrac{25^2\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 9,8\frac{m}{s^2}}=32\text{m}$



Εικόνα 3.2.9.

Παρατήρηση: Η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο έδαφος η πέτρα όταν αφήνεται από ύψος h, αλλά και το μέγιστο ύψος που φτάνει όταν εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω, είναι ανεξάρτητα της μάζας της.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.2.2:
Το σύστημα κιβώτιο, ελατήριο , τοίχος

Στο παρακάτω ενεργειακό διάγραμμα φαίνεται η καμπύλη της ελαστικής δυναμικής ενέργειας καθώς και η γραμμή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο, ελατήριο, τοίχος. Αν η μάζα του κιβωτίου είναι 100g και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο ελατήριο που είναι στερεωμένο στον κατακόρυφο τοίχο:

Α. Βρείτε τη σταθερά k του ελατηρίου.

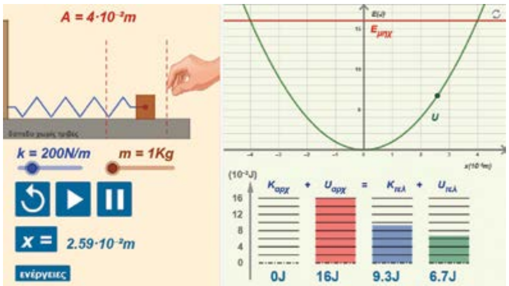
Β. Βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου στη θέση της ευσταθούς ισορροπίας του.

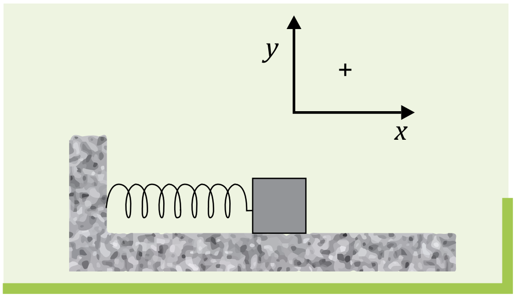
Γ. Σε ποιες θέσεις αλλάζει η φορά της κίνησης;

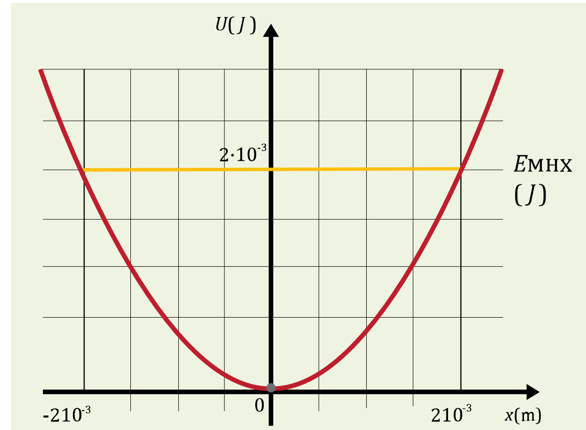
ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ:

1. Υποθέτουμε ότι και οι αντιστάσεις του αέρα είναι αμελητέες οπότε θα διατηρείται η μηχανική ενέργεια. Επίσης υποθέτουμε ότι το ελατήριο είναι ιδανικό.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Ενεργειακά διαγράμματα (Σύστημα ελατήριο-σώμα-τοίχος)







2. Επιλέγουμε τη θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας στο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο γίνεται η κίνηση. Συνεπώς η δυναμική ενέργεια βαρύτητας είναι συνεχώς μηδέν. Η καμπύλη όπως αναφέρεται και στην εκφώνηση αντιστοιχεί στην ελαστική δυναμική ενέργεια.
3. Το σύστημα δεν μπορεί να βρεθεί σε θέση όπου η καμπύλη της δυναμικής ενέργειάς του είναι πάνω από εκείνη της μηχανικής του ενέργειας. Έτσι το σύστημα θα έχει τη μέγιστη ελαστική δυναμική ενέργεια στις θέσεις $2 \cdot 10^{-3} m$ και $-2 \cdot 10^{-3} m$ και στις θέσεις αυτές αλλάζει η φορά της κίνησης.
4. Το ελάχιστο της καμπύλης της δυναμικής ενέργειας είναι στο σημείο x = 0 και αυτό είναι το σημείο ευσταθούς ισορροπίας.
5. Η απόσταση κάθε σημείου της καμπύλης της δυναμικής ενέργειας από εκείνη της μηχανικής ενέργειας είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος.

ΛΥΣΗ

Α. Επειδή η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν, η δυναμική ενέργεια του συστήματος θα είναι η ελαστική δυναμική ενέργεια, η οποία δίνεται από τη σχέση: $U = \frac{1}{2} k x^2$ Από την οποία έχουμε ότι: $k = \frac{2U}{x^2}$

Όπως προκύπτει από το διάγραμμα, η ελαστική δυναμική ενέργεια στη θέση $x = 2 \cdot 10^{-3}$m είναι: $U = 2 \cdot 10^{-3}$J

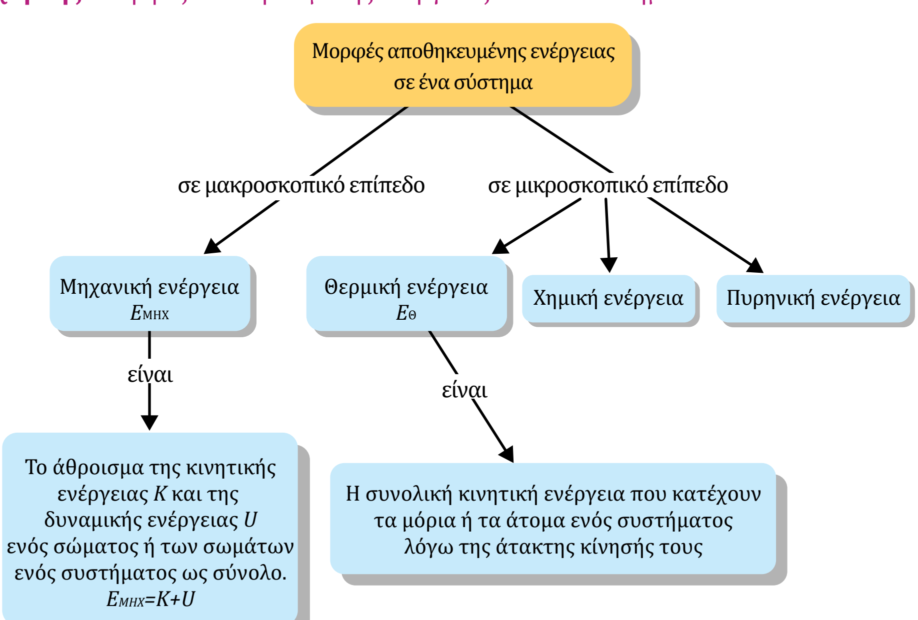
Με αντικατάσταση των τιμών αυτών έχουμε ότι: $k = \frac{4 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}}{(2 \cdot 10^{-3})^2\,\mathrm{m}^2} = 10^3 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$

Β. Η θέση ευσταθούς ισορροπίας είναι η θέση $x=0$, όπου η καμπύλη της δυναμικής ενέργειας παρουσιάζει ελάχιστο. Η απόσταση του σημείου της καμπύλης στη θέση αυτή από την ευθεία της μηχανικής ενέργειας θα είναι η κινητική ενέργεια του κιβωτίου. Συνεπώς $K = 2 \cdot 10^{-3} J$. Η κινητική ενέργεια όμως είναι: $K = \frac{1}{2} m \upsilon^2$ οπότε:

$\upsilon = \sqrt{\frac{2\mathrm{K}}{\mathrm{m}}}$ Αντικαθιστώντας τις τιμές των K και m έχουμε: $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{J}}{100 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} = 0,2 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Γ. Στα σημεία στα οποία η καμπύλη της δυναμικής ενέργειας τέμνει τη γραμμή της μηχανικής ενέργειας αλλάζει η φορά της κίνησης. Συνεπώς η φορά της κίνησης αλλάζει στις θέσεις $x = 2 \cdot 10^{-3}$m και $x = -2 \cdot 10^{-3}$m

Εννοιολογικός χάρτης: Μορφές αποθηκευμένης ενέργειας σε ένα σύστημα



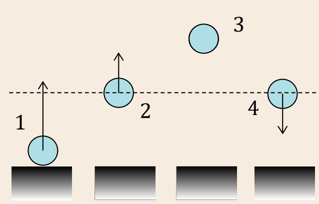
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

3.2.1. Μπορεί η κινητική ενέργεια να είναι αρνητική; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3.2.2. Μία μπάλα κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_1. Μία όμοια δεύτερη μπάλα κινείται με σταθερή ταχύτητα διπλάσιου μέτρου υ_2.
Αν θεωρήσουμε τις μπάλες ως υλικά σημεία, τότε για τις κινητικές τους ενέργειες θα ισχύει ότι:
Α. $K_1=4K_2$, **Β.** $K_2=4K_1$, **Γ.** $K_2=2K_1$
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

3.2.3. Ένα παιδί κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα σε τσουλήθρα. Διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος παιδί-τσουλήθρα-Γη; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3.2.4. Στο σχήμα φαίνονται τέσσερις διαδοχικές θέσεις και οι αντίστοιχες ταχύτητες ενός σφαιριδίου το οποίο κινείται κατακόρυφα.



Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος σφαιρίδιο Γη;

Α. $U_{\beta\alpha\rho1} > U_{\beta\alpha\rho2} > U_{\beta\alpha\rho3} > U_{\beta\alpha\rho4}$

Β. $U_{\beta\alpha\rho1} > U_{\beta\alpha\rho2} = U_{\beta\alpha\rho4} > U_{\beta\alpha\rho3}$

Γ. $U_{\beta\alpha\rho3} > U_{\beta\alpha\rho2} = U_{\beta\alpha\rho4} > U_{\beta\alpha\rho1}$

3.2.5. Ποιο έχει μεγαλύτερη θερμική ενέργεια: το νερό μιας πισίνας ή το καυτό τσάι στο φλιτζάνι μας; Να δικαιολογήσετε την άποψή σας.

3.2.6. Ένα σώμα με μάζα 2kg βρίσκεται αρχικά σε ένα σημείο Α σε ύψος 2m από το έδαφος και τελικά φτάνει σε ένα σημείο Β σε ύψος 4m. Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις τιμές της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις για το σημείο αναφοράς. Θεωρήστε ότι g=10m/s^2.

	$U_{\beta\alpha\rho A}$	$U_{\beta\alpha\rho B}$	$\Delta U_{\beta\alpha\rho}$
Με αναφορά το έδαφος			
Με αναφορά το αρχικό σημείο Α			
Με αναφορά το τελικό σημείο Β			

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3.2.1. Ένα βλήμα με μάζα 20g το οποίο κινείται με ταχύτητα 400 m/s ή ένας άνθρωπος με μάζα 80kg ο οποίος κινείται με ταχύτητα 4m/s έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια;

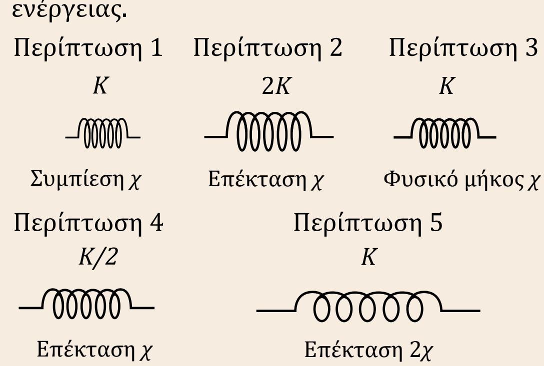
3.2.2. Ένα σώμα Α έχει τη μισή μάζα και οκταπλάσια κινητική ενέργεια από ένα σώμα Β να βρείτε τον λόγο των ταχυτήτων υ_A/υ_B.

3.2.3. Με τι ταχύτητα πρέπει να κινείται ένα αυτοκίνητο μάζας 1500kg ώστε να έχει την ίδια κινητική ενέργεια με ένα φορτηγό μάζας 13500kg το οποίο κινείται με ταχύτητα 30km/h;

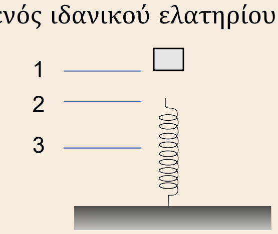
3.2.4. Ένας αναρριχητής με μάζα 70kg ξεκίνησε από μια περιοχή στον Βώλακα του νομού Ηλείας, η οποία βρίσκεται 4m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας, και τελικά έφτασε στη βουνοκορφή "Ανάληψη" του Ερύμανθου με υψόμετρο 1794 m. Ποια η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος αναρριχητής-Γη;

3.2.5. Ένα πιστόλι με ελατήριο εκτοξεύει μια πλαστική μπάλα με ταχύτητα 4 m/s. Εάν το ελατήριο συμπιεστεί δύο φορές περισσότερο, η ταχύτητα της μπάλας θα είναι:
Α. 16 m/s. **Β.** 8 m/s. **Γ.** 2 m/s. **Δ.** 1 m/s.
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3.2.6. Στην παρακάτω εικόνα φαίνονται πέντε περιπτώσεις ελατηρίων. Κατατάξτε τις περιπτώσεις κατά σειρά αύξουσας ελαστικής δυναμικής ενέργειας.

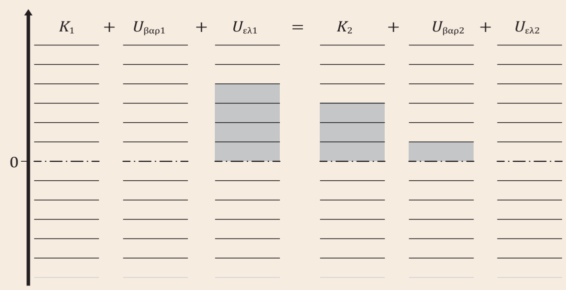


3.2.7. Ένα σώμα αφήνεται ελεύθερο χωρίς αρχική ταχύτητα στη θέση 1. Κατά την πτώση του συναντά το ελεύθερο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου στη θέση 2. Το ελατήριο αποκτά τη μέγιστη συμπίεσή του στη θέση 3.



Για τις κινήσεις από τη θέση 1 στη θέση 2, 1-2, από τη θέση 1 στη θέση 3, 1-3 και από τη θέση 2 στη θέση 3, 2-3 συμπληρώστε στον παρακάτω πίνακα αν οι ποσότητες της πρώτης στήλης έχουν θετικό ή αρνητικό πρόσημο ή αν είναι μηδενικές.

	1-2	1-3	2-3
ΔK			
$\Delta U_{\beta\alpha\rho}$			
$\Delta U_{\varepsilon\lambda}$			



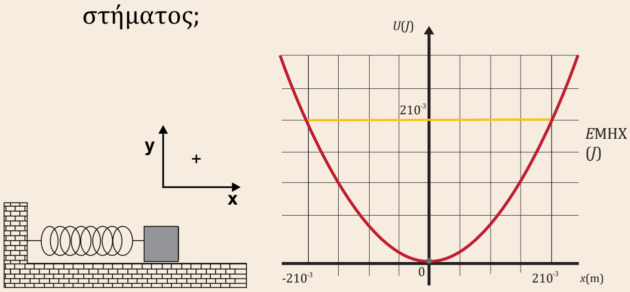
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

3.2.1. Στο παρακάτω ενεργειακό διάγραμμα, φαίνεται η καμπύλη της ελαστικής δυναμικής ενέργειας καθώς και η γραμμή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο, ελατήριο. Αν η μάζα του κιβωτίου είναι 100g και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο ελατήριο που είναι στερεωμένο στον κατακόρυφο τοίχο:

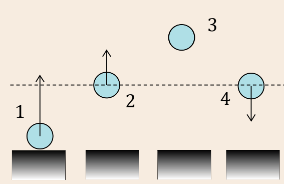
Α. Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου στη θέση $x = 10^{-3}$(m)

Β. Από τι εξαρτάται η δυναμική ενέργεια του συστήματος;

Από τι εξαρτάται η μηχανική ενέργεια του συστήματος;



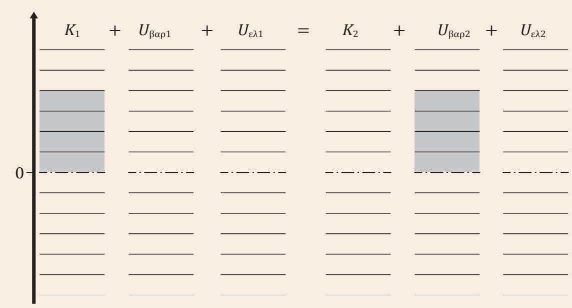
3.2.2. Μια μεταλλική σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω. Υποθέστε ότι οι αντιστάσεις του αέρα στην περίπτωση της σφαίρας είναι αμελητέες και κάντε ένα ενεργειακό ραβδόγραμμα στο οποίο να εικονίζονται οι ενέργειες του συστήματος σφαίρα-Γη σε καθεμία από τις θέσεις 1,2,3 και 4.



Η θέση 3 είναι η θέση στην οποία η σφαίρα βρίσκεται στο μέγιστο ύψος της.

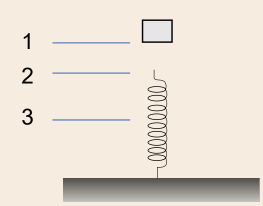
3.2.3. Να περιγράψετε ένα φαινόμενο, καθορίζοντας και το σύστημα του οποίου η εξέλιξη θα μπορούσε να συμφωνεί με το παρακάτω ενεργειακό ραβδόγραμμα. Στο ραβδόγραμμα αυτό εικονίζονται οι ενέργειες του συστήματος στην αρχική κατάσταση 1 και στην τελική κατάσταση 2.

3.2.4. Περιγράψτε ένα φαινόμενο, καθορίζοντας και το σύστημα του οποίου η εξέλιξη θα μπορούσε να συμφωνεί με το παρακάτω ενεργειακό ραβδόγραμμα. Στο ραβδόγραμμα αυτό εικονίζονται οι ενέργειες του συστήματος στην αρχική κατάσταση 1 και στην τελική κατάσταση 2.



3.2.5. Ένα σώμα αφήνεται ελεύθερο χωρίς αρχική ταχύτητα στη θέση 1. Κατά την πτώση του συναντά το ελεύθερο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου στη θέση 2. Το ελατήριο αποκτά τη μέγιστη συμπίεσή του στη θέση 3.

Να καθορίσετε αυθαίρετα τη θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας και να συμπληρώσετε το ενεργειακό ραβδόγραμμα που αντιστοιχεί στις θέσεις 1 και 3.



Ψηφιακό Ερωτηματολόγιο:
Η ενέργεια αποθηκεύεται

3.3 Μεταφορά της ενέργειας (Η ενέργεια μεταφέρεται)

Περιεχόμενα
- Έργο δύναμης
- Θερμότητα
- Ισχύς

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ
- Θεώρημα έργου κινητικής ενέργειας
- Μηχανικές αλληλεπιδράσεις / εξωτερικές δυνάμεις
- Θερμικές αλληλεπιδράσεις

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. αναγνωρίζετε τον ρόλο της δύναμης στη μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας και την εξάρτηση του έργου της δύναμης από τη διαδρομή που ακολουθείται.
2. διακρίνετε ότι το έργο $W=F\Delta x$, όταν το διάνυσμα της δύναμης F είναι ομόρροπο με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της, είναι θετικό, ενώ, όταν η F είναι αντίρροπη με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της, είναι αρνητικό.
3. αναγνωρίζετε ότι, όταν η δύναμη είναι κάθετη στη μετατόπιση ή δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της, τότε δεν εκτελεί έργο.
4. ανακαλείτε τη θερμότητα ως ποσό μεταφερόμενης ενέργειας λόγω διαφοράς θερμοκρασίας.
5. αναγνωρίζετε ότι η θερμότητα δεν είναι ενέργεια ενός συστήματος αλλά, όπως και το έργο, είναι ένας τρόπος μεταφοράς ενέργειας που ανταλλάσσεται μεταξύ συστημάτων λόγω του τυχαίου τρόπου που αλληλεπιδρούν τα μόριά τους.
6. αναγνωρίζετε την ισχύ ως το μέτρο του ρυθμού της μεταφοράς ενέργειας $P=\Delta E/\Delta t$ και να την υπολογίζετε σε Watt.
7. χρησιμοποιείτε διάφορες μονάδες ενέργειας, όπως Joule, KWh, Cal, BTU.

Εισαγωγή: Μεταφορά ενέργειας σε ή από ανοικτό σύστημα (Μηχανικές και θερμικές αλληλεπιδράσεις)

Στην ενότητα αυτή θα δούμε με ποιους μηχανισμούς / τρόπους μεταφοράς ενέργειας, ένα ανοικτό σύστημα μπορεί να κερδίζει ή να χάνει ενέργεια.

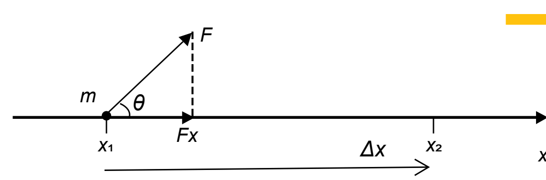
Μεταφορά ενέργειας μπορεί να συμβεί διαμέσου των ορίων ενός ανοικτού συστήματος το οποίο αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του μηχανικά ή θερμικά και μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της συνολικής ενέργειας του συστήματος. Θα ασχοληθούμε με δύο μηχανισμούς μεταφοράς ενέργειας από και προς ένα ανοικτό σύστημα. Το έργο $W_{εξ}$ το οποίο εκτελείται από εξωτερική δύναμη στο σύστημα (μηχανική αλληλεπίδραση) και τη θερμότητα Q η οποία χορηγείται στο σύστημα ή από το σύστημα στο περιβάλλον (θερμική αλληλεπίδραση).

Σημείωση: Εξωτερική δύναμη συστήματος είναι μια δύναμη της οποίας ο εντολέας είναι εκτός του συστήματος και ο αποδέκτης εντός του συστήματος. Εσωτερική δύναμη συστήματος είναι μια δύναμη της οποίας ο εντολέας και ο αποδέκτης είναι εντός του συστήματος.

Έργο δύναμης (Μηχανικές αλληλεπιδράσεις)

Όταν ασκείται εξωτερική δύναμη σε ένα σύστημα μπορεί να μεταφέρεται ενέργεια προς ή από το σύστημα όπως φαίνεται στην εικόνα 3.3.2.

Πόση όμως ενέργεια μεταφέρεται; Για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό, ας θεωρήσουμε ένα σύστημα το οποίο αποτελείται από ένα υλικό σημείο με μάζα m που κινείται στον άξονα x από την αρχική του θέση x_1, στην οποία έχει κινητική ενέργεια K_1 στην τελική του θέση x_2 στην οποία έχει κινητική ενέργεια K_2. Ας θεωρήσουμε επίσης ότι μία από τις δυνάμεις



Εικόνα 3.3.1.

που δέχεται το υλικό σημείο, είναι η δύναμη F, όπως φαίνεται στην εικόνα 3.3.1, την οποία για ευκολία θεωρούμε σταθερή. Επίσης είναι η μόνη δύναμη που έχει συνιστώσα στον άξονα x. Είναι προφανές ότι η συνιστώσα Fx της F, η οποία έχει μέτρο $F_x = F\sigma\upsilon\nu\theta$, θα είναι αυτή η οποία προκαλεί τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας και συνεπώς θα είναι εκείνη η οποία ευθύνεται για τη μεταφορά της ενέργειας προς ή από το υλικό σημείο.

Θα λέμε ότι η δύναμη F εκτελεί έργο πάνω στο υλικό σημείο. Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα x θα έχουμε: $\alpha_x = \dfrac{F_x}{m}$ (3.3.1)

και επειδή η δύναμη είναι σταθερή και η επιτάχυνση θα είναι σταθερή οπότε η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη και θα ισχύει η σχέση :

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2\,\alpha_x \Delta x \qquad (3.3.2)$$

Από την (3.1.2) και την (3.1.1) προκύπτει ότι:

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2\frac{F_x}{m}\Delta x \quad ή \quad \upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 = 2\frac{F_x}{m}\Delta x$$

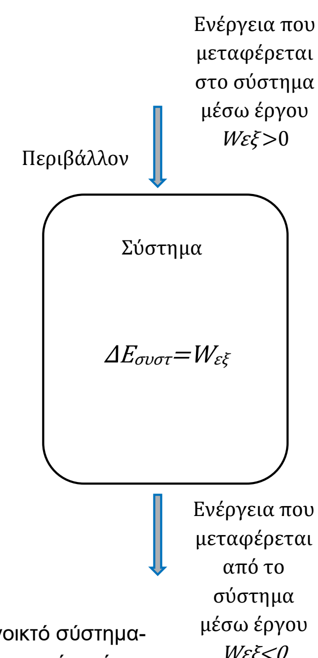
$$\text{Οπότε:} \quad \frac{1}{2}m\,\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\,\upsilon_1^2 = F_x \Delta x \qquad (3.3.3)$$

Ορίζουμε το έργο που εκτελείται από τη σταθερή δύναμη F καθώς το υλικό σημείο κινείται από τη θέση x_1 στη θέση x_2 το γινόμενο $F_x\Delta x$, δηλαδή:

$$\boxed{W_F = F_x \Delta x} \qquad (3.3.4)$$

Στην περίπτωση όπου το διάνυσμα της $\vec{F}_x$ είναι ομόρροπο με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της το έργο της θα είναι θετικό όπως στην παραπάνω περίπτωση.

Στην περίπτωση όπου το διάνυσμα της $\vec{F}_x$ είναι αντίρροπο με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της το έργο της θα είναι αρνητικό.



Εικόνα 3.3.2. Ανοικτό σύστημα-Μεταφορά ενέργειας μέσω έργου.

$$\boxed{W_F = -F_x \Delta x} \qquad (3.3.5)$$

Στην περίπτωση όπου η δύναμη F είναι κάθετη στη μετατόπιση του υλικού σημείου, η συνιστώσα της στον άξονα θα είναι μηδέν, δηλαδή F_x=0 και τότε δεν εκτελείται έργο από τη δύναμη F. Επίσης δεν εκτελείται έργο όταν η μετατόπιση είναι μηδέν.

Η (3.3.3) με τη βοήθεια της (3.3.4) γράφεται:

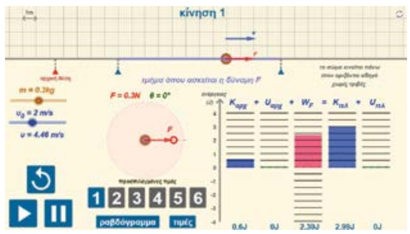
$$\boxed{K_2 - K_1 = W_F} \qquad \text{δηλαδή:} \quad \boxed{\Delta K = W_F} \qquad (3.3.6)$$

Συνεπώς η κινητική ενέργεια που κερδίζει ή χάνει το υλικό σημείο όταν αυτό δέχεται δύναμη ισούται με το έργο της δύναμης.

Για παράδειγμα, αν το υλικό σημείο της εικόνας 3.3.1 έχει αρχική κινητική ενέργεια K_1=10J και το έργο της δύναμης F είναι θετικό και ίσο με W_F=4J, τότε το υλικό σημείο θα αποκτήσει τελική κινητική ενέργεια ίση με K_2=14J. Το υλικό σημείο σε αυτή την περίπτωση κέρδισε ενέργεια ίση με 4J.

Αν στο ίδιο υλικό σημείο, που έχει την ίδια αρχική κινητική ενέργεια, του ασκηθεί μία άλλη δύναμη F που το έργο της είναι αρνητικό και ίσο με W_F=-7J, τότε το υλικό σημείο θα αποκτήσει τελική κινητική ενέργεια ίση με K_2=3J. Το υλικό σημείο σε αυτή την περίπτωση έχασε ενέργεια ίση με 7J.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Μεταφορά ενέργειας μέσω έργου



Η προσομοίωση δείχνει ένα υλικό σημείο που μπορεί να κινείται πάνω σε έναν ευθύγραμμο οριζόντιο οδηγό. Αυτό έχει μία αρχική ταχύτητα $υ_0$ και του ασκείται μία δύναμη F, σε ένα τμήμα της διαδρομής του. Καθώς πραγματοποιείται η κίνηση, το έργο της δύναμης F προσθέτει ή αφαιρεί ενέργεια από το υλικό σημείο. Αυτό παρουσιάζεται με τις τιμές της ενέργειας του υλικού σημείου και με το αντίστοιχο ραβδόγραμμα.

Θεώρημα έργου – κινητικής ενέργειας για ένα υλικό σημείο (Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας Θ.Μ.Κ.Ε.)

Στην περίπτωση που η δύναμη δεν είναι σταθερή και στην περίπτωση που το υλικό σημείο δέχεται και άλλες δυνάμεις, η εξίσωση (3.3.6) αποδεικνύεται ότι γενικεύεται στο παρακάτω θεώρημα έργου-κινητικής ενέργειας:

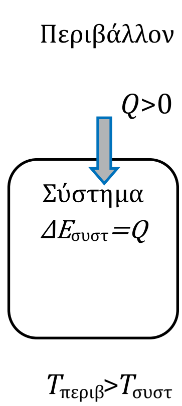
Όταν μία η περισσότερες δυνάμεις δρουν σε ένα υλικό σημείο καθώς αυτό μετατοπίζεται, το συνολικό έργο των δυνάμεων το οποίο εκτελείται πάνω στο υλικό σημείο προκαλεί τη μεταβολή της κινητικής του ενέργειας δηλαδή:

$$\boxed{\Delta K = W_{ολ}} \quad (3.3.7)$$

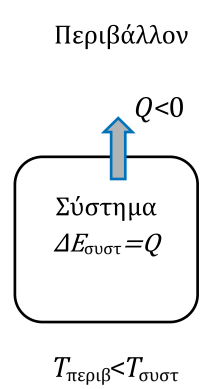
Σημείωση: Ο ρόλος του έργου δύναμης στη μετατροπή ενέργειας
Στην προηγούμενη ενότητα είδαμε τις ενεργειακές μετατροπές της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας του συστήματος πέτρα-Γη σε κινητική ενέργεια και της ελαστικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-ελατήριο-τοίχος σε κινητική ενέργεια. Γενικότερα κατά τις ενεργειακές μετατροπές μια μορφή αποθηκευμένης ενέργειας ενός συστήματος μετατρέπεται σε μια άλλη μορφή αποθηκευμένης ενέργειας του ίδιου συστήματος. Σε αυτές τις ενεργειακές μετατροπές δεν μεταβάλλεται η ενέργεια του συστήματος $E_{συστ}$.
Το έργο που εκτελείται από τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των συστατικών του συστήματος προκαλεί μετατροπή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σε κινητική ενέργεια και αντίστροφα ή της κινητικής ενέργειας σε θερμική.

Θερμότητα (Θερμικές αλληλεπιδράσεις)

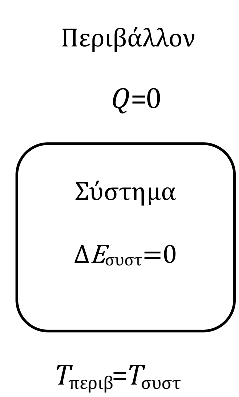
Στις μηχανικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος μεταφέρεται ενέργεια μέσω έργου δύναμης και αυτό απαιτεί κίνηση σε μακροσκοπικό επίπεδο. Στις θερμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος μεταφέρεται ενέργεια μέσω συγκρούσεων σε ατομικό επίπεδο.



Εικόνα 3.3.3. Μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας από το περιβάλλον.



Εικόνα 3.3.4. Μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας στο περιβάλλον.



Εικόνα 3.3.5. Όταν το Q=0 δεν συμβαίνει κάποια μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας από και προς το περιβάλλον.

Όταν έρχονται σε θερμική επαφή δύο σώματα διαφορετικών θερμοκρασιών, τα μόριά τους αλληλεπιδρούν με τυχαίο τρόπο και έτσι μεταφέρεται ενέργεια από τα μόρια μεγαλύτερης κινητικής ενέργειας στα μόρια μικρότερης κινητικής ενέργειας. Ανάλογη είναι η περίπτωση που συγκρούονται μπάλες του μπιλιάρδου με διαφορετικές ταχύτητες.

Θερμότητα Q (το σύμβολο Q που χρησιμοποιείται για τη θερμότητα προέρχεται από τη λατινική λέξη "quantitas", που σημαίνει "ποσότητα") είναι η ενέργεια που μεταφέρεται αυθόρμητα από ένα σώμα υψηλότερης θερμοκρασίας σε ένα σώμα χαμηλότερης θερμοκρασίας, μέσω των τυχαίων αλληλεπιδράσεων των μορίων τους. Στις προηγούμενες εικόνες φαίνονται οι θερμικές αλληλεπιδράσεις ενός ανοικτού συστήματος με το περιβάλλον. Όταν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι μεγαλύτερη από εκείνη του συστήματος, χορηγείται ενέργεια μέσω θερμότητας στο σύστημα από το περιβάλλον $Q>0$ (εικ 3.3.3). Όταν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι μικρότερη από εκείνη του συστήματος, χορηγείται ενέργεια μέσω θερμότητας στο περιβάλλον από το σύστημα $Q<0$ (εικ. 3.3.4). Όταν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι ίση με εκείνη του συστήματος λέμε ότι το σύστημα είναι σε θερμική ισορροπία με το περιβάλλον $Q=0$ (εικ 3.3.5) .

Για παράδειγμα αν θερμάνουμε νερό σε μία κατσαρόλα στην ηλεκτρική κουζίνα του σπιτιού μας, τότε μεταφέρεται θερμότητα Q από το ηλεκτρικό μάτι στο νερό και το $Q>0$. Αν απομακρύνουμε την κατσαρόλα με το ζεστό νερό από την ηλεκτρική κουζίνα, μετά από λίγη ώρα το νερό θα αποκτήσει την ίδια θερμοκρασία με το περιβάλλον. Έως ότου να συμβεί αυτό, μεταφέρεται θερμότητα Q από το νερό στο περιβάλλον και το $Q<0$. Όταν το νερό με το περιβάλλον έχουν την ίδια θερμοκρασία, δεν μεταφέρεται καμία ποσότητα θερμότητας από το νερό προς το περιβάλλον ή και αντίστροφα. Τότε, το νερό με το περιβάλλον βρίσκονται σε θερμική ισορροπία.

Μονάδες θερμότητας

Η θερμότητα ως μεταφερόμενη ενέργεια στο S.I. μετριέται σε joule. Πριν φτάσουμε όμως στη διαπίστωση ότι η θερμότητα είναι ενέργεια και πριν τη σύνδεσή της με το έργο, ως μονάδα θερμότητας είχε οριστεί η μία θερμίδα (1 *cal*). Η θερμίδα είναι το απαιτούμενο ποσό θερμότητας για τη θέρμανση 1*g* νερού κατά ένα βαθμό Κελσίου. Ο Joule θέρμαινε νερό με την περιστροφή πτερυγίου και κατέληξε ότι η μία θερμίδα είναι ισοδύναμη με ποσότητα μηχανικής ενέργειας 4,18J.

Η βρετανική μονάδα θερμότητας (Αγγλικά: British thermal unit, συντομογραφία: BTU ή Btu) είναι μία παραδοσιακή μονάδα ενέργειας, ισοδύναμη με περίπου 1055 J.

Εικόνα 3.3.6. Ο James Prescott Joule 1818-1889 αγαπούσε την πειραματική έρευνα. Στο κελάρι του σπιτιού του εκτέλεσε τα φημισμένα του πειράματα και επικύρωσε την αντίληψη ότι η θερμότητα είναι ενέργεια.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Η εξέλιξη των ιδεών για τη θερμότητα

Παρουσιάζονται οι απόψεις για τη θερμότητα, από τον Αριστοτέλη έως τον Joule.

Ισοδυναμία θερμότητας – μηχανικού έργου

Έστω ότι θέλουμε να θερμάνουμε μία ποσότητα 200g νερού από τους 20°C στους 80°C.

Γνωρίζουμε ότι για να αυξηθεί η θερμοκρασία 1g νερού κατά 1°C απαιτείται θερμότητα 1*cal*=4,18*J*.

Η πηγή θέρμανσης θα πρέπει να μεταφέρει στο 1g νερού θερμότητα 60cal για να μεταβάλει τη θερμοκρασία του κατά 60°C.

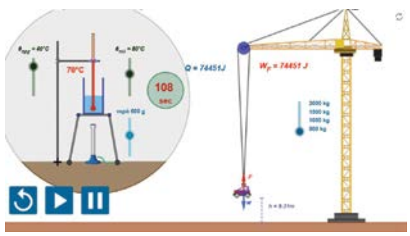
Άρα στα 200g νερού θα πρέπει να μεταφέρει θερμότητα: 200×60=12000cal η οποία είναι ίση με 12000cal=12000·4,18J=50160J.

Αυτή η ποσότητα ενέργειας αν δοθεί μέσω έργου μίας κατακόρυφης δύναμης, σε ένα αυτοκίνητο μάζας 1000kg, σε πόσο ύψος θα το σηκώσει;

Το βάρος του οχήματος είναι w=10000N (θεωρήθηκε ότι το $g = 10\mathrm{m/s^2}$) και θα πρέπει να του ασκηθεί μία δύναμη τουλάχιστον $F = w = 10000\mathrm{N}$ για να το σηκώσει σιγά-σιγά με σχεδόν μηδενική ταχύτητα.

Γνωρίζουμε ότι το $W_F = F \cdot h$ και αν το $W_F = 50160\mathrm{J}$ προκύπτει ότι το ζητούμενο ύψος είναι $h = 5,016mm$.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Ισοδυναμία θερμότητας – έργου



Η προσομοίωση δείχνει μία διάταξη θέρμανσης νερού με λύχνο και ταυτόχρονα δείχνει έναν γερανό που έχει τη δυνατότητα να σηκώνει σιγά-σιγά ένα αυτοκίνητο με την άσκηση μίας δύναμης F ίσης με το βάρος w του αυτοκινήτου.
Το πρόγραμμα υπολογίζει συνεχώς το ποσό της θερμότητας που δίνεται από τον λύχνο στο νερό και ταυτόχρονα η ίδια ποσότητα ενέργειας δίνεται με μορφή μηχανικού έργου στο αυτοκίνητο.

Ισχύς

Το έργο εξωτερικής δύναμης και η θερμότητα δεν είναι ενέργειες ενός συστήματος αλλά ενέργειες που ανταλλάσσονται μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος μέσω μηχανικών και θερμικών αλληλεπιδράσεων αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα αυτής της μεταφοράς ενέργειας είναι η μεταβολή της ενέργειας του συστήματος $\Delta E_{συστ}$. Σε πολλές περιπτώσεις μας ενδιαφέρει να γνωρίζουμε το πόσο γρήγορα μεταφέρεται η ενέργεια δηλαδή ο ρυθμός μεταφοράς της ενέργειας. Ο ρυθμός μεταφοράς της ενέργειας καλείται ισχύς P. Αν η μεταβολή της ενέργειας του συστήματος $\Delta E_{συστ}$ γίνεται σε χρόνο Δt, ορίζεται η μέση ισχύς $\bar{P}$ ως:

$$\bar{P} = \frac{\Delta E_{συστ}}{\Delta t} \quad (3.3.8)$$

Είναι μονόμετρο μέγεθος και η μονάδα της στο S.I είναι το watt, το οποίο ορίζεται ως: 1watt=1W=1 J/s. Συνηθισμένες μονάδες που χρησιμοποιούνται για την ισχύ είναι οι: mW (milliwatts), kW(kilowatts), και MW(megawatts).

Η εξίσωση (3.3.8) στην περίπτωση κατά την οποία το σύστημα αποτελείται από ένα υλικό σημείο και σε αυτό ασκείται μία σταθερή δύναμη κατά την κατεύθυνση της κίνησης γράφεται:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F\Delta x}{\Delta t} = F\upsilon_\mu \quad (3.3.9)$$ όπου υ_μ η μέση ταχύτητα του υλικού σημείου.

Ο ρυθμός μεταφοράς της ενέργειας στο υλικό σημείο τη χρονική στιγμή t ονομάζεται στιγμιαία ισχύς. Υπολογίζεται με μία παρόμοια σχέση με την 3.3.9, αν όπου υ_μ βάλουμε τη στιγμιαία ταχύτητα υ του υλικού σημείου, τη χρονική στιγμή t:

$$\boxed{P = F\upsilon} \quad (3.3.10)$$

Αν η δύναμη F και η ταχύτητα υ έχουν ίδια κατεύθυνση, η ισχύς είναι θετική και η δύναμη F δίνει ενέργεια στο υλικό σημείο.
Αν η δύναμη F και η ταχύτητα υ έχουν αντίθετη κατεύθυνση, η ισχύς είναι αρνητική και η δύναμη F αφαιρεί ενέργεια από το υλικό σημείο.
Στη Μ. Βρετανία και τις Η.Π.Α. η μονάδα ισχύος η οποία χρησιμοποιείται είναι ο ίππος (horsepower) 1 horsepower=1hp=746W.
Ορίστηκε για πρώτη φορά από τον James Watt, ο οποίος χρειαζόταν μια μεγάλη μονάδα ισχύος για να βαθμολογήσει την ισχύ εξόδου της θερμικής του μηχανής.

Μονάδα ηλεκτρικής ενέργειας 1kWh

Στην παραγωγή ή κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιείται συνήθως η κιλοβατώρα ως μονάδα ενέργειας.

Η ισχύς δίνεται από τη σχέση: ισχύς$=\dfrac{\text{ηλ. ενέργεια}}{\text{χρόνο}}$ η οποία γράφεται, ηλ. ενέργεια=ισχύς·χρόνο.

Αν εκφράσουμε την ισχύ σε kW και τον χρόνο σε ώρες h, τότε η μονάδα ενέργειας θα είναι η 1kWh.

Αυτή η μονάδα σε J θα είναι:

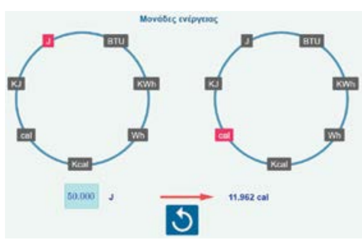
$1\text{kWh}=(10^3\ \text{W})(3600\text{s})=(10^3\ \text{J/s})(3600\text{s})=3{,}6\ 10^6\ \text{J}$

Είναι σημαντικό να συνειδητοποιήσουμε ότι μια κιλοβατώρα είναι μονάδα ενέργειας και όχι ισχύος. Όταν πληρώνουμε τον λογαριασμό του ηλεκτρικού ρεύματος, αγοράζουμε ενέργεια και αυτός είναι ο λόγος που ο λογαριασμός μας αναφέρει μια χρέωση για ηλεκτρική ενέργεια περίπου 19 λεπτών/kWh. Η ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας που χρησιμοποιείται από μια συσκευή μπορεί να υπολογιστεί πολλαπλασιάζοντας την ονομαστική ισχύ της σε kW επί το χρονικό διάστημα που η συσκευή είναι σε λειτουργία σε ώρες.

Υπόδειξη 3.3.1 Μην συγχέετε το μη πλάγιο σύμβολο W για τα watt με το πλάγιο σύμβολο *W* για το έργο. Το 1 W είναι μονάδα μέτρησης 1J/s, δηλαδή 1 J σε κάθε δευτερόλεπτο, ενώ το έργο *W* είναι φυσικό μέγεθος.

Για παράδειγμα, ένα ηλεκτρικό πιστολάκι μαλλιών έχει ισχύ στη μεγάλη σκάλα 2200W=2,2kW. Αν αυτό λειτουργήσει συνεχώς για μισή ώρα (0,5h), τότε θα ξοδέψει ενέργεια ίση με: ηλ. ενέργεια =ισχύς·χρόνο=2,2kW·0,5h=1,1kWh.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Μετατροπή μονάδων ενέργειας



Παρουσιάζονται οι μονάδες της ενέργειας J, kJ, cal, kcal, Wh, kWh και BTU.
Το πρόγραμμα μετατρέπει μία ποσότητα ενέργειας από μία μονάδα σε μία διαφορετική μονάδα ενέργειας.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.3.1

Στην εικόνα 3.3.7 έχει σχεδιαστεί η βαρυτική δύναμη F_g που δέχεται ένας δορυφόρος της Γης σε κυκλική τροχιά ακτίνας R. Στην εικόνα 3.3.8 έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που δέχεται ένα κιβώτιο το οποίο αρχικά αφήνεται από ύψος h να πέσει ελεύθερα και στη συνέχεια αφήνεται από το ίδιο ύψος να ολισθήσει σε κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ τέτοιας ώστε το κιβώτιο να φτάνει τελικά στο έδαφος.

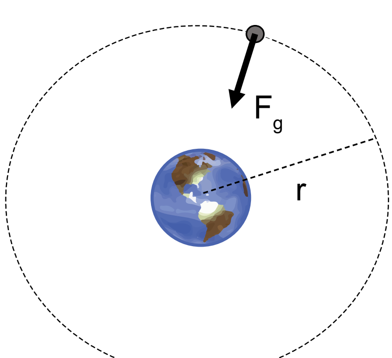
Αν δίνονται τα Fg, r, w, $T_{ολ}$, φ, να βρεθούν:

Α. Το έργο της βαρυτικής δύναμης F_g σε μια πλήρη περιφορά του δορυφόρου.

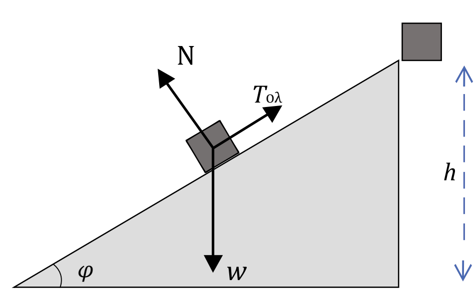
Β. Το έργο του βάρους w του κιβωτίου το οποίο πέφτει ελεύθερα από ύψος h.

Γ. Το έργο του βάρους του κιβωτίου μέχρι να φτάσει στο έδαφος ολισθαίνοντας πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

Δ. Το έργο της κάθετης δύναμης N και της τριβής ολίσθησης $T_{ολ}$ μέχρι το κιβώτιο να φτάσει στο έδαφος.



Εικόνα 3.3.7



Εικόνα 3.3.8

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Το έργο μιας δύναμης σε ευθύγραμμες κινήσεις υπολογίζεται από το γινόμενο του μέτρου της συνιστώσας της δύναμης πάνω στη διεύθυνση της μετατόπισης επί το μέτρο της μετατόπισης. Το έργο αυτό είναι θετικό όταν η συνιστώσα της δύναμης είναι ομόρροπη με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της και αρνητικό όταν η συνιστώσα της δύναμης είναι αντίρροπη με τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της. Έτσι, λοιπόν, για να βρούμε το έργο μιας δύναμης που σχηματίζει γωνία με τη μετατόπιση, αναλύουμε τη δύναμη σε δύο κάθετους άξονες, εκ των οποίων ο ένας έχει τη διεύθυνση της μετατόπισης. Η συνιστώσα της δύναμης στον άξονα που είναι κάθετος στη μετατόπιση δεν εκτελεί έργο.

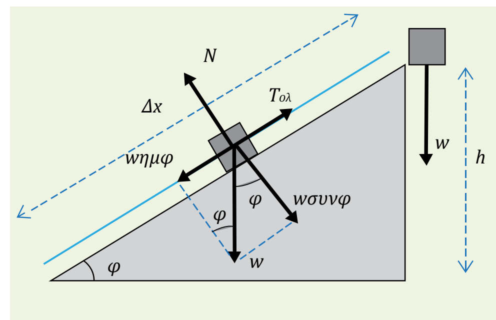
Αν η δύναμη είναι συνεχώς κάθετη στην κίνηση συνεπώς και στην μετατόπιση τότε το έργο της δύναμης είναι μηδέν. Σε καμπυλόγραμμες κινήσεις, όταν η δύναμη είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα, δεν εκτελεί έργο.

ΛΥΣΗ

Α. Η ταχύτητα του δορυφόρου είναι εφαπτόμενη στην κυκλική τροχιά. Το έργο της F_g είναι μηδέν αφού αυτή είναι συνεχώς κάθετη στην ταχύτητα.

Β. Στην ελεύθερη πτώση η μετατόπιση έχει μέτρο h και είναι ομόρροπη με το βάρος. Οπότε το έργο του βάρους θα είναι: $W=w\cdot h$

Γ. Το μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου μπορεί να υπολογιστεί από το ημίτονο της γωνίας κλίσης του και της απέναντι κάθετης πλευράς στη γωνία αυτή. Δηλαδή: $ημφ = \dfrac{h}{Δx}$ οπότε: $Δx = \dfrac{h}{ημφ}$



Στην περίπτωση της ολίσθησης στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι το έδαφος, η μετατόπιση θα έχει μέτρο $Δx = \dfrac{h}{ημφ}$ (1)

Η συνιστώσα του βάρους στη διεύθυνση της μετατόπισης είναι $wημφ$. Το έργο του βάρους θα είναι: $W=w\cdot ημφ\cdot Δx$ (2). Η (2) με τη βοήθεια των (1) και (3) δίνει ότι: $W = w \cdot ημφ \cdot \dfrac{h}{ημφ} = w \cdot h$.

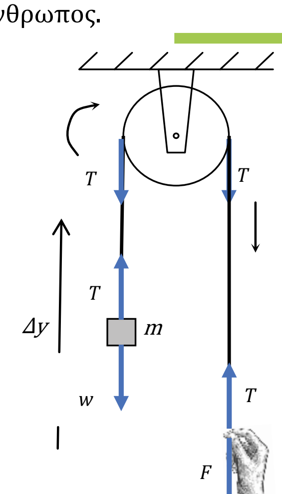
Παρατηρούμε ότι το έργο που εκτελείται από το βάρος είναι το ίδιο με εκείνο στην περίπτωση της ελεύθερης πτώσης.

Δ. Η κάθετη δύναμη N είναι συνεχώς κάθετη στη μετατόπιση οπότε δεν εκτελεί έργο. Η τριβή ολίσθησης έχει αντίθετη φορά με τη μετατόπιση οπότε το έργο της θα είναι: $W_T = -T_{ολ} \cdot Δx$ δηλαδή: $W_T = -T_{ολ} \cdot \dfrac{h}{ημφ}$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.3.2

Ένας άνθρωπος ανεβάζει κατακόρυφα ένα κιβώτιο με μάζα 20 kg κατά 2 m σε χρόνο 4 s με τη βοήθεια τροχαλίας και αβαρούς νήματος, όπως δείχνεται στην εικόνα. Να βρεθεί η ισχύς που ανέπτυξε ο άνθρωπος.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Μάζα κιβωτίου m = 20kg Κατακόρυφη μετατόπιση $Δy$ = 2m Χρονική διάρκεια $Δt$ = 4 s g = 10 m/s^2	Ισχύς P



ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Από τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι η δύναμη F που ασκεί ο άνθρωπος στο νήμα που είναι περασμένο στην τροχαλία, θα έχει ίσο μέτρο με την τάση T του νήματος. Θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και ότι το κιβώτιο ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Στην περίπτωση αυτή η τάση του νήματος T ασκείται προς τα πάνω και στο κιβώτιο όπως φαίνεται στην εικόνα. Το έργο της δύναμης F που ασκεί ο άνθρωπος στο νήμα θα είναι ίσο με το έργο της τάσης T που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο. Η ζητούμενη ισχύς μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση 3.1.9. της μέσης ισχύος αφού η κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα και η μέση ταχύτητα ισούται με τη στιγμιαία.

ΛΥΣΗ

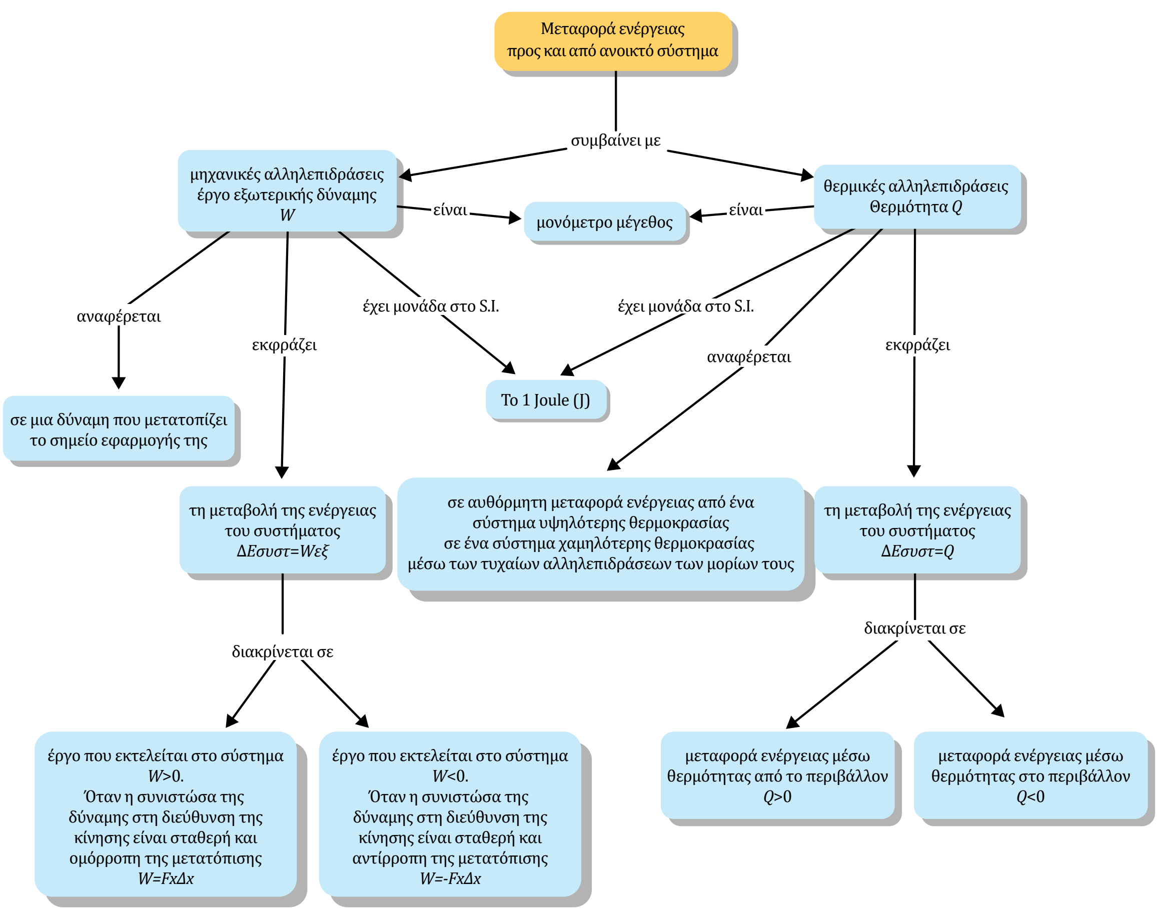
Αφού το κιβώτιο ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα $T=mg$

Η ισχύς που αναπτύσσει ο άνθρωπος θα είναι $\boxed{P = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{T\Delta y}{\Delta t} = \dfrac{mg\Delta y}{\Delta t}}$

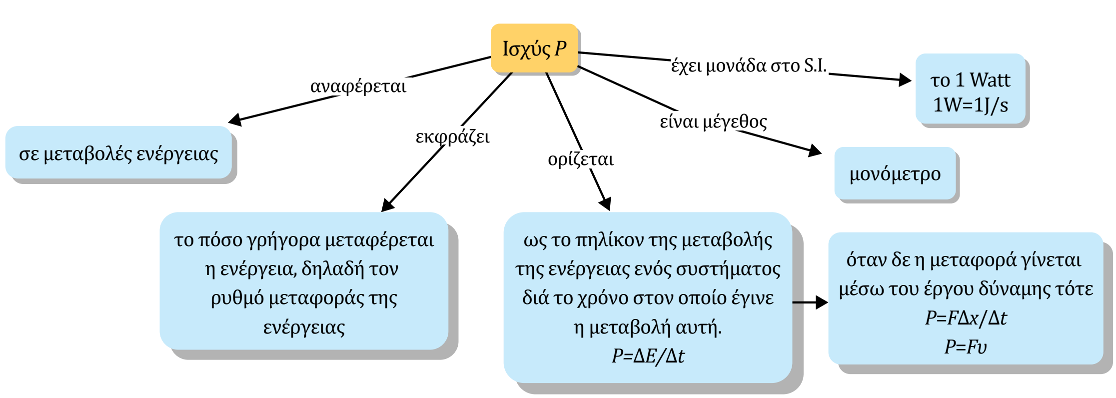
Αντικαθιστώντας έχουμε:

$$P = \frac{20kg \cdot 10\dfrac{m^2}{s^3} \cdot 2m}{4s} = 100\frac{J}{s} = 100\text{W}$$

Εννοιολογικός χάρτης: Μεταφορά ενέργειας



Εννοιολογικός χάρτης: Ισχύς



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

3.3.1. Ένας άνθρωπος συγκρατεί ένα αυτοκίνητο βάρους 7500 N για να μην κυλήσει σε κατηφόρα, με μια δύναμη 250 N.
Ποιο το έργο που εκτελείται από τη δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος;
Α. 0 J
Β. 5000 J
Γ. 150000 J
Δ. 300000 J
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3.3.2. Υποθέστε ότι σπρώχνετε με την ίδια δύναμη *F* και για την ίδια οριζόντια μετατόπιση *Δx* δύο ίδια καρότσια του σουπερμάρκετ. Το ένα είναι γεμάτο με προϊόντα που έχετε αγοράσει ενώ το άλλο είναι άδειο. Αν αγνοήσετε την τριβή λόγω κύλισης τότε η κινητική ενέργεια του άδειου καροτσιού θα είναι:
Α. Μικρότερη από εκείνη του γεμάτου.
Β. Μεγαλύτερη από εκείνη του γεμάτου.
Γ. Ίση με εκείνη του γεμάτου.
Δ. Εξαρτάται από τις τιμές των *F* και *Δx*

3.3.3. Ο κύριος Α σηκώνει μπάρα άρσης βαρών μάζας 50 kg, σε ύψος 2 m, σε 1 s. Αν ο κύριος Β χρειάζεται 1,5 s για να κάνει το ίδιο πράγμα, τότε στη συγκεκριμένη άρση:
Α. Ο κύριος Α εκτελεί μεγαλύτερο έργο από τον κύριο Β.
Β. Ο κύριος Α εκτελεί μικρότερο έργο από τον κύριο Β.
Γ. Ο κύριος Α αναπτύσσει μεγαλύτερη ισχύ από τον κύριο Β.
Δ. Ο κύριος Β αναπτύσσει μεγαλύτερη ισχύ από τον κύριο Α.
Ε. Ο κύριος Α και ο κύριος Β αναπτύσσουν την ίδια ισχύ.
Εξηγήστε την απάντησή σας.

3.3.4. Αναφέρετε τρεις περιπτώσεις κατά τις οποίες ασκείται δύναμη σε ένα σώμα αλλά αυτή δεν εκτελεί έργο.

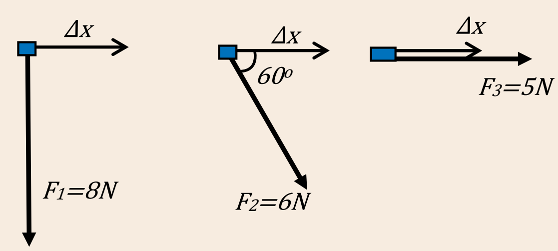
3.3.5. Ένας ποδηλάτης με μάζα 80 kg κινείται σε οριζόντιο δρόμο. Πόσο έργο εκτελεί το βάρος του κατά τη διάρκεια μιας μετατόπισης 1km;

3.3.6. **Α.** Ποιο έχει μεγαλύτερη θερμική / εσωτερική ενέργεια:
α. Το νερό μιας πισίνας ή **β.** Το καυτό τσάι στο φλιτζάνι μας;
Β. Αν βυθίσουμε για λίγο χρόνο το φλιτζάνι στην πισίνα, τότε:
α. Θα μεταφερθεί θερμότητα από το τσάι στο νερό.
β. Θα μεταφερθεί θερμότητα από το νερό στο τσάι.
γ. Δεν θα μεταφερθεί θερμότητα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3.3.1. Ένα σώμα με μάζα 200 kg ανυψώνεται κατακόρυφα κατά 15 m με τη βοήθεια γερανού. Να υπολογίσετε το έργο του βάρους του. Δίνεται ότι g=10N/kg.

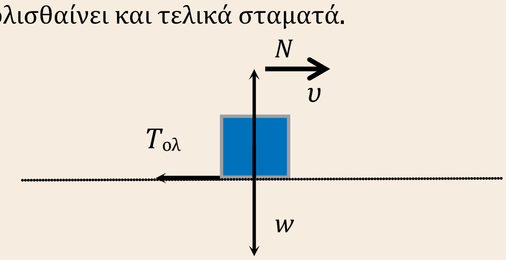
3.3.2. Το σώμα στις τρεις περιπτώσεις της εικόνας έχει την ίδια μετατόπιση Δx. Ποια από τις δυνάμεις εκτελεί μεγαλύτερο έργο κατά τη διάρκεια αυτής της μετατόπισης;
Α. Όλες εκτελούν το ίδιο έργο
Β. Η F_1
Γ. Η F_2
Δ. Η F_3



3.3.3. Πόσες θερμίδες (*cal*) είναι η μία κιλοβατώρα (kWh);

3.3.4. Ένα θερμαντικό σώμα 1000 W παράγει θερμότητα για 30 min. Πόσα BTU ήταν η ενέργεια που απελευθερώθηκε;

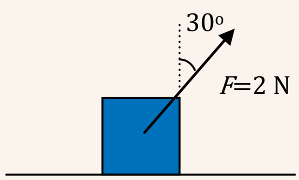
3.3.5. Ένα αντικείμενο με μάζα *m* = 10 Kg εκτοξεύεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ=4 m/s όπως φαίνεται στην εικόνα. Το αντικείμενο ολισθαίνει και τελικά σταματά.



Να βρείτε τα έργα των δυνάμεων που δέχεται μέχρι να σταματήσει.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

3.3.1. Υπολογίστε το έργο που παράγεται για να κινηθεί ένα κουτί μάζας 500g σε μια απόσταση 200cm πάνω σε οριζόντιο τραπέζι με σταθερή ταχύτητα 0,5m/s. Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης φαίνονται στην παρακάτω εικόνα.



3.3.2. Νερό με μάζα 1kg θερμαίνεται από τους 20°C στους 100°C.

Α. Πόση ενέργεια σε θερμίδες απαιτήθηκε;

Β. Αν μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε όλη αυτή την ενέργεια για να ανεβάσουμε κατακόρυφα ένα αυτοκίνητο με μάζα 1000kg, σε τι ύψος θα έφτανε; Θεωρήστε ότι g=10N/kg

3.3.3. Ένα αεριωθούμενο όχημα με μάζα 20.000Kg δέχεται σταθερή προωστική δύναμη 200.000N και διανύει μια απόσταση 500m πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αγνοώντας την τριβή και την αντίσταση του αέρα και θεωρώντας το όχημα ως υλικό σημείο να βρείτε:

Α. Την τελική ταχύτητα του οχήματος.

Β. Τη στιγμιαία ισχύ που αναπτύσσεται από την προωστική δύναμη τη στιγμή κατά την οποία το όχημα αποκτά την τελική του ταχύτητα, σε ίππους (hp).

Ψηφιακό Ερωτηματολόγιο: Η ενέργεια μεταφέρεται

3.4 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (Η μηχανική ενέργεια διατηρείται)

Περιεχόμενα
- Εισαγωγή
- Συντηρητικές δυνάμεις

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ
- Μη συντηρητικές δυνάμεις

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. αξιοποιείτε τις σχέσεις κινητικής και δυναμικής ενέργειας και να διατυπώνετε για κλειστό σύστημα χωρίς τριβές τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος.
2. ορίζετε τις συντηρητικές δυνάμεις σύμφωνα με τη σχέση $W_{F\sigma\upsilon\nu\tau}=-\Delta U$ και να αναφέρετε ως τέτοιες το βάρος και τη δύναμη του ελατηρίου.
3. διατυπώνετε ότι το έργο των συντηρητικών δυνάμεων είναι ανεξάρτητο της διαδρομής ή ότι το έργο σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν λόγω της εξάρτησης της δυναμικής ενέργειας από τη θέση.
4. διατυπώνετε τον νόμο της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας με τις ισοδύναμες μαθηματικές εκφράσεις $E_{\mu\eta\chi}=$ σταθ, $K_{\alpha\rho\chi}+U_{\alpha\rho\chi}=K_{\tau\varepsilon\lambda}+U_{\tau\varepsilon\lambda}$ και $\Delta K=-\Delta U$.
5. περιγράφετε με παραδείγματα πώς μετατρέπεται η κινητική σε δυναμική και αντίστροφα, ώστε η ολική μηχανική ενέργεια να διατηρείται σταθερή.
6. οπτικοποιείτε την κίνηση στηριζόμενοι/-ες σε ενεργειακές θεωρήσεις (ενεργειακά διαγράμματα, ραβδογράμματα).
7. επιλύετε προβλήματα εφαρμόζοντας τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας.

Εισαγωγή. Διατήρηση μηχανικής ενέργειας σε κλειστό σύστημα

Είδαμε ότι τόσο στην ελεύθερη πτώση και γενικά στην κίνηση ενός σώματος υπό την επίδραση της γήινης βαρύτητας, όσο και κατά την κίνηση σώματος σε ιδανικό ελατήριο χωρίς τριβές, το άθροισμα της κινητικής και της αντίστοιχης δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα-Γη και του συστήματος κιβώτιο-ελατήριο-τοίχος διατηρείται. Στη συνέχεια ορίσαμε το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ενός συστήματος σε μακροσκοπικό επίπεδο ως μηχανική ενέργεια του συστήματος:

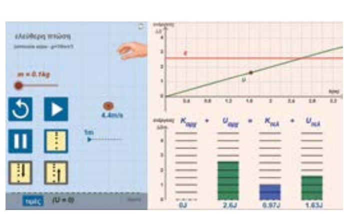
$$\boxed{E_{\mu\eta\chi} = K + U}$$

Συνεπώς σε αυτές τις δύο περιπτώσεις όπου το σύστημα είναι κλειστό χωρίς δυνάμεις διασποράς μεταξύ των συστατικών του, όπως η τριβή ολίσθησης, θα ισχύει ο νόμος διατήρησης της μηχανικής ενέργειας $E_{\mu\eta\chi}$=σταθ οπότε:

$$\boxed{K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}} \qquad (3.4.1).$$

Ένα παράδειγμα τέτοιου συστήματος είναι οι κατακόρυφες κινήσεις που εκτελεί ένα σώμα όταν η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Κατακόρυφες κινήσεις και διατήρηση της μηχανικής ενέργειας



Η προσομοίωση δείχνει ένα σώμα που μπορεί να εκτελεί ελεύθερη πτώση, ή κατακόρυφη βολή προς τα κάτω ή κατακόρυφη βολή προς τα πάνω.

Ταυτόχρονα παρουσιάζονται:
Το ενεργειακό διάγραμμα του συστήματος σώμα - Γη.

Το έργο του βάρους (κατακόρυφη ή πλάγια μετακίνηση)

Ας θεωρήσουμε μια μπάλα η οποία εκτελεί ελεύθερη πτώση και μετατοπίζεται κατά Δy κινούμενη από μια θέση σε ύψος h_1 προς μία θέση σε ύψος h_2 όπως φαίνεται στην εικόνα 3.4.1.

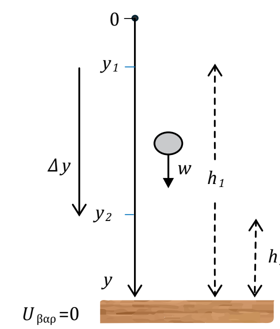
Καθορίζουμε ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

Το έργο W που εκτελεί το βάρος $w=mg$ κατά τη μετατόπιση αυτή θα είναι:

$W = mg\Delta y$

Αλλά $\Delta y = h_1 - h_2$ οπότε: $W = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$

και $\boxed{W = U_{\beta\alpha\rho 1} - U_{\beta\alpha\rho 2} = -\Delta U_{\beta\alpha\rho}}$ (3.4.2)



Εικόνα 3.4.1.

Το έργο του βάρους ισούται με το αντίθετο της μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας.

Άρα το έργο του βάρους ενός σώματος κατά τη μετακίνησή του μεταξύ δύο σημείων είναι ανεξάρτητο της τροχιάς που ακολουθείται και εξαρτάται από το βάρος του σώματος και την υψομετρική διαφορά των δύο σημείων.

<u>Για παράδειγμα</u> αν ένα σώμα μάζας m=2kg κινηθεί από τη θέση (1) που βρίσκεται σε ύψος h_1=3m, στη θέση (2) που βρίσκεται σε ύψος h_2=1m, θα έχει:

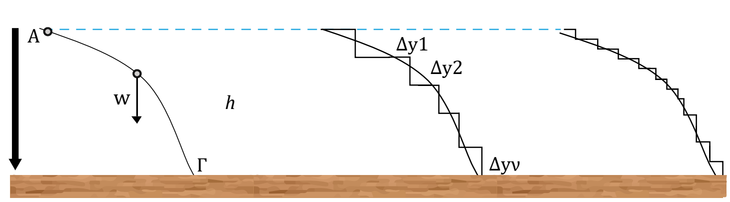
$U_1 = mgh_1 = 2 \cdot 10 \cdot 3 = 60\text{J}$ και $U_2 = mgh_2 = 2 \cdot 10 \cdot 1 = 20\text{J}$, ενώ το έργο του βάρους θα είναι $W_{1\to 2} = U_1 - U_2 = 60 - 20 = 40\text{J}$.

Αυτό ισχύει και όταν η τροχιά του σώματος είναι καμπυλόγραμμη.

Έστω ότι η μπάλα ακολουθούσε την καμπύλη τροχιά μεταξύ των σημείων Α και Γ που φαίνεται στην εικόνα 3.4.2. Προκειμένου να υπολογίσουμε το έργο που παράγεται από το βάρος του σώματος καθώς κινείται από το Α στο Γ μέσω της καμπύλης διαδρομής του σχήματος, εφαρμόζουμε το εξής τέχνασμα: Προσεγγίζουμε την καμπύλη διαδρομή από μια τεθλασμένη γραμμή που αποτελείται από οριζόντια και κατακόρυφα τμήματα. Το βάρος παράγει έργο μόνο στα κατακόρυφα τμήματα που έχουν άθροισμα υψών ίσο με την υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Γ. Έτσι:

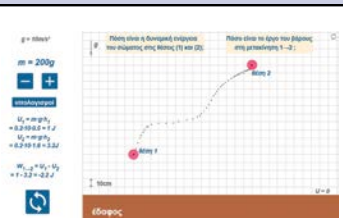
$$\boxed{W = mg\Delta_{y1} + mg\Delta_{y2} + \ldots + mg\Delta_{y\nu} = mg(\Delta_{y1} + \Delta_{y2} + \ldots + \Delta_{y\nu}) = mg\Delta_y}$$

Αν πυκνώσουμε την τεθλασμένη γραμμή (μικραίνοντας τα τμήματά της) θα καταλήξουμε στο ίδιο συμπέρασμα για το έργο του βάρους. Αν όμως πυκνώνουμε διαρκώς την τεθλασμένη γραμμή, αυτή τελικά ταυτίζεται με την καμπύλη τροχιά. Στην κίνηση της εικόνας 3.4.2, η μπάλα κινείται προς τα κάτω και το έργο του βάρους είναι θετικό γιατί το Δy είναι θετικό. Αντίστοιχα, όταν η μπάλα κινείται προς τα πάνω το Δy είναι αρνητικό και το έργο του βάρους είναι επίσης αρνητικό.



Εικόνα 3.4.2. Το έργο του βάρους σε τυχαία (καμπύλη) τροχιά.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Το έργο του βάρους



Η προσομοίωση δείχνει ένα σώμα που βρίσκεται ακίνητο σε κάποιο ύψος από το έδαφος (θέση 1) και μπορεί να μετακινηθεί σε μία άλλη θέση (θέση 2). Καθώς μετακινείται το σώμα φαίνονται τα ίχνη του και υπολογίζεται η δυναμική ενέργεια στις θέσεις (1), (2) και το έργο του βάρους του.

Συντηρητικές δυνάμεις

Συντηρητικές δυνάμεις ονομάζουμε τις δυνάμεις των οποίων το έργο ισούται με το αντίθετο της μεταβολής της αντίστοιχης δυναμικής ενέργειας.

$$\boxed{W_{F_{συντ}} = -\Delta U} \quad (3.4.4) \quad ή$$

$$\boxed{W_{F_{συντ}} = -(U_{τελ} - U_{αρχ})} \quad ή$$

$$\boxed{W_{F_{συντ}} = U_{αρχ} - U_{τελ}} \quad (3.4.5)$$

Σε κάθε συντηρητική δύναμη αντιστοιχεί μια μορφή δυναμικής ενέργειας. Το βάρος και η δύναμη του ελατηρίου είναι συντηρητικές δυνάμεις

Στην περίπτωση που η διαδρομή είναι κλειστή, δηλαδή $U_{τελ} = U_{αρχ}$ τότε από την (3.4.5) προκύπτει ότι το έργο συντηρητικής δύναμης σε κάθε κλειστή διαδρομή θα είναι μηδέν.

Σημείωση 1: Στην περίπτωση της ελεύθερης πτώσης το σύστημα σώμα-Γη είναι κλειστό, χωρίς δυνάμεις διασποράς και η μοναδική δύναμη αλληλεπίδρασης είναι η βαρυτική. Το βάρος του σώματος είναι συντηρητική δύναμη και μέσω του έργου του βάρους μετατρέπεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος σε κινητική.

Σημείωση 2: Στην περίπτωση της κίνησης σώματος σε ιδανικό οριζόντιο ελατήριο χωρίς τριβές, το σύστημα κιβώτιο-ελατήριο-τοίχος είναι κλειστό, χωρίς δυνάμεις διασποράς και η μοναδική δύναμη αλληλεπίδρασης η οποία εκτελεί έργο είναι η δύναμη του ελατηρίου. Η δύναμη του ελατηρίου είναι συντηρητική δύναμη και μέσω του έργου της μετατρέπεται η ελαστική δυναμική ενέργεια του συστήματος σε κινητική και αντίστροφα.

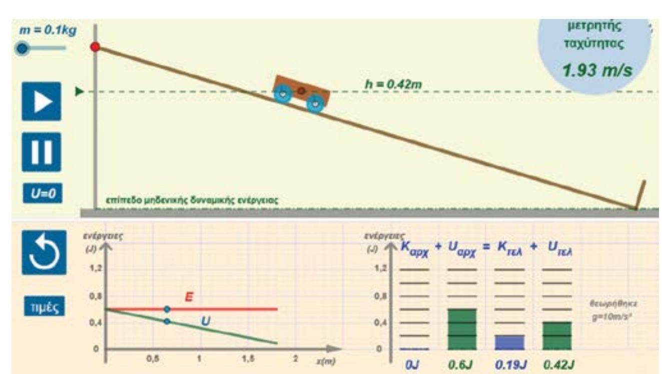
Ψηφιακή δραστηριότητα: Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στο κεκλιμένο επίπεδο

Ένα αμαξάκι μπορεί να κινείται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο μήκους 2m. Ως θέση οχήματος θα θεωρούμε τη θέση του κέντρου του οχήματος. Επίσης η κινητική ενέργεια που έχουν οι ρόδες λόγω περιστροφής, είναι αμελητέα σε σχέση με την κινητική ενέργεια όλου του οχήματος, και δεν την λαμβάνουμε υπόψη μας.

Όλη η διάταξη φαίνεται στην εικόνα 3.4.3. Το αμαξάκι αφήνεται ελεύθερο από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου και φθάνει στη βάση του όπου χτυπάει σε ένα εμπόδιο. Αν χρησιμοποιηθεί ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ο πάγκος που είναι στερεωμένη η διάταξη, τότε:

- Στην αρχική θέση το σύστημα όχημα-Γη έχει μόνο δυναμική ενέργεια
- Στην τελική θέση (ακριβώς πριν χτυπήσει στο εμπόδιο), το σύστημα έχει δυναμική ενέργεια και κινητική ενέργεια.

Το ενεργειακό διάγραμμα και το ραβδόγραμμα, φαίνονται στην εικόνα 3.4.3.



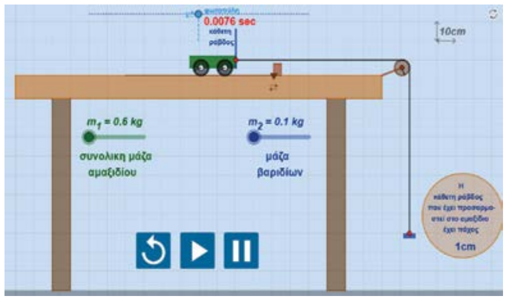
Εικόνα 3.4.3. Κίνηση οχήματος σε κεκλιμένο επίπεδο με το ενεργειακό διάγραμμα και το ραβδόγραμμα.

Παρατηρήστε ότι η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή, ενώ η δυναμική ενέργεια γραμμικά μειώνεται έως μία τιμή.

Αυτό αποτυπώνεται και στο ραβδόγραμμα, που στην εικόνα δείχνει τις ενέργειες στην αρχική και στην τελική θέση.

Πώς θα αλλάξουν τα διαγράμματα, αν επιλέξουμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την κατώτερη θέση στην οποία φθάνει το όχημα; Η παραπάνω διάταξη παρουσιάζεται και με μία προσομοίωση.

Ψηφιακή δραστηριότητα – Εικονικό πείραμα: Ενεργειακό διάγραμμα και ραβδόγραμμα



Παρουσιάζεται ένα εργαστηριακό όχημα μάζας 600g που μπορεί να πάρει πάνω του άλλες τρεις μάζες των 600g. Στη διάταξη της εικόνας το όχημα συνδέεται με νήμα με μάζες των 100g, μέσω τροχαλίας.

Ζητείται το ενεργειακό διάγραμμα και το ραβδόγραμμα για την αρχική και την τελική θέση του οχήματος, αν ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας επιλεγεί το δάπεδο.

Μη συντηρητικές δυνάμεις

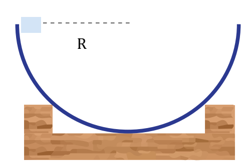
Δυνάμεις των οποίων το έργο εξαρτάται από τη διαδρομή καλούνται μη συντηρητικές. Στις μη συντηρητικές δυνάμεις όπως είναι η τριβή δεν αντιστοιχεί κάποια δυναμική ενέργεια. Μέσω του έργου της τριβής ολίσθησης έχουμε διασπορά μέρους της μηχανικής ενέργειας του συστήματος σε θερμική ενέργεια όπως είδαμε και στην ενότητα 3.2. Αν το μήκος της ολίσθησης είναι Δs τότε η αύξηση της θερμικής ενέργειας του συστήματος θα είναι:

$$\boxed{\Delta E_\theta = T_{o\lambda}\Delta s} \qquad (3.4.6)$$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.4.1

Ένα παγάκι αφήνεται να γλιστρήσει από το χείλος ημισφαιρικού κυπέλλου με ακτίνα R όπως φαίνεται στην εικόνα 3.4.4.

Υπολογίστε την ταχύτητα που θα έχει το παγάκι όταν φτάνει στο κατώτερο σημείο του κυπέλλου. Δεδομένα: g, R. Υποθέστε ότι δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις.



Εικόνα 3.4.4. Παγάκι αφήνεται στο χείλος ενός ημισφαιρικού κυπέλλου.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Καθορίζουμε το σύστημα ώστε να είναι κλειστό, δηλαδή να μην υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις ή αν υπάρχουν να μην εκτελούν έργο. Το παγάκι θεωρείται υλικό σημείο.

Σε ένα σχήμα απεικονίζουμε την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος και αν χρειάζεται και τις δυνάμεις. Επίσης δημιουργούμε και ένα ενεργειακό ραβδόγραμμα.

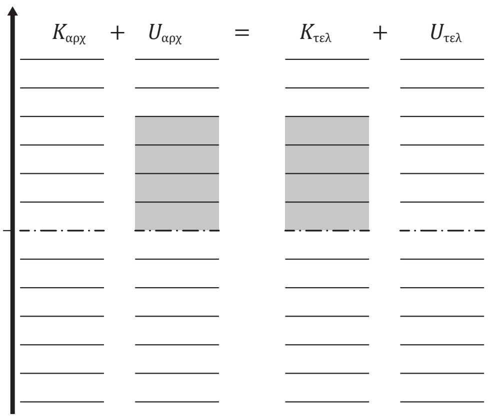
Αφού δεν υπάρχουν δυνάμεις διασποράς θα διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος:

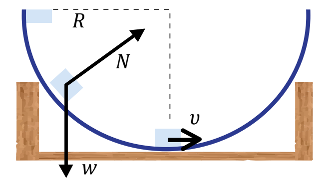
$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

Όπου $K_{\alpha\rho\chi}$, $K_{\tau\varepsilon\lambda}$ η συνολική κινητική ενέργεια όλων των κινούμενων σωμάτων του συστήματος στην αρχική και στην τελική κατάσταση και $U_{\alpha\rho\chi}$, $U_{\tau\varepsilon\lambda}$ η συνολική δυναμική ενέργεια όλων των αλληλεπιδράσεων των σωμάτων του συστήματος στην αρχική και στην τελική κατάσταση.

ΛΥΣΗ

Η μόνη δύναμη που εκτελεί έργο είναι το βάρος. Το σύστημα κύπελλο-παγάκι-Γη είναι κλειστό χωρίς δυνάμεις διασποράς, συνεπώς θα διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος. Επιλέγοντας θέση μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας, στο κατώτερο σημείο θα έχουμε:



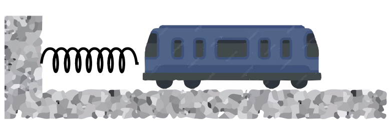


Εικόνα 3.4.5.

$K_{αρχ} + U_{βαρ.αρχ} = K_{τελ} + U_{βαρ.τελ}$ ή $0 + mgR = \frac{1}{2} m υ^2 + 0$ από την οποία: $υ = \sqrt{2gR}$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.4.2

Ένα βαγόνι τρένου με μάζα $5\ 10^3$ kg κινείται σε οριζόντια γραμμή με ταχύτητα 0,3 m/s και συναντά στο τέλος της γραμμής ένα οριζόντιο ελατήριο, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Η ταχύτητα του βαγονιού μηδενίζεται όταν το ελατήριο έχει συσπειρωθεί κατά 0,3 m. Βρείτε τη σταθερά του ελατηρίου.



Δεδομένα	Ζητούμενα
Μάζα τρένου $m = 5\ 10^3$ kg Ταχύτητα τρένου $υ$ = 0,3 m/s Συσπείρωση ελατηρίου x = 0,3 m	Σταθερά ελατηρίου k (σε N/m)

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις αέρα. Το σύστημα βαγόνι-ελατήριο-τοίχος είναι κλειστό σύστημα χωρίς δυνάμεις διασποράς μεταξύ των συστατικών του, επομένως θα ισχύει ο νόμος διατήρησης της μηχανικής ενέργειας $E_{μηχ}$=σταθ. Επιλέγουμε τη θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας στο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο γίνεται η κίνηση. Συνεπώς η δυναμική ενέργεια βαρύτητας είναι συνεχώς μηδέν. Επίσης θεωρούμε το ελατήριο ιδανικό.

ΛΥΣΗ

$K_{αρχ} + U_{ελ.αρχ} = K_{τελ} + U_{ελ.τελ}$ ή $\frac{1}{2} m υ^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} k x^2$ οπότε $k = \frac{m υ^2}{x^2}$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $k = \dfrac{5 \cdot 10^3 kg \cdot (3 \cdot 10^{-1})^2 \frac{m^2}{s^2}}{(3 \cdot 10^{-1})^2 m^2} = 5 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.4.3

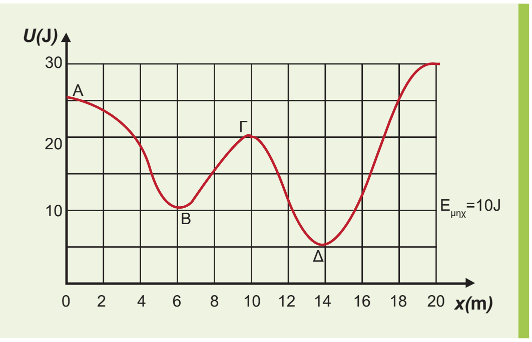
Στο ενεργειακό διάγραμμα της εικόνας φαίνεται η δυναμική ενέργεια ενός κλειστού συστήματος χωρίς δυνάμεις διασποράς, το οποίο έχει μηχανική ενέργεια 10 J. Στα σημεία Β και Δ του διαγράμματος τα οποία αντιστοιχούν στις θέσεις x=6m και x=14m η δυναμική ενέργεια του συστήματος έχει τοπικά ελάχιστα. Στο σημείο Γ έχει τοπικό μέγιστο.

Α. Ποια η κινητική ενέργεια του συστήματος στη θέση x=6m;

Β. Μπορεί το σύστημα να βρεθεί στη θέση x=10m και πώς;

Γ. Αν δοθεί μια μικρή κινητική ενέργεια στο σύστημα, ενώ αυτό είναι στη θέση x=6m ώστε η μηχανική του ενέργεια να γίνει 11 J, πώς θα κινηθεί το σύστημα;

Δ. Ποια η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να δοθεί στο σύστημα ώστε αυτό να βρεθεί ακριβώς στη θέση x=10m; Πώς θα κινηθεί αν του δοθεί μικρή επιπλέον κινητική ενέργεια ενώ είναι στη θέση x=10m;



ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

1. Η απόσταση κάθε σημείου της καμπύλης της δυναμικής ενέργειας από εκείνη της μηχανικής ενέργειας είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος.

2. Καθώς το σύστημα κινείται, μεταβάλλεται η κινητική και η δυναμική ενέργεια του συστήματος αλλά η μηχανική του ενέργεια διατηρείται.

3. Το σύστημα δεν μπορεί να βρεθεί σε θέση όπου η καμπύλη της δυναμικής ενέργειάς του είναι πάνω από εκείνη της μηχανικής του ενέργειας.

4. Η καμπύλη της δυναμικής ενέργειας του συστήματος καθορίζεται από τις ιδιότητες του συστήματος όπως η μάζα του και η σταθερά ελαστικότητας. Για το δεδομένο σύστημα δεν μπορεί να αλλάξει.

5. Μπορεί να αλλάξει όμως η μηχανική ενέργεια του συστήματος με μεταβολή των αρχικών συνθηκών, προσφέροντάς του για παράδειγμα επιπλέον κινητική ενέργεια.

6. Ένα τοπικό ελάχιστο της καμπύλης είναι ένα σημείο ευσταθούς ισορροπίας.

7. Ένα τοπικό μέγιστο της καμπύλης είναι ένα σημείο ασταθούς ισορροπίας.

8. Στα σημεία στα οποία η καμπύλη της δυναμικής ενέργειας τέμνει τη γραμμή της μηχανικής ενέργειας, αλλάζει η φορά της κίνησης. (Εφόσον το σύστημα μπορεί να βρεθεί στα σημεία αυτά)

ΛΥΣΗ

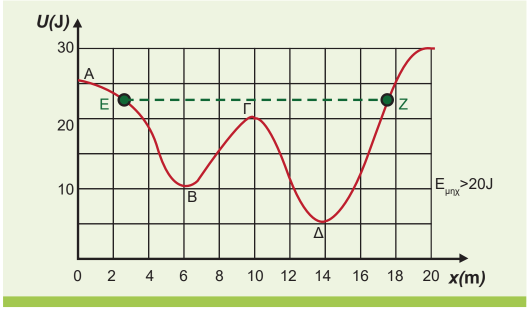
Α. Στη θέση x=6m το σύστημα δεν έχει κινητική ενέργεια αφού η δυναμική του ενέργεια έχει την ίδια τιμή με τη μηχανική του ενέργεια. Η θέση αυτή είναι θέση ευσταθούς ισορροπίας.

Β. Το σύστημα δεν μπορεί από μόνο του να βρεθεί στη θέση x = 10m αφού η δυναμική του ενέργεια εκεί θα ήταν 20J, μεγαλύτερη από τη μηχανική του ενέργεια η οποία είναι 10J.

Γ. Θα εκτελεί μια ταλάντωση γύρω από τη θέση x=6m η οποία είναι θέση ευσταθούς ισορροπίας.

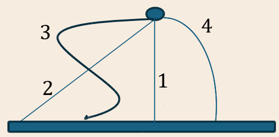
Δ. Η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να δοθεί στη θέση x=6m θα είναι εκείνη που απαιτείται ώστε φθάνοντας στη θέση x=10m να μην έχει κινητική ενέργεια. Τότε η μηχανική του ενέργεια θα είναι ίση με τη δυναμική του ενέργεια δηλαδή 20J. Συνεπώς η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να δοθεί στη θέση x=6m θα είναι 10J. Όταν έρθει στη θέση x=10m, όπου η καμπύλη της δυναμικής ενέργειας έχει τοπικό μέγιστο το σύστημα είναι σε κατάσταση ασταθούς ισορροπίας. Αν του δοθεί μια μικρή επιπλέον κινητική ενέργεια, θα φύγει από τη θέση αυτή αυξάνοντας την ταχύτητα και την κινητική του ενέργεια ακόμα περισσότερο.

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα, θα κινείται μεταξύ των σημείων Ε και Ζ. Προφανώς, η θέση του Ε και του Ζ καθορίζεται από την ποσότητα της επιπλέον κινητικής ενέργειας που θα δοθεί στο σύστημα.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

3.4.1. Ένα σώμα ακολουθεί έναν από τους παρακάτω δρόμους 1, 2, 3, 4 για να φθάσει στο έδαφος. Σε ποιον από τους παραπάνω δρόμους το έργο του βάρους είναι μεγαλύτερο;



Α. στον δρόμο 1 **Β.** στον δρόμο 2

Γ. στον δρόμο 3 **Δ.** στον δρόμο 4

Ε. σε κανέναν από τους παραπάνω δρόμους.

3.4.2. Ποια η σχέση μεταξύ του έργου μιας συντηρητικής δύναμης και της αντίστοιχης δυναμικής ενέργειας;

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

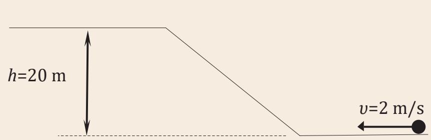
3.4.1. Σώμα μάζας $m=2kg$ αφήνεται να πέσει από ύψος $H=20m$ πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Να υπολογίσετε:

Α. τη μηχανική ενέργεια του σώματος τη στιγμή που αφήνεται να πέσει.

Β. το μέτρο της ταχύτητας του σώματος και την κινητική του ενέργεια τη στιγμή που φτάνει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$. Επίσης, να θεωρήσετε ως επίπεδο αναφοράς για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια την επιφάνεια της θάλασσας και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

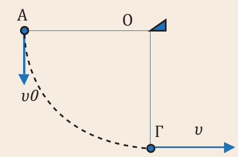
3.4.2. Η σφαίρα κινείται με ταχύτητα 2 m/s σε οριζόντιο επίπεδο και συναντά κεκλιμένο επίπεδο όπως φαίνεται στην εικόνα. Θα καταφέρει να φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο που βρίσκεται σε ύψος 20m; Η σφαίρα δεν εμφανίζει τριβές με το οριζόντιο και το κεκλιμένο επίπεδο. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



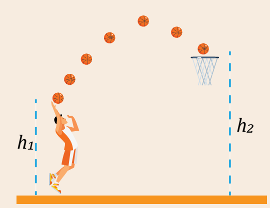
3.4.3. Ένας σκιέρ κατεβαίνει μία πλαγιά. Ξεκινά από την κορυφή χωρίς αρχική ταχύτητα και φτάνει στη βάση της με ταχύτητα 90km/h. Υποθέστε πως κινήθηκε χωρίς τριβές και αντιστάσεις αέρα και βρείτε το ύψος της πλαγιάς.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

3.4.1. Το υλικό σημείο του σχήματος εκτοξεύεται από την οριζόντια θέση Α του νήματος, όπου το νήμα είναι τεντωμένο με αρχική ταχύτητα $υ_0$=10m/s. Μετά από λίγο χρόνο διέρχεται από τη θέση Γ, όπου το νήμα είναι κατακόρυφο και τεντωμένο. Εάν το νήμα έχει μήκος l=2,2m, με πόση ταχύτητα διέρχεται το σώμα από την κατακόρυφη θέση Γ; Θεωρήστε g=10 m/s^2.



3.4.3. Το ύψος του καλαθιού από το έδαφος είναι 3,05 m. Η μπάλα φεύγει από το χέρι του παίκτη από ύψος 2,40 m με ταχύτητα 7 m/s. Βρείτε με τι ταχύτητα περνά η μπάλα μέσα από το καλάθι. Θεωρήστε g=10 m/s^2.

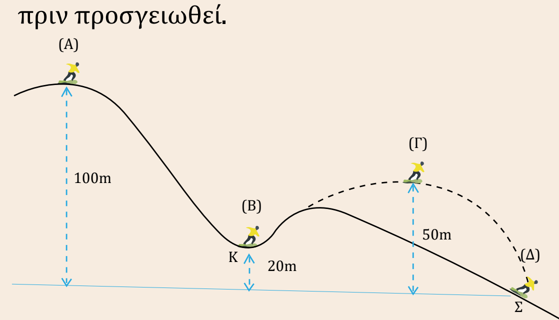


3.4.5. Μια αθλήτρια του σκι, ενώ βρίσκεται σε ηρεμία, ξεκινά από την κορυφή χιονισμένης πλαγιάς, περνά από το σημείο Κ και ακολουθώντας την πορεία που φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, και προσγειώνεται στο σημείο Σ. Τα ύψη, ως προς το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Σ, στις διάφορες θέσεις από τις οποίες πέρασε, φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

Α. Υπολογίστε την ταχύτητα της αθλήτριας στο σημείο Κ .

Β. Σε ποια από τις θέσεις (Β), (Γ), (Δ), η αθλήτρια έχει μεγαλύτερη ταχύτητα. Περιμένουμε ποιοτική απάντηση και όχι ποσοτική.

Γ. Υπολογίστε την ταχύτητά της στη θέση Σ λίγο πριν προσγειωθεί.



Δ. Αν στη θέση της αθλήτριας ήταν άλλος αθλητής του σκι με μάζα 90 kg, ποια θα ήταν η ταχύτητά του στη θέση Σ;

Πειραματική δραστηριότητα. Διερεύνηση της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας / Εργαστηριακή αναφορά

Στο εργαστήριο Φυσικής σας δίνονται τα παρακάτω υλικά:

1. Εργαστηριακό αμαξίδιο
2. Σχοινί
3. Κεκλιμένο επίπεδο
4. Βαρίδια με διάφορες μάζες
5. Ελαφριά τροχαλία
6. Μετροταινία
7. Χρονόμετρο
8. Ηλεκτρονική ζυγαριά
9. Ηλεκτρονικός υπολογιστής με το λογισμικό βιντεοανάλυσης tracker
10. Κάμερα
11. Φωτοπύλες

Συμπληρώστε το επεξεργάσιμο αρχείο της εργαστηριακής αναφοράς.


ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΕ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Τίτλος ή διατύπωση ερευνητικού ερωτήματος:

Ομάδα μαθητών :

Υπεύθυνος καθηγητής: Ημερομηνία:

Εισαγωγή - Σκοπός

Ποιος είναι ο σκοπός του πειράματος, τι διερευνήσατε;

Θεωρητικό υπόβαθρο

Ποια είναι η θεωρία που σχετίζεται με το πείραμα και ποιες σχέσεις χρησιμοποιήσατε στην ανάλυση των δεδομένων;

Υλικά και όργανα μέτρησης

Ποια υλικά και όργανα μέτρησης χρησιμοποιήσατε στο πείραμα;

Διαδικασία (εκτέλεση του πειράματος)

Περιγράψτε τη πειραματική διαδικασία που ακολουθήσατε, δηλαδή πως εκτελέσ

Παρατηρήσεις , Δεδομένα και ανάλυση δεδομένων

Γράψτε τα δεδομένα σε πίνακες τιμών, σχεδιάστε τυχόν γραφικές παραστάσεις και αναφέρετε τις παρατηρήσεις σας.

Συμπεράσματα

Γράψτε τα συμπεράσματά σας από την ανάλυση των δεδομένων. Υπάρχουν σημαντικές αποκλίσεις με τα αποτελέσματα που προβλέπει η θεωρία;

Σχολιασμός

Εκτιμήστε την προσπάθειά σας και αν θα έπρεπε κάτι να βελτιώσετε σε αυτήν. Θα έπρεπε κάτι να αλλάξει στη διαδικασία του πειράματος ή του ερωτήματος που τέθηκε αρχικά;

Βιβλιογραφία

Γράψτε τις πηγές σας δηλαδή τα βιβλία που χρησιμοποιήσατε, ιστοσελίδες κλ.π.

Υποδείξεις:

Α. Επιλέξτε ποια από τα παραπάνω θα χρησιμοποιήσετε στον πειραματισμό σας.

Β. Καθορίστε το κλειστό σύστημα και γράψτε τις υποθέσεις σας για αυτό.

Γ. Περιγράψτε αναλυτικά την πειραματική διαδικασία που θα ακολουθήσετε, κάνοντας και ένα σχήμα στο οποίο να εικονίζεται η πειραματική διάταξή σας. Επίσης αναφέρετε τα μεγέθη τα οποία θα μετρήσετε και δώστε τους ένα σύμβολο.

Δ. Περιγράψτε μια μέθοδο για τον υπολογισμό της αρχικής και της τελικής τιμής της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας καθώς και της τελικής τιμής της κινητικής ενέργειας, συναρτήσει των μεγεθών τα οποία μετρήσατε γράφοντας τους κατάλληλους τύπους.

Ε. Εκτελέστε το πείραμα και υπολογίστε την αρχική και την τελική μηχανική ενέργεια του συστήματος.

ΣΤ. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος αυξήθηκε αρκετά, μειώθηκε αρκετά ή παρέμεινε σχεδόν σταθερή; Δώστε μια λογική ερμηνεία αυτού του αποτελέσματος.

Επεξεργάσιμο αρχείο εργαστηριακής αναφοράς

3.5 Διατήρηση και υποβάθμιση της ενέργειας (Η ενέργεια υποβαθμίζεται)

Περιεχόμενα
- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
- Υποβάθμιση της ενέργειας
- Ενέργεια και κοινωνία

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ
- Θερμοδυναμικό σύστημα
- Πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής
- Χρήσιμη αποθηκευμένη ενέργεια
- Αντιστρέψιμες και μη αντιστρέψιμες διαδικασίες

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. διακρίνετε τους περιορισμούς εφαρμογής της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, καθώς και την ανάγκη γενίκευσής της.
2. δικαιολογείτε μέσω παραδείγματος ότι ΔK=-ΔE_{Θ}.
3. δικαιολογείτε μέσω παραδείγματος ότι $\Delta E_{\Theta}=W+Q$.
4. διατυπώνετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας σε μηχανικά συστήματα.
5. αναγνωρίζετε ότι μπορεί η ενέργεια να διατηρείται, αλλά με τη διασπορά της υποβαθμίζεται και δεν μπορεί να μετατραπεί σε χρήσιμη αποθηκευμένη ενέργεια.

Αρχή διατήρησης της ενέργειας

Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας ενός συστήματος, όπως είδαμε ισχύει σε κλειστά μηχανικά συστήματα στα οποία οι εσωτερικές δυνάμεις είναι συντηρητικές. Δεν είναι λοιπόν μια γενική αρχή της Φυσικής η οποία ισχύει για κάθε σύστημα.

Α. Το ενεργειακό ισοζύγιο (αρχή διατήρησης της ενέργειας) σε κλειστό μηχανικό σύστημα με μη συντηρητική δύναμη διασποράς.

Ας δούμε δύο διαφορετικά παραδείγματα που αφορούν κλειστά συστήματα με μη συντηρητική εσωτερική δύναμη διασποράς και στα οποία δεν διατηρείται η μηχανική ενέργεια.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.5.1

Εικόνα 3.5.1. Οι σιδερένιες μπάλες και η μικρή ξύλινη σφαίρα σε εδαφοσφαίριση (pétanque).

Η εδαφοσφαίριση (pétanque) είναι ένα άθλημα με μπάλες, που παίζεται σε επίπεδες επιφάνειες. Παραλλαγή του είναι και το παραολυμπιακό άθλημα μπότσια (Boccia). Οι παίχτες ρίχνουν τις μεταλλικές μπάλες με στόχο να τις φέρουν όσο το δυνατόν πιο κοντά σε μια μικρή ξύλινη σφαίρα (εικόνα 3.5.1). Θεωρήστε ότι ένας παίχτης σπρώχνει μια σιδερένια μπάλα που βρίσκεται στο έδαφος και αυτή μετά από λίγο σταματά αρκετά κοντά στη μικρή ξύλινη σφαίρα. Η κινητική ενέργεια του συστήματος σφαίρα - έδαφος μειώνεται καθώς επιβραδύνεται η σφαίρα, αλλά η δυναμική του ενέργεια δεν μεταβάλλεται, αφού η σφαίρα κινείται στο οριζόντιο δάπεδο.
Δηλαδή $\Delta K<0$ και $\Delta U=0$. Σε περιπτώσεις όπου διατηρείται η μηχανική ενέργεια είδαμε ότι: $\Delta E_{\text{ΜΗΧ}} = \Delta K + \Delta U = 0$. Προφανώς στην περίπτωση αυτή, η μηχανική ενέργεια του συστήματος δεν διατηρείται. Η κινητική ενέργεια δεν μετατράπηκε σε δυναμική αλλά σε θερμική μέσω του έργου των εσωτερικών μη συντηρητικών

Σημαντική παρατήρηση: Επιλέγουμε αυθαίρετα ως σύστημα εκείνο για το οποίο η θερμική ενέργεια είναι ενέργεια του συστήματος. Αν επιλέγαμε μόνο τη σιδερένια μπάλα χωρίς το έδαφος δεν θα είχε νόημα να πούμε ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος μετατράπηκε σε θερμική, αφού συμβαίνει αύξηση της θερμοκρασίας, συνεπώς και της θερμικής ενέργειας τόσο της σφαίρας όσο και του εδάφους.

δυνάμεων διασποράς $W_{διασπ}$. Δηλαδή στην περίπτωση αυτή θα ισχύει: $\Delta K = W_{διασπ} = -\Delta E_{\theta}$. Αυτά φαίνονται και στο ραβδόγραμμα της εικόνας 3.5.3.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.5.2

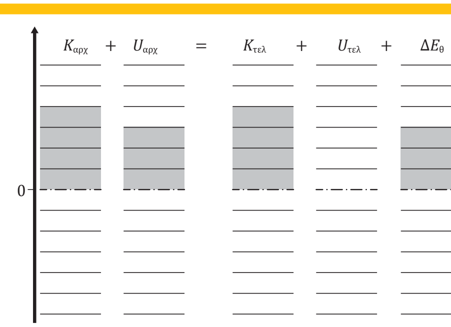
Στην εικόνα 3.5.2 φαίνεται ένας σκιέρ που κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα μια χιονισμένη πλαγιά με μικρή κλίση.

Αφού κατεβαίνει θα μειώνεται η βαρυτική ενέργεια του συστήματος σκιέρ - έδαφος - αέρας - Γη. Η κινητική του ενέργεια όμως θα παραμένει σταθερή αφού ο σκιέρ κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Στην περίπτωση αυτή ΔK=0 και ΔU<0 προφανώς δεν διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος σκιέρ - έδαφος - αέρας - Γη. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια δεν μετατρέπεται σε κινητική αλλά σε θερμική λόγω των μη συντηρητικών δυνάμεων διασποράς (τριβή και αντίσταση του αέρα) που δέχεται ο σκιέρ. Δηλαδή στην περίπτωση αυτή θα ισχύει: $\Delta U = -\Delta E_{\theta}$. Αυτά φαίνονται και στο ραβδόγραμμα της εικόνας 3.5.4.

Τα δύο παραπάνω συστήματα είναι κλειστά αφού δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις. Δεν διατηρείται όμως η μηχανική ενέργεια λόγω των μη συντηρητικών δυνάμεων διασποράς.

Εικόνα 3.5.2. Ένας σκιέρ κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα μια πλαγιά.

Εικόνα 3.5.3. Ραβδόγραμμα 1ου παραδείγματος.



Εικόνα 3.5.4. Ραβδόγραμμα 2ου παραδείγματος.

Έτσι το ενεργειακό ισοζύγιο ή αρχή διατήρησης της ενέργειας, στην περίπτωση κλειστού μηχανικού συστήματος με μη συντηρητικές δυνάμεις διασποράς θα είναι:

$$\boxed{\Delta E_{ΜΗΧ} = -\Delta E_{\theta}} \quad \text{ή αλλιώς:} \quad \boxed{\Delta E_{ΜΗΧ} + \Delta E_{\theta} = 0} \qquad (3.5.1)$$

Όμως ορίσαμε ως ενέργεια συστήματος το άθροισμα της μηχανικής και της θερμικής του ενέργειας (σημείωση 3.2.4),

$$E_{συστ} = E_{μηχ} + E_{θερμ} = K + U + E_{θερμ}$$

οπότε το ενεργειακό ισοζύγιο ή αρχή διατήρησης της ενέργειας στην περίπτωση κλειστού μηχανικού συστήματος με μη συντηρητικές δυνάμεις:

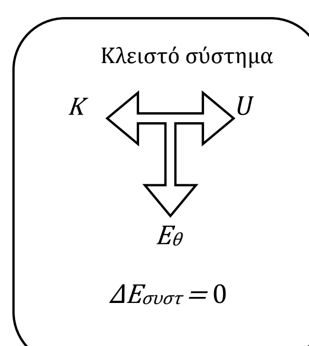
$$\boxed{\Delta E_{συστ} = 0} \qquad (3.5.2)$$

Με άλλα λόγια, η συνολική ενέργεια ενός κλειστού συστήματος είναι σταθερή.

$$E_{συστ} = E_{μηχ} + E_{θερμ} = K + U + E_{θερμ} = σταθερή$$

Μπορεί να γίνονται μετατροπές της κινητικής, δυναμικής και της θερμικής ενέργειας του συστήματος από μια μορφή σε άλλη αλλά το άθροισμά τους σε κλειστό σύστημα δεν μπορεί να μεταβάλλεται.

Στην περίπτωση όπου δεν υπάρχουν δυνάμεις διασποράς τότε θα διατηρείται και η μηχανική ενέργεια του κλειστού συστήματος.



Εικόνα 3.5.5. Αρχή διατήρησης της ενέργειας σε κλειστό μηχανικό σύστημα

Β. Το ενεργειακό ισοζύγιο (αρχή διατήρησης της ενέργειας) σε ανοικτό μηχανικό σύστημα χωρίς θερμικές αλληλεπιδράσεις

Οι μη συντηρητικές δυνάμεις οι οποίες ασκούνται σε ένα ανοικτό σύστημα διακρίνονται σε δυνάμεις διασποράς, όπως η τριβή και εξωτερικές δυνάμεις, όπως δυνάμεις από νήματα που τραβάνε ή από ανθρώπους που σπρώχνουν κ.λπ. Η μηχανική ενέργεια ενός συστήματος μεταβάλλεται μέσω του έργου των μη συντηρητικών δυνάμεων και διατηρείται αν δεν υπάρχουν μη συντηρητικές δυνάμεις ή υπάρχουν αλλά δεν εκτελούν έργο. Ισχύει λοιπόν ότι:

$$\boxed{\Delta E_{\text{ΜΗΧ}} = W_{διασπ} + W_{εξωτ}} \qquad (3.5.3)$$

αλλά $\boxed{W_{διασπ} = -\Delta E_{\theta}}$

Οπότε: $\boxed{\Delta E_{μηχ} + \Delta E_{\theta} = W_{εξωτ}} \qquad (3.5.4)$

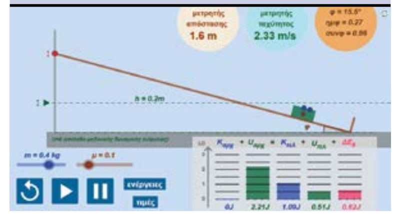
Όμως ορίσαμε ως ενέργεια συστήματος το άθροισμα της μηχανικής και της θερμικής του ενέργειας (σημείωση 3.2.4):

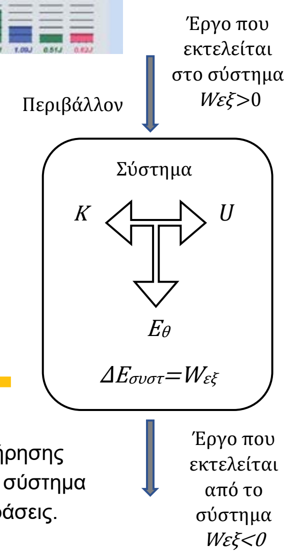
$$E_{συστ} = E_{μηχ} + E_{θερμ} = K + U + E_{θερμ}$$

οπότε το ενεργειακό ισοζύγιο, ή αρχή διατήρησης της ενέργειας, στην περίπτωση ενός ανοικτού συστήματος χωρίς θερμικές αλληλεπιδράσεις:

$$\boxed{\Delta E_{συστ} = W_{εξωτ}} \qquad (3.5.5)$$

Ψηφιακή δραστηριότητα: Διατήρηση της ενέργειας σε κλειστό μηχανικό σύστημα





Εικόνα 3.5.6. Αρχή διατήρησης της ενέργειας σε ανοικτό σύστημα με μηχανικές αλληλεπιδράσεις.

Η μεταβολή της συνολικής ενέργειας ενός ανοικτού συστήματος με μηχανικές αλληλεπιδράσεις ισούται με το έργο των εξωτερικών δυνάμεων (εικόνα 3.5.6). Τότε μπορεί να μεταβάλλεται μόνο η μηχανική ενέργεια (Κινητική και δυναμική) ή μόνο η θερμική ενέργεια του συστήματος ή και οι δύο.

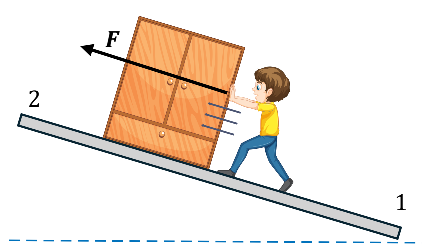
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.5.3

Στην εικόνα 3.5.7 φαίνεται ένα παιδί που σπρώχνει ένα έπιπλο πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο με τριβή. Το έπιπλο ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα από μια θέση 1 σε μια θέση 2. Το σύστημα Γη - κεκλιμένο επίπεδο - έπιπλο είναι ανοικτό σύστημα αφού η δύναμη F που ασκεί το παιδί στο έπιπλο είναι εξωτερική δύναμη και εκτελεί έργο. Μέσω του έργου αυτού αυξάνεται η ενέργεια του συστήματος. Έτσι η 3.5.5 γράφεται:

$\Delta E_{συστ} = W_{εξωτ} = W_F$ οπότε $\Delta E_{μηχ} + \Delta E_{\theta}$ ή

$K_2 + U_{βαρ2} - (K_1 + U_{βαρ1}) + \Delta E_{\theta} = W_F$ δηλαδή

$K_1 + U_{βαρ1} + W_F = K_2 + U_{βαρ2} + \Delta E_{\theta}$

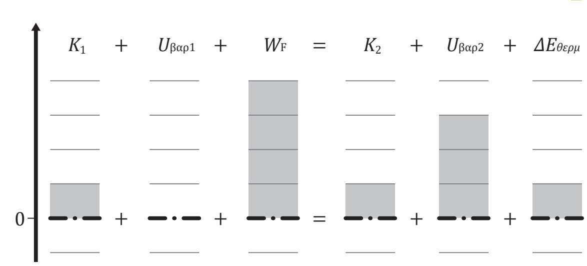


Εικόνα 3.5.7. Ένα παιδί ανεβάζει με σταθερή ταχύτητα ένα έπιπλο σε κεκλιμένο επίπεδο

Αφού η ταχύτητα του κιβωτίου είναι σταθερή, η κινητική ενέργεια του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

Αυξάνεται όμως η βαρυτική δυναμική ενέργεια και η θερμική ενέργεια του συστήματος.

Αυτά φαίνονται και στο ραβδόγραμμα της εικόνας 3.5.4.



Εικόνα 3.5.8. Ραβδόγραμμα παραδείγματος.

Γ. Το ενεργειακό ισοζύγιο (αρχή διατήρησης της ενέργειας) σε ανοικτό σύστημα με μηχανικές και θερμικές αλληλεπιδράσεις

Ψηφιακή δραστηριότητα: Διατήρηση της ενέργειας σε ανοικτό σύστημα

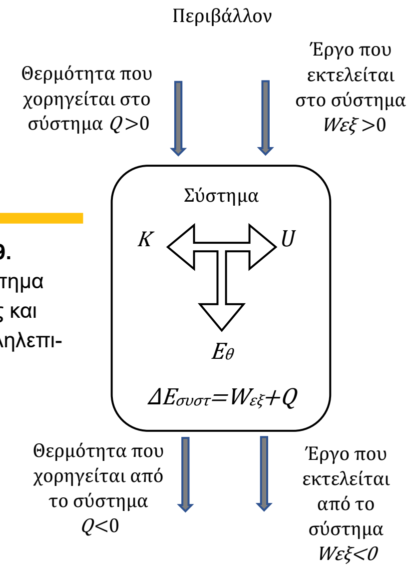
Το ενεργειακό ισοζύγιο ενός ανοικτού συστήματος στη γενική περίπτωση προκύπτει από την (3.5.5) με την προσθήκη της θερμότητας στο δεύτερο μέλος.

$$\boxed{\Delta E_{συστ} = W_{εξωτ} + Q} \qquad (3.5.6)$$

ή $$\boxed{\Delta E_{μηχ} + \Delta E_{θερμ} = W_{εξωτ} + Q} \qquad (3.5.7)$$

Η 3.5.6 ή ισοδύναμα η 3.5.7 αποτελούν τη γενική έκφραση του ενεργειακού ισοζυγίου, ή αρχής διατήρησης της ενέργειας, σε ανοικτό σύστημα.
Η μεταβολή της συνολικής ενέργειας ενός ανοικτού συστήματος με μηχανικές και θερμικές αλληλεπιδράσεις ισούται με το έργο των εξωτερικών δυνάμεων και τη θερμότητα (εικόνα 3.5.9). Τότε μπορεί να μεταβάλλεται μόνο η μηχανική ενέργεια (Κινητική και δυναμική) ή μόνο η θερμική ενέργεια του συστήματος ή και οι δύο.

Στην εξίσωση 3.5.7. το έργο και η θερμότητα μπαίνουν με τα πρόσημά τους όπως είδαμε και στην ενότητα 3.3 και όπως φαίνεται στην εικόνα 3.5.9.



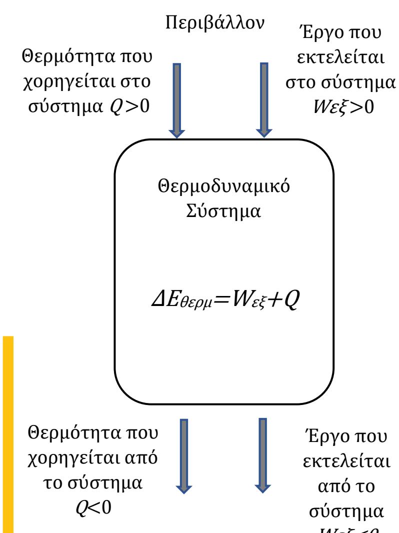
Εικόνα 3.5.9. Ανοικτό σύστημα με μηχανικές και θερμικές αλληλεπιδράσεις.

Δ. Η περίπτωση του θερμοδυναμικού συστήματος

Στην περίπτωση κατά την οποία δεν έχουμε σύστημα με κινήσεις σε μακροσκοπικό επίπεδο ή κινήσεις του συστήματος ως σύνολο, τότε αναφερόμαστε σε ένα θερμοδυναμικό σύστημα για το οποίο

$\boxed{\Delta E_{μηχ} = 0}$ και η (3.5.7) γίνεται: $\boxed{\Delta E_{θερμ} = W_{εξωτ} + Q}$ (3.5.8)

η οποία είναι γνωστή ως πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής. Ένα τέτοιο θερμοδυναμικό σύστημα είναι και ένα αέριο μέσα σε ένα δοχείο.



Εικόνα 3.5.10. Θερμοδυναμικό σύστημα.

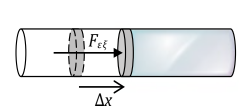
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.5.4

Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε ένα κύλινδρο με έμβολο το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Όταν το έμβολο κινείται, εκτελείται έργο $W_{εξ}$ και μεταφέρεται ενέργεια από το περιβάλλον στο αέριο ή από το αέριο στο περιβάλλον. Αν ο κύλινδρος είναι φτιαγμένος από θερμικά αγώγιμο υλικό, μπορεί να συμβαίνει και μεταφορά ενέργειας μέσω θερμότητας Q προς ή από το περιβάλλον ανάλογα με τη θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ αερίου και περιβάλλοντος.

Ας μελετήσουμε την περίπτωση που ασκούμε δύναμη στο έμβολο και ο κύλινδρος δεν είναι θερμικά αγώγιμος (έχει θερμομονωτικά τοιχώματα). Τότε μεταφέρεται ενέργεια μέσω έργου $W_{εξωτ} = F_{εξ}\Delta x$ στο αέριο και ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής 3.5.8 δίνει ότι:

$$\Delta E_{θερμ} = W_{εξωτ} = F_{εξ}\Delta x$$

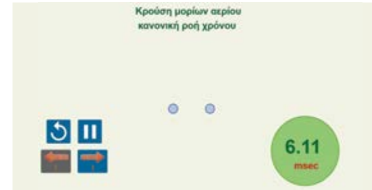
Δηλαδή συμβαίνει αύξηση της θερμικής ενέργειας του αερίου μέσω του έργου της εξωτερικής δύναμης η οποία ασκείται στο έμβολο.



Εικόνα 3.5.11. Αέριο σε κύλινδρο με έμβολο.

Υποβάθμιση της ενέργειας

Ψηφιακή δραστηριότητα: Κρούση μορίων αερίου



Στο μοριακό επίπεδο οι αλληλεπιδράσεις λέμε ότι είναι αντιστρέψιμες.

Για να κατανοήσετε τι εννοούμε με τον όρο αντιστρέψιμες, αξιοποιήστε την κινούμενη οπτικοποίηση που δείχνει πώς κινούνται πριν και μετά την κρούση τους δύο μόρια. Εκτελέστε την κανονικά και μετά εκτελέστε την ανάποδα. Σαν να βλέπετε μια ταινία από το τέλος προς την αρχή. Θα παρατηρήσετε τότε ότι τίποτα δεν θα σας φανεί παράξενο ή αδύνατο να συμβεί.

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.3. η θερμότητα είναι η ενέργεια που μεταφέρεται αυθόρμητα από ένα μακροσκοπικό σύστημα (σώμα) υψηλότερης θερμοκρασίας σε ένα άλλο μακροσκοπικό σύστημα (σώμα) χαμηλότερης θερμοκρασίας, μέσω των τυχαίων αλληλεπιδράσεων των μορίων τους. Δηλαδή μέσω των συγκρούσεων των μορίων των δύο σωμάτων μεταφέρεται ενέργεια από τα πιο γρήγορα κινούμενα μόρια του θερμότερου σώματος, στα πιο αργά μόρια του ψυχρότερου σώματος, μέχρι να επιτευχθεί η θερμική ισορροπία. Στη θερμική ισορροπία η θερμική ενέργεια έχει διασκορπιστεί εξίσου στα μόρια και των δύο σωμάτων.

Όμως αυτή η μακροσκοπική διαδικασία της αυθόρμητης μεταφοράς ενέργειας μέσω θερμότητας δεν αντιστρέφεται. Δεν μεταφέρεται ποτέ αυθόρμητα θερμότητα από το κρύο στο ζεστό. Δεν μπορεί δηλαδή να συμβεί αυθόρμητα, αντί της διασποράς, συγκέντρωση της θερμικής ενέργειας.

Η ενέργεια δεν καταστρέφεται και δεν δημιουργείται από το μηδέν. Είναι δυνατόν να μετατρέπεται από ενέργεια μιας μορφής σε ενέργεια άλλης μορφής. Η λειτουργία όλων των τεχνολογικών μας εφαρμογών στηρίζεται στις μετατροπές της ενέργειας. Κατά τις μετατροπές αυτές, ενώ η ενέργεια διατηρείται, ένα μέρος της ή και όλη υποβαθμίζεται σε θερμική ενέργεια η οποία είναι διασκορπισμένη και λιγότερο χρηστική. Η διαδικασία αυτή είναι μονόδρομη και όπως θα δούμε και στην επόμενη ενότητα δεν μπορεί να αντιστραφεί πλήρως, σύμφωνα με τον Β′ Νόμο της Θερμοδυναμικής. Η υποβάθμιση της ενέργειας αποτελεί μια θεμελιώδη αρχή της Φυσικής η οποία εμφανίζεται σχεδόν σε όλα τα φαινόμενα στον κόσμο μας. Οι μετατροπές της ενέργειας γίνονται ικανοποιώντας την υποβάθμιση αλλά και τη διατήρηση της ενέργειας.

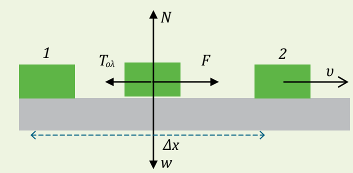
Η υποβάθμιση της ενέργειας είναι μια αναπόφευκτη φυσική διεργασία και διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην κατανόηση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων και των ορίων χρήσης της ενέργειας. Μέσω της υιοθέτησης βέλτιστων πρακτικών, της χρήσης ανανεώσιμων πηγών ενέργειας, της μείωσης της κατανάλωσης προϊόντων μιας χρήσης και της προώθησης της τεχνολογικής καινοτομίας, μπορούμε να μειώσουμε σημαντικά τις επιπτώσεις της και να συμβάλλουμε σε ένα πιο βιώσιμο και αειφόρο μέλλον.

Ενέργεια και κοινωνία

Η σχέση μεταξύ ενέργειας και κοινωνίας είναι πολύπλοκη και αμφίδρομη. Η ενέργεια είναι κεντρικός παράγοντας για την ανάπτυξη και την ευημερία κάθε κοινωνίας. Από τον εφοδιασμό των νοικοκυριών και των επιχειρήσεων μέχρι τη μεταφορά και την παραγωγή αγαθών, η ενέργεια είναι ζωτικής σημασίας για τη διατήρηση του σύγχρονου τρόπου ζωής. Η άνιση πρόσβαση στην ενέργεια είναι ένα πρόβλημα που πλήττει ιδιαίτερα τις πιο ευάλωτες κοινωνικές ομάδες. Ο όρος "ενεργειακή φτώχεια" χρησιμοποιείται για να δηλώσει την κατάσταση κατά την οποία ένα νοικοκυριό αδυνατεί να καλύψει τις ενεργειακές του ανάγκες που είναι απαραίτητες για μια αξιοπρεπή διαβίωση. Χωρίς επαρκή ενέργεια, τα νοικοκυριά δυσκολεύονται να καλύψουν βασικές ανάγκες όπως η θέρμανση, ο φωτισμός και το μαγείρεμα, ενώ οι επιχειρήσεις αδυνατούν να λειτουργήσουν αποτελεσματικά. Η κατανόηση των κοινωνικών επιπτώσεων της ενέργειας και η ανάπτυξη βιώσιμων λύσεων για την παραγωγή και κατανάλωσή της είναι απαραίτητες για την οικοδόμηση ενός αειφόρου μέλλοντος.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.5.1

Ένα κιβώτιο είναι ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,4. Το κιβώτιο δέχεται οριζόντια σταθερή δύναμη F=70 N όπως φαίνεται στην εικόνα 3.5.12. Αφού καθορίσετε το κατάλληλο σύστημα, να εφαρμόσετε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για να βρείτε την ταχύτητα του κιβωτίου όταν θα έχει μετατοπιστεί κατά Δx=1m από την αρχική του θέση. Να κάνετε και το ενεργειακό ραβδόγραμμα για το σύστημα που θα επιλεγεί.



Εικόνα 3.5.12. Κιβώτιο υπό την επίδραση εξωτερικής δύναμη σε οριζόντιο επίπεδο με τριβή.

Δεδομένα	**Ζητούμενα**
Μάζα κιβωτίου: m =15kg Συντελεστής τριβής ολίσθησης μ =0,4 Δύναμη F=70N Μετατόπιση Δx=1m Επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας g=10m/s_2	Ταχύτητα υ

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Επιλέγουμε ένα σύστημα στο οποίο οι συντηρητικές και οι μη συντηρητικές δυνάμεις διασποράς να είναι εσωτερικές. Τέτοιο σύστημα είναι το σύστημα κιβώτιο- έδαφος- Γη. Η δύναμη F είναι εξωτερική στο σύστημα αυτό και εκτελεί έργο αφού μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της. Συνεπώς το σύστημα είναι ανοικτό με μηχανικές αλληλεπιδράσεις. Η τριβή ολίσθησης Tολ είναι μη συντηρητική δύναμη διασποράς. Το βάρος w και η κάθετη δύναμη N δεν εκτελούν έργο αφού είναι συνεχώς κάθετες στην μετατόπιση του κιβωτίου και υποθέτουμε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Αφού η κίνηση είναι οριζόντια από τη θέση (1) στη θέση (2) επιλέγουμε επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας εκείνο του δαπέδου οπότε $U_{βαρ1} = U_{βαρ2}$ =0.

ΛΥΣΗ

Αφού το σύστημα κιβώτιο-έδαφος-Γη είναι ανοικτό σύστημα με μηχανικές αλληλεπιδράσεις εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας $\Delta E_{συστ} = W_{εξωτ}$ ή $\Delta E_{μηχ} + \Delta E_{\theta} = W_F$ οπότε:

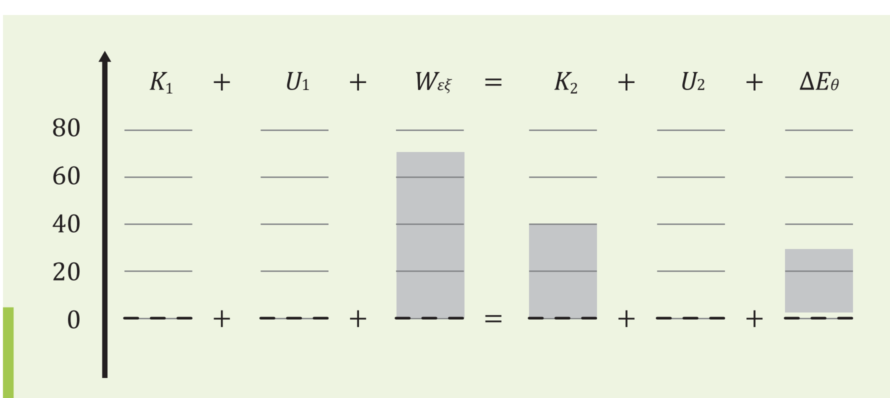
$K_2 + U_{βαρ2} - (K_1 + U_{βαρ1}) + \Delta E_{\theta} = W_F$ επειδή K_1=0 και $U_{βαρ1} = U_{βαρ2}$=0 προκύπτει ότι:

$$W_F = K_2 + \Delta E_{\theta} \qquad \text{δηλαδή:}$$

$F\Delta x = \frac{1}{2} m\upsilon^2 + T_{ολ}\Delta x$ και λύνοντας ως προς την ταχύτητα υ έχουμε: $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2F\Delta x - 2\,T_{ολ}\Delta x}{m}}$

Αλλά από τον νόμο της τριβής ολίσθησης $T_{ολ}=\mu N=\mu mg$ οπότε: $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2F\Delta x - 2\mu mg\Delta x}{m}}$

Και αντικαθιστώντας έχουμε: $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 70N \cdot 1\text{m} - 2 \cdot 0,4 \cdot 15\text{kg} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1m}{15\text{kg}}} = \sqrt{1{,}33\frac{\text{m}}{\text{s}}}$



ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.5.2

Ένα κιβώτιο με μάζα 10kg ηρεμεί δεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς 32N/m στη θέση (1) όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Ένας άνθρωπος ασκεί μέσω νήματος σταθερή οριζόντια δύναμη 40N στο κιβώτιο και αυτό αρχίζει να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο όπως φαίνεται στην εικόνα 3.5.13. Όταν το κιβώτιο μετατοπισθεί κατά 0,25m και φτάσει στη θέση (2) έχει ταχύτητα 1m/s. Δίνεται ότι g=10m/s^2.

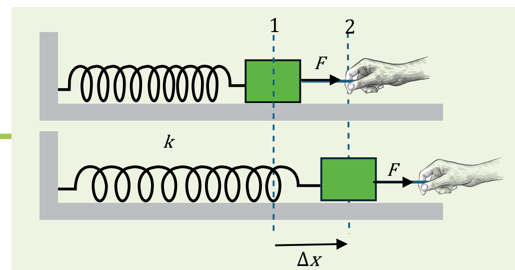
Α. Να βρεθεί το έργο της δύναμης που ασκεί μέσω του νήματος ο άνθρωπος στο κιβώτιο.

Β. Να βρεθεί η στιγμιαία ισχύς της δύναμης που ασκεί ο άνθρωπος στο κιβώτιο στη θέση (2)

Γ. Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του ζεύγους των επιφανειών κιβωτίου - οριζοντίου δαπέδου και να γίνει και το ενεργειακό ραβδόγραμμα για το σύστημα που θα επιλεγεί.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Μάζα κιβωτίου: m =10kg	Έργο της F : W_F
Σταθερά ελατηρίου: k=32 N/m	Στιγμιαία ισχύς της F: P
Δύναμη F=40N	Συντελεστής τριβής ολίσθησης μ
Μετατόπιση Δx=0,25 m	
Ταχύτητα υ_2 =1m/s	
Επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας g=10m/s^2	

Εικόνα 3.5.13. Ολίσθηση κιβωτίου δεμένου σε ελατήριο με την επίδραση εξωτερικής δύναμης.



ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Τα δύο πρώτα ερωτήματα απαντώνται με απλή εφαρμογή των τύπων του έργου σταθερής δύναμης $W_F = F\Delta x$ και της στιγμιαίας ισχύος $P=F\upsilon_2$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ εμφανίζεται μόνο στον τύπο που δίνει την τριβή ολίσθησης $T_{ολ}= \mu N = \mu mg$. Συνεπώς για να βρούμε τον συντελεστή τριβής θα πρέπει να βρούμε την τριβή ολίσθησης $T_{ολ}$. Η κίνηση του κιβωτίου στην περίπτωση αυτή δεν γίνεται με σταθερή επιτάχυνση αφού η δύναμη που δέχεται από το ελατήριο δεν είναι σταθερή. Επομένως δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε τις αντίστοιχες εξισώσεις κίνησης. Όταν δεν μας δίνεται και δεν ζητείται ο χρόνος, μπορούμε να εργαζόμαστε εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας. Πρώτα καθορίζουμε το κατάλληλο σύστημα και αφού η κίνηση γίνεται στο οριζόντιο δάπεδο, επιλέγουμε επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας εκείνο του δαπέδου. Και στην περίπτωση αυτή επιλέγουμε ως σύστημα εκείνο στο οποίο οι δυνάμεις διασποράς είναι εσωτερικές. Το κατάλληλο σύστημα λοιπόν είναι το σύστημα κιβώτιο-ελατήριο-τοίχος-δάπεδο. Η δύναμη F είναι εξωτερική για το σύστημα, οπότε το σύστημα αυτό είναι ανοικτό χωρίς θερμικές αλληλεπιδράσεις. Η αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα αυτό είναι: $\Delta E_{συστ} = W_{εξωτ}$ δηλαδή:

$$\Delta E_{μηχ} + \Delta E_{\theta} = W_{εξωτ}$$

Όπου η αύξηση της θερμικής ενέργειας θα είναι: $\Delta E_{\theta} = T_{ολ}\Delta x$

Υπολογίζοντας πρώτα την αύξηση της θερμικής ενέργειας ΔE_{θ} μπορούμε να βρούμε την τριβή και μετά τον συντελεστή τριβής.

ΛΥΣΗ:

Α. $W_F = F\Delta x$ οπότε: $W_F = 40\text{N}\ 0{,}25\text{m} = 10\text{J}$

Β. $P = F\upsilon_2$ οπότε: $P = 40N \cdot 1\frac{m}{s} = 40\text{W}$

Γ. Η αρχή διατήρησης της ενέργειας στο ανοικτό σύστημα χωρίς θερμικές αλληλεπιδράσεις, κιβώτιο-ελατήριο-τοίχος-δάπεδο γράφεται: $\Delta E_{μηχ} + \Delta E_{\theta} = W_F$ δηλαδή:

$E_{μηχ2} - E_{μηχ1} + \Delta E_{\theta} = W_F$ ή $U_2 + K_2 - (U_1 + K_1) + \Delta E_{\theta} = W_F$ (1)

Όμως η δυναμική ενέργεια U είναι μόνο ελαστική αφού η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι συνεχώς μηδέν.

Η ελαστική δυναμική ενέργεια U_1 ,στη θέση 1, είναι μηδέν αφού το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος στη θέση αυτή. Επίσης η κινητική ενέργεια K_1 στη θέση 1 είναι και αυτή μηδέν, αφού το κιβώτιο ηρεμούσε στη θέση 1.

Έτσι η σχέση (1) γίνεται:

$\frac{1}{2}k\Delta x^2+\frac{1}{2}m\upsilon_2^2-0+\Delta E_\theta=W_F$ από την οποία προκύπτει η αύξηση της θερμικής ενέργειας: $\Delta E_\theta=W_F-\frac{1}{2}k\Delta x^2-\frac{1}{2}m\upsilon_2^2$

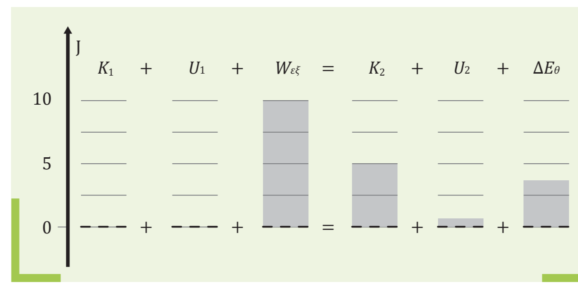
Αντικαθιστώντας έχουμε: $\Delta E_\theta = 10\text{J}-\frac{1}{2}32\frac{N}{m}0,25^2\,\text{m}^2-\frac{1}{2}10\text{kg}\,1^2\frac{\text{m}^2}{\text{s}}=4\text{J}$

Όμως: $\Delta E_\theta = T_{o\lambda}\Delta x$ οπότε $T_{o\lambda} = \frac{\Delta E_\theta}{\Delta x}$

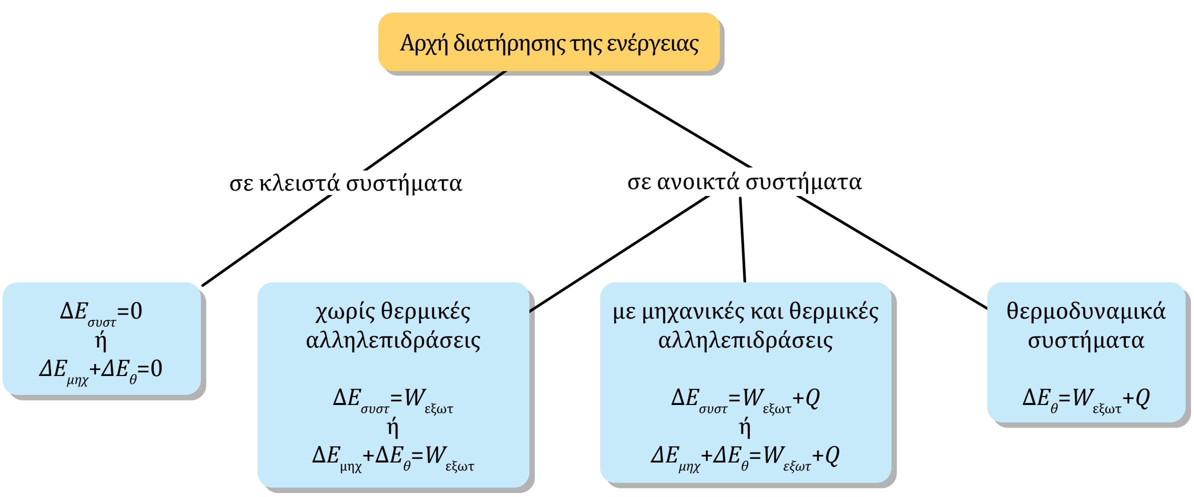
και αντικαθιστώντας $T_{o\lambda} = \frac{4\text{J}}{0,25m} = 16N$

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης $T_{o\lambda}=\mu mg$ προκύπτει ότι:

$\mu = \frac{T_{o\lambda}}{mg} = \frac{16N}{10kg10\frac{m}{s^2}} = 0{,}16$



Εννοιολογικός χάρτης: Αρχή διατήρησης της ενέργειας



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

3.5.1. Θεωρήστε το σύστημα που αποτελείται μόνο από ένα κιβώτιο και τη Γη. Ένας κινητήρας είναι συνδεδεμένος με μια μπαταρία και ανεβάζει το κιβώτιο από το έδαφος σε ορισμένο ύψος. Ποια από τις παρακάτω εκφράσεις είναι η πιο ακριβής;

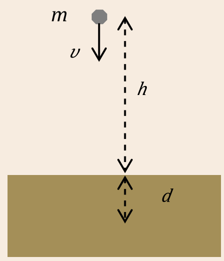
Α. Η ενέργεια του κιβωτίου αυξήθηκε
Β. Η ενέργεια του κιβωτίου μειώθηκε
Γ. Η ενέργεια του συστήματος παρέμεινε σταθερή
Δ. Η ενέργεια του συστήματος μειώθηκε
Ε. Η ενέργεια του συστήματος αυξήθηκε

3.5.2. Αναφέρατε ένα παράδειγμα εξέλιξης συστήματος στο οποίο $\Delta K=0$, $\Delta U=0$ και $W_{\varepsilon\xi}=\Delta E_\theta$

3.5.3. Πώς επηρεάζει η ενεργειακή φτώχεια τις κοινωνίες;

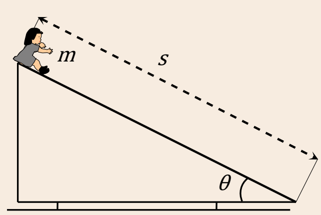
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3.5.1. Ένα μεταλλικό σφαιρίδιο με μάζα m= 200 g βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω από ύψος h= 20m με ταχύτητα υ=10 m/s όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα. Συναντώντας την οριζόντια επιφάνεια του εδάφους εισχωρεί σε αυτό σε βάθος d=5 cm όπου σταματά.



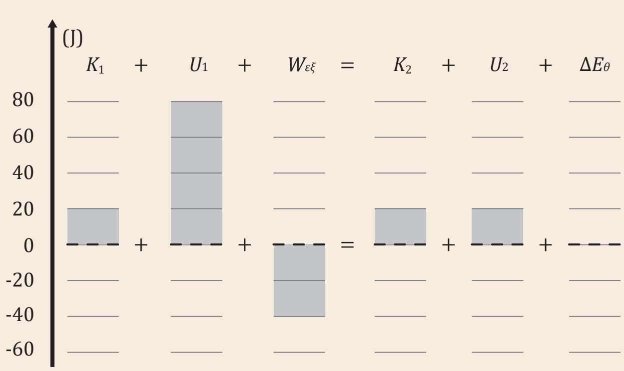
Καθορίστε ένα κλειστό σύστημα και εφαρμόστε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής του ενέργειας.

3.5.2. Ένα παιδί με μάζα 15 kg κρατιέται ακίνητο στην κορυφή μιας τσουλήθρας. Αφήνοντας τα χέρια του ελεύθερα αρχίζει να ολισθαίνει πάνω στην τσουλήθρα η οποία έχει μήκος s=4 m και σχηματίζει γωνία θ= 30°. Το παιδί φτάνει στη βάση της τσουλήθρας με ταχύτητα υ=3 m/s. Να βρείτε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του συστήματος παιδί-τσουλήθρα-Γη.

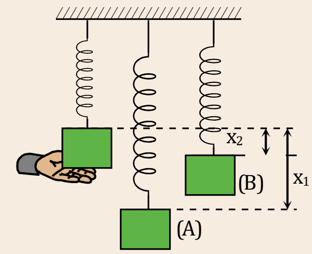


ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

3.5.1. Συμπληρώστε το ενεργειακό ραβδόγραμμα της εικόνας και περιγράψτε την εξέλιξη ενός συστήματος το οποίο θα μπορούσε να αντιστοιχεί στο ραβδόγραμμα αυτό.



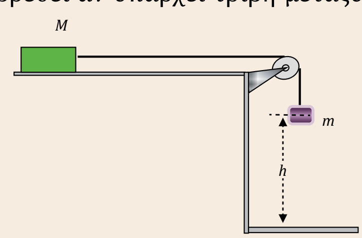
3.5.2. Σώμα μάζας m κρέμεται στο κάτω άκρο ενός ελατηρίου και υποβαστάζεται με την παλάμη, ώστε το ελατήριο να είναι στο φυσικό του μήκος. Να βρείτε και να συγκρίνετε τη μέγιστη επιμήκυνση και την αντίστοιχη ελαστική δυναμική ενέργεια στις ακόλουθες περιπτώσεις:



Α. Το σώμα αφήνεται να πέσει.

Β. Ενώ το σώμα υποβαστάζεται, αφήνεται να κατέβει σιγά σιγά, ώσπου το ελατήριο να συγκρατήσει το βάρος του σώματος. Πού οφείλεται η διαφορά της δυναμικής ενέργειας που είναι αποθηκευμένη στο ελατήριο στις δυο περιπτώσεις.

3.5.3. Το βαρίδι με μάζα m=3kg αφήνεται από ύψος h=0,8 m να κινηθεί κατακόρυφα όπως φαίνεται στην εικόνα. Τη στιγμή που το βαρίδι φτάνει στο έδαφος, το σώμα με μάζα M=5 kg που κινείται πάνω στο οριζόντιο τραπέζι έχει ταχύτητα υ=1,5 m/s. Να βρεθεί αν υπάρχει τριβή μεταξύ της επιφάνειας του τραπεζιού και του σώματος, και αν υπάρχει, να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής. Το νήμα και η τροχαλία έχουν αμελητέα μάζα και δεν εμφανίζεται τριβή μεταξύ νήματος και τροχαλίας.



3.5.4. Ένα κιβώτιο ισορροπεί αρχικά ακίνητο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου θέση (1). Μια εξωτερική δύναμη ασκείται στο κιβώτιο προς τα κάτω κατεβαίνοντας το κεκλιμένο επίπεδο και φτάνει στη θέση (2). Να γίνει ένα ενεργειακό διάγραμμα για το σύστημα κιβώτιο- κεκλιμένο-Γη σε κεκλιμένο επίπεδο το οποίο θα μπορούσε να περιγράφει την εξέλιξη του συστήματος από την αρχική θέση (1) στην τελική θέση (2).

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Διατήρηση και υποβάθμιση της ενέργειας

3.6 Υποβάθμιση της ενέργειας – Θερμικές μηχανές

Περιεχόμενα
- Η κυκλική μεταβολή
- Η θερμική μηχανή
- Απόδοση θερμικής μηχανής

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ
- Μέγιστος συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

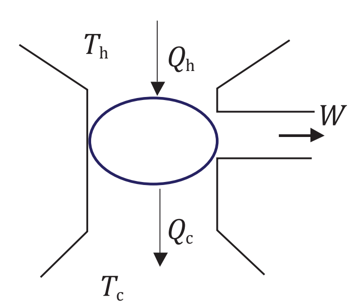
1. ορίζετε την κυκλική μεταβολή.
2. περιγράφετε τα βασικά μέρη της θερμικής μηχανής (θερμή και ψυχρή δεξαμενή, εργαζόμενο μέσο (ένα αέριο που εκτελεί κυκλική μεταβολή).
3. περιγράφετε τη λειτουργία της θερμικής μηχανής με τη βοήθεια απλού διαγράμματος μεταφοράς ενέργειας.
4. διακρίνετε ότι σε μια θερμική μηχανή μόνο ένα μέρος της χορηγούμενης ενέργειας μέσω θερμότητας Q_h από τη θερμή δεξαμενή στο εργαζόμενο μέσο μεταφέρεται στο περιβάλλον μέσω «ωφέλιμου» μηχανικού έργου W, ενώ το υπόλοιπο αποβάλλεται στην ψυχρή δεξαμενή Q_c (μη μετατρέψιμη θερμότητα).
5. ορίζετε και υπολογίζετε την απόδοση μιας θερμικής μηχανής.
6. ορίζετε την απόδοση μιας θερμικής μηχανής και να εκτελείτε απλούς υπολογισμούς. $e=W/Q_h$
7. αναγνωρίζετε ότι δεν υπάρχει θερμική μηχανή με απόδοση 1.
8. επιλύετε απλά προβλήματα με διαγράμματα μεταφοράς ενέργειας.
9. αναγνωρίζετε, να συζητάτε και να προτείνετε τρόπους για την αντιμετώπιση των τεράστιων περιβαλλοντικών και κοινωνικών προβλημάτων που σχετίζονται με την ενέργεια.

Η κυκλική μεταβολή

Η μεταβολή κατά την οποία ένα αέριο αφού υποστεί διεργασίες όπως η μείωση του όγκου (συμπίεση), η αύξηση του όγκου (εκτόνωση), η αύξηση της θερμοκρασίας (θέρμανση) και η μείωση της θερμοκρασίας (ψύξη), τελικά επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση, οπότε $\Delta E_\theta=0$, ονομάζεται κυκλική μεταβολή του αερίου. Κατά τις διεργασίες αυτές, το αέριο το οποίο είναι ένα θερμοδυναμικό σύστημα ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του μέσω θερμότητας Q και μέσω έργου W. Οι κυκλικές μεταβολές είναι πολύ σημαντικές διότι βρίσκουν εφαρμογή στις θερμικές μηχανές όπως είναι οι κινητήρες εσωτερικής καύσης και οι ατμομηχανές.

Η θερμική μηχανή

Η θερμική μηχανή είναι μια συσκευή που μετατρέπει τη θερμική ενέργεια σε μηχανική ενέργεια. Τα βασικά μέρη μιας θερμικής μηχανής περιλαμβάνουν μια δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας T_h, ένα ρευστό εργαζόμενο μέσο, μια δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας T_c και ένα μηχανισμό για τη μεταφορά ενέργειας μέσω ωφέλιμου έργου από το εργαζόμενο μέσο προς τη διάταξη της οποίας αυξάνει τη μηχανική ενέργεια.



Εικόνα 3.6.1. Ενεργειακό διάγραμμα μεταφοράς ενέργειας.

Το εργαζόμενο μέσο σε μια θερμική μηχανή μπορεί να είναι αέριο, υγρό ή συνδυασμός και των δύο. Όπως φαίνεται και στο ενεργειακό διάγραμμα μεταφοράς ενέργειας της εικόνας 3.6.1, από τη θερμή δεξαμενή χορηγείται θερμότητα Q_h στο εργαζόμενο μέσο το οποίο εκτελεί κυκλική μεταβολή. Κατά τη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής ένα μέρος της χορηγούμενης θερμότητας Q_h μετατρέπεται μέσω έργου W σε ωφέλιμη μηχανική ενέργεια μιας διάταξης η οποία τροφοδοτείται από τη μηχανή και το υπόλοιπο αποβάλλεται ως μη μετατρέψιμη θερμότητα $|Q_c|$ στην ψυχρή δεξαμενή.

Από τη διατήρηση της ενέργειας έχουμε: $\boxed{Q_h=W+|Q_c|}$ (3.6.1)

Από την οποία προκύπτει ότι: $\boxed{W=Q_h-|Q_c|}$ (3.6.2)

Δείτε τη μηχανή να λειτουργεί στον σύνδεσμο

Εικόνα 3.6.2. Ιδιοκατασκευή θερμικής μηχανής. Αποτελείται από μία μικρή φιάλη υγραερίου, έναν αυτοσχέδιο βραστήρα όπου το υγραέριο καίγεται και βράζει το νερό, από όπου ο ατμός μέσω ενός εμβόλου και μιας βαλβίδας στρέφει έναν σφόνδυλο και αυτός μέσω ιμάντα περιστρέφει ένα μικρό δυναμό που ανάβει ένα ή περισσότερα λαμπάκια.

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής, το παραγόμενο από το εργαζόμενο μέσο έργο W είναι πάντα μικρότερο από τη χορηγούμενη θερμότητα Q_h. Δεν υπάρχει δηλαδή θερμική μηχανή στην οποία η μη μετατρέψιμη θερμότητα Q_c να είναι μηδέν και το ωφέλιμο έργο να είναι ίσο με τη χορηγούμενη θερμότητα.

Σε έναν κινητήρα εσωτερικής καύσης, η μηχανική ενέργεια χρησιμοποιείται για την περιστροφή ενός στροφαλοφόρου άξονα, ο οποίος κινεί τους τροχούς ενός οχήματος. Σε μια ατμομηχανή για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, η μηχανική ενέργεια χρησιμοποιείται για την περιστροφή μιας τουρμπίνας, η οποία οδηγεί μια γεννήτρια για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Απόδοση θερμικής μηχανής

Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής καθορίζεται από την ικανότητά της να μετατρέπει τη θερμική ενέργεια σε ωφέλιμο μηχανικό έργο. Αυτό περιγράφεται από τον συντελεστή απόδοσης e, ο οποίος ορίζεται ως ο λόγος ωφέλιμου μηχανικού έργου προς τη χορηγούμενη θερμότητα.

$$e=\frac{W}{Q_h} \qquad (3.6.3)$$

Η 3.6.3 με τη βοήθεια της 3.6.2 δίνει:

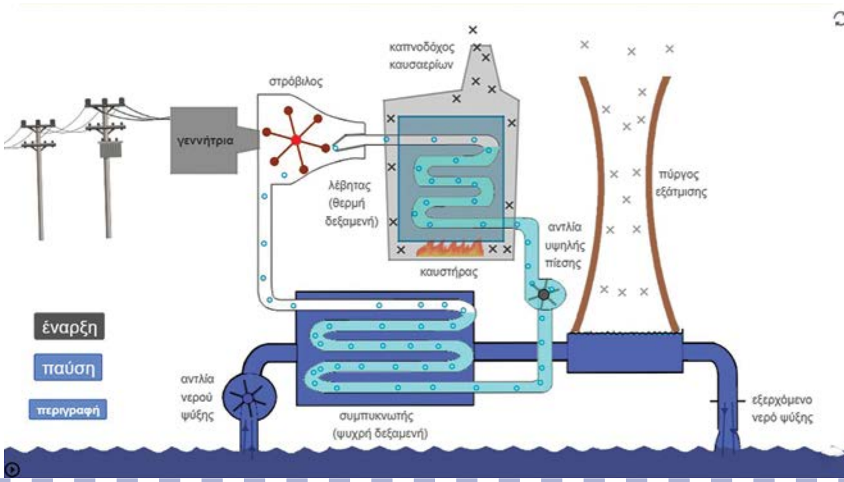
$$e=\frac{Q_h-|Q_c|}{Q_h}=1-\frac{|Q_c|}{Q_h} \qquad (3.6.4)$$

Φυσικά η απόδοση μιας θερμικής μηχανής δεν θα μπορούσε να είναι μεγαλύτερη της μονάδας (δηλαδή $W>Q_h$), διότι αυτό θα παραβίαζε την αρχή διατήρησης της ενέργειας (3.5.1). Η απόδοση αυτή όμως δεν μπορεί να είναι και ίση με τη μονάδα, δηλαδή δεν μπορεί να είναι $W=Q_h$ και $Q_c=0$. Επιπλέον, η απόδοση μιας θερμικής μηχανής περιορίζεται από τον δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής σύμφωνα με τον οποίο «είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο», οπότε αποδεικνύεται θεωρητικά ότι ο μέγιστος συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι:

$$e_{\max}=1-\frac{T_c}{T_h} \qquad (3.6.5)$$

Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής μπορεί να βελτιωθεί αυξάνοντας τη θερμοκρασία T_h, μειώνοντας τη θερμοκρασία T_c ή μειώνοντας τις τριβές.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Πώς λειτουργεί ένας θερμοηλεκτρικός σταθμός;



Η θερμική ρύπανση από τις θερμικές μηχανές αποτελεί ένα σημαντικό περιβαλλοντικό πρόβλημα, καθώς αυτές οι μηχανές, όπως οι κινητήρες εσωτερικής καύσης και οι θερμοηλεκτρικοί σταθμοί, αποβάλλουν μεγάλες ποσότητες θερμότητας στο περιβάλλον. Η θερμότητα αυτή μπορεί να αυξήσει τη θερμοκρασία των υδάτινων σωμάτων στα οποία απορρίπτεται, προκαλώντας αλλοιώσεις στα οικοσυστήματα. Αυτή η αύξηση της θερμοκρασίας μπορεί να επηρεάσει την αναπαραγωγή και την επιβίωση των υδρόβιων οργανισμών, να μειώσει τα επίπεδα οξυγόνου στο νερό και να αυξήσει την ανάπτυξη επιβλαβών μικροοργανισμών και φυκιών. Επιπλέον, η θερμική ρύπανση μπορεί να επιδεινώσει το φαινόμενο της κλιματικής αλλαγής, καθώς η αύξηση της θερμοκρασίας συμβάλλει στην υπερθέρμανση του πλανήτη. Η αντιμετώπιση της θερμικής ρύπανσης απαιτεί τη βελτίωση της ενεργειακής απόδοσης των θερμικών μηχανών και την ανάπτυξη τεχνολογιών για την ανάκτηση και επαναχρησιμοποίηση της θερμότητας που αποβάλλεται κατά τη λειτουργία τους.

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.6.1

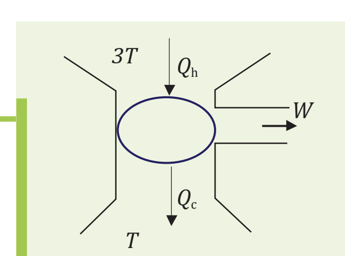
Ένας εφευρέτης μας αναφέρει ότι κατασκεύασε μια θερμική μηχανή η οποία λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $3T$ και T στην οποία σε κάθε κύκλο χορηγείται στο εργαζόμενο μέσο (αέριο το οποίο εκτελεί κυκλική μεταβολή) θερμότητα Q_h=3000J από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας και αποβάλλεται θερμότητα Q_c=500J στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας. Τον πιστεύετε ή όχι; Να εξηγήσετε πλήρως την απάντησή σας.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Για να αποφανθούμε αν πράγματι μπορεί να έχει κατασκευαστεί αυτή η μηχανή, θα πρέπει να ελέγξουμε αν από τα δεδομένα προκύπτει ότι παραβιάζεται τουλάχιστον ένα από τα παρακάτω:

1. Αρχή διατήρησης της ενέργειας
2. Δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής
3. Υπέρβαση του μέγιστου θεωρητικά προβλεπόμενου συντελεστή απόδοσης.

Δεδομένα:	Ζητούμενα:
Θερμοκρασία θερμής δεξαμενής: $T_h = 3T$ Θερμοκρασία ψυχρής δεξαμενής: $T_c = T$ Χορηγούμενη θερμότητα σε κάθε κυκλική μεταβολή: Q_h=3000J Μη μετατρέψιμη θερμότητα σε κάθε κυκλική μεταβολή: Q_c=500J	Μπορεί να υπάρχει αυτή η μηχανή;



ΛΥΣΗ

Από τα δεδομένα φαίνεται ότι δεν παραβιάζεται η αρχή διατήρησης της ενέργειας: $Q_h = W + |Q_c|$

Αφού $|Q_c| < Q_h$

Επίσης δεν παραβιάζεται ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής, αφού $Q_c \neq 0$.

Βρίσκουμε τον συντελεστή απόδοσης της μηχανής για να δούμε αν είναι μεγαλύτερος από τον μέγιστο θεωρητικά προβλεπόμενο.

Ο συντελεστής απόδοσης αυτής της μηχανής είναι: $e=\frac{W}{Q_h}=\frac{Q_h-|Q_c|}{Q_h}$ Αντικαθιστώντας: $e=\frac{3000\text{J}-500\text{J}}{3000\text{J}}=0,83$

Δηλαδή, η μηχανή θα είχε σύμφωνα με τα στοιχεία του εφευρέτη απόδοση 83%.

Ο μέγιστος θεωρητικά προβλεπόμενος συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής που λειτουργεί μεταξύ αυτών των θερμοκρασιών είναι:

$e_{\max}=1-\frac{T_c}{T_h}$ *αντικαθιστώντας:* $e_{\max}=1-\frac{T}{3T}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}=0,6$ Δηλαδή 60%

Συνεπώς υπάρχει υπέρβαση του μέγιστου θεωρητικά προβλεπόμενου συντελεστή απόδοσης και ο εφευρέτης δεν γίνεται πιστευτός.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

3.6.1. Γιατί πολλοί θερμοηλεκτρικοί σταθμοί βρίσκονται κοντά σε ποτάμια;

3.6.2. Είναι δυνατόν μια θερμική μηχανή να μην δημιουργεί θερμική ρύπανση;

3.6.2. Σε μια θερμική μηχανή, ποιο από τα παρακάτω είναι αδύνατο;

Α. $Q_h>|Q_c|>W$

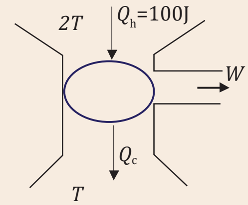
Β. $Q_h>W$

Γ. $Q_h>W>|Q_c|$

Δ. $W>Q_h$

Ε. $W>|Q_c|$

3.6.3. Στη διπλανή εικόνα φαίνεται το διάγραμμα μεταφοράς ενέργειας στην περίπτωση μιας θερμικής μηχανής, η οποία λειτουργεί με τον μέγιστο θεωρητικά προβλεπόμενο συντελεστή απόδοσης. Να βρεθεί το έργο W και η μη μετατρέψιμη θερμότητα που αποβάλλεται στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας σε κάθε κύκλο.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3.6.1. Στο εργαζόμενο μέσο μιας θερμικής μηχανής χορηγείται θερμότητα $1{,}98\ 10^5$ J σε κάθε κύκλο και αποβάλλεται θερμότητα $1{,}49\ 10^5$ J. Να βρεθεί:

Α. Η απόδοση της μηχανής.

Β. Το παραγόμενο έργο σε κάθε κύκλο.

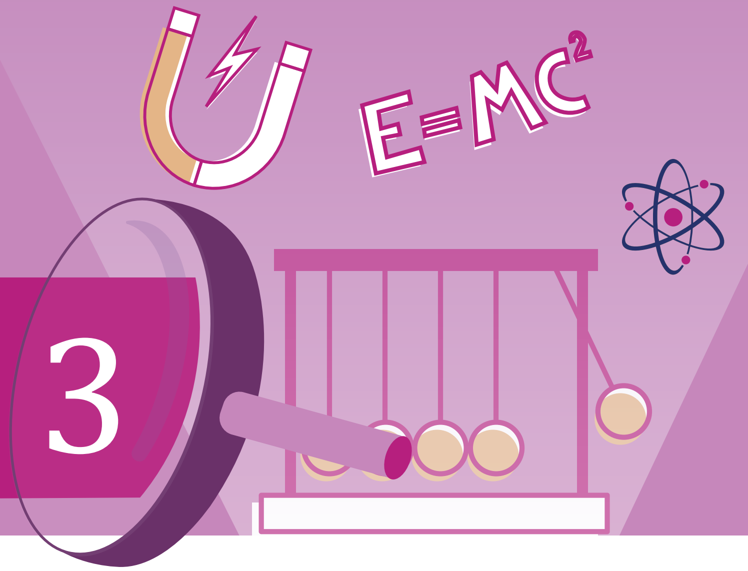
3.6.2. Αν η ενέργεια που αποβάλλεται μέσω θερμότητας στην ψυχρή δεξαμενή μιας θερμικής μηχανής κατά τη διάρκεια ενός κύκλου είναι $6\ 10^2$ J, πόση ενέργεια πρέπει να χορηγείται μέσω θερμότητας σε κάθε κύκλο, ώστε ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής να είναι 30%;

ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΣΥΖΗΤΗΣΗ

- Ποιες είναι οι κοινωνικές επιπτώσεις της χρήσης ορυκτών καυσίμων;
- Ποιες είναι οι δυνατότητες και οι προκλήσεις που φέρνει η στροφή προς ανανεώσιμες πηγές ενέργειας;
- Πώς μπορούμε, ως άτομα και ως κοινωνία, να συμβάλλουμε στην εξοικονόμηση ενέργειας και στην αντιμετώπιση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων;

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο:
Υποβάθμιση της ενέργειας. Θερμικές μηχανές

Διερεύνηση Κεφαλαίου 3



Θεματικό πεδίο	ΔΥΝΑΜΕΙΣ-ΚΙΝΗΣΕΙΣ
Κεφάλαιο	3. Από τη δύναμη στην ενέργεια
Ενότητα	3.5. Διατήρηση και υποβάθμιση της ενέργειας
Προτεινόμενες ώρες διδασκαλίας	1

ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΠΣ

- Να αντιλαμβάνονται το εύρος, να αξιοποιούν και να ερμηνεύουν τις διασυνδέσεις και τις αναπαραστάσεις μεταξύ των πεδίων της **προσέγγισης ΦΥ.Τ.ΕΜ.ΜΑ.Γ.** Αναδεικνύονται οι παρακάτω συσχετίσεις:

  [ΦΥ-Τ]: Στην ενότητα «Το φυσικό μέγεθος ενέργεια συστήματος» στην ενότητα «Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (Η μηχανική ενέργεια διατηρείται)».

  [ΦΥ-ΕΜ]: Μετατροπές ενέργειας στον σύγχρονο πολιτισμό, στην ενότητα «Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (Η μηχανική ενέργεια διατηρείται)».

  [ΦΥ-ΜΑ]: Στις μαθηματικές σχέσεις που εκφράζουν τις μορφές της ενέργειας, στην ενότητα «Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (Η μηχανική ενέργεια διατηρείται)» και στην ενότητα «Αρχή διατήρησης της ενέργειας».

  [ΦΥ-Γ]: Στη διάκριση ομόρριζων λέξεων της καθημερινής ζωής (κίνηση – κινητική ενέργεια, δύναμη – δυναμική ενέργεια).
- Να αναγνωρίσουν τον ουσιαστικό ρόλο που παίζει η έννοια της ενέργειας, σε όλο το φάσμα της εμπειρίας τους (δεξιότητες και στάσεις) και των γνώσεών τους από την καθημερινή ζωή ως τις βασικές λειτουργίες του σύμπαντος.
- Να εμπλακούν στον καταμερισμό του έργου κατά την ομαδική εργασία και να αναπτύξουν πνεύμα συνεργασίας και αμοιβαίου σεβασμού (στάσεις και αξίες).

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

Διερεύνηση για τη διατήρηση ή όχι της μηχανικής ενέργειας σε κλειστό μηχανικό σύστημα.

ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΘΕΜΑΤΙΚΗΣ

- Να διακρίνουν τους περιορισμούς εφαρμογής της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, καθώς και την ανάγκη γενίκευσής της.
- Να καθορίζουν το κλειστό σύστημα και να διατυπώνουν τις υποθέσεις τους γι’ αυτό.
- Να σχεδιάζουν ένα πείραμα στο οποίο να συμβαίνει μετατροπή αρχικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας σε κινητική ενέργεια.
- Να αναλύουν και να ερμηνεύουν τα πειραματικά δεδομένα.

Η ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ – ΤΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ

1. Στρατηγική προετοιμασίας

Επιστημονικές πρακτικές

1.1 Διατύπωση επιστημονικών ερωτημάτων

1.2 Σχεδιασμός της πειραματικής διαδικασίας ή της έρευνας

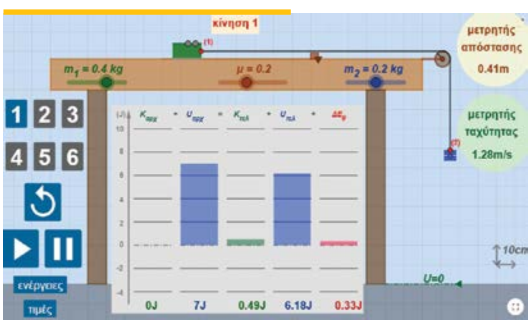
1.3 Δημιουργία προτύπων / μοντέλων

Συναφείς δεξιότητες

- Αναγνώριση και αξιολόγηση της προϋπάρχουσας γνώσης σε σχέση με τον μαθησιακό κύκλο, τα ερωτήματα ή τα προβλήματα.
- Αναζήτηση, αξιολόγηση διαφόρων πηγών πληροφόρησης και οργάνωση της πληροφορίας με κριτήρια όπως η συνάφεια, η αξιοπιστία και το περιεχόμενο.
- Επιλογή και δικαιολόγηση του είδους των δεδομένων που χρειάζονται για να απαντηθεί το επιστημονικό ερώτημα ή να επιλυθεί το πρόβλημα.

Βήμα 1ο

Ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε. ή η Α.Δ.Ε σε αυτό το κλειστό σύστημα;



Έναυσμα ενδιαφέροντος

Ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε. ή η Α.Δ.Ε σε αυτό το κλειστό σύστημα;

Η προσομοίωση δείχνει ένα σώμα (τουβλάκι) που βρίσκεται σε έναν πάγκο και έχει τη δυνατότητα να παίρνει πάνω του τρία βαρίδια 100g (συνολική μάζα m_1), ενώ μπορεί να έχει συντελεστή τριβής με τον πάγκο, από μηδέν έως 0,5. Το τουβλάκι είναι δεμένο με νήμα που περνάει μέσα από μία τροχαλία και στο άλλο άκρο του συνδέονται βαρίδια μάζας m_2.

Το σύστημα μπορεί να αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί με τα πλήκτρα "1", "2", "3", "4", "5" και "6" που κάθε νούμερο αναφέρεται σε διαφορετικές τιμές των μεγεθών m1, m_2 και μ.

Ζητείται να ελέγξετε σε ποιες από τις παραπάνω περιπτώσεις διατηρείται η μηχανική ενέργεια (δηλαδή ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε.) και σε ποιες διατηρείται ενέργεια (δηλαδή ισχύει η Α.Δ.Ε.).

Οι ενεργειακές μεταβολές του συστήματος αποτυπώνονται σε ένα ενεργειακό ραβδόγραμμα.

Με την προσομοίωση μπορείς:

-να αφήσεις το τουβλάκι ελεύθερο να κινηθεί στις συνθήκες που υποδηλώνουν τα πλήκτρα "1", "2", "3", "4", "5" και "6".

-να παρατηρήσεις στο ενεργειακό ραβδόγραμμα τις ενεργειακές μεταβολές του συστήματος καθώς συμβαίνει η κίνηση.

Βήμα 2ο

Προϋπάρχουσες γνώσεις - Προβληματισμός – Διατύπωση υποθέσεων

Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας ενός συστήματος, όπως είδαμε, ισχύει σε κλειστά μηχανικά συστήματα στα οποία οι εσωτερικές δυνάμεις είναι συντηρητικές.

Η μέση ταχύτητα στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι ο μέσος όρος της αρχικής και τελικής ταχύτητας.

$$\upsilon_\mu = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}$$

Καθορίστε το κλειστό σύστημα και διατυπώστε τις υποθέσεις σας γι’ αυτό.

Επιλέξτε ποια από τα υλικά και τις συσκευές που έχετε θα χρησιμοποιήσετε στον πειραματισμό σας.

Στο Εργαστήριο Φυσικής σας δίνονται τα παρακάτω υλικά:

1. Εργαστηριακό αμαξίδιο
2. Σχοινί
3. Ξύλινο τουβλάκι
3. Κεκλιμένο επίπεδο
4. Βαρίδια με διάφορες μάζες
5. Ελαφριά τροχαλία
6. Μετροταινία
7. Χρονόμετρο
8. Ηλεκτρονική ζυγαριά
9. Ηλεκτρονικός υπολογιστής με λογισμικό βιντεοανάλυσης της κίνησης.
10. Κάμερα ή smartphone.

2. Ερευνητικό στάδιο

Επιστημονικές πρακτικές

2.1 Συλλογή, ανάλυση και ερμηνεία δεδομένων

2.2 Χρήση μαθηματικών για την επίλυση προβλημάτων

Συναφείς δεξιότητες

- Καταγραφή παρατηρήσεων
- Αναγνώριση των κανόνων ασφάλειας, συνεργασίας και ηθικής
- Χρήση αναλογικών ή/και ψηφιακών εργαλείων συλλογής δεδομένων

Βήμα 3ο

Δραστηριότητες – Πειραματισμός

Περιγράψτε αναλυτικά την πειραματική διαδικασία που θα ακολουθήσετε, κάνοντας και ένα σχήμα στο οποίο να εικονίζεται η πειραματική διάταξή σας. Επίσης, αναφέρετε τα μεγέθη τα οποία θα μετρήσετε και δώστε τους ένα σύμβολο.

Περιγράψτε μια μέθοδο για τον υπολογισμό της αρχικής και της τελικής τιμής της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας καθώς και της τελικής τιμής της κινητικής ενέργειας, συναρτήσει των μεγεθών τα οποία μετρήσατε γράφοντας τους κατάλληλους τύπους.

3. Παρουσίαση των αποδεικτικών στοιχείων

Επιστημονικές πρακτικές

3.1 Κριτική αξιολόγηση της πληροφορίας και οργάνωσή της σύμφωνα με κριτήρια όπως η συνάφεια, η αξιοπιστία και το περιεχόμενο

3.2 Εξηγήσεις και συμπεράσματα βασισμένα στα αποδεικτικά στοιχεία, την ορθή χρήση των μαθηματικών και των νόμων της φυσικής

3.3 Δημιουργία προτύπων / μοντέλων

Συναφείς δεξιότητες

- Αναγνώριση μοτίβων
- Εξαγωγή και παρουσίαση πληροφορίας μέσω διαφόρων αναπαραστάσεων.

Βήμα 4ο

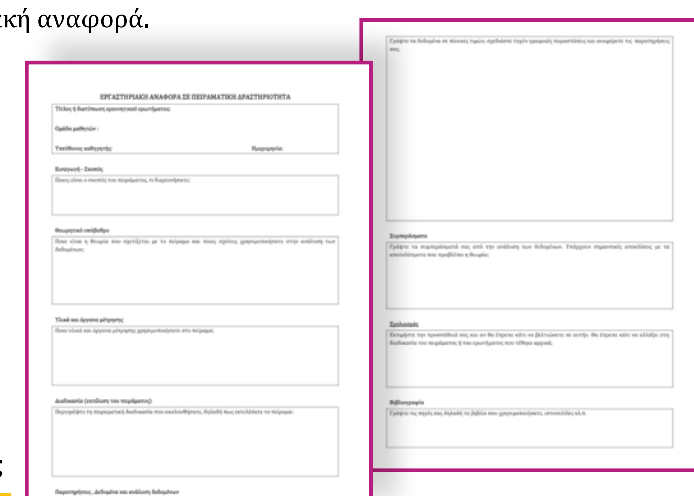
Συμπεράσματα - Νέες γνώσεις - Εφαρμογές

Δώστε μια λογική εξήγηση με βάση τα πειραματικά δεδομένα που συλλέξατε.

Βήμα 5ο

Γενικεύσεις - Ερμηνείες – Διαθεματικότητα

Γράψτε μια εργαστηριακή αναφορά.



Επεξεργάσιμο αρχείο εργαστηριακής αναφοράς

Πεδία και Κύματα

Η ηχορρύπανση είναι επικίνδυνη περιβαλλοντική ρύπανση ή μήπως όχι;

04.

Ήχος

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ

04

4.1 Μηχανικά – Ηχητικά κύματα και τα χαρακτηριστικά τους - Εφαρμογές

Περιεχόμενα

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Ταλάντωση
- Ελαστικό μέσο
- Μέτωπο κύματος
- Εγκάρσια και διαμήκη κύματα
- Ακουστότητα

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. ανακαλείτε τα χαρακτηριστικά των μηχανικών κυμάτων και να τα εφαρμόζετε στα ηχητικά κύματα.
2. ερμηνεύετε και να αξιοποιείτε τον ορισμό της έντασης του ήχου ως ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας και να διακρίνετε τις μονάδες μέτρησής της στο (SI) και στην κλίμακα Decibel (dB).
3. διακρίνετε την ένταση από τη συχνότητα του ήχου.
4. δικαιολογείτε ότι η ένταση του ήχου είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους ταλάντωσης των σωματιδίων του μέσου διάδοσης.
5. περιγράφετε πώς οι υπέρηχοι χρησιμοποιούνται στην ιατρική και τη βιομηχανία.
6. αναγνωρίζετε ότι μερικοί ήχοι είναι επιβλαβείς και ότι η ηχορρύπανση αποτελεί μεγάλο πρόβλημα.

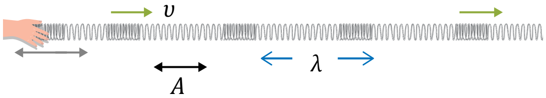
Εισαγωγή στα μηχανικά και ηχητικά κύματα

Αν ρίξουμε ένα βότσαλο σε μια λιμνούλα, θα δούμε να απλώνονται στην επιφάνεια του νερού κύματα. Τα κύματα μεταφέρουν ενέργεια αλλά όχι ύλη, αφού η διάδοση του κύματος αναγκάζει τα σημεία του νερού να ταλαντώνονται πάνω κάτω. Κύματα δεν συναντάμε μόνο στο νερό. Ο ήχος επίσης ταξιδεύει ως κύμα στον αέρα αλλά και σε στερεά και υγρά. Κύματα διαδίδονται κατά μήκος ελατηρίων, όπως τα ελατήρια κυματισμών του σχολικού εργαστηρίου (εικόνα 4.1.2). Όταν κουνάμε το χέρι μας μπρος πίσω, η ταλάντωση των σπειρών είναι στην ίδια διεύθυνση με αυτή της διάδοσης του κύματος και το κύμα καλείται διαμήκες.

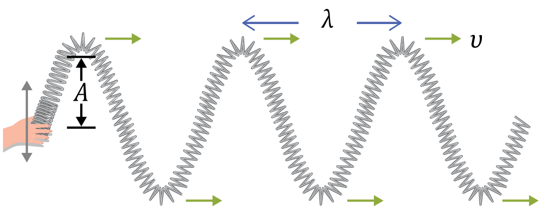
Εικόνα 4.1.1. Κύματα στην επιφάνεια λίμνης.

Όταν κουνάμε το χέρι μας πάνω κάτω, η ταλάντωση των σπειρών γίνεται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος και το κύμα καλείται εγκάρσιο.

Ένα ελαστικό μέσο είναι μια σειρά από διασυνδεδεμένα και αλληλοεπιδρώντα με ελαστικές δυνάμεις σωματίδια. Το ελαστικό μέσο μπορεί να είναι μονοδιάστατο, όπως μια χορδή,



Εικόνα 4.1.2α. Διαμήκες μηχανικό κύμα σε ελατήριο κυματισμών.



Εικόνα 4.1.2β. Εγκάρσιο μηχανικό κύμα σε ελατήριο κυματισμών

Σημείωση: Στην ενότητα 2.5 αναφέραμε ως παράδειγμα περιοδικής κίνησης την ευθύγραμμη ταλάντωση ενός υλικού σημείου. Η κίνηση αυτή είναι μια παλινδρομική κίνηση που γίνεται από τη μια και από την άλλη πλευρά της θέσης ισορροπίας του σωματιδίου. Η μέγιστη απομάκρυνση του σωματιδίου από τη θέση ισορροπίας του καλείται πλάτος A της ταλάντωσης. Σε αντιστοιχία με την ομαλή κυκλική κίνηση ο χρόνος που χρειάζεται για να ολοκληρωθεί μια ταλάντωση είναι πάντα ο ίδιος και καλείται περίοδος T της ταλάντωσης. Ο αριθμός των ταλαντώσεων σε κάθε μονάδα χρόνου καλείται συχνότητα f της ταλάντωσης.

δισδιάστατο, όπως η επιφάνεια μιας ποσότητας νερού ή τρισδιάστατο, όπως ο αέρας μέσα σε μια αίθουσα. Όταν ένα σωματίδιο του μέσου τεθεί σε ταλάντωση με περίοδο T και συχνότητα f, τότε, λόγω της αλληλεπίδρασής του με τα γειτονικά σωματίδια του μέσου, αναγκάζονται και αυτά να εκτελούν ταλαντώσεις με την ίδια περίοδο και συχνότητα. Η διάδοση αυτής της ταλάντωσης μέσα σε ένα ελαστικό μέσο με ορισμένη ταχύτητα ονομάζεται μηχανικό κύμα. Η ταχύτητα υ με την οποία διαδίδεται το κύμα εξαρτάται από το μέσο. Μήκος κύματος λ καλείται η απόσταση στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος θα είναι: $\upsilon=\frac{\lambda}{T}$ και επειδή $T=\frac{1}{f}$ προκύπτει η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής:

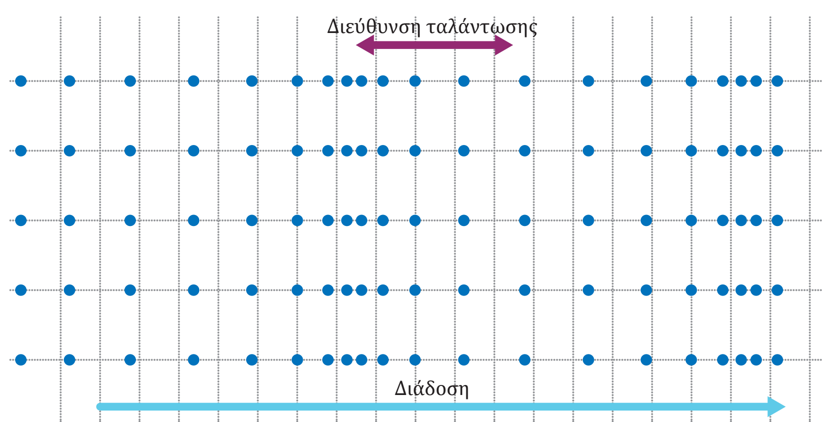
$$\boxed{\upsilon=\lambda f} \qquad (4.1.1)$$

Η μέγιστη απομάκρυνση ενός σωματιδίου του μέσου από τη θέση ισορροπίας του, όταν ένα κύμα διαδίδεται στο μέσο, ονομάζεται πλάτος A του κύματος στη θέση αυτή.

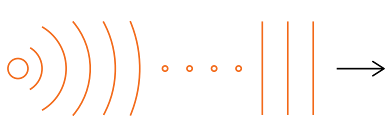
Εγκάρσια μηχανικά κύματα διαδίδονται σε στερεά και σε επιφάνειες υγρών, ενώ διαμήκη μηχανικά κύματα διαδίδονται σε στερεά, υγρά και αέρια.

Τα ηχητικά κύματα είναι διαμήκη μηχανικά κύματα με συχνότητες από 20 Hz έως 20.000 Hz περίπου, τα οποία διεγείρουν το όργανο της ακοής. Για παράδειγμα, όταν ταλαντώνεται το τύμπανο ενός μεγάφωνου παράγονται ηχητικά κύματα και τα σωματίδια του αέρα κινούνται παράλληλα στη διάδοση του ήχου, δημιουργώντας περιοχές υψηλής και χαμηλής πυκνότητας (ή υψηλής και χαμηλής πίεσης), οι οποίες ονομάζονται πυκνώματα και αραιώματα, όπως φαίνεται και στην εικόνα 4.1.3. Σε κάθε σημείο του αέρα στον οποίο διαδίδεται ένα ηχητικό κύμα, η πυκνότητα μεταβάλλεται -ταλαντώνεται- με την ίδια περίοδο με την οποία ταλαντώνεται η πηγή του ηχητικού κύματος. Τα ηχητικά κύματα δεν διαδίδονται στο κενό. Η ταχύτητα διάδοσης των ηχητικών κυμάτων στον αέρα εξαρτάται από τη θερμοκρασία και την ατμοσφαιρική πίεση. Ηχητικά κύματα με συχνότητες μεγαλύτερες από 20.000 Hz δεν γίνονται αντιληπτά από το ανθρώπινο αυτί και καλούνται υπέρηχοι.

Διαμήκες - Μικρόκοσμος



Εικόνα 4.1.3. Τα σωματίδια του μέσου κατά τη διάδοση ηχητικού κύματος. Εμφανίζεται και η διεύθυνση ταλάντωσης των σωματιδίων.



Εικόνα 4.1.4. Μέτωπα κύματος από σημειακή πηγή.

Μπορούμε να σχεδιάζουμε τα κύματα χρησιμοποιώντας γραμμές οι οποίες καλούνται μέτωπα του κύματος. Ένα μέτωπο κύματος είναι ένα σύνολο σημείων στον χώρο, στα οποία έχει φτάσει ένα κύμα σε μια δεδομένη στιγμή και έχει ίδιο πλάτος ή πυκνότητα. Τα μέτωπα κύματος μπορεί να είναι κυκλικά σε 2 διαστάσεις (επιφάνεια νερού) ή σφαιρικά σε 3 διαστάσεις, σε μικρές σχετικά αποστάσεις από σημειακές πηγές και επίπεδα σε 3 διαστάσεις όταν η απόσταση από την πηγή είναι πολύ μεγάλη. Τα κύματα ονομάζονται αντίστοιχα κυκλικά, σφαιρικά ή επίπεδα. Στην εικόνα 4.1.4 εμφανίζονται κυκλικά ή σφαιρικά μέτωπα κύματος από σημειακή πηγή τα οποία απομακρύνονται από αυτήν και σε μεγάλη απόσταση μπορούμε να τα θεωρούμε επίπεδα.

Η ένταση του ήχου και η κλίμακα Decibel

Αν χτυπήσουμε απαλά ένα διαπασών ή μια χορδή κιθάρας και στη συνέχεια επαναλάβουμε χτυπώντας το δυνατά, θα παρατηρήσουμε ότι στη δεύτερη περίπτωση ο παραγόμενος ήχος είναι ισχυρότερος. Η ένταση του ήχου και το αίσθημα που μας δημιουργεί (ακουστότητα) αυξάνει όταν αυξάνει το πλάτος της ταλάντωσης της πηγής του.

Σημείωση: Τα μηχανικά κύματα (ήχος, σεισμικά και ωκεάνια κύματα) αποτελούν έναν μηχανισμό μεταφοράς ενέργειας σε ένα σύστημα.

Όταν σε ένα ηχείο παρέχεται ηλεκτρική ισχύς P=3W, κατά προσέγγιση αυτή θα είναι και η ισχύς του παραγόμενου ήχου. Αυτό σημαίνει ότι ενέργεια με τη μορφή των ηχητικών κυμάτων διαδίδεται με ρυθμό 3 J σε κάθε δευτερόλεπτο σε όλο τον χώρο. Η ακουστότητα του ήχου δεν εξαρτάται μόνο από τον ρυθμό της μεταφερόμενης ενέργειας, δηλαδή την ισχύ των ηχητικών κυμάτων, αλλά και από το εμβαδόν της επιφάνειας η οποία λαμβάνει την ισχύ αυτή, π.χ. το ακουστικό τύμπανο.

Η **ένταση *I* ενός κύματος, και συνεπώς και ενός ηχητικού κύματος, είναι η ενέργεια Δ*E* που μεταφέρεται σε χρόνο Δ*t* πάνω σε επιφάνεια εμβαδού Δ*S* κάθετα τοποθετημένη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος προς το γινόμενο του χρόνου Δ*t* επί το εμβαδόν της επιφάνειας ΔS**, δηλαδή:

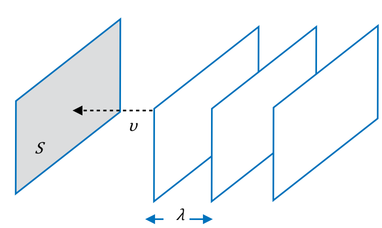
$$\boxed{I=\frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t}} \qquad (4.1.2)$$

Η ένταση του κύματος έχει μονάδα στο S.I. το 1W/m^2 και εκφράζει την ισχύ σε κάθε μονάδα επιφάνειας η οποία είναι κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Δηλαδή:

$$\boxed{I=\frac{P}{S}} \qquad (4.1.3)$$

Η μέγιστη ταχύτητα την οποία αποκτά κάθε σωματίδιο του ελαστικού μέσου, καθώς ταλαντώνεται όταν στο μέσο διαδίδεται ένα ηχητικό κύμα, είναι ανάλογη του πλάτους της ταλάντωσής του. Επειδή η κινητική ενέργεια του σωματιδίου είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, θα είναι ανάλογη και του τετραγώνου του πλάτους της ταλάντωσής του. Συνεπώς η ένταση του κύματος η οποία είναι ανάλογη του ρυθμού με τον οποίο μεταφέρεται η ενέργεια μέσα στο ελαστικό μέσο θα είναι και ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους του κύματος δηλαδή: $I \propto A^2$

ή $$\boxed{I=\sigma\tau\alpha\theta \cdot A^2} \qquad (4.1.4)$$



Εικόνα 4.1.5. Αναπαράσταση επίπεδων κυμάτων τα οποία προσπίπτουν σε επίπεδη επιφάνεια με εμβαδόν *S*. Τα μέτωπά τους είναι επίπεδα και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης.

Η σταθερά αναλογίας εξαρτάται από το είδος του κύματος.

Η ανθρώπινη ακοή εκτείνεται σε ένα τεράστιο εύρος εντάσεων, από το κατώφλι της ακοής περίπου 10^{-12} W/m^2 για ενδιάμεσες συχνότητες της τάξης των 1000Hz, μέχρι το κατώφλι του πόνου περίπου 10 W/m^2.

Αν και η ακουστότητα καθορίζεται κυρίως από το πλάτος του ηχητικού κύματος, αυτή μετριέται σε ντεσιμπέλ, decibels (dB). Οι περισσότεροι ήχοι είναι μεταξύ του 0 και του 100 της κλίμακας dB, καθιστώντας την πιο κατανοητή και πρακτική για την περιγραφή των ήχων.

Αν η ένταση του ήχου δεκαπλασιαστεί, η ακουστότητά του αυξάνεται κατά 1 Bel (B) ή 10 decibels (dB).

Πίνακας 4.2. Ακουστότητα συνηθισμένων ήχων σε decibels

0 dB	Κατώφλι ανθρώπινης ακοής
10-15 dB	Ψίθυρος σε απόσταση 1m
30-40 dB	Υπόβαθρο ήχου σε σπίτι
45-55 dB	Συνηθισμένο εστιατόριο
65 dB	Συνηθισμένη συζήτηση
70 dB	Κυκλοφορία πόλης
90 dB	Κομπρεσέρ σε απόσταση 3m
100 dB	MP3 στο μέγιστο
110 dB	Rock συναυλία, πρώτη σειρά
120 dB	Κατώφλι πόνου

Το ανθρώπινο αυτί είναι πιο ευαίσθητο σε συχνότητες μετα-

Εικόνα 4.1.5. Νυχτερίδα.

Εικόνα 4.1.6. Μηχάνημα λιθοτριψίας.

ξύ 500 και 5000Hz. Δεν είναι τυχαίο ότι οι συχνότητες αυτές υπάρχουν στην ανθρώπινη φωνή. Ήχος με συχνότητα 2000Hz ακούγεται καλύτερα από ήχο με πολύ διαφορετική συχνότητα αλλά με το ίδιο επίπεδο decibel, γιατί το αυτί μας δεν είναι το ίδιο ευαίσθητο στις διάφορες συχνότητες. Ο τόνος ενός ήχου εκφράζει το πώς ακούμε και ερμηνεύουμε τη συχνότητα ενός ήχου. Ένας ήχος χαμηλής συχνότητας λέμε ότι έχει χαμηλό τόνο και ένας ήχος υψηλής συχνότητας λέμε ότι έχει υψηλό τόνο.

Οι υπέρηχοι είναι ηχητικά κύματα με συχνότητες υψηλότερες από 20000Hz, τα οποία οι άνθρωποι δεν μπορούν να ακούσουν. Τα σκυλιά μπορούν να ακούσουν υπέρηχους έως 50000Hz και οι νυχτερίδες έως 120000 Hz. Οι νυχτερίδες χρησιμοποιούν υπερήχους για τον εντοπισμό θηραμάτων και εμποδίων μέσω ηχοεντοπισμού. Οι υπέρηχοι χρησιμοποιούνται σε πολλούς διαφορετικούς τομείς. Οι συσκευές υπερήχων χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση αντικειμένων και τη μέτρηση αποστάσεων. Η υπερηχογραφική απεικόνιση ή υπερηχογραφία χρησιμοποιείται συχνά στην ιατρική. Στη μη καταστροφική δοκιμή προϊόντων και δομών, οι υπέρηχοι χρησιμοποιούνται για τον εντοπισμό αόρατων ελαττωμάτων. Βιομηχανικά, οι υπέρηχοι χρησιμοποιούνται για τον καθαρισμό, την ανάμειξη και την επιτάχυνση χημικών διεργασιών.

Οι υπέρηχοι δεν κάμπτονται στις άκρες των εμποδίων, πράγμα που συμβαίνει με τους ήχους χαμηλών συχνοτήτων. Επίσης, επειδή είναι μηχανικά κύματα, η διάδοσή τους εξαρτάται από τις μηχανικές ιδιότητες πυκνότητα και ελαστικότητα του κάθε υλικού.

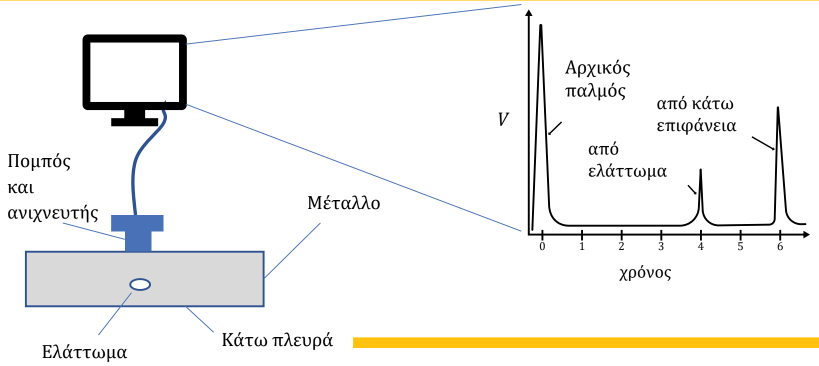
Εικόνα 4.1.7. Καθαριστής υπερήχων.

Οι υπέρηχοι βρίσκουν πολλές εφαρμογές στη βιομηχανία και στην ιατρική. Οι κύριες χρήσεις τους είναι:

Α. Θραύσεις λίθων στα νεφρά και στη χολή ασθενών χωρίς χειρουργείο (λιθοτριψία).

Β. Καθαρισμοί μηχανημάτων και εξαρτημάτων από τη βρομιά και το λίπος, χωρίς αποσυναρμολόγησή τους.

Γ. Ανιχνεύσεις ελαττωμάτων σε μέταλλα.



Εικόνα 4.1.8. Αν υπάρχει ελάττωμα, δύο ανακλώμενοι παλμοί φτάνουν στον ανιχνευτή. Ο παλμός από το ελάττωμα φτάνει πρώτος και ακολουθεί ο παλμός από την κάτω πλευρά του μετάλλου. Οι παλμοί απεικονίζονται μέσω παλμογράφου.

Δ. Ιατρικές απεικονίσεις (υπερηχογραφήματα).

Ε. Ανιχνεύσεις βυθού.

Υπέρηχοι εκπέμπονται από πλοίο, ανακλώνται στον πυθμένα και επιστρέφουν. Όσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος για την επιστροφή των υπερήχων τόσο σε μεγαλύτερο βάθος βρίσκεται ο πυθμένας.

Η ηχοπλοήγηση SO.N.A.R. (Sound Navigation And Ranging) εκμεταλλεύεται τη διάδοση πολύ ισχυρών ήχων οι οποίοι ταξιδεύουν εκατοντάδες χιλιόμετρα με σκοπό την ανίχνευση του βυθού και την παρακολούθηση υποβρυχίων.

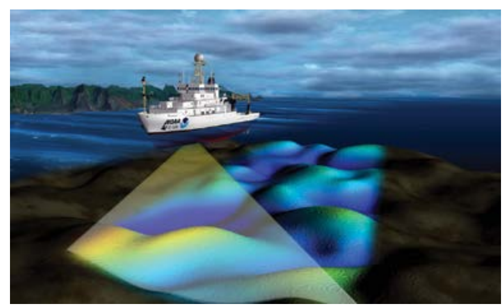
Έρευνες έχουν δείξει ότι το σόναρ μπορεί να προκαλέσει μαζικές προσαράξεις φαλαινών στις παραλίες και να αλλάξει τη συμπεριφορά διατροφής των απειλούμενων με εξαφάνιση μπλε φαλαινών (Balaenoptera musculus). Οι φάλαινες και τα δελφίνια επηρεάζονται ιδιαίτερα από την ηχορρύπανση. Αυτά τα θαλάσσια θηλαστικά βασίζονται στον ηχοεντοπισμό για να επικοινωνούν, να πλοηγούνται, να τρέφονται και να βρίσκουν συντρόφους και ο υπερβολικός θόρυβος παρεμποδίζει την ικανότητά τους να επικοινωνούν αποτελεσματικά.

ΣΤ. Ηχορρύπανση

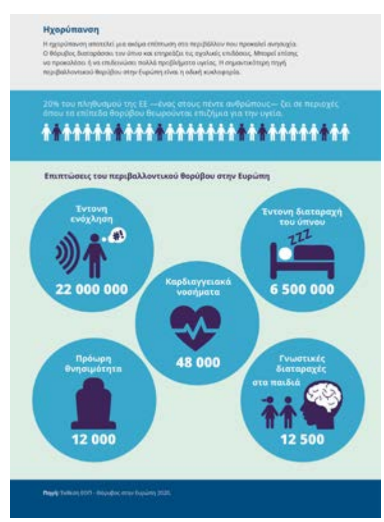
Η ηχορρύπανση μπορεί να προκαλέσει προβλήματα υγείας στους ανθρώπους και την άγρια ζωή, τόσο στη στεριά όσο και στη θάλασσα. Οι δυνατοί ήχοι μπορούν να προκαλέσουν απώλεια ακοής, άγχος και υψηλή αρτηριακή πίεση.

Η ηχορρύπανση αποτελεί ολοένα μεγαλύτερο περιβαλλοντικό πρόβλημα, το οποίο προκύπτει από διάφορες πηγές. Οι αρνητικές συνέπειες της ηχορρύπανσης εντοπίζονται στην υγεία και στην ευεξία των πληθυσμών που εκτίθενται σε αυτές, αλλά και στην υγεία και στην κατανομή των μορφών άγριας ζωής.

Εικόνα 4.1.9. Σάρωση μήτρας με υπέρηχους. Η νοσηλεύτρια μετακινεί τον πομποδέκτη υπερήχων πάνω στο σώμα της εγκύου. Οι ανακλώμενοι παλμοί χρησιμοποιούνται από υπολογιστή για την παραγωγή της εικόνας με ασφάλεια και δυνατότητα διάκρισης διαφορετικών στρωμάτων μαλακού ιστού.



Εικόνα 4.1.10. Σαρώνοντας τον βυθό με υπερήχους και με τη βοήθεια Η/Υ απεικονίζουμε τον βυθό.



Ευρωπαϊκός Οργανισμός Περιβάλλοντος

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.1.1

Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στο νερό είναι $\upsilon = 1400\,m/s$. Ο εκπεμπόμενος παλμός από ένα πλοίο ανακλάται στον βυθό και επιστρέφει στο πλοίο σε χρόνο $\Delta t = 0{,}1s$. Πόσο είναι το βάθος της θάλασσας;

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ

Η απόσταση που διένυσαν οι υπέρηχοι να μεταβούν στον βυθό και να επιστρέψουν θα είναι διπλάσια από το βάθος της θάλασσας. Η διάδοση των υπέρηχων στο νερό γίνεται με σταθερή ταχύτητα.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Ταχύτητα διάδοσης υπέρηχων στο νερό: $\upsilon = 1400m/s$ Χρονική διάρκεια μεταξύ εκπομπής και επιστροφής: $\Delta t = 0{,}1s$.	Βάθος θάλασσας: d

ΛΥΣΗ:

$2d=\upsilon\Delta t$ οπότε $d=\frac{\upsilon\Delta t}{2}$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $d=\frac{1400\frac{m}{s}\,0,1s}{2}=70m$

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.1.2

Ένας ήχος με συχνότητα 250 Hz έχει ένταση 3.0 10^{-11} W/m^2 όταν φτάνει σε ένα ακουστικό βαρηκοΐας. Το ακουστικό αυτό αυξάνει την ακουστότητα του ήχου κατά 30 dB. Αν η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα εκείνη τη στιγμή είναι 343 m/s, να βρείτε:

Α. το μήκος κύματος του ήχου

Β. την ένταση του ηχητικού κύματος που φτάνει στο τύμπανο του ακροατή.

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ:

Η θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής $\upsilon=\lambda f$ ισχύει και για τα ηχητικά κύματα.

Αν η ακουστότητα ενός ήχου αυξηθεί κατά 10 dB, η έντασή του θα έχει δεκαπλασιαστεί.

Δεδομένα	Ζητούμενα
Συχνότητα f= 250Hz Ένταση στο ακουστικό I_0= 3 10^{-11} W/m^2 Ταχύτητα διάδοσης υ = 343m/s Αύξηση ακουστότητας που προκαλεί το ακουστικό: 30dB	Μήκος κύματος λ (m) Ένταση που φτάνει στο τύμπανο του ακροατή I (W/m^2)

ΛΥΣΗ:

Α. Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής προκύπτει ότι $\lambda=\frac{\upsilon}{f}$ και με αντικατάσταση $\lambda=\frac{343\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{250\mathrm{Hz}}=1,372\mathrm{m}$.

Β. Αύξηση της ακουστότητας κατά 10dB σημαίνει ότι η ένταση γίνεται 10 φορές μεγαλύτερη. Συνεπώς αύξηση κατά 30 dB σημαίνει ότι η ένταση γίνεται 1000 φορές μεγαλύτερη. Έτσι: $I=10^3\,I_0=3\cdot10^{-8}(\mathrm{W/m^2})$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

4.1.1. Ποια κύματα ονομάζονται εγκάρσια και ποια διαμήκη; Σε ποια μέσα μπορούν να διαδοθούν τα εγκάρσια μηχανικά κύματα και σε ποια τα διαμήκη μηχανικά κύματα;

4.1.2. Τι είναι τα ηχητικά κύματα;

4.1.3. Τι είναι οι υπέρηχοι; Αναφέρετε τρεις εφαρμογές τους.

4.1.4. Τι καθορίζει την ένταση του ήχου;

4.1.5. Για τις ερωτήσεις 1-8, να επιλέξετε το γράμμα (Α-Ε) που αντιστοιχεί στη σωστή περιγραφή. Κάποιες επιλογές χρησιμοποιούνται περισσότερες από μία φορές.

Α. συχνότητα	**Β.** μήκος κύματος	**Γ.** πλάτος
Δ. περίοδος	**Ε.** ταχύτητα διάδοσης	

1. Απόσταση δύο διαδοχικών μετώπων κύματος.
Α. **Β.** **Γ.** **Δ.** **Ε.**

2. Αριθμός κυμάτων που περνά από σημείο σε κάθε δευτερόλεπτο.
Α. **Β.** **Γ.** **Δ.** **Ε.**

3. Μπορεί να εκφραστεί σε μονάδες Hz.
Α. **Β.** **Γ.** **Δ.** **Ε.**

4. Ο αντίστροφος της συχνότητας.
Α. **Β.** **Γ.** **Δ.** **Ε.**

5. Δείκτης του ποσού ενέργειας που μεταφέρεται από ένα κύμα.
Α. **Β.** **Γ.** **Δ.** **Ε.**

6. Εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του μέσου.
Α. **Β.** **Γ.** **Δ.** **Ε.**

7. Μέγιστη απομάκρυνση σωματιδίου από τη θέση ισορροπίας.
Α. **Β.** **Γ.** **Δ.** **Ε.**

8. Απόσταση δύο διαδοχικών πυκνωμάτων.
Α. **Β.** **Γ.** **Δ.** **Ε.**

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4.1.1. Η συνολική απόσταση μεταξύ 4 διαδοχικών πυκνωμάτων ενός διαμήκους κύματος είναι 6m. Ποιο είναι το μήκος κύματος του κύματος;

4.1.2. Η πυκνότητα του αέρα σε ένα σημείο «ταλαντώνεται» 600 φορές σε κάθε 30 δευτερόλεπτα. Βρείτε την περίοδο του ηχητικού κύματος που διαδίδεται στον αέρα.

4.1.3. Να βρεθεί το μήκος κύματος ενός ηχητικού κύματος του οποίου η συχνότητα είναι 300 Hz και η ταχύτητα διάδοσης 330 m/s.

4.1.4. Να βρεθεί η ένταση ενός ηχητικού κύματος το οποίο μεταφέρει ενέργεια με ρυθμό 10W σε επιφάνεια με εμβαδόν 5 m^2 κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

4.1.5. Η ένταση του ήχου μιας σειρήνας ο οποίος φτάνει στο αυτί ενός ανθρώπου είναι 100 W/m^2. Η ακουστότητα του ήχου από ένα εργαλείο είναι 10dB μεγαλύτερη από εκείνη της σειρήνας. Βρείτε την ένταση του ήχου που φτάνει στο αυτί του ανθρώπου από το εργαλείο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

4.1.1. Ένα εργαλείο γλιστρά από τα χέρια ενός οικοδόμου και εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος 80 m. Ο οικοδόμος ακούει τον ήχο από το χτύπημα του εργαλείου στο έδαφος μετά από 4,23 s από τη στιγμή που γλίστρησε το εργαλείο. Να βρεθεί η ταχύτητα του ήχου στον αέρα. Δίνεται η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας g=10 m/s^2.

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Ηχητικά κύματα

04

4.2 Αρχή της υπέρθεσης – Στάσιμο ηχητικό κύμα

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. δίνετε παραδείγματα και να διακρίνετε τη διαφορά σωματιδίων και κυμάτων ως προς την ταυτόχρονη παρουσία τους στο ίδιο σημείο του χώρου.
2. αναγνωρίζετε την αρχή της υπέρθεσης, με αξιοποίηση εικονικών αναπαραστάσεων (χωρική υπέρθεση).
3. αναγνωρίζετε το στάσιμο ηχητικό κύμα (δημιουργία δεσμών και κοιλιών) ως αποτέλεσμα της αρχής της υπέρθεσης.
4. σχεδιάζετε ένα στάσιμο κύμα και να περιγράφετε τη δημιουργία του σε χορδή.
5. σχεδιάζετε ένα στάσιμο ηχητικό κύμα και να περιγράφετε τη δημιουργία του σε ανοικτούς και κλειστούς ηχητικούς σωλήνες.
6. υπολογίζετε τη συχνότητα της 1ης αρμονικής, της 2ης κ.λπ.

Περιεχόμενα

- Χορδές
- Ανοικτοί και κλειστοί ηχητικοί σωλήνες
- Θεμελιώδης συχνότητα

Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ

- Συμβολή κυμάτων
- Στάσιμα κύματα
- Κβάντωση συχνοτήτων

Εισαγωγή

Τα κύματα είναι πολύ διαφορετικά από τα σωματίδια. Τα σωματίδια, όπως γνωρίζουμε, έχουν συγκεκριμένες διαστάσεις, ενώ τα κύματα απλώνονται στον χώρο. Το αποτέλεσμα της συνάντησης δύο ή περισσότερων κυμάτων σε ένα σημείο του μέσου καλείται συμβολή. Η ταυτόχρονη παρουσία στο ίδιο σημείο του χώρου είναι μια ιδιότητα που έχουν τα κύματα και όχι τα σωματίδια. Η συμβολή μπορεί να είναι ενισχυτική ή καταστροφική.

Για να μελετήσουμε κυματικά φαινόμενα που σχετίζονται με την ταυτόχρονη παρουσία δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στο ίδιο σημείο του χώρου είναι απαραίτητη η παρακάτω **αρχή της υπέρθεσης** (ονομάζεται και αρχή της επαλληλίας).

Αν σε κάποιο σημείο του ελαστικού μέσου φτάσουν δύο ή περισσότερα κύματα, όπως είναι και τα ηχητικά κύματα, αυτά προχωρούν χωρίς να επηρεάζει το ένα το άλλο. Τότε, η απομάκρυνση του σημείου από τη θέση ισορροπίας του είναι το άθροισμα των μετατοπίσεων που θα προκαλούσαν τα δύο κύματα του ελαστικού μέσου αν έφταναν ξεχωριστά στο σημείο αυτό.

Όταν συμβάλλουν δύο όμοια κύματα αντίθετης φοράς, δεν προκύπτει κύμα, αλλά μια ταλάντωση του μέσου όπου τα διάφορα σημεία του ταλαντώνονται με την ίδια περίοδο αλλά με διαφορετικό πλάτος. Λέμε τότε ότι έχουμε στάσιμο κύμα στο μέσο. Υπάρχουν σημεία του μέσου που παραμένουν συνεχώς ακίνητα και ονομάζονται δεσμοί. Σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος (διπλάσιο από το πλάτος των δύο κυμάτων που συνέβαλαν) ονομάζονται κοιλίες του στάσιμου κύματος.

Χορδές

Μια χορδή είναι ένα μονοδιάστατο ελαστικό μέσο με μήκος πολύ μεγαλύτερο από τη διατομή του. Στην εικόνα 4.2.1 φαίνονται οι χορδές σε ένα ούτι (παραδοσιακό όργανο).

Εικόνα 4.2.1. Χορδές σε ούτι.

Τα άκρα της χορδής είναι συνήθως στερεωμένα σε κάποιο μουσικό όργανο. Ο μουσικός αναγκάζει κάποιο σημείο της χορδής είτε με πένα είτε με δοξάρι να εκτελέσει ταλάντωση, οπότε δημιουργούνται δύο εγκάρσια κύματα που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις προς τα άκρα της χορδής. Εκεί τα κύματα ανακλώνται και επιστρέφουν με αποτέλεσμα τη δημιουργία στάσιμων κυμάτων στη χορδή. Τα εγκάρσια κύματα που δημιουργούνται στη χορδή, επειδή η χορδή είναι στερεωμένη στα δύο άκρα της, υπόκεινται σε μια οριακή συνθήκη. Αυτή η οριακή συνθήκη επιβάλλει τα άκρα της χορδής να είναι δεσμοί, δηλαδή να είναι ακίνητα.

Η μορφή του στάσιμου κύματος που θα δημιουργείται σε χορδή που έχει μήκος L είναι τέτοια ώστε το μήκος της χορδής να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους $\lambda/2$, όπου λ το μήκος κύματος του εγκάρσιου κύματος.

Δηλαδή ισχύει: $\boxed{L=n\frac{\lambda}{2}}$, όπου $n=1,2,3\ldots$ (4.2.1)

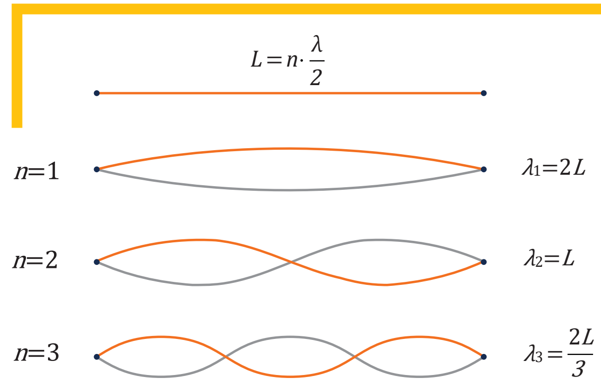
Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής $\upsilon=\lambda f$ προκύπτει:

$$f=\frac{\upsilon}{\lambda} \quad (4.2.2)$$

Συνδυάζοντας τις (4.2.1) και (4.2.2) έχουμε:

$$f_n=\frac{\upsilon}{\frac{2L}{n}}=n\cdot\frac{\upsilon}{2L} \quad \text{όπου } n=1,2,3\ldots \quad (4.2.3)$$

Η σχέση 4.2.3 μας δίνει τις συχνότητες των στάσιμων κυμάτων στη χορδή ανάλογα με τη διέγερση. Οι συχνότητες αυτές είναι και οι συχνότητες των ήχων που μπορούν να παραχθούν από τη χορδή.



Εικόνα 4.2.2. Μοτίβα στάσιμων κυμάτων σε χορδή.

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

Παρατηρούμε ότι οι συχνότητες αυτές είναι ακέραια πολλαπλάσια της συχνότητας f_1 η οποία καλείται 1η αρμονική ή θεμελιώδης $f_1=\frac{\upsilon}{2L}$ (4.2.4)

Ο ήχος που εκπέμπεται τότε από τη χορδή καλείται θεμελιώδης ήχος ή πρώτος αρμονικός και παράγεται όταν η χορδή διαταραχθεί στο μέσο της.

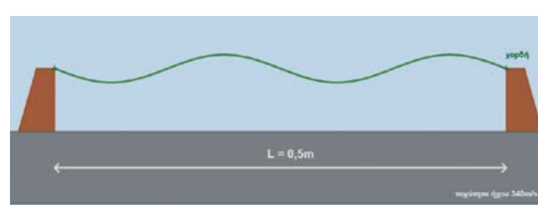
Στην εικόνα 4.2.2, εκτός από την πρώτη αρμονική, φαίνονται η 2η και η 3η αρμονική που υπολογίζονται από τη σχέση 4.2.3 αν αντικαταστήσουμε αντίστοιχα n=2 και n=3.

2η αρμονική $f_2=2\cdot\frac{\upsilon}{2L}=2\cdot f_1$

3η αρμονική $f_3=3\cdot\frac{\upsilon}{2L}=3\cdot f_1$

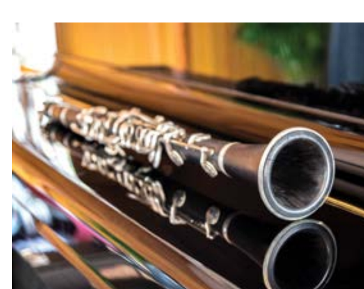
Σημείωση: Οι συχνότητες των στάσιμων κυμάτων σε μια χορδή λέμε ότι είναι κβαντωμένες. Αυτό σημαίνει ότι η χορδή μπορεί να ταλαντώνεται μόνο σε συγκεκριμένες συχνότητες, που είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους συχνότητας.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Στάσιμα κύματα σε χορδή



Ανοικτοί και κλειστοί ηχητικοί σωλήνες – Θεμελιώδης συχνότητα

Ηχητικούς σωλήνες ονομάζουμε τους κυλινδρικούς ή πολυγωνικούς σωλήνες που έχουν τη δυνατότητα να δημιουργούν ηχητικά κύματα. Οι ηχητικοί σωλήνες διαθέτουν κατάλληλη διάταξη με την οποία διεγείρεται η στήλη του αέρα στο εσωτερικό τους ενώ διακρίνονται σε ανοικτούς και κλειστούς. Στους ηχητικούς σωλήνες τα διαμήκη κύματα που διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμα κύματα.

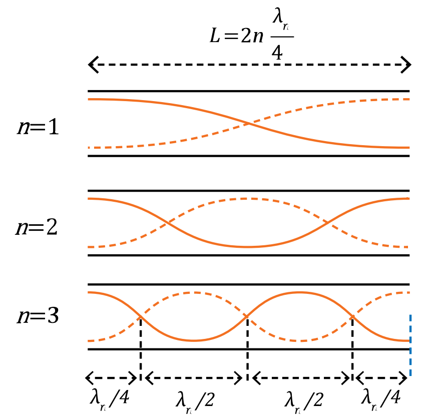


Εικόνα 4.2.3. Κλαρίνο.

Ανοικτοί ηχητικοί σωλήνες

Οι ανοικτοί ηχητικοί σωλήνες έχουν και τα δυο άκρα τους ανοικτά, με αποτέλεσμα στα άκρα τα μόρια του αέρα να είναι ελεύθερα να ταλαντώνονται.

Αυτό σημαίνει ότι όταν διεγείρεται ο σωλήνας δημιουργούνται στα άκρα του κοιλίες στάσιμων κυμάτων. Η πίεση όμως στα άκρα είναι σταθερή και ίση με την ατμοσφαιρική πίεση. Έτσι, ενώ τα άκρα είναι κοιλίες απομάκρυνσης, είναι δεσμοί ή κόμβοι πίεσης. Το κλαρίνο της εικόνας 4.2.3 είναι ένα παράδειγμα ανοικτού ηχητικού σωλήνα. Στην εικόνα 4.2.4 δείχνεται η μορφή των τριών πρώτων στάσιμων κυμάτων που δημιουργούνται σε έναν ανοικτό ηχητικό σωλήνα μήκους L. Η μορφή του στάσιμου κύματος που θα δημιουργείται σε ανοικτό ηχητικό σωλήνα που έχει μήκος L είναι τέτοια ώστε το μήκος του σωλήνα να είναι άρτιο πολλαπλάσιο του μήκους $\lambda_n/4$, όπου λ το μήκος κύματος των ηχητικών κυμάτων που μπορεί να διαδίδονται στον ηχητικό σωλήνα.



Εικόνα 4.2.4. Στάσιμα κύματα (αρμονικές) σε ανοικτό ηχητικό σωλήνα.

Δηλαδή ισχύει: $L=2n\frac{\lambda_n}{4}$, όπου $n=1,2,3\ldots$ (4.2.5)

Αλλά: $f=\frac{\upsilon}{\lambda}$. Συνεπώς: $f_n=2n\cdot\frac{\upsilon}{4L}$ όπου $n=1,2,3\ldots$ (4.2.6)

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

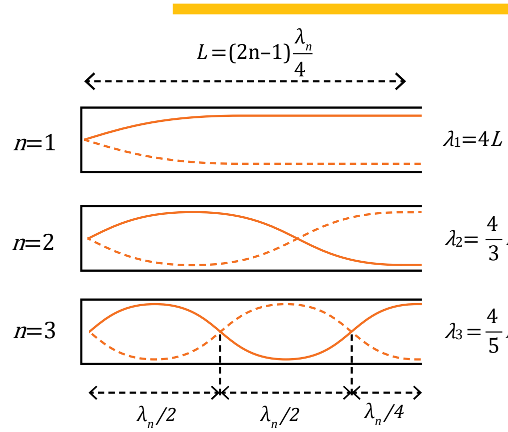
Παρατηρούμε ότι και εδώ οι συχνότητες αυτές είναι ακέραια πολλαπλάσια της συχνότητας $f_1=\frac{\upsilon}{2L}$ η οποία καλείται 1η αρμονική ή θεμελιώδης $f_1=\frac{\upsilon}{2L}$ (4.2.7).

Ο ήχος που εκπέμπεται τότε από τον σωλήνα καλείται θεμελιώδης ήχος ή πρώτος αρμονικός.

Εικόνα 4.2.5. Εκκλησιαστικό όργανο.

Κλειστοί ηχητικοί σωλήνες

Οι κλειστοί ηχητικοί σωλήνες είναι κλειστοί στο ένα άκρο τους στο οποίο δημιουργείται δεσμός απομάκρυνσης του στάσιμου κύματος. Στο ανοικτό άκρο δημιουργείται κοιλία απομάκρυνσης του στάσιμου κύματος. Στην εικόνα 4.2.6 δείχνεται η μορφή των τριών πρώτων στάσιμων κυμάτων που δημιουργούνται σε έναν κλειστό ηχητικό σωλήνα μήκους L. Η μορφή του στάσιμου κύματος που θα δημιουργείται σε ανοικτό ηχητικό σωλήνα που έχει μήκος L είναι τέτοια ώστε το μήκος του σωλήνα να είναι περιττό πολλαπλάσιο του μήκους $\lambda_n/4$, όπου λ το μήκος κύματος των ηχητικών κυμάτων που μπορεί να διαδίδονται στον ηχητικό σωλήνα.



Εικόνα 4.2.6. Στάσιμα κύματα (αρμονικές) σε κλειστό ηχητικό σωλήνα.

Δηλαδή ισχύει: $L=(2n-1)\frac{\lambda_n}{4}$, όπου $n=1,2,3\ldots$ Αλλά: $f=\frac{\upsilon}{\lambda_n}$.

Συνεπώς: $f_n=(2n-1)\cdot\frac{\upsilon}{4L}$ όπου $n=1,2,3\ldots$ (4.2.8)

ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

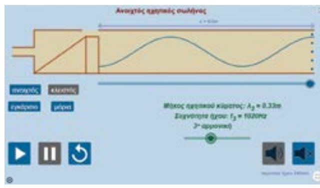
Παρατηρούμε ότι εδώ οι συχνότητες αυτές είναι περιττά πολλαπλάσια της συχνότητας $f_1=\frac{\upsilon}{4L}$, η οποία καλείται 1η αρμονική ή θεμελιώδης $f_1=\frac{\upsilon}{4L}$ (4.2.9)

Ο ήχος που εκπέμπεται τότε από τον σωλήνα καλείται θεμελιώδης ήχος ή πρώτος αρμονικός.

Στην εικόνα 4.2.5 φαίνεται ένα εκκλησιαστικό όργανο που συνοδεύει σε πολλές εκκλησίες της Δύσης τις λειτουργικές ψαλμωδίες. Έχει τις ρίζες του στο παλαιότερο αρχαιοελληνικό πνευστό όργανο, που έφερε το όνομα «ύδραυλις».

Σε αυτό φαίνονται κλειστοί ηχητικοί σωλήνες. Το εκκλησιαστικό όργανο λειτουργεί με αέρα, ο οποίος διοχετεύεται σε αυλούς από φυσητήρες που κινούνται με ηλεκτροκινητήρα. Κάθε αυλός παράγει μια νότα ενός συγκεκριμένου ηχοχρώματος.

Ψηφιακή δραστηριότητα: Στάσιμα κύματα σε ηχητικούς σωλήνες

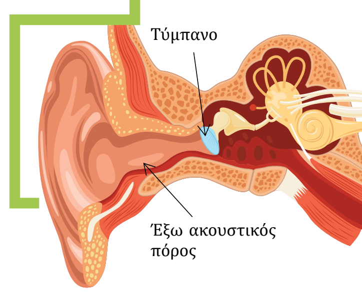


Πειραματική δραστηριότητα: Μέτρηση της ταχύτητας του ήχου στον αέρα με τη βοήθεια των στάσιμων ηχητικών κυμάτων

ΛΥΜΕΝΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.2.1

Ο έξω ακουστικός πόρος του ανθρώπινου αυτιού λειτουργεί ως ένας κλειστός ηχητικός σωλήνας με μήκος περίπου 2,5 cm. Δημιουργούνται στάσιμα κύματα μέσα στον ακουστικό πόρο όταν ο ήχος ανακλάται στο τύμπανο. Επηρεάζεται έτσι η ακουστική απόκριση του αυτιού. Κάποιες συχνότητες ενισχύονται περισσότερο από άλλες. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 343 m/s, να βρείτε τις τρεις χαμηλότερες συχνότητες των στάσιμων κυμάτων τα οποία είναι δυνατόν να δημιουργούνται στον ακουστικό πόρο.

Εικόνα 4.2.7.
Ανατομία του αυτιού.



ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ:

Για να βρούμε τις τρεις μικρότερες συχνότητες στάσιμων κυμάτων που δημιουργούνται στον ακουστικό πόρο, τον θεωρούμε ως έναν ηχητικό σωλήνα κλειστό στο ένα άκρο (στο τύμπανο) και ανοιχτό στο άλλο (στο εξωτερικό αυτί). Στη συνέχεια θέτουμε n=1, n=2 και n=3 στην 4.2.8 και βρίσκουμε τις τρεις πρώτες αρμονικές, οι οποίες είναι και οι μικρότερες συχνότητες των στάσιμων κυμάτων οι οποίες ζητούνται.

Δεδομένα:	**Ζητούμενα:**
Ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα: υ= 343 m/s Μήκος έξω ακουστικού πόρου: L=2,5cm=0,025 m	Πρώτη αρμονική ή θεμελιώδης f_1 Δεύτερη αρμονική f_2 Τρίτη αρμονική f_3

ΛΥΣΗ:

Η 4.2.8 για n=1 μας δίνει την πρώτη αρμονική ή θεμελιώδη συχνότητα: $f_1=\frac{\upsilon}{4L}$

Αντικαθιστούμε και έχουμε $f_1=\frac{343\,\frac{m}{s}}{4\cdot 0,025m}=\frac{343\,\frac{m}{s}}{0,1m}=3430Hz$

Για n=2 μας δίνει τη δεύτερη αρμονική $f_2=3\,\frac{\upsilon}{4L}$

Αντικαθιστούμε και έχουμε: $f_2=3f_1$=10290Hz

Για n=3 μας δίνει την τρίτη αρμονική $f_3=5\,\frac{\upsilon}{4L}$

Αντικαθιστούμε και έχουμε: $f_3=5f_1$=17150Hz

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

4.2.1. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές.

Α. Σε ένα στάσιμο κύμα, όλα τα σημεία του μέσου ταλαντώνονται με το ίδιο πλάτος.

Β. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας, η συνεισφορά κάθε κύματος στην απομάκρυνση κάποιου σημείου του μέσου εξαρτάται από την ύπαρξη του άλλου κύματος.

Γ. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.

Δ. Στα στάσιμα κύματα, τα σημεία που παρουσιάζουν μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ονομάζονται κοιλίες.

Ε. Στα άκρα της χορδής μιας κιθάρας δημιουργούνται πάντα κοιλίες στάσιμου κύματος.

4.2.2. Ένας ανοικτός ηχητικός σωλήνας έχει θεμελιώδη συχνότητα 500Hz. Ποια θα είναι η θεμελιώδης συχνότητά του αν κλείσει το ένα άκρο του;

4.2.3. Το στάσιμο κύμα που δημιουργείται στο εσωτερικό ανοικτού ηχητικού σωλήνα πρέπει να έχει το λιγότερο:

Α. Έναν δεσμό και δύο κοιλίες απομάκρυνσης.

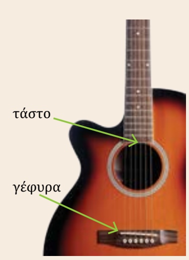
Β. Δύο δεσμούς και μία κοιλία απομάκρυνσης.

Γ. Έναν δεσμό και μία κοιλία απομάκρυνσης.

Δ. Δύο δεσμούς και δύο κοιλίες απομάκρυνσης.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4.2.1. Το μήκος της χορδής μια κιθάρας είναι L=75cm, ενώ η ταχύτητα διάδοσης του αρμονικού κύματος στη χορδή είναι υ=660 $\frac{m}{s}$. Να βρεθούν:



Εικόνα 4.2.8. Κιθάρα.

Α. Το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα, εάν η χορδή πάλλεται με τη θεμελιώδη συχνότητα και με τη δεύτερη αρμονική.

Β. Η θεμελιώδης συχνότητα και η δεύτερη αρμονική.

Γ. Ο αριθμός των κοιλιών που σχηματίζονται όταν η χορδή πάλλεται με την τέταρτη αρμονική.

4.2.2. Σε μια χορδή που έχει μήκος L=120cm και είναι στερεωμένη στα δύο άκρα της, δημιουργείται ένα στάσιμο κύμα. Η χορδή ταλαντώνεται σε τέσσερα τμήματα όταν διεγείρεται με συχνότητα f=120Hz. Να βρεθεί η θεμελιώδης συχνότητα της χορδής.

4.2.3. Σε μια χορδή έχει σχηματιστεί στάσιμο κύμα όπως φαίνεται στην εικόνα. Κάθε σημείο της χορδής που ταλαντώνεται εκτελεί 5 ταλαντώσεις σε κάθε δευτερόλεπτο. Να βρεθούν:

Α. Η περίοδος της ταλάντωσης και το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου της χορδής το οποίο βρίσκεται σε μια κοιλία του στάσιμου κύματος.

Β. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στη χορδή.

4.2.4. Η θεμελιώδης συχνότητα ενός ανοικτού ηχητικού σωλήνα είναι 250 Hz. Πόσο πρέπει να μεγαλώσει το μήκος του σωλήνα ώστε η θεμελιώδης συχνότητά του να γίνει 331 Hz. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 331 m/s.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

4.2.1. Ένας ανοικτός ηχητικός σωλήνας έχει μήκος L=123cm. Αν γνωρίζετε ότι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι υ=344 $\frac{m}{s}$ να βρεθούν:

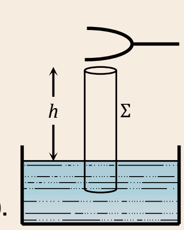
Α. Οι συχνότητες των τριών πρώτων αρμονικών.

Β. Ο αριθμός των αρμονικών που διεγείρονται μέσα στο εύρος συχνοτήτων της ανθρώπινης ακοής, δηλαδή από 20 Hz έως 20000 Hz.

Γ. Εάν κλείσουμε το ένα άκρο του σωλήνα, ποιες θα είναι οι τρεις πρώτες αρμονικές;

4.2.2. Το διαπασών είναι ένα απλό αλλά σημαντικό εργαλείο, που αποτελείται από δύο μεταλλικούς βραχίονες οι οποίοι συνδέονται σε ένα κοινό στέλεχος. Οι βραχίονες είναι κατασκευασμένοι από μέταλλο (συνήθως ατσάλι) και έχουν σχήμα U ή πιρούνας.


Εικόνα 4.2.9. Διαπασών.



Εικόνα 4.2.10.

Όταν χτυπήσουμε τους βραχίονες του διαπασών σε μια σκληρή επιφάνεια ή με ένα μαλακό σφυρί, οι βραχίονες αρχίζουν να δονούνται. Οι δονήσεις αυτές μεταφέρονται στον αέρα και παράγουν έναν ήχο με μια συγκεκριμένη συχνότητα.

Ένας κατακόρυφος ηχητικός σωλήνας Σ είναι τοποθετημένος μέσα σε δοχείο με νερό. Ένα διαπασών τοποθετείται πάνω από το ανοικτό άκρο του ηχητικού σωλήνα Σ, όπως φαίνεται στην Εικόνα 4.2.10. Ανεβάζοντας τον σωλήνα αργά προς τα πάνω όταν το πάνω άκρο του απέχει h= 30 cm από την επιφάνεια του νερού, ακούμε για πρώτη φορά έντονο ήχο. Να βρεθεί η συχνότητα του ήχου που παράγεται από το διαπασών. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα στις συνθήκες του πειράματος είναι 340 m/s.

4.2.3. Ένας σωλήνας τοποθετείται ώστε να είναι κατακόρυφος μέσα σε δοχείο με νερό. Ο σωλήνας μπορεί να ανεβοκατεβαίνει ώστε το μήκος της στήλης του αέρα στο εσωτερικό του να μεταβάλλεται. Η θερμοκρασία του αέρα είναι 20 ^{0}C, στην οποία η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 343 m/s. Ένα διαπασών που εκπέμπει ήχο συχνότητας 440 Hz τοποθετείται στο πάνω άκρο του σωλήνα. Ο σωλήνας μετακινείται πάνω κάτω μέχρι που ακούγεται ο πρώτος συντονισμός. Να βρείτε το μήκος της στήλης του αέρα μέσα στον σωλήνα αν έχουν σχηματιστεί ένας δεσμός και μία κοιλία στάσιμου κύματος.

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο:
Αρχή της υπέρθεσης-Στάσιμο ηχητικό κύμα

4.3 Μουσικά όργανα

Περιεχόμενα
- Συντονισμός
- Διακροτήματα

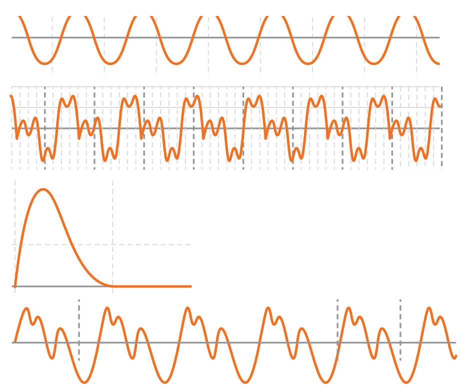
Τι άλλο νέο υπάρχει εδώ
- Απλός και σύνθετος ήχος
- Θόρυβος και κρότος
- Νότες (μουσικοί φθόγγοι)

Μετά το τέλος αυτής της ενότητας θα μπορείτε να:

1. διακρίνετε τους παραγόμενους ήχους και να εκτιμάτε την εφαρμογή τους στην παραγωγή μουσικής (θεμελιώδης ήχος, 1ος αρμονικός κ.λπ.).
2. συνδέετε τις διαστάσεις και τα χαρακτηριστικά των μουσικών οργάνων με τα στάσιμα κύματα.
3. περιγράφετε το φαινόμενο του ηχητικού συντονισμού.
4. επιβεβαιώνετε το φαινόμενο του συντονισμού ως μεγιστοποίηση της έντασης του ήχου με απλές διατάξεις (π.χ. διαπασών, αντηχεία).
5. εκτελείτε πειράματα υπέρθεσης ήχων με συχνότητες που διαφέρουν λίγο.
6. εξηγείτε τη μεταβολή της έντασης του ήχου (διακρότημα) ως αποτέλεσμα της υπέρθεσης στο ίδιο σημείο δύο ηχητικών κυμάτων ίδιου πλάτους των οποίων οι συχνότητες διαφέρουν λίγο (χρονική εναλλαγή ενισχυτικής και καταστροφικής υπέρθεσης δύο ηχητικών κυμάτων-χρονική υπέρθεση).

Εισαγωγή

Πηγές των ήχων είναι τα στάσιμα κύματα που δημιουργούνται από κάποια διέγερση σε χορδές, όπως οι φωνητικές μας χορδές και οι χορδές των εγχόρδων οργάνων, σε αέριες στήλες, όπως στα πνευστά όργανα ή σε μεμβράνες, όπως τα κρουστά μουσικά όργανα. Επίσης, μπορούν να παραχθούν από εκρήξεις ή διεγέρσεις από πολλές φυσικές αιτίες, όπως ο άνεμος, η βροχή, ο παφλασμός του νερού κ.ά.



Εικόνα 4.3.1. Τα διαγράμματα παριστάνουν τη χρονική εξέλιξη της πίεσης του αέρα σε ένα σημείο του χώρου.

Οι ήχοι διακρίνονται σε απλούς, σύνθετους, θορύβους και κρότους.

Απλός ήχος λέγεται αυτός που η μεταβολή της πίεσης σε ένα σημείο του μέσου διάδοσης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου (δηλαδή περιλαμβάνει μόνο μία συχνότητα).

Σύνθετος ήχος είναι αυτός που η μεταβολή της πίεσης σε ένα σημείο του μέσου διάδοσης είναι περιοδική μη ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου και επομένως περιέχει πολλούς απλούς ήχους (πολλές συχνότητες).

Θόρυβος είναι ο ήχος που η μεταβολή της πίεσης σε ένα σημείο του μέσου διάδοσης δεν είναι περιοδική συνάρτηση του χρόνου και τέλος **κρότος** λέγεται ο ήχος που η μεταβολή της πίεσης είναι μια φθίνουσα απεριοδική συνάρτηση του χρόνου.

Οι **νότες (μουσικοί φθόγγοι)** είναι σύνθετοι ήχοι που περιέχουν μία θεμελιώδη συχνότητα και πολλές άλλες συχνότητες που είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους οι οποίες λέγονται αρμονικές. Το πλήθος και οι σχετικές εντάσεις των ανώτερων αρμονικών, που παράγονται όταν ένα μουσικό όργανο «παίζει» μία νότα, είναι αυτές που δίνουν το ξεχωριστό ηχόχρωμα κάθε μουσικού οργάνου ή κάθε φωνής.

Συντονισμός

Τα στάσιμα κύματα σε συστήματα, όπως οι χορδές και οι ηχητικοί σωλήνες που μελετήσαμε στην προηγούμενη ενότητα, είναι τρόποι ταλάντωσης με ορισμένες συχνότητες οι οποίες καλούνται φυσικές συχνότητες του συστήματος. Για παράδειγμα, μια χορδή κιθάρας μπορεί να ταλαντώνεται ολόκληρη (θεμελιώδης συχνότητα), αλλά και να διαιρείται σε τμήματα που ταλαντώνονται μεμονωμένα (υψηλότερες αρμονικές). Κάθε τμήμα έχει τη δική του όπως λέμε ιδιοσυχνότητα, η οποία είναι πολλαπλάσιο της θεμελιώδους συχνότητας. Αυτές οι φυσικές συχνότητες εξαρτώνται από τις ιδιότητες του συστήματος, όπως η μάζα, η ελαστικότητα και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του.

Ο συντονισμός είναι ένα φαινόμενο που συμβαίνει όταν ένα σύστημα εξαναγκάζεται σε ταλαντώσεις με συχνότητα που ταιριάζει με τη φυσική συχνότητα του συστήματος αυτού. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αυξημένη απορρόφηση ενέργειας από το σύστημα και την ακολούθως μεγαλύτερη απόκριση του συστήματος στις ταλαντώσεις αυτές.

Ο ηχητικός συντονισμός ή συνήχηση είναι ένα φαινόμενο που συμβαίνει όταν ο ήχος που παράγεται από μια πηγή φτάνει σε ένα σύστημα του οποίου η φυσική συχνότητα είναι ίση με τη συχνότητα της πηγής. Τότε το σύστημα διεγείρεται και παράγει ήχο της ίδιας συχνότητας με την πηγή, οπότε μεγιστοποιείται η ένταση του ήχου, αφού ο ήχος της πηγής ενισχύεται από τον ήχο που εκπέμπει το σύστημα. Ο ηχητικός συντονισμός έχει τεράστια εφαρμογή στην παραγωγή ήχων, διότι κάθε όργανο παραγωγής ήχου, όπως ο λάρυγγάς μας, μία κιθάρα, ένα πιάνο κ.λπ. συνοδεύεται από ένα αντηχείο. Τα αντηχεία είναι συστήματα με κοιλότητες οι οποίες περιέχουν αέρα, στον οποίο δημιουργούνται στάσιμα κύματα. Έτσι ο αρχικός ήχος ενισχύεται και ακούγεται με μεγαλύτερη ένταση. Τα αντηχεία των μουσικών οργάνων, όπως των κιθάρων, έχουν ειδικό σχήμα και ενισχύουν όλους τους παραγόμενους ήχους από τις χορδές.

Εικόνα 4.3.2. Κιθάρα.

Στην κιθάρα (εικόνα 4.3.2) το αντηχείο είναι ένα ξύλινο κουτί που αποτελείται από το καπάκι που στο επάνω μέρος του έχει την ηχητική οπή και την πλάτη. Το σχήμα, οι διαστάσεις, το είδος, ο τρόπος κοπής του ξύλου αλλά και η τοποθέτηση ειδικών τραβερσών και ακτινών, δίνουν στην πλάτη και στο καπάκι τις επιθυμητές ιδιότητες ώστε να συντονίζονται στις διαφορετικές συχνότητες που παράγονται και να τις ενισχύουν προσδίδοντας ταυτόχρονα και όμορφη χροιά. Για κάθε συχνότητα είναι δυνατό να δονούνται διαφορετικά τμήματα του καπακιού ή της πλάτης ή της αέριας κοιλότητας της κιθάρας.

Εικόνα 4.3.3. Πιάνο.

Παρόμοια είναι και η λειτουργία του αντηχείου του πιάνου (εικόνα 4.3.3) που εκτός από ένα ξύλινο κουτί περιέχει και μία ηχητική πλάκα.

Στα πνευστά για την ενίσχυση του ήχου χρησιμοποιείται ο ίδιος ο ηχητικός σωλήνας αλλά και κατασκευές, όπως οι καμπάνες στα χάλκινα πνευστά, οι σιγαστήρες στις τρομπέτες κ.ά.

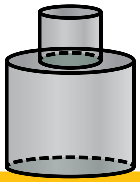
Ψηφιακή δραστηριότητα: Βίντεο πειράματος για τον συντονισμό και το αντηχείο

Video: Συντονισμός
Η πειραματική διάταξη αποτελείται από κινητό τηλέφωνο, ηχείο Bluetooth, διαπασών και ένα εκκρεμές με νήμα και μπαλάκι του πινγκ-πονγκ.

Πειραματική δραστηριότητα.

Για να πειραματιστείτε μπορείτε να κατασκευάσετε μόνοι σας ένα τέτοιο αντηχείο και να μελετήσετε τις ιδιότητές του.

Βρείτε ένα πλατύ δοχείο με στενότερο λαιμό, περίπου όπως στο διπλανό σχήμα.



Χτυπήστε ελαφρά με ένα κουτάλι το δοχείο και μετρήστε τη συχνότητα του ήχου που παράγεται με την εφαρμογή «συχνότητα ήχου» του phyphox.

Μετά χρησιμοποιήστε την εφαρμογή «γεννήτρια συχνοτήτων» του phyphox και δημιουργήστε με το κινητό ήχο ίδιας συχνότητας με αυτόν που μετρήσατε πριν και πλησιάστε το κινητό σας στο δοχείο. Τι παρατηρείτε για την ένταση του ήχου που ακούτε;

Επαναλάβετε το πείραμα προσθέτοντας νερό στο δοχείο ώστε να μειωθεί ο όγκος του αέρα που περιέχει. Τι παρατηρείτε τώρα;

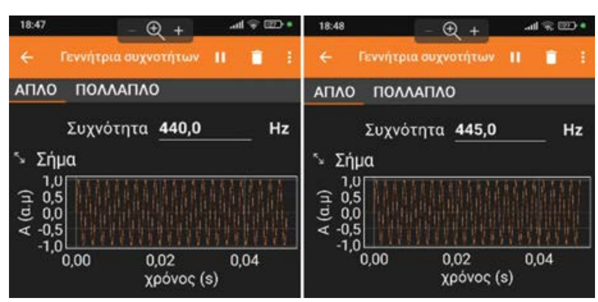
Διακροτήματα

Πειραματική δραστηριότητα. Συμβολή δύο ήχων με παραπλήσιες συχνότητες.

Εάν έχετε δύο έξυπνα κινητά τηλέφωνα στα οποία έχει εγκατασταθεί η εφαρμογή phyphox, μπορείτε πολύ εύκολα να ακούσετε το αποτέλεσμα της συμβολής δύο ήχων με παραπλήσιες συχνότητες. Παράγετε με το ένα κινητό κάποια συχνότητα, π.χ. 440Hz και με το άλλο 445Hz. Τι παρατηρείτε στον ήχο που ακούτε όταν συμβάλλουν οι ήχοι από τα δύο κινητά στο αυτί σας;

Εάν έχετε μία κιθάρα, χτυπήστε ταυτόχρονα την τέταρτη χορδή ελεύθερη (ρε) και την πέμπτη χορδή (λα) πατημένη στο πέμπτο τάστο. Εάν το κούρδισμα είναι απόλυτα σωστό, θα παραχθούν δύο ίσες συχνότητες και θα ακούσετε έναν μουσικό φθόγγο. Εάν όμως, όπως συμβαίνει συνήθως, το κούρδισμα δεν είναι τέλειο, θα παραχθούν δύο νότες με παραπλήσιες θεμελιώδεις συχνότητες και εσείς θα ακούτε μια περιοδική αυξομείωση της έντασης του ήχου.

Στην προηγούμενη ενότητα μελετήσαμε περιπτώσεις συμβολής δύο ηχητικών κυμάτων με ίσες συχνότητες, τα οποία διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις δημιουργώντας στάσιμα κύματα. Μια άλλη περίπτωση συμβολής προκύπτει από δύο ηχητικά κύματα με λίγο διαφορετικές συχνότητες, τα οποία διαδίδονται στην ίδια διεύθυνση. Στην περίπτωση αυτή, σε κάθε σημείο έρχονται περιοδικά στιγμές που τα δύο κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά και στιγμές που συμβάλλουν καταστροφικά. Μάλιστα υπάρχει περιοδική εναλλαγή μεταξύ ενισχυτικής και καταστροφικής συμβολής στο σημείο αυτό.



Δύο ήχοι με παραπλήσιες συχνότητες και το αποτέλεσμα της συμβολής τους

Το φαινόμενο αυτό της περιοδικής αυξομείωσης της έντασης του ήχου όταν συμβάλλουν δύο ηχητικά κύματα με συχνότητες οι οποίες διαφέρουν λίγο, καλείται διακρότημα.

Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της έντασης του ήχου καλείται περίοδος του διακροτήματος. Ο αριθμός των μεγιστοποιήσεων της έντασης του ήχου σε κάθε δευτερόλεπτο καλείται συχνότητα του διακροτήματος και αποδεικνύεται ότι ισούται με την απόλυτη τιμή της διαφοράς των συχνοτήτων των δύο ήχων που συνέβαλαν.

$$f_\delta = |f_2 - f_1| \quad (4.3.1)$$

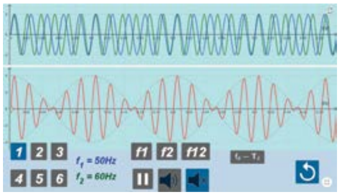
Η περίοδος του διακροτήματος είναι

$$T_\delta = \frac{1}{f_\delta} = \frac{1}{|f_2 - f_1|} \quad (4.3.2)$$

Από την 4.3.2 προκύπτει ότι όσο πιο μικρή είναι η διαφορά των συχνοτήτων $f_2 - f_1$ τόσο μεγαλύτερη είναι η περίοδος του διακροτήματος και τόσο πιο πολύ απλώνει το διακρότημα στον άξονα των χρόνων.

Διακροτήματα και μουσική

Ψηφιακή δραστηριότητα: Ηχητικό διακρότημα

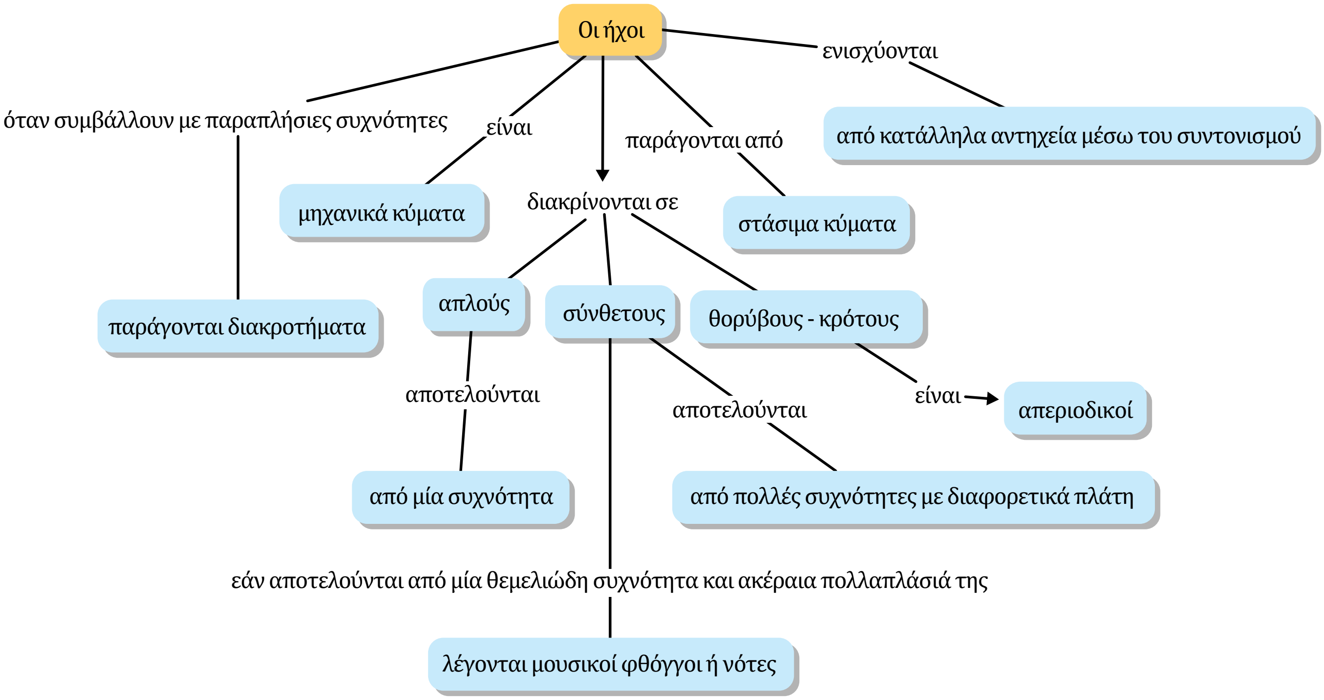


Μουσικοί τόνοι που περιέχουν μία θεμελιώδη και τις αρμονικές της χαρακτηρίζονται από το ακροατήριο ως ήχοι που τους λείπει ο «όγκος» και η «ζεστασιά». Εάν όμως πολλά βιολιά παίζουν τον ίδιο τόνο, είναι αδύνατο να παράγουν όλα την ίδια ακριβώς συχνότητα, οπότε δημιουργείται ένα πλήθος διακροτημάτων και παραπλήσιων τόνων που δίνουν στον παραγόμενο ήχο «βάθος», «όγκο» και «ζεστασιά». Λάβετε ακόμα υπόψη πως μία διαφορά 1Hz στις θεμελιώδεις συχνότητες συνεπάγεται μεγαλύτερες διαφορές στις ανώτερες αρμονικές και ένα πλήθος πολλών διακροτημάτων.

Στο πιάνο τα διακροτήματα προκύπτουν επειδή οι χορδές είναι διπλές και τα σφυριά που τις χτυπούν ακουμπούν ταυτόχρονα και τις δύο. Ταυτόχρονα με τις χορδές ταλαντώνεται και το σφυρί που τις χτυπά, τα πόδια, οι αποσβεστήρες αλλά και άλλες χορδές που συντονίζονται με την αρχική, οπότε πάλι δημιουργούνται πολλά διακροτήματα.

Από τα παραπάνω προκύπτει η μεγάλη σημασία των διακροτημάτων για την ποιότητα του ήχου των μουσικών οργάνων.

Εννοιολογικός χάρτης: Οι ήχοι



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

4.3.1. Ένα ποτήρι μπορεί να σπάσει όταν δεχτεί ηχητικό κύμα κατάλληλης έντασης και συχνότητας. Εξηγήστε γιατί συμβαίνει αυτό.

4.3.2. Πώς επιτυγχάνεται ο ηχητικός συντονισμός σε ένα μουσικό όργανο;

4.3.3. Τι είναι το διακρότημα στον ήχο;

4.3.4. Τι είναι η συχνότητα διακροτημάτων και πώς υπολογίζεται;

4.3.5. Ποιος είναι ο ρόλος των διακροτημάτων στο κούρδισμα των μουσικών οργάνων;

4.3.6. Σε ένα πείραμα συμβολής δύο ηχητικών κυμάτων με συχνότητες οι οποίες διαφέρουν λίγο, ακούμε έναν ήχο με ένταση που αυξομειώνεται δύο φορές σε κάθε δευτερόλεπτο. Τι συμπέρασμα βγάζετε για τις συχνότητες των ήχων που συνέβαλαν;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

4.3.1. Ένας σωλήνας τοποθετείται ώστε να είναι κατακόρυφος μέσα σε δοχείο με νερό. Ο σωλήνας μπορεί να ανεβοκατεβαίνει ώστε το μήκος της στήλης του αέρα στο εσωτερικό του να μεταβάλλεται. Η θερμοκρασία του αέρα είναι 20 ^{0}C, στην οποία η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 343 m/s. Ένα διαπασών που εκπέμπει ήχο συχνότητας 440 Hz τοποθετείται στο πάνω άκρο του σωλήνα. Ο σωλήνας μετακινείται πάνω κάτω μέχρι που ακούγεται ο πρώτος συντονισμός. Να βρείτε το μήκος της στήλης του αέρα μέσα στον σωλήνα αν έχουν σχηματιστεί ένας δεσμός και μία κοιλία στάσιμου κύματος.

4.3.2. Ένα διαπασών των 440 Hz και ένα διαπασών των 444 Hz διεγείρονται ταυτόχρονα. Βρείτε τη συχνότητα του διακροτήματος που ακούγεται.

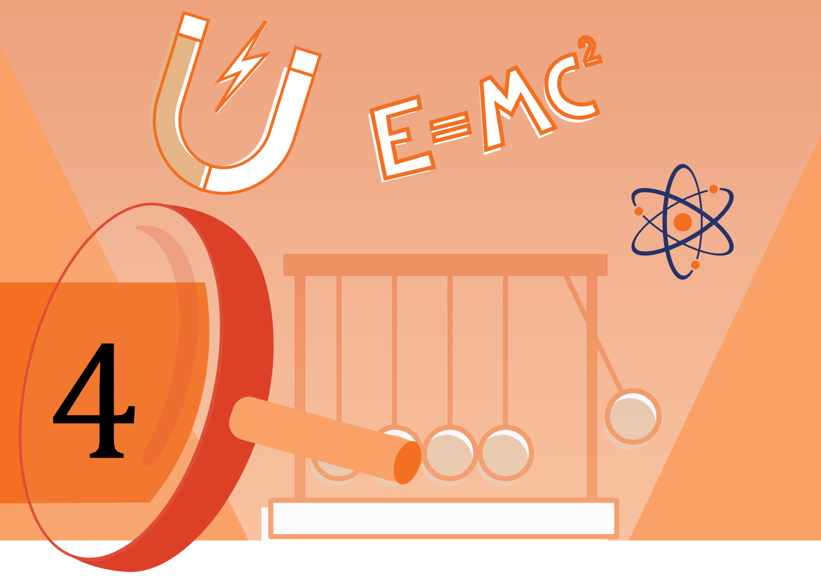
4.3.3. Για το κούρδισμα ενός πιάνου χρησιμοποιούμε ένα διαπασών και ακούγοντας το διακρότημα που προκύπτει ρυθμίζουμε τις χορδές ώστε η συχνότητα του διακροτήματος να μηδενίζεται. Αν η συχνότητα του διαπασών είναι 256Hz και ακούμε 2 μέγιστα σε κάθε δευτερόλεπτο, να βρεθούν οι πιθανές συχνότητες του πιάνου πριν τη ρύθμιση.

4.3.4. Ένα φλάουτο λειτουργεί ως ανοικτός ηχητικός σωλήνας. Αν το μήκος του είναι 60 cm, να βρεθεί το μεγαλύτερο μήκος κύματος του ήχου που μπορεί να παράγει.

4.3.5. Ο ηχητικός σωλήνας ενός μουσικού οργάνου είναι κλειστός στο ένα άκρο του και έχει μήκος 2m. Αν η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι 340m/s, να βρεθεί η ελάχιστη συχνότητα των στάσιμων κυμάτων που δημιουργούνται στον σωλήνα.

Ψηφιακό ερωτηματολόγιο: Μουσικά όργανα

Διερεύνηση Κεφαλαίου 4



Θεματικό πεδίο	Δυνάμεις – Κινήσεις
Κεφάλαιο	4. Ήχος
Ενότητα	4.2. Αρχή της υπέρθεσης – Στάσιμο ηχητικό κύμα
Προτεινόμενες ώρες διδασκαλίας:	1

ΓΕΝΙΚΑ ΠΡΟΣΔΟΚΩΜΕΝΑ ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΤΟΥ ΠΣ

- Να αντιλαμβάνονται το εύρος, να αξιοποιούν και να ερμηνεύουν τις διασυνδέσεις και τις αναπαραστάσεις μεταξύ των πεδίων της **προσέγγισης ΦΥ.Τ.ΕΜ.ΜΑ.Γ.** Αναδεικνύονται οι παρακάτω συσχετίσεις:

  [ΦΥ-ΕΜ]: Τεχνολογικές και μηχανολογικές εφαρμογές στην παραγωγή του ήχου.

  [ΦΥ-ΜΑ]: Ανάλυση Fourier και μουσική.

  [ΦΥ-Γ]: Απόδοση των όρων «σύνθεση» και «υπέρθεση».
- Να αναγνωρίσουν τον ουσιαστικό ρόλο που παίζει ο ήχος, σε όλο το φάσμα της εμπειρίας τους (δεξιότητες και στάσεις), από την καθημερινή ζωή.
- Να εμπλακούν στον καταμερισμό του έργου κατά την ομαδική εργασία και να αναπτύξουν πνεύμα συνεργασίας και αμοιβαίου σεβασμού (στάσεις και αξίες).

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

Αποδεικτικός πειραματισμός. Μέτρηση της ταχύτητας του ήχου στον αέρα.

ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΠΙΜΕΡΟΥΣ ΘΕΜΑΤΙΚΗΣ

- Να αναγνωρίζουν το στάσιμο ηχητικό κύμα (δημιουργία δεσμών και κοιλιών) ως αποτέλεσμα της αρχής της υπέρθεσης.
- Να σχεδιάζουν ένα στάσιμο ηχητικό κύμα και να περιγράφουν τη δημιουργία του σε ανοικτούς και κλειστούς ηχητικούς σωλήνες.
- Να υπολογίζουν τη συχνότητα της 1ης αρμονικής, της 2ης κ.λπ.

Η ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ – ΤΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΑ ΒΗΜΑΤΑ

1. Στρατηγική προετοιμασίας

Επιστημονικές πρακτικές

1.1 Διατύπωση επιστημονικών ερωτημάτων

1.2 Σχεδιασμός της πειραματικής διαδικασίας ή της έρευνας

1.3 Δημιουργία προτύπων / μοντέλων

Συναφείς δεξιότητες

- Αναγνώριση και αξιολόγηση της προϋπάρχουσας γνώσης σε σχέση με τον μαθησιακό κύκλο, τα ερωτήματα ή τα προβλήματα.
- Αναζήτηση, αξιολόγηση διαφόρων πηγών πληροφόρησης και οργάνωση της πληροφορίας με κριτήρια, όπως η συνάφεια, η αξιοπιστία και το περιεχόμενο.
- Επιλογή και δικαιολόγηση του είδους των δεδομένων που χρειάζονται για να απαντηθεί το επιστημονικό ερώτημα ή να επιλυθεί το πρόβλημα.

Βήμα 1ο

Video: Ποτήρι

Έναυσμα ενδιαφέροντος

Δημιουργία μουσικής νότας από κολονάτο ποτήρι

1. Επιλέξτε ένα κολονάτο ποτήρι με λεπτό χείλος.

2. Επιθεωρήστε προσεκτικά το επάνω άκρο του για αιχμηρές άκρες. Αν υπάρχουν, επιλέξτε άλλο ποτήρι.

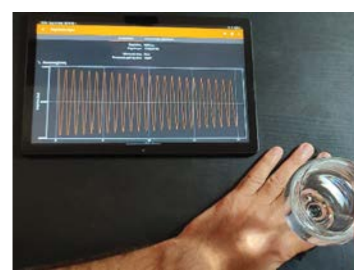
3. Τοποθετήστε το ποτήρι στο τραπέζι μπροστά σας. Κρατήστε σταθερά τη βάση με το ένα χέρι. Βρέξτε το δάχτυλό σας και τρίψτε το αργά γύρω από την επάνω άκρη του ποτηριού. ΠΡΟΣΟΧΗ: Το γυαλί είναι εύθραυστο. Χειριστείτε το προσεκτικά.

4. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

5. Επιλέξτε ένα διαφορετικό ποτήρι με μεγαλύτερη ή μικρότερη κολόνα από το πρώτο και επαναλάβατε τα βήματα 2, 3 και 4.

6. Επιλέξτε ένα ποτήρι χωρίς κολόνα και επαναλάβατε βήματα 2,3,4.

Προτείνετε μια μέθοδο για την παραγωγή διαφορετικής νότας από το ίδιο ποτήρι. Μπορείτε να παράγετε τρεις διαφορετικές νότες (ρε, μι, φα) ακολουθώντας τις κινήσεις στο βίντεο που παρακολουθήσατε, μειώνοντας το ύψος της στάθμης του νερού στο ποτήρι.



Βήμα 2ο

Ψηφιακή δραστηριότητα: Δημιουργία γραφικής παράστασης $y = ax$

Προϋπάρχουσες γνώσεις - Προβληματισμός - Διατύπωση υποθέσεων

Ερωτήσεις για την ανίχνευση της προϋπάρχουσας γνώσης:

1. Ποια μεγέθη λέγονται ανάλογα; ....

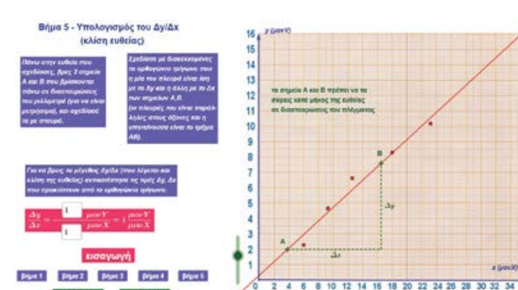
2. Πώς παριστάνονται γραφικά δύο ανάλογα φυσικά μεγέθη; ....
....

3. Πώς υπολογίζεται η κλίση μιας ευθείας σε μία γραφική παράσταση σε εφαρμογές της φυσικής; ....

4. Πόσο απέχουν δύο διαδοχικές κοιλίες σε ένα στάσιμο κύμα; ....
....

Κάντε την **Ψηφιακή δραστηριότητα: Δημιουργία γραφικής παράστασης $y=ax$** πριν προχωρήσετε παρακάτω.

Διαθέτετε: • Θερμόμετρο • Σωλήνα Kundt • Κινητό τηλέφωνο • Φορητό ηχείο Bluetooth • Τρίμματα φελλού ή φελιζόλ



2. Ερευνητικό στάδιο

Επιστημονικές πρακτικές

2.1 Συλλογή, ανάλυση και ερμηνεία δεδομένων

2.2 Χρήση μαθηματικών για την επίλυση προβλημάτων

Συναφείς δεξιότητες
- Καταγραφή παρατηρήσεων
- Αναγνώριση των κανόνων ασφάλειας, συνεργασίας και ηθικής
- Χρήση αναλογικών ή/και ψηφιακών εργαλείων συλλογής δεδομένων

Βήμα 3ο

3. Δραστηριότητες – Πειραματισμός

Διάταξη και μετρήσεις

1. Αφαιρέστε το ηχείο που υπάρχει στον σωλήνα Kundt και στη θέση του συνδέστε ένα φορητό ηχείο Bluetooth, όπως φαίνεται στην εικόνα.

2. Συνδέστε μέσω Bluetooth το κινητό τηλέφωνο με το φορητό ηχείο. Μετρήστε τη θερμοκρασία του χώρου με το θερμόμετρο. Θεωρήστε γνωστή την εξάρτηση της ταχύτητας διάδοσης του ήχου με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

$\upsilon=\upsilon_0\cdot\sqrt{1+\frac{\theta}{273}}$, όπου $\upsilon_0=331\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ και θ η θερμοκρασία περιβάλλοντος σε βαθμούς Κελσίου.

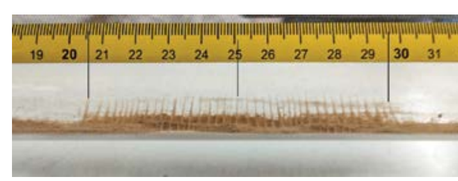
3. Μετρήστε τη θερμοκρασία που επικρατεί στο εργαστήριο (θ=19°C).

4. Γεμίστε τον σωλήνα Kundt με τρίμμα φελλού.

5. Στο κινητό τηλέφωνο εγκαταστήστε και ανοίξτε την εφαρμογή «phyphox». Επιλέξτε στην ενότητα «Ακουστική» την καρτέλα «Γεννήτρια συχνοτήτων» (Δημιουργία τόνου συγκεκριμένης συχνότητας). Επιλέξτε την καρτέλα «Απλό» και ρυθμίστε τη συχνότητα αρχικά στην τιμή 575Hz.

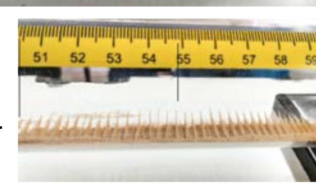
6. Μετακινήστε ελαφρά το έμβολο του σωλήνα Kundt έως ότου εμφανιστούν δύο μέγιστα.

7. Μετρήστε και καταγράψτε την απόσταση μεταξύ των δύο μεγίστων.



Στις εικόνες δεξιά εμφανίζονται τα μέγιστα στις δύο περιοχές του σωλήνα.

Παρατηρήστε ότι το μέγιστο εμφανίζεται στην απόσταση 25,1cm που είναι το μέσο του τμήματος που υπάρχει μεταξύ των σημείων 20,6cm και 29,6cm.



Παρόμοια, στη δεύτερη περιοχή που εμφανίζεται μέγιστο αυτό, παρατηρήστε ότι είναι στο σημείο που βρίσκεται στη θέση 54,9cm.

8. Επαναλάβατε τη διαδικασία για συχνότητες 700Hz, 720Hz, 740Hz και 760Hz. Συμπληρώστε έναν πίνακα όπως ο παρακάτω με τις δικές σας μετρήσεις.

Συχνότητα (Hz)	Περίοδος (msec)	Πρώτο μέγιστο	Δεύτερο μέγιστο	Απόσταση (cm)	Μήκος κύματος (m)
575	1,74	25,1	54,9	29,8	0,596
580	1,72	26,7	55,9	29,2	0,584
585	1,71	27,0	56,1	29,1	0,582
590	1,69	27,5	56,2	28,7	0,574
595	1,68	28,4	59,6	28,5	0,570

Β. Επεξεργασία των μετρήσεων – γραφική παράσταση

Από τον πίνακα θα χρειαστείτε τις στήλες Μήκος κύματος και Περίοδος. Με αυτές δημιουργήστε μια γραφική παράσταση για τη συνάρτηση $\lambda = f(T)$.

Η θεωρητική τιμή υ_θ της ταχύτητας διάδοσης του ήχου στη θερμοκρασία διεξαγωγής του πειράματος προκύπτει ως εξής:

$\upsilon_\theta=\upsilon_0\cdot\sqrt{1+\frac{\theta}{273}}$ ή $\upsilon_\theta=331\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\sqrt{1+\frac{19}{273}}$ δηλαδή $\upsilon_\theta=342,3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

3. Παρουσίαση των αποδεικτικών στοιχείων

Επιστημονικές πρακτικές

3.1 Κριτική αξιολόγηση της πληροφορίας και οργάνωσή της σύμφωνα με κριτήρια όπως η συνάφεια, η αξιοπιστία και το περιεχόμενο

3.2 Εξηγήσεις και συμπεράσματα βασισμένα στα αποδεικτικά στοιχεία και στην ορθή χρήση των μαθηματικών και των νόμων της φυσικής

3.3 Δημιουργία προτύπων / μοντέλων

Συναφείς δεξιότητες

- Αναγνώριση μοτίβων
- Εξαγωγή και παρουσίαση πληροφορίας μέσω διαφόρων αναπαραστάσεων.

Βήμα 4ο

Συμπεράσματα - Νέες γνώσεις - Εφαρμογές

1. Υπολογίστε την κλίση της ευθείας στο γράφημα λ=f(T), όπου λ το μήκος κύματος και T η περίοδος του ηχητικού κύματος.

2. Τι εκφράζει, σε τι μετριέται και πώς ονομάζεται η κλίση στο συγκεκριμένο γράφημα;.

3. Υπολογίστε το σχετικό σφάλμα της μέτρησης που κάνατε αν γνωρίζετε τη θεωρητική τιμή της ταχύτητας διάδοσης και τη μετρούμενη από το γράφημα τιμή.

4. Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα εξαρτάται από την πίεση. Μεγαλύτερη πίεση σημαίνει μεγαλύτερη ή μικρότερη ταχύτητα διάδοσης. Γιατί;

Βήμα 5ο

Γενικεύσεις - Ερμηνείες – Διαθεματικότητα

Η αύξηση της ταχύτητας του ήχου στον αέρα καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία του αέρα είναι περίπου $0,6\frac{m}{s}$ για κάθε βαθμό Κελσίου. Κατά την αύξηση της θερμοκρασίας του αέρα, τα μόρια του αέρα, δηλαδή τα μόρια του ελαστικού μέσου, αποκτούν κινητική ενέργεια, γεγονός που σημαίνει ότι κινούνται με μεγαλύτερες ταχύτητες. Αυτό έχει ως συνέπεια το μέσο, δηλαδή ο αέρας να γίνεται πιο ελαστικός και η μετάδοση του ήχου να γίνεται ταχύτερα.

Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα εξαρτάται επίσης από την πίεση. Η πίεση επηρεάζει την πυκνότητα του μέσου, δηλαδή την πυκνότητα του αέρα. Εκτός αυτού, η πίεση επηρεάζει και την ελαστικότητα του μέσου. Καθώς αυξάνεται η πίεση, αυξάνεται η πυκνότητα και μεγαλύτερη πυκνότητα σημαίνει περισσότερα μόρια αέρα ανά μονάδα όγκου, οπότε για τη μετάδοση του ήχου υπάρχουν περισσότερα διαθέσιμα μόρια. Τέλος, αν θεωρήσουμε ότι έχουμε σταθερό όγκο (ισόχωρη μεταβολή), αύξηση της πίεσης σημαίνει αύξηση της θερμοκρασίας, δηλαδή τελικά αύξηση της ταχύτητας.

Η υγρασία επηρεάζει την πυκνότητα του αέρα. Καθώς αυξάνεται η υγρασία, μειώνεται η πυκνότητα του αέρα και αυτό σημαίνει ότι αυξάνεται και η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα.

Η σύνθεση του αέρα, δηλαδή η ποσότητα των διαφόρων αερίων και διαφόρων σωματιδίων που περιέχονται στον αέρα, μπορεί να επηρεάσει την ταχύτητα διάδοσης του ήχου. Ο ατμοσφαιρικός αέρας, εκτός από άζωτο, οξυγόνο και αργό, περιέχει και υδρατμούς, διοξείδιο του άνθρακα, νέον, μεθάνιο και άλλα ιχνοστοιχεία.

Ένας τελευταίος παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει την ταχύτητα διάδοσης του ήχου είναι το ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας στο οποίο γίνεται η μέτρηση. Καθώς αυξάνεται το ύψος, η πίεση του αέρα μειώνεται και το ίδιο κάνει και η θερμοκρασία στα πρώτα 10 χιλιόμετρα της ατμόσφαιρας, με αποτέλεσμα να μειώνεται και η ταχύτητα διάδοσης του ήχου.

Γλωσσάρι-Ορολογία

Αδράνεια: η εγγενής ιδιότητα των σωμάτων να αντιστέκονται στην αλλαγή της ταχύτητάς τους.

Ακτίνιο ή rad: η αντικατάσταση μιας δύναμης από άλλες δυνάμεις, που αν δράσουν ταυτόχρονα στο ίδιο σώμα, θα προκαλέσουν το ίδιο αποτέλεσμα.

Ανοικτό σύστημα: το σύστημα που ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του.

Απλός ήχος: ο ήχος που η μεταβολή της πίεσης σε ένα σημείο του μέσου διάδοσης είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου (δηλαδή περιλαμβάνει μόνο μία συχνότητα).

Βάρος σώματος: η βαρυτική δύναμη που δέχεται το σώμα από έναν πλανήτη, όπως η Γη.

Βαρυτική δυναμική ενέργεια: το μονόμετρο μέγεθος που εκφράζει την αποθηκευμένη ενέργεια του συστήματος λόγω της θέσης του και περιγράφει τη βαρυτική αλληλεπίδραση.

Γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση: το διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται ως το πηλίκο της γωνίας που διαγράφει η επιβατική ακτίνα προς τον χρόνο. Η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς και η φορά του καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

2ος νόμος του Νεύτωνα: η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα και μέτρο ανάλογο του μέτρου της συνισταμένης δύναμης και αντιστρόφως ανάλογο της μάζας του.

Διακρότημα: το φαινόμενο της περιοδικής αυξομείωσης της έντασης του ήχου όταν συμβάλλουν δύο ηχητικά κύματα με συχνότητες που διαφέρουν λίγο.

Διάστημα: το μονόμετρο μέγεθος που αναφέρεται σε συγκεκριμένη χρονική διάρκεια και δείχνει το μήκος της τροχιάς που διανύει το υλικό σημείο.

Δύναμη: διανυσματικό φυσικό μέγεθος, αιτία της μεταβολής της κινητικής κατάστασης (δηλαδή της ταχύτητας) ή της παραμόρφωσης ενός σώματος.

Δυναμόμετρο: το όργανο που αξιοποιώντας τον νόμο ελαστικότητας του Hooke μετράει το μέτρο κάποιας εφαρμοζόμενης δύναμης.

Ελαστική παραμόρφωση: η προσωρινή αλλαγή του σχήματος ενός αντικειμένου που ανακτά το αρχικό του σχήμα όταν παύει να του ασκείται δύναμη.

Ελεύθερη πτώση: η κίνηση που εκτελεί ένα αντικείμενο όταν αφήνεται από μικρό ύψος και κινείται υπό την επίδραση μόνο του βάρους του.

Ένταση ηχητικού κύματος: η ενέργεια ΔE που μεταφέρεται σε χρόνο Δt πάνω σε επιφάνεια εμβαδού ΔA κάθετα τοποθετημένη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος προς το γινόμενο του χρόνου Δt επί το εμβαδόν της επιφάνειας ΔA.

Επιτάχυνση: το διανυσματικό φυσικό μέγεθος το οποίο εκφράζει πόσο γρήγορα μεταβάλλεται η ταχύτητα. Η μέση επιτάχυνση ορίζεται από το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας προς τον αντίστοιχο χρόνο.

Έργο σταθερής δύναμης: μονόμετρο φυσικό μέγεθος που εκφράζει μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας. Ισούται με το γινόμενο της συνιστώσας της δύναμης κατά τη διεύθυνση της μετατόπισης, επί τη μετατόπιση αυτή.

Ζεύγος δυνάμεων: δύο δυνάμεις με ίσα μέτρα και αντίθετες φορές που δρουν σε ένα σώμα αλλά όχι στην ίδια γραμμή.

Ηχητικό κύμα: το διαμήκες μηχανικό κύμα με συχνότητα από 20 έως 20000Hz περίπου, το οποίο διεγείρει το όργανο της ακοής.

Ηχητικός σωλήνας: ο κυλινδρικός ή πρισματικός σωλήνας που έχει τη δυνατότητα να δημιουργεί ηχητικά κύματα.

Θερμική ενέργεια ενός συστήματος: η συνολική κινητική ενέργεια που κατέχουν τα μόρια ή τα άτομα ενός συστήματος λόγω της τυχαίας κίνησής τους.

Θερμική μηχανή: η συσκευή που μετατρέπει τη θερμική ενέργεια σε μηχανική ενέργεια.

Θερμότητα: η ενέργεια που μεταφέρεται αυθόρμητα από ένα σώμα υψηλότερης θερμοκρασίας σε ένα σώμα χαμηλότερης θερμοκρασίας, μέσω των τυχαίων αλληλεπιδράσεων των μορίων τους.

Θεώρημα των ροπών: εάν σε ένα σώμα δρουν πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, τότε το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών τους ως προς ένα σημείο στο επίπεδο των δυνάμεων είναι ίσο με τη ροπή της συνισταμένης τους ως προς το ίδιο σημείο.

Θόρυβος: ο ήχος που η μεταβολή της πίεσης σε ένα σημείο του μέσου διάδοσης δεν είναι περιοδική συνάρτηση του χρόνου.

Ισορροπία: η κατάσταση ενός σώματος όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι ίση με μηδέν.

Ισχύς: το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που εκφράζει τον ρυθμό μεταφοράς ενέργειας. Ορίζεται ως το πηλίκο της μεταβολής της ενέργειας ενός συστήματος δια τον χρόνο στον οποίο έγινε η μεταβολή αυτή.

Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων: το σύστημα συντεταγμένων που χρησιμοποιεί δύο κάθετες ευθείες για να εντοπίσει σημεία σε ένα επίπεδο.

Κέντρο μάζας ενός σώματος: το σημείο από το οποίο όταν διέρχεται ο φορέας μιας μοναδικής δύναμης δεν προκαλεί μεταβολή στην περιστροφή του σώματος.

Κίνηση: το φαινόμενο της μεταβολής της θέσης ή του προσανατολισμού ενός άκαμπτου σώματος ως προς ένα σύστημα αναφοράς, που θεωρούμε ακίνητο.

Κινητική ενέργεια: το μονόμετρο μέγεθος που εκφράζει την αποθηκευμένη ενέργεια λόγω της κίνησης που έχει κάποιο σώμα.

Κλειστό σύστημα: το σύστημα που δεν ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του.

Κρότος: ο ήχος που η μεταβολή της πίεσης είναι μια φθίνουσα απεριοδική συνάρτηση του χρόνου.

Μακροσκοπικό επίπεδο: Όταν αναφερόμαστε στην κίνηση και την ενέργεια σωμάτων ως σύνολα.

Μέση αριθμητική ταχύτητα: το μονόμετρο φυσικό μέγεθος το οποίο ορίζεται από το πηλίκο του διαστήματος προς τη χρονική διάρκεια της κίνησης και εκφράζει το πόσο γρήγορα κινήθηκε το σώμα.

Μετατόπιση: το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που αναφέρεται σε συγκεκριμένη χρονική διάρκεια και δείχνει προς τα πού και πόσο κινήθηκε το υλικό σημείο. Έχει αρχή την αρχική θέση και τέλος την τελική θέση του υλικού σημείου.

Μεταφορική κίνηση: η κίνηση που εκτελεί ένα άκαμπτο σώμα, όταν μετακινείται στον χώρο, χωρίς να αλλάζει προσανατολισμό.

Μέτωπο κύματος: ένα σύνολο σημείων στον χώρο στα οποία έχει φτάσει το κύμα σε μια δεδομένη στιγμή.

Μηχανική ενέργεια: το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ενός συστήματος σε μακροσκοπικό επίπεδο.

Μικροσκοπικό επίπεδο: όταν αναφερόμαστε στην κίνηση και την ενέργεια των μορίων και των ατόμων των σωμάτων.

Νότα ή μουσικός φθόγγος: ένας σύνθετος ήχος που περιέχει μια θεμελιώδη συχνότητα και πολλές άλλες συχνότητες που είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους.

Ομαλή κυκλική κίνηση: η κίνηση ενός υλικού σημείου, όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου και το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό.

Οριακή τριβή: η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει το μέτρο της στατικής τριβής.

Περιοδική κίνηση: η κίνηση που επαναλαμβάνεται σε κάποιο σταθερό χρονικό διάστημα.

Περίοδος: το σταθερό χρονικό διάστημα επανάληψης σε κάθε περιοδική κίνηση.

Πλάτος κύματος: η μέγιστη απομάκρυνση ενός σωματιδίου του μέσου από τη θέση ισορροπίας του, όταν το κύμα διαδίδεται στο μέσο.

Πλαστική παραμόρφωση: η μόνιμη αλλαγή του σχήματος ενός αντικειμένου όταν του ασκούμε δύναμη.

Ροπή δύναμης: το φυσικό μέγεθος που περιγράφει την ικανότητα μιας δύναμης να προκαλεί μεταβολές στην περιστροφή ενός άκαμπτου σώματος.

Σταθερά του ελατηρίου: ο συντελεστής αναλογίας k στον νόμο του Hooke που συνδέει τη δύναμη με την παραμόρφωση ενός ελατηρίου.

Στροφική κίνηση: η περιστροφή ενός άκαμπτου σώματος γύρω από κάποιον σταθερό άξονα.

Σύνθετος ήχος: ο ήχος που η μεταβολή της πίεσης σε ένα σημείο του μέσου διάδοσης είναι περιοδική συνάρτηση του χρόνου, επομένως περιέχει πολλούς απλούς ήχους.

Συντονισμός: ένα φαινόμενο που συμβαίνει όταν ένα σύστημα εξαναγκάζεται σε ταλαντώσεις με συχνότητα που ταιριάζει με τη φυσική συχνότητα του συστήματος αυτού.

Σύστημα: οποιοδήποτε τμήμα του σύμπαντος ή ένα σύνολο σωμάτων που επιλέγουμε αυθαίρετα να αναλύσουμε προκειμένου π.χ. να επιλύσουμε ένα πρόβλημα.

Συγγραμμικές δυνάμεις: οι δυνάμεις που βρίσκονται πάνω στην ίδια γραμμή, δηλαδή έχουν την ίδια διεύθυνση.

Σύνθεση δυνάμεων: η διαδικασία αντικατάστασης δύο ή περισσότερων δυνάμεων που ονομάζονται συνιστώσες από μία που ονομάζεται συνισταμένη.

Συνισταμένη: η δύναμη που φέρνει το ίδιο αποτέλεσμα με δύο ή περισσότερες δυνάμεις.

Συντελεστής τριβής: αδιάστατο μέγεθος (δεν έχει μονάδες) και εξαρτάται από το είδος των επιφανειών συνεπαφής.

Συντηρητικές δυνάμεις: οι δυνάμεις των οποίων το έργο ισούται με το αντίθετο της μεταβολής της αντίστοιχης δυναμικής ενέργειας.

Σύστημα συντεταγμένων: ένα μαθηματικό εργαλείο που χρησιμοποιείται για να προσδιορίσει τη θέση αντικειμένων ή σημείων στον χώρο, χρησιμοποιώντας ένα σύνολο αριθμητικών τιμών που ονομάζονται συντεταγμένες.

Συχνότητα: το μονόμετρο μέγεθος που δείχνει πόσες περιστροφές εκτελούνται από το υλικό σημείο στη μονάδα του χρόνου.

Ταλάντωση: η παλινδρομική κίνηση που γίνεται από τη μια και από την άλλη πλευρά της θέσης ισορροπίας ενός σωματιδίου.

Τάση νήματος: η δύναμη που ασκεί κάθε τεντωμένο νήμα στο σώμα που είναι δεμένο σε αυτό.

Τριβή: η δύναμη που εμφανίζεται μεταξύ δύο σωμάτων όταν αυτά βρίσκονται σε επαφή και είτε το ένα ολισθαίνει ως προς το άλλο είτε τείνει να ολισθήσει. Είναι παράλληλη στην επιφάνεια συνεπαφής των δύο σωμάτων και έχει φορά που αντιστέκεται στην ολίσθηση ή στην τάση για ολίσθηση.

Τροχιά: το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες πέρασε ή θα περάσει ένα κινούμενο σώμα.

Γλωσσάρι Φυσικής

Τυπολόγιο

Δύναμη

$\vec{F}=-k\cdot\vec{x}$

F : δύναμη N
k : σταθερά του ελατηρίου $\frac{\text{N}}{\text{m}}$
x : παραμόρφωση του ελατηρίου m

$\vec{F_1}=-\vec{F_2}$

F_i : δράση, αντίδραση N

$\Sigma\vec{F}=\vec{F_1}+\vec{F_2}$

$\Sigma F=F_1+F_2$ ομόρροπες δυνάμεις
$\Sigma F=F_1-F_2$ αντίρροπες δυνάμεις
$\Sigma F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$ κάθετες δυνάμεις

$0\leq T_{\sigma\tau}\leq T_{o\rho}$

$T_{\sigma\tau}$: στατική τριβή N
$T_{o\rho}$: οριακή τριβή N

$T_{o\lambda}=\mu\cdot N$

μ : ο συντελεστής τριβής ολίσθησης (–)
N : κάθετη δύναμη επαφής N

$\mathrm{T}=d\cdot F$

τ : ροπή δύναμης Nm
d : μοχλοβραχίονας m

$w=m\cdot g$

W : βάρος N
m : μάζα kg

$F=G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

r: απόσταση m, m_1: μάζα σώματος kg, m_2: μάζα σώματος kg, F: δύναμη N, G: σταθερά της παγκόσμιας έλξης

$g=G\frac{M_\Gamma}{r^2}$

g: επιτάχυνση της βαρύτητας $\frac{m}{s^2}$

Από τη δύναμη στην κίνηση

$\Delta t=t_{\tau\varepsilon\lambda}-t_{\alpha\rho\chi}$

Δt : χρονική διάρκεια s

$\Delta\vec{r}=\vec{r}_{\tau\varepsilon\lambda}-\vec{r}_{\alpha\rho\chi}$

Δr : μετατόπιση m

$\upsilon_\mu=\frac{s}{\Delta t}$

υ_μ : μέση ταχύτητα $\frac{m}{s}$
s : διάστημα m

$\vec{\upsilon}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$ (για Δt πολύ μικρό - 2.1.6)

υ : στιγμιαία ταχύτητα $\frac{m}{s}$

$\vec{\alpha}_\mu=\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$

α_μ : μέση επιτάχυνση $\frac{m}{s^2}$

$\Delta\upsilon$: μεταβολή ταχύτητας $\frac{m}{s}$

$\Sigma\vec{F}=0$

ΣF : Συνθήκη ισορροπίας υλικού σημείου N

$\Sigma\vec{F}=0$, $\Sigma\vec{\tau}=0$

Ισορροπία άκαμπτου σώματος

$\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}}{m}$

Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα

$x=x_0+\upsilon\cdot t$

x : τελική θέση κινητού m, x_0 : αρχική θέση κινητού m,
υ : ταχύτητα κινητού, t: χρόνος κίνησης κινητού

$\upsilon=\upsilon_0+\alpha\cdot t$

υ : τελική ταχύτητα κινητού $\frac{m}{s}$,
υ_0 : αρχική ταχύτητα κινητού $\frac{m}{s}$

$x=x_0+\upsilon_0\cdot\Delta t+\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t^2$

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, x : τελική θέση κινητού m,
x_0: αρχική θέση κινητού m,
υ_0: αρχική ταχύτητα κινητού m/s,
t: χρόνος κίνησης κινητού s,
α: επιτάχυνση κινητού m/s^2

$\upsilon^2=\upsilon_0^{\ 2}+2\alpha\cdot\Delta x$

Σχέση μετατόπισης ταχύτητας

$\upsilon_\mu=\frac{\upsilon_0+\upsilon}{2}$

Μέση ταχύτητα στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

Από τη δύναμη στην ενέργεια

$K=\frac{1}{2}m\,\upsilon^2$

K : κινητική ενέργεια J

$K_{\sigma\tau\rho o\varphi}=\frac{1}{2}I\,\omega^2$

$K_{\sigma\tau\rho o\varphi}$: στροφική κινητική ενέργεια J

$I=(m_1 r_1^2+m_2 r_2^2+m_3 r_3^2+..)=\sum m_i r_i^2$

I : ροπή αδράνειας kg·m^2

$U_{\beta\alpha\rho}=mgh$

$U_{\beta\alpha\rho}$: βαρυτική δυναμική ενέργεια J
h : ύψος από το έδαφος m

$E_{\mu\eta\chi}=K+U$

$E_{\mu\eta\chi}$: μηχανική ενέργεια J

$\Delta E_{MHX}=\Delta K+\Delta U=0$

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας σε κλειστό σύστημα χωρίς δυνάμεις διασποράς

$\bar{P}=\frac{\Delta E_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{\Delta t}$

$\bar{P}$: μέση ισχύς W
$\Delta E_{\sigma\upsilon\sigma\tau}$: μεταβολή ενέργειας συστήματος J

$P=F\upsilon$

P : στιγμιαία ισχύς W

$W_{F_{\sigma\upsilon\nu\tau}}=-\Delta U$

$W_{F_{\sigma\upsilon\nu\tau}}=-\Delta U$: Έργο συντηρητικής δύναμης J

$\Delta U=U_{\tau\varepsilon\lambda}-U_{\alpha\rho\chi}$: μεταβολή δυναμικής ενέργειας J

$E_{συστ}=E_{μηχ}+E_{θερμ}=K+U+E_{θερμ}$

$E_{συστ}$: συνολική ενέργεια συστήματος J

$ΔE_{συστ}=0$, $ΔE_{MHX}+ΔE_θ=0$

Αρχή διατήρησης της ενέργειας σε κλειστό σύστημα

$ΔE_θ=T_{ολ}Δs$

$ΔE_θ$: αύξηση θερμικής ενέργειας

$ΔE_{συστ}=W_{εξωτ}$, $ΔE_{μηχ}+ΔE_θ=W_{εξωτ}$

Αρχή διατήρησης της ενέργειας σε ανοικτό σύστημα χωρίς θερμικές αλληλεπιδράσεις

$ΔE_{συστ}=W_{εξωτ}+Q$, $ΔE_{μηχ}+ΔE_θ=W_{εξωτ}+Q$

Αρχή διατήρησης της ενέργειας σε ανοικτό σύστημα με μηχανικές και θερμικές αλληλεπιδράσεις

$ΔE_θ=W_{εξωτ}+Q$

Αρχή διατήρησης της ενέργειας σε θερμοδυναμικό σύστημα Πρώτος νόμος της Θερμοδυναμικής

$e=\frac{W}{Q_h}$

e : συντελεστής απόδοσης

Q_h : ποσότητα θερμότητας θερμή δεξαμενή J

$Q_h=W+|Q_c|$

Q_c : ποσότητα θερμότητας ψυχρή δεξαμενή J

$e_{\max}=1-\frac{T_c}{T_h}$

T_c : Θερμοκρασία ψυχρής δεξαμενής K

T_h : Θερμοκρασία θερμής δεξαμενής K

Ήχος

$T=\frac{1}{f}$

T : περίοδος s

f: συχνότητα Hz

$υ=λf$

$λ$: μήκος κύματος m

f: συχνότητα Hz

$I=\frac{ΔE}{ΔS\cdot Δt}$

I : ένταση του κύματος $\frac{Watt}{m^2}$

$I=\frac{P}{S}$

P : ισχύς W

S : επιφάνεια m^2

$I=σταθ\cdot A^2$

A : πλάτος κύματος m

$L=n\frac{λ}{2}$, όπου $n=1,2,3...$

L: μήκος χορδής

$λ$: μήκος κύματος του εγκάρσιου κύματος

$f_n=n\cdot\frac{υ}{2L}$

f_n : συχνότητα στάσιμου κύματος Hz

L : μήκος χορδής m

$L=2n\frac{λ}{4}$, όπου $n=1,2,3...$

L: μήκος ανοικτού ηχητικού σωλήνα m

$λ$: μήκος κύματος m

$f_n=2n\cdot\frac{υ}{4L}$, όπου $n=1,2,3...$

f_n : συχνότητα στάσιμου κύματος Hz

L : μήκος ανοικτού ηχητικού σωλήνα m

$L=(2n-1)\frac{λ}{4}$, όπου $n=1,2,3...$

L: μήκος κλειστού ηχητικού σωλήνα m

$λ$: μήκος κύματος m

$f_n=(2n-1)\cdot\frac{υ}{4L}$ όπου $n=1,2,3...$

f_n : συχνότητα στάσιμου κύματος Hz

L : μήκος κλειστού ηχητικού σωλήνα m

$f_δ=|f_2-f_1|$

$f_δ$: συχνότητα διακροτήματος Hz

f_2, f_1: παραπλήσιες συχνότητες

$T_δ=\frac{1}{f_δ}=\frac{1}{|f_2-f_1|}$

$T_δ$:Περίοδος διακροτήματος s

$f_δ$: συχνότητα διακροτήματος Hz

f_2, f_1: παραπλήσιες συχνότητες

Συνοπτικές απαντήσεις και αποτελέσματα

Απαντήσεις στις ερωτήσεις

1.1.1 ΝΑΙ / **1.1.2** Ζυγαριές με ελατήριο-αναρτήσεις-στρώματα / **1.1.3** Περπάτημα, κουπί, πύραυλος, κολύμβηση, ιστιοπλοΐα / **1.1.4** Διότι ασκούνται σε διαφορετικά σώματα / **1.1.5** 10.000 *N* / **1.1.6** Α-Λ, Β-Λ, Γ-Λ, Δ-Λ, Ε-Σ / **1.2.1** Γ / **1.22** Δ / **1.2.3** Β / **1.2.4** Α / **1.2.5** εφ$\theta=F_1/F_2$ / 1.2.6 $F_x=F$ημθ, $F_y=F$συνθ / **1.3.1** Α.- Σ, Β.-Ο, Γ.-Σ, Δ.-Σ, Ε.-Ο / **1.3.6** Α. Λ, Β. Σ, Γ. Λ, Δ. Σ, Ε. Σ, ΣΤ. Λ, Ζ. Λ Η. Σ Θ. Σ / **1.3.7** Β. / **1.3.8** Α. Δεν θα μεταβληθεί, Β. Θα αυξηθεί, Γ. Δεν θα μεταβληθεί, Δ. Δεν θα μεταβληθεί, Ε. Θα μειωθεί, ΣΤ. Θα αυξηθεί, Ζ. Θα αυξηθεί. / **1.4.1** Α) Αύξηση της ροπής, Β. Μοχλός, / **1.4.2** Α) Αύξηση της ροπής: / **1.5.1** Α. Λ, Β, Λ, Γ. Σ, Δ. Λ. Ε. Σ / **1.5.2** Α. Λ, Β, Σ, Γ. Λ, Δ. Λ. / **1.5.3** ίση, λόγω δράσης αντίδρασης / **2.1.1** κατακόρυφη και παραβολική / **2.1.2** Α. περιοδική ταλάντωση, Β. κυκλική, / **2.1.3** Β / **2.1.4** Γ / **2.1.5** -7m, 21m / **2.1.6** 10m/s / **2.1.7** 25m/s / **2.1.8** Α / **2.2.1** α) λόγω αδράνειας β) λόγω αδράνειας / **2.2.2** Προστασία των επιβατών / **2.2.3** Δες ψηφιακό πόρο / **2.3.1** Β. / **2.3.2** 8m/s^2 / **2.3.3** Β / **2.3.4** Δ / **2.3.5** α-ii, β-i, γ-iii / **2.3.6** μάζα, ανάλογη, αντίστροφα ανάλογη. / **2.3.7** στα τρένα είναι μεγάλη η δύναμη η μεγάλη τους μάζα μειώνει την επιτάχυνση / **2.4.1** Α και Δ / **2.4.2** x-θέση, υ-ταχύτητα, x_0-αρχική θέση, t-χρόνος / **2.4.3** σωστή πρόταση είναι η Β / **2.4.4** σωστή πρόταση είναι η Β / **2.4.5** σωστή πρόταση είναι η Γ / **2.4.6** t = 4 s / **2.4.7** 1-Ε, 2-Β, 3-Α, 4-Δ, 5-Δ, 6-Γ / **2.4.8** $x=x_o+υt$ / **2.4.9** Δες τον συμπληρωμένο πίνακα στον ψηφιακό πόρο / **2.5.1** Δες το σχήμα στον ψηφιακό πόρο / **2.5.2** σωστές προτάσεις είναι η α) και η β) / **2.5.3** ΜΔ / **2.5.4** η πρόταση είναι σωστή / **2.5.5** ομαλή κυκλική με το σημείο Α να έχει διπλάσια υγραμ / **3.1.1** ανοικτό σύστημα είναι ο πλανήτης κλειστό σύστημα είναι ο ISS / **3.1.2** Για να εμποδίσουμε τη διαφυγή της θερμότητας τον χειμώνα χρησιμοποιούμε μονωτικά υλικά / **3.1.3** Ναι είναι δυνατόν να διατηρείται / **3.2.1** Δεν μπορεί να είναι αρνητική. Όλοι οι παράγοντες της κινητικής ενέργειας είναι θετικοί / **3.2.2** Σωστή απάντηση είναι η β / **3.2.3** Δεν διατηρείται η μηχανική ενέργεια / **3.2.4** Σωστή είναι η απάντηση γ / **3.2.5** Μεγαλύτερη θερμική ενέργεια έχει το νερό της πισίνας / **3.2.6** Δες τον συμπληρωμένο πίνακα στον ψηφιακό πόρο / 3.3.1 Σωστή απάντηση είναι η α / **3.3.2** Σωστή απάντηση είναι η γ / **3.3.3** Σωστή απάντηση είναι η γ / **3.3.4** Όταν η δύναμη ασκείται κάθετα στη μετατόπιση ή όταν το σώμα είναι ακίνητο. / **3.3.5** Το έργο της δύναμης του βάρους είναι μηδέν / **3.3.6** η σωστή απάντηση στο Α είναι α και στο Β είναι α / **3.4.1** Σωστή είναι η απάντηση ε / **3.4.2** Είναι αντίθετες ποσότητες / **3.5.1** πιο ακριβής είναι η απάντηση ε / **3.5.2** Ένα κιβώτιο που κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα / **3.5.3** Η έλλειψη ενέργειας οδηγεί σε αύξηση των τιμών της ενέργειας / **3.6.1** προμήθεια νερού, πρόσβαση σε υποδομές, ευκολία παραγωγής ενέργειας, απόρριψη θερμότητας / **3.6.2** Είναι σχεδόν αδύνατο / **3.6.3** Η πρόταση Δ είναι αδύνατη λόγω ΑΔΕ / **4.1.1** Ταλάντωση κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης, ενώ τα διαμήκη παράλληλα. / **4.1.2** διαμήκη μηχανικά κύματα / **4.1.3** ηχητικά κύματα με συχνότητες υψηλότερες από 20000Hz / **4.1.4** το τετράγωνο του πλάτους του κύματος / **4.1.5** 1-β, 2-α, 3-α, 4-δ, 5-γ, 6-ε, 7-γ, 8-β. / **4.2.1** Σωστές είναι οι προτάσεις γ και δ. / **4.2.2** η συχνότητα θα είναι 250 Hz. / **4.2.3** Σωστή είναι η απάντηση γ / **4.3.1** Το ποτήρι σπάει λόγω του φαινομένου του συντονισμού / **4.3.2** με τη ρύθμιση της τάσης των χορδών / **4.3.3** ένα φαινόμενο που συμβαίνει όταν δύο ήχοι με ελαφρώς διαφορετικές συχνότητες συμβάλουν / **4.3.4** Ο αριθμός των μεγιστοποιήσεων της έντασης του ήχου σε κάθε δευτερόλεπτο / **4.3.5** Το σωστό κούρδισμα εξαλείφει το φαινόμενο του διακροτήματος / **4.3.6** οι συχνότητες των ήχων διαφέρουν κατά 2 Hz

Αποτελέσματα ασκήσεων

1.1.1 ΟΧΙ / **1.1.2** Να κολλήσουμε το μαγνητάκι σε ένα αμαξίδιο / **1.1.3** Δx=16cm / **1.2.1** Α. 7N, Β. 3N / **1.2.2** Α. 14N, Β. 2N, Γ. 10N / **1.2.3** 14N / 1.2.4 -65N / **1.2.5** 40N, 30N / **1.2.6** 100*N* $100\sqrt{3}$ *N* / **1.3.1** Δες ψηφιακό πόρο. / **1.3.2** Δες ψηφιακό πόρο. / **1.3.3** Δες ψηφιακό πόρο. / **1.3.4** Δες ψηφιακό πόρο. / **1.3.5** 0,25 / **1.3.6** 13*N* / **1.3.7** Δες ψηφιακό πόρο. / **1.3.8** Α. Δες ψηφιακό πόρο., Β. 30*N*, Γ. 50*N* / **1.3.9** Δες ψηφιακό πόρο. / **1.4.1** 4 Nm / **1.4.2** Α. Δες ψηφιακό πόρο. Β. 200 *N*, 5 φορές μικρότερη. / **1.4.3** 1m / **1.4.4** -5,2 *N*m / **1.5.1** Ε. / **1.5.2** 1/1000 του βάρους ενός κουνουπιού / **1.5.3** 200N σε ύψος από την επιφάνεια της Γης όσο η ακτίνα της Γης. / **1.5.4** Δες ψηφιακό πόρο. / **2.1.1** Α, Β. Δες ψηφιακό πόρο. Γ. 5cm / **2.1.2** Δες ψηφιακό πόρο. / **2.1.3** Β. $\Delta x = 6\sqrt{2}\ m, s = 12m$ / **2.1.4** Α. Δx=0, s=20m Β. υ=7,14m/s υ=0 / **2.1.5** Α. $\Delta υ$=-10m/s, Β. α=-1 $\frac{m}{s^2}$ / **2.1.6** 3m/s^2 / **2.2.1** Α. Δες ψηφιακό πόρο, Β. 20*N* / **2.2.2** Α. Δες ψηφιακό πόρο, Β.1,5 *N* / **2.2.3** 20N, 30N / **2.2.4** Α. Δες ψηφιακό πόρο, Β 600*N*, 1000*N* / **2.2.5** Α. Δες ψηφιακό πόρο, Β. 4,62*N*, 2,31*N* / **2.2.6** Α. Δες ψηφιακό πόρο, Β. 6*N*, 8*N* / **2.2.7** Α. 4. Β. 1 / **2.3.1** Α. 5m/s^2 Β. 6m/s^2 / **2.3.2** 3,75kg / **2.4.1** Α. Σ, Β. Λ, Γ. $x(t) = \frac{1}{2} \cdot t^2$, υ(t)=t, S.I. Δ. Σ / **2.4.2** Β. x(t)=4t-t^2, υ(t)=4-2t S.I., Γ. κλίση=0 / **2.4.3** Α. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, Β. υ(t)=2t, x(t)=t^2 S.I., Γ. t=35s, Δ. η απογείωση δεν ήταν ασφαλής. / **2.4.4** Δες ψηφιακό πόρο / **2.4.5** Α. 25m/s, 90km/h, Β. t=48s / **2.4.6** Α. 20m/s, 72km/h, Β. t=60s, Γ. s=6km / **2.4.7** Α. x(t)=-12+4t, Β. x=8m, Γ. t=3s, Δ. Δx=20m / **2.4.8** Α. $υ_1$=12m/s, αρνητική φορά, $υ_2$=8m/s, θετική φορά, Β. d=20m, Γ. Δx_1=-24m, Δx_2=16m, s_1=24m, s_2=16m, Δ. t=3s, x=14m / **2.4.9** Β. t=5s, x=-10m / **2.4.10** $υ_o$=15 m/s / **2.4.11** Δες ψηφιακό πόρο / **2.4.12** t=5 s, $υ$=45 m/s / **2.4.13** $α$=10 m/s^2, σωστή η B_3, Δx=40m / **2.5.1** $υ$=7,33 m/s / **2.5.2** T=0,5 s / **2.5.3** $υ$ =0,0021 m/s / **2.5.4** θ=66π rad, s=20,72 m, υ=0,345 m/s / **3.2.1** Η κινητική ενέργεια του βλήματος είναι μεγαλύτερη / **3.2.2** $υ_A/υ_B$=4 / **3.2.3** θα πρέπει να κινείται με ταχύτητα 5m/s / **3.2.4** ΔU=1258600 J / **3.2.5** Σωστή είναι η απάντηση Β / **3.2.6** $U3<U4<U1<U2<U5$ / **3.2.7** Δες το συμπληρωμένο πίνακα στον ψηφιακό πόρο / **3.3.1** W=30000 J / **3.3.2** Δ / **3.3.3** 860.420,65 cal / **3.3.4** 1.706,07 BTU / **3.3.5** $W_N=W_B=0$, W_T=-80 J / **3.4.1** 400 J, 20 m/s, 400 J / **3.4.2** δεν θα καταφέρει να φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο / **3.4.3** h=31,25 m / **3.5.1** μεταλλικό σφαιρίδιο, έδαφος και Γη, Q=50,1 J / **3.5.2** 232,5 J / **3.6.1** 24,75%, 49000 J / **3.6.2** 857,14 J / **3.6.3** 50 J, 50 J / **4.1.1** λ=2m / **4.1.2** T=0,05 s / **4.1.3** λ=1,1 m / **4.1.4** I=2W/m^2 / **4.1.5** I=1000 W/m^2 / **4.2.1** λ_1=1,5m λ_2=0,75m f_1=440Hz, f_2=880 Hz, τέσσερεις / **4.2.2** f_1=30Hz / **4.2.3** T=0,2 s A=0,2m υ=5m/s / **4.2.4** Δl=0,162m / **4.3.1** L=19,5 cm / **4.3.2** f=4Hz / **4.3.3** 254Hz ή 258Hz / **4.3.4** 2,4m / **4.3.5** $f$min=42,5Hz

Αποτελέσματα προβλημάτων

1.1.1 Α. Στο βαρίδι ασκούνται 2 δυνάμεις, το βάρος του με κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω και η δύναμη από το ελατήριο που έχει αντίθετη κατεύθυνση από το βάρος. Αφού το βαρίδι δεν μεταβάλλει την κινητική του κατάσταση, η συνολική δύναμη που δέχεται θα ισούται με μηδέν. Έτσι προκύπτει πώς η δύναμη που δέχεται το βαρίδι από το ελατήριο θα έχει ίσο μέτρο με το βάρος του βαριδίου. Από τον 3ο νόμο του Νεύτωνα όμως η δύναμη που δέχεται το βαρίδι από το ελατήριο θα ισούται με τη δύναμη που δέχεται το ελατήριο από το βαρίδι. Συνεπώς όταν το βαρίδι ισορροπεί η δύναμη που τεντώνει το ελατήριο είναι ίση με το βάρος του βαριδιού. / **1.1.2** x_1=0,1m, x_2=0,05m / **1.2.1** 36,05N, εφφ=2/3 / **1.2.2** $10\sqrt{3}$ / **1.4.1** 8,31*N*m / **1.5.1** Δες ψηφιακό πόρο. / **1.5.2** $h=9R$ / **1.5.3** 5*N*/Kg / **1.5.4** 0,0000007 *N* 0,00000134 *N* η δύναμη από τον Δία είναι διπλάσια / **2.1.1** Α, 9,42m, 6m, Β. 3,14m, 2m/s / **2.2.1** Α. Δες ψηφιακό πόρο, Β. 6*N*, Γ. 12*N*, 12*N*. / **2.2.2** Α. Δύο στην 3η εγκοπή. Β. 3 στην 2η εγκοπή ή 1 βαρίδιο στην 6η εγκοπή / **2.3.1** *N*=100*N*, W=150*N*, *T*ολ=25, ΣF=25 *N* / **2.4.1** t=4s, x=8-2t+0,25t^2, υ=-2+0,5t, x=4m, ναι επανέρχεται την t=8s / **2.4.2** x=30-10t, x=-20m, t=3s, Δx=-50m, / **2.4.3** Ε.Ο.Κ. x=30-2t, x=4t, συνάντηση t=5s, t1=4s, t2=6s / **2.4.4** Α. υλικό σημείο Α Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, υλικό σημείο Β Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη, Β. xA=30t-t^2, xB=2t^2, Γ. την χρονική στιγμή που τα κινητά έχουν την ίδια ταχύτητα t=5s, Δ. t=10s, Ε. x=200m / **2.4.5** Δx_1=100m, Δx_2=-150m, t=15s, x=0 / **2.4.6** Δες ψηφιακό πόρο / **2.4.7** Δες ψηφιακό πόρο / **2.5.1** T=5,36s / **2.5.2** $α_κ$=3951,44m/s^2, η γραμμική ταχύτητα της άκρης του έλικα είναι μικρότερη / **2.5.3** 11168m/s 0,000436rad/s 4,87m/s^2 / **2.5.4** 3,768 10^{21}m / **2.5.5** 485,96 *N* 16,94 *N* στην παιδική χαρά η κεντρομόλος είναι μεγαλύτερη / **3.2.1** 0,1m/s, από τη σταθερά ελατηρίου τη μάζα και τη θέση, αρχικές συνθήκες / **3.2.2** Δες ψηφιακό πόρο / **3.2.3** κιβώτιο και κατακόρυφο ελατήριο / **3.2.4** κιβώτιο που βάλλεται κατακόρυφα από το έδαφος / **3.2.5** Δες ψηφιακό πόρο / **3.3.1** W=0,2 J / **3.3.2** 80000cal h=33,44m / **3.3.3** $υ$=100m/s P=26826,47hp / 3.4.1 $υ$=12m/s / **3.4.2** $υ$=6m/s / **3.4.3** $υ_κ$=40m/s στο σημείο Σ, $υ_Σ$=44, 7m/s η ταχύτητα είναι ανεξάρτητη της μάζας / **3.5.1** Δες ψηφιακό πόρο / **3.5.2** Στην Α η μέγιστη επιμήκυνση είναι διπλάσια και η ενέργεια τετραπλάσια / **3.5.3** υπάρχει τριβή μ=0,375 / **3.5.4** Δες ψηφιακό πόρο / 4.**1.1** $υ$=347,83m/s / **4.2.1** 139,43Hz 278,86Hz 418,29Hz 143 αρμονικές 69,72Hz 209,15Hz 348,58Hz / **4.2.2** f=283,33Hz / **4.2.3** L=0,195m

Απαντήσεις των ερωτήσεων και λύσεις των ασκήσεων και των προβλημάτων

Πηγές εικόνων Φυσικής Α΄ Λυκείου

Domenico Fetti, Πορτραίτο μελετητή (Αρχιμήδης), 1620. Αποθετήριο πολυμέσων Wikimedia: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Domenico-Fetti_Archimedes_1620.jpg
Νόμοι του Νεύτωνα. Αποθετήριο πολυμέσων Wikimedia: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Newton-1-5.jpg
Richard Feynman. Αποθετήριο πολυμέσων Wikimedia: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Richard_Feynman_Nobel.jpg
James Joule. Αποθετήριο πολυμέσων Wikimedia: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Joule_James_sitting.jpg
Μηχάνημα λιθοτριπτήρων με κινητό ακτινοσκοπικό σύστημα. Creative Commons άδειες και αποθετήριο πολυμέσων Wikimedia: DiverDave, CC BY-SA 3.0, μέσω Wikimedia Commons. URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lithotriptor_machine.jpg
Σύστημα σόναρ. Αποθετήριο πολυμέσων Wikimedia: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Collecting_Multibeam_Sonar_Data.jpg