

Πρόσημο των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$

Συμπληρωματικό Υλικό 2.3.5.3

Είδαμε παραπάνω ότι το πρόσημο της διακρίνουσας καθορίζει το πλήθος των πραγματικών ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$. Μπορούμε, ωστόσο, από το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της, να αντλήσουμε περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τις ρίζες. Συγκεκριμένα θα δούμε ότι το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$ καθορίζουν το πρόσημο τους. Πραγματικά, αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, τότε ισχύουν οι παρακάτω προτάσεις:

- Αν $\Delta > 0, P > 0, S > 0$, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες θετικές.
- Αν $\Delta > 0, P > 0, S < 0$, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες αρνητικές.
- Αν $\Delta > 0, P < 0, S > 0$, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες ετερόσημες με απολύτως μεγαλύτερη τη θετική.
- Αν $\Delta > 0, P < 0, S < 0$, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες ετερόσημες με απολύτως μεγαλύτερη την αρνητική.
- Αν $\Delta > 0, P < 0, S = 0$, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες αντίθετες.
- Αν $P = 0, S > 0$, τότε η εξίσωση έχει μια ρίζα το μηδέν και η άλλη είναι θετική.
- Αν $P = 0, S < 0$, τότε η εξίσωση έχει μια ρίζα το μηδέν και η άλλη είναι αρνητική.
- Αν $\Delta = 0$, έχουμε διπλή ρίζα, οπότε αν $S > 0$ η ρίζα είναι θετική, αν $S < 0$ η ρίζα είναι αρνητική και αν $S = 0$ η ρίζα είναι το μηδέν.

Παράδειγμα Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + (\lambda - 1)x + 2\lambda - 8 = 0$. Να υπολογίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$,

ώστε η εξίσωση να έχει

(α) δύο αντίθετες ρίζες

(β) δύο αντίστροφες ρίζες.

Λύση

Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης.

(α) Αν οι ρίζες είναι αντίθετες, τότε έχουμε

$$x_1 = -x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow S = 0 \Leftrightarrow -\frac{\beta}{\alpha} = 0 \Leftrightarrow \beta = 0 \Leftrightarrow \lambda - 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

(β) Αν οι ρίζες είναι αντίστροφες, τότε έχουμε

$$x_1 = \frac{1}{x_2} \Leftrightarrow x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow P = 1 \Leftrightarrow \frac{\gamma}{\alpha} = 1 \Leftrightarrow \gamma = \alpha \Leftrightarrow 2\lambda - 8 = 2 \Leftrightarrow \lambda = 5$$

Τίτλος: «**Πρόσημο των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$** »

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2025**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.

Μητρώο
Διδακτικών
Βιβλίων



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΕΠ **ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ**
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή