

Περιττοί και Άρτιοι Φυσικοί Αριθμοί

Συμπληρωματικό Υλικό 1.2.1

Είναι πολύ όμορφοι οι ορισμοί των άρτιων και των περιττών αριθμών. Σύντομοι και κατανοητοί. Όμως σε ένα «μαθηματικό κείμενο», σε μια εξίσωση ας πούμε, πώς θα αξιοποιήσουμε την ιδιότητα ότι ένας αριθμός είναι περιττός ή άρτιος; Πώς θα το βάζαμε στην εξίσωση αυτό; Δεν μπαίνει έτσι. Επομένως, πρέπει να βρούμε ένα συμβολικό τρόπο για τους περιττούς και τους άρτιους.

Παράδειγμα Το άθροισμα δύο περιττών είναι άρτιος.

Πώς μπορούμε να ξέρουμε αν είναι σωστό αυτό. Μπορούμε με το μυαλό μας να κάνουμε δοκιμές με συγκεκριμένους περιττούς αριθμούς (κάθε φορά όποιους θέλουμε) και τότε βλέπουμε ότι η άποψη αυτή επιβεβαιώνεται. Δηλαδή, όποιους περιττούς και να πάρουμε το άθροισμά τους είναι άρτιος. Για τα μαθηματικά όμως δεν αρκεί αυτό. Μπορεί να κάνει κάποιος όσες δοκιμές θέλει αλλά αυτό δεν επιβεβαιώνει αυτό το γεγονός. Τα μαθηματικά θα προτιμούσαν να πάρουμε δυο τυχαίους περιττούς και να βρούμε το άθροισμα το οποίο να φαίνεται ότι είναι άρτιος. Οπότε, αφού αυτό συμβαίνει για δυο τυχαίους περιττούς θα συμβαίνει για όλους τους περιττούς. Αυτό είναι η γοητεία των μαθηματικών. Από τις άπειρες επιλογές που υπάρχουν παίρνεις μόνο μια και έχεις απαντήσει. Καμία άλλη επιστήμη δεν μπορεί να το κάνει αυτό. Το μυστικό είναι στη λέξη *τυχαίο* και στο γεγονός ότι υπάρχει γενικός συμβολισμός (δηλαδή, τέτοιος που να μας διευκολύνει στις πράξεις) για τους περιττούς αριθμούς. Πως όμως θα συμβολίσουμε ένα περιττό; Με τέτοιο τρόπο που να μην είναι άρτιος είναι μια καλή απάντηση, αν δεν μπορέσουμε να πάμε κατ' ευθείαν στον περιττό. Το *άρτιος* είναι πιο εύκολο. Σύμφωνα με τον Ορισμό 1.2 ένας αριθμός a είναι άρτιος όταν είναι διαιρετός με το 2 και λόγω του Ορισμού 1.3 ένας αριθμός a διαιρετός με το 2 έχει τη μορφή $a = 2k$, όπου k είναι ένας ακέραιος. Όμως, αν θυμηθούμε το γεγονός ότι οι ακέραιοι αριθμοί αποτελούν μια σειρά από άρτιους και περιττούς οι οποίοι εναλλάσσονται ($\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$) ο προηγούμενος και ο επόμενος ενός άρτιου είναι περιττός και για να βρούμε τον προηγούμενο αρκεί να αφαιρέσουμε το 1, ενώ για να βρούμε τον επόμενο αρκεί να προσθέσουμε το 1. Επομένως, ο προηγούμενος του $2k$ είναι ο $2k - 1$ ενώ ο επόμενος είναι ο $2k + 1$, οι οποίοι και οι δύο μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως η γενική μορφή των περιττών. Υπάρχει πάντως και ένας πολύ πιο σύντομος τρόπος που οδηγεί στη γενική μορφή $2k + 1$. Περιττός, είναι αυτός που δεν διαιρείται με το 2. Επομένως, αν κάνουμε τη διαίρεση με το 2 θα έχουμε υπόλοιπο, και το μόνο υπόλοιπο μιας διαίρεσης με το 2 που δεν είναι τέλεια είναι 1. Άρα, αν a είναι ένας τυχόντας περιττός αριθμός, 2 ο διαιρέτης, k το ηλίκο και 1 το υπόλοιπο, τότε από την δοκιμή της ευκλείδειας διαίρεσης (*ανατρέξτε σε κάποιο βιβλίο σας από προηγούμενες τάξεις και μελετήστε τη λίγο*) παίρνουμε ότι $a = 2k + 1$, δηλαδή την πρώτη μορφή που βρήκαμε παραπάνω για τους περιττούς την $2k - 1$, όπου το k πρέπει να είναι πάντα ακέραιος (μην το ξεχνάμε αυτό).

Επιστρέφουμε τώρα στο πρόβλημα. Έστω $\alpha = 2k + 1$ και $\beta = 2\lambda + 1$, με k, λ ακέραιους, δύο περιττοί. Τότε,

$$\alpha + \beta = (2k + 1) + (2\lambda + 1) = 2k + 1 + 2\lambda + 1 = 2k + 2\lambda + 2 = 2(k + \lambda + 1) = 2\mu,$$

όπου το $\mu = k + \lambda + 1$ είναι ένας ακέραιος ως άθροισμα ακεραίων. Επομένως, ο $\alpha + \beta$ είναι άρτιος ως πολλαπλάσιο του 2.

Τίτλος: «Περιττοί και Άρτιοι Φυσικοί Αριθμοί»

Έκδοση: 1.5

Ημερομηνία: 10/09/2025

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.

Μητρώο
Διδακτικών
Βιβλίων



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΕΠ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή