

Οι Φυσικοί Αριθμοί

Ίσως το πιο δύσκολο πρόβλημα σχετικά με τα «βασικά σύνολα» αριθμών είναι η «θεμελίωση» των φυσικών αριθμών. Παρόλο που είναι γνωστοί στον άνθρωπο από την εποχή που ούτε καν είχε αναπτύξει κάποια γλώσσα, χρειάστηκαν αιώνες ώσπου να επιτευχθεί μια στοιχειώδης έστω θεμελίωσή τους. Ακόμα, και για τους πιο γνωστούς φυσικούς αριθμούς, για παράδειγμα το 1, το 2, το 3, δεν υπήρχε ένας «αποδεκτός» ορισμός, και το χειρότερο, ένας τρόπος δημιουργίας τους. Όσο για το 0 μέχρι, τα τέλη του 18^{ου} αιώνα, δεν θεωρείτο καν αριθμός. Με την ανάπτυξη, ωστόσο, της θεωρίας των συνόλων οι θεωρητικοί μαθηματικοί πρώτα και στη συνέχεια οι υπόλοιποι, άρχισαν να συμπεριλαμβάνουν το 0 (ως το πλήθος των στοιχείων του κενού συνόλου) δηλαδή, όρισαν το 0 ως το μικρότερο πληθικό αριθμό που μπορεί να υπάρξει. Στη συνέχεια όρισαν το 1 ως τον πληθάρημο όλων των μονοσυνόλων, το 2 ως τον πληθάρημο όλων των συνόλων με δύο στοιχεία κ.ο.ε. Ωστόσο, η πρώτη τυπική θεμελίωση των φυσικών αριθμών βασίζεται σε μια σειρά από αξιώματα (προτάσεις και προϋποθέσεις που έχουν γίνει αποδεκτές χωρίς απόδειξη) που παρουσιάστηκαν από τον Ιταλό μαθηματικό Giuseppe Peano τον 19ο αιώνα. Τα πρώτα και πιο βασικά αξιώματα του Peano αφορούν στην κατασκευή του συνόλου των φυσικών και είναι τα εξής:

1. Το 0 είναι ένας φυσικός αριθμός.

*Για ιστορικούς μόνο λόγους αναφέρουμε ότι η αρχική διατύπωση των αξιωμάτων του Peano χρησιμοποίησε το 1 αντί για το 0 ως τον «πρώτο» φυσικό αριθμό, ωστόσο, στη συνέχεια στα αξιώματα συμπεριελήφθη και το 0, συγκεκριμένα στο βιβλίο *Formulario Mathematico* του Peano.*

2. Αν a είναι ένας φυσικός, τότε $a + 1$ είναι φυσικός.

Συγκεκριμένα, είναι ο επόμενος φυσικός μετά τον a . Στο αξίωμα αυτό βασίζεται η κατασκευή του συνόλου των φυσικών. Το 1 λαμβάνεται ως ο επόμενος του 0 (ως $0 + 1$), το 2 ως επόμενος του 1 (ως $1 + 1$), το 3 ως $2 + 1$ κ.ο.ε.

3. Το 0 δεν είναι επόμενος κανενός φυσικού.
4. Δυο φυσικοί με τον ίδιο επόμενο είναι ίσοι.
5. Εάν ένα σύνολο αριθμών S περιέχει το μηδέν και επίσης τον επόμενο κάθε αριθμού στο S , τότε κάθε φυσικός αριθμός περιέχεται στο S .

¹ Στα μαθηματικά, οι πληθικοί αριθμοί, ή πληθάρημοι για συντομία, είναι μια γενίκευση των φυσικών αριθμών που χρησιμοποιούνται για να μετρήσουν την πληθικότητα (μέγεθος) των συνόλων. Η πληθικότητα ενός πεπερασμένου συνόλου είναι ένας φυσικός αριθμός: ο αριθμός των στοιχείων του συνόλου. Οι άπειροι πληθικοί αριθμοί περιγράφουν τα μεγέθη των άπειρων συνόλων. (Πηγή: https://el.wikipedia.org/wiki/Πληθικός_αριθμός)

Τίτλος: «**Οι Φυσικοί Αριθμοί**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2025**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (ΜΙΣ) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.

Μητρώο
Διδακτικών
Βιβλίων



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού

ΙΕΠ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή