

Συμπληρωματικό Υλικό 1.6.2 Για κάθε πραγματικό αριθμό $a > 0$ υπάρχει μοναδικός πραγματικός $x > 0$ τέτοιος ώστε $x^a = a$ » (Σ.Υ. 1.6.2.)

ΣΧΟΛΙΟ Αποδεικνύεται ότι «για κάθε πραγματικό αριθμό $a > 0$ υπάρχει μοναδικός πραγματικός $x > 0$ τέτοιος ώστε $x^a = a$ » ωστόσο, (σε αυτή την τάξη) θα περιοριστούμε στο να δεχτούμε χωρίς απόδειξη αυτή την πρόταση. Άλλωστε, όλες οι ενδείξεις, προς αυτή την κατεύθυνση δείχνουν. Για παράδειγμα, στην ερώτηση (ακόμα και ένας μαθητής μικρότερης τάξης, Β Γυμνασίου, για παράδειγμα) «ποιες είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^3 = 8$ », η απάντηση που δίνεται είναι $x = 2$ και σε μια δεύτερη ερώτηση το «πώς ξέρεις ότι δεν υπάρχει άλλη ρίζα» αρκετοί μαθητές απαντάνε: Μα πώς να υπάρχει και άλλη ρίζα, αφού αν στο x αντί για το 2 θέσουμε έναν μεγαλύτερο αριθμό το x^3 θα είναι μεγαλύτερο από το 8, ενώ αν θέσουμε ένα μικρότερο το x^3 θα είναι μικρότερο. Η απάντηση αυτή είναι μια πολύ πειστική απάντηση και ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα, όμως δεν μπορεί να αποτελέσει μια απόδειξη για την πρόταση. Είναι «αρχικά» μια εικασία που σε επόμενη τάξη θα αποδείξουμε ότι είναι τεκμηριωμένα σωστή, γι' αυτό, παραπάνω την ονομάσαμε πρόταση. Υπάρχουν «προτάσεις» στα μαθηματικά που για μεγάλα χρονικά διαστήματα (μπορεί και αιώνες) παραμένουν χωρίς απόδειξη παρόλο που όλες οι ενδείξεις συνηγορούν με την άποψη ότι είναι σωστές. Αυτές τις «προτάσεις» όσο παραμένουν χωρίς απόδειξη, (στα μαθηματικά) τις λέμε εικασίες.)