

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ

3.1

ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΤΩΝ ΚΡΙΤΗΡΙΩΝ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟΥ

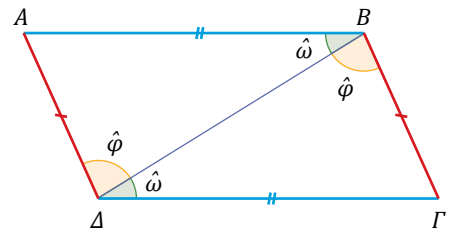
Αν σε ένα τετράπλευρο ισχύει ένα από τα παρακάτω:

- i. Οι απέναντι πλευρές ανά δυο είναι ίσες.
- ii. Δυο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες.
- iii. Οι απέναντι γωνίες ανά δυο είναι ίσες.
- iv. Οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

Τότε αυτό είναι **παραλληλόγραμμο**

ΑΠΟΔΕΙΞΗ:

- i. Συγκρίνετε τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $B\Gamma\Delta$. Έχουν τρεις πλευρές ίσες άρα έχουν και τα υπόλοιπα στοιχεία τους ίσα. Οπότε $\widehat{A\Delta B} = \widehat{\Delta B\Gamma} = \hat{\phi}$, άρα $A\Delta \parallel B\Gamma$ και $\widehat{A B \Delta} = \widehat{B \Delta \Gamma} = \hat{\omega}$, άρα $AB \parallel \Gamma\Delta$. Αφού έχει τις πλευρές του παράλληλες, το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

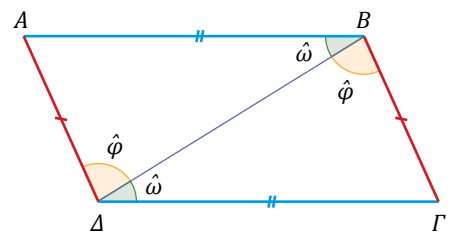


- ii. Συγκρίνετε τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $B\Gamma\Delta$. Έχουν:

- Την $B\Delta$ κοινή.
- $A\Delta = B\Gamma$
- $\widehat{A\Delta B} = \widehat{\Delta B\Gamma} = \hat{\phi}$ (εντός εναλλάξ)

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε έχουν και τα υπόλοιπα στοιχεία τους ίσα. Τρεις πλευρές ίσες άρα έχουν και τα υπόλοιπα στοιχεία τους ίσα. Οπότε $\widehat{A B \Delta} = \widehat{B \Delta \Gamma}$ και αφού είναι εντός εναλλάξ, θα έχουμε $AB \parallel \Gamma\Delta$.

Αφού έχει τις πλευρές του παράλληλες, το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ

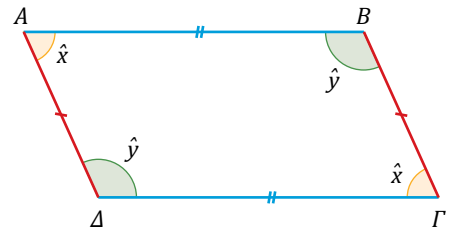
iii. Είναι $\hat{A} = \hat{\Gamma} = \hat{x}$ και $\hat{B} = \hat{\Delta} = \hat{y}$.

Όμως, $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} + \hat{\Delta} = 360^\circ \Leftrightarrow 2\hat{x} + 2\hat{y} = 360^\circ \Leftrightarrow \hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$.

Οι γωνίες \hat{x} και \hat{y} είναι εντός και επί τα αυτά,

άρα $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $AD \parallel B\Gamma$,

οπότε το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.



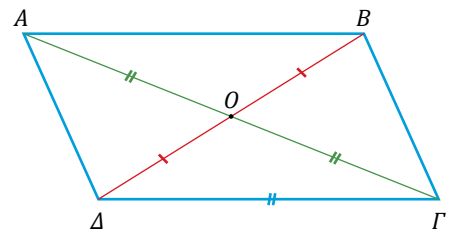
iv. Συγκρίνετε τα τρίγωνα AOB και $\Gamma O\Delta$. Έχουν:

- $AO = O\Gamma$, ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου
- $BO = O\Delta$
- $\widehat{AOB} = \widehat{\Gamma O\Delta}$ (κατακορυφήν)

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, οπότε $AB = \Gamma\Delta$.

Ανάλογα αποδεικνύετε ότι $AD = B\Gamma$.

Οπότε με τέσσερις πλευρές ίσες από το (i) κριτήριο, το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.



Τίτλος: «**Αποδείξεις των κριτηρίων παραλληλόγραμμου**»

Έκδοση: **1.5**

Ημερομηνία: **10/09/2024**

Συντονιστής ομάδας σχεδιασμού και ανάπτυξης: **Κέλλυ Σαρρή Πασχαλίδη**

Δημιουργία: **ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΓΡΑΦΗ**



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή