

Η ψηφιακή ταυτότητα της Δ΄ Δημοτικού περιλαμβάνει τα βασικά χαρακτηριστικά των ΒΜ και ΤΕ, ενδεικτικό σχέδιο διδασκαλίας, ενδεικτικές λύσεις για τα έργα<sup>1</sup>, επιπλέον έργα, προτάσεις προσαρμογής έργων για τις ανάγκες της τάξης και τη δημιουργία συνεργατικού περιβάλλοντος που υποστηρίζει τη συμπερίληψη/ένταξη, διευκρινίσεις για τον τρόπο χρήσης του ημερολόγιου στο ΤΕ, ιδέες για συνθετικές εργασίες.

## Βασικά χαρακτηριστικά

- Χρήση ποικίλου οπτικοποιημένου εκπαιδευτικού υλικού, αναπαραστάσεις, πίνακες, μαθηματικά παιχνίδια, γρίφοι, πειράματα, προσομοιώσεις.
- Προτάσεις για χρήση χειραπτικού υλικού. Χρήση τυπικών και άτυπων γεωμετρικών οργάνων.
- Επίλυση και κατασκευή προβλήματος σε όλες τις ενότητες. Αποτελούν βασικό συστατικό της ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης και των μαθηματικών ιδεών.
- Ψηφιακά μαθησιακά αντικείμενα που αξιολογούν τον βαθμό επίτευξης των ΠΜΑ, επεκτείνουν τη γνώση, ασκούν δεξιότητες, ενισχύουν ικανότητες.
- Εικονίδια που συνοδεύουν αρκετά έργα και είναι η πρόταση της συγγραφικής ομάδας για τον τρόπο οργάνωσης της διδασκαλίας αυτών των έργων. Αναφέρονται σε συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης, εργασία σε ομάδες, συνεργασία στο θρανίο με το διπλανό παιδί, ανακοίνωση αποτελεσμάτων των συνεργασιών και συζήτηση στην τάξη, συζήτηση, ανάλυση και εξαγωγή συμπερασμάτων στην ολομέλεια της τάξης. Οι συνεργασίες μπορούν να πάρουν διάφορες μορφές. Για παράδειγμα, η συνεργασία με το διπλανό παιδί μπορεί να είναι σύγκριση αποτελεσμάτων ή και στρατηγικών, συζήτηση για κοινή επιλογή π.χ. αριθμού, κτλ. Η χρήση τους είναι προαιρετική. Ο/η εκπαιδευτικός επιλέγει να τα ακολουθήσει ή να σχεδιάσει και να εφαρμόσει διαφορετική προσέγγιση σύμφωνα με τις ανάγκες της τάξης του/της.
- Ένας μεγάλος αριθμός εννοιών που μελετώνται στη Δ΄ Δημοτικού είναι έννοιες που έχουν εισαχθεί σε μικρότερες τάξεις. Σε αυτή την τάξη εμβαθύνουμε και επεκτείνουμε περαιτέρω τις έννοιες, οργανώνουμε και συστηματοποιούμε διαισθητικές προσεγγίσεις, μεταβαίνουμε βαθμhdόν από τη γνώση του συγκεκριμένου στην πιο αφαιρετική. Ουσιαστικά, η Δ΄ Δημοτικού αποτελεί το σκαλοπάτι για να έρθει ο/η μαθητής/τρια πιο κοντά και να εισχωρήσει σε μεγαλύτερο βάθος στις Μεγάλες ιδέες των μαθηματικών. *«Ως μεγάλη ιδέα θεωρείται μια κεντρική έννοια στη μάθηση και διδασκαλία των μαθηματικών η οποία συνδέει διαφορετικές μαθηματικές έννοιες ή οπτικές σε ένα συνεκτικό σύνολο (NCTM, 2000, σ. 17). Στο νέο Πρόγραμμα Σπουδών ως Μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών αναγνωρίζονται η **Μαθηματική δομή**, η **Απόδειξη**, η **Γενίκευση**, η **Μεταβολή**, η **Ισοδυναμία**, οι **Μετασχηματισμοί** και η **Προσέγγιση-σύγκλιση**».* Απόσπασμα από τον Οδηγό εκπαιδευτικού, όπου αναλύονται οι Μεγάλες Ιδέες των Μαθηματικών και δίνονται και σχετικά παραδείγματα.

Συμπερίληψη/ένταξη Την προσεγγίζουμε με μια σειρά από προτάσεις βασισμένες στο ΠΣ και τον Οδηγό Εκπαιδευτικού:

- Έργα διαφοροποίησης που προτείνονται σε αντιπροσωπευτικά έργα των δέκα ενοτήτων και προσαρμογή τους για τις περιπτώσεις εκείνες που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στις συνδέσεις με τις έννοιες που έχουν εξεταστεί σε προηγούμενες τάξεις ή και στην παρούσα τάξη.
- Συνεργασία (διπλανό παιδί, ομάδα, τάξη), όπως προτείνεται σε μεγάλο αριθμό έργων με στόχο τη συζήτηση (discourse) και διαπραγμάτευση, την επικοινωνία και την αλληλεπίδραση που υποστηρίζουν τη συμπερίληψη.
- Χρήση του εκπαιδευτικού υλικού είτε χειραπτικού είτε οπτικοποιημένου, όπως προτείνεται σε ικανό αριθμό έργων, χρήση εφαρμογών και γραπτών οδηγιών.


<sup>1</sup> Χρησιμοποιούμε τον όρο (μαθηματικό) έργο για κάθε εργασία (πρόβλημα, άσκηση, ψηφιακό υλικό) που μπορεί να αναθέσει ο/η εκπαιδευτικός στους μαθητές/τριες του. Ο όρος (μαθηματική) δραστηριότητα αναφέρεται στη δράση που αναλαμβάνουν οι μαθητές προκειμένου να εκπνήσουν ένα έργο.

- Ενθάρρυνση για έκφραση όλων των ερωτήσεων, αποριών των μαθητών και αφιέρωση του απαραίτητου γι' αυτήν χρόνου.
- Συμπερίληψη των ενδιαφερόντων των μαθητών στις δραστηριότητες της τάξης.


## Ενδεικτικό σχέδιο διδασκαλίας

Ένας τρόπος για να οργανώσει ο/η εκπαιδευτικός το μάθημά του/της είναι απαντώντας στις παρακάτω ερωτήσεις:

- Τι θέλω να διδάξω, ποια έννοια προγραμματίζω να προσεγγίσουμε (τίτλος κεφαλαίου);
- Ποια είναι τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα (ΠΜΑ, υποσέλιδο και στόχοι στην αρχή της ενότητας);
- Ποια είναι η γνώση των μαθητών/τριών για το θέμα από την προηγούμενη χρονιά, οι εμπειρίες τους, κτλ; Πώς θα το ελέγξω; (Συμβουλευόμαι το ΠΣ, διαμορφώνω κατάλληλες ερωτήσεις.)
- Πώς θα χωρίσω τον διαθέσιμο χρόνο με βάση τους τέσσερις βασικούς άξονες: εισαγωγή, δραστηριότητες, αναστοχασμός/σύνοψη/συμπεράσματα, αξιολόγηση; Πόσο χρόνο θα διαθέσω για τον καθένα;
- Πώς θέλω να ξεκινήσω τη διδασκαλία μου (εισαγωγή); Μπορώ να ξεκινήσω με το έργο διερευνητικού χαρακτήρα, το πρόβλημα που χρειάζεται να λυθεί στην αρχή του σχετικού κεφαλαίου στο ΒΜ; Μήπως θέλω να το πλαισιώσω και με κάποια επιπλέον δραστηριότητα;
- Πόσα έργα και ποιας μορφής (γραπτά, δραστηριότητες με υλικά, κτλ) υπάρχουν στο κεφάλαιο (ΒΜ και ΤΕ); Για ποια χρειάζεται να προετοιμάσω υλικό; Πόσο χρόνο θα διαθέσω σε καθένα από αυτά; Ποια θεωρώ ότι πρέπει να δουλέψουμε στην τάξη και ποια να αναθέσω για κατ' οίκον εργασία;
- Τι είδους ερωτήσεις αναμένω από τους μαθητές; Ποιες οι πιθανές δυσκολίες (συμβουλευόμαι την ψηφιακή ταυτότητα στην ανάλυση του εν λόγω κεφαλαίου, τον Οδηγό εκπαιδευτικού, σχετικά άρθρα);
- Θα χρησιμοποιήσουμε τα ανάλογα ΨΜΑ, πότε και πώς;
- Πώς ενθαρρύνω τον αναστοχασμό σε ό,τι εξετάσαμε για να καταλήξουμε σε σύνοψη, σε συμπέρασμα ή συμπεράσματα (ερωτήσεις, χρήση κατάλληλου λεξιλόγιου, προσεκτική διατύπωση, κτλ);
- Πώς θα αξιολογήσω αν επιτεύχθηκαν και σε ποιο βαθμό τα ΠΜΑ; (έργο αποτίμησης στο τέλος του κεφαλαίου, κάποιο έργο που έχω επιλέξει στο ΤΕ, κτλ.). Μπορεί η αυτοαξιολόγηση που συμπληρώνει ο/η κάθε μαθητής/τρια στο ΤΕ στο τέλος κάθε ενότητας να λειτουργήσει ως ανατροφοδότηση για τον βαθμό επίτευξης των ΠΜΑ;
- Θα μπορούσα να συγκεντρώσω τις παρατηρήσεις των μαθητών/τριών στην αυτοαξιολόγηση και το Εβδομαδιαίο ημερολόγιο που το βρίσκουμε στο τέλος των ΤΕ 1 και 2 και να σχεδιάσω μια διδασκαλία βασισμένη σε αυτές με επιπλέον υποστηρικτικό υλικό;



## Εβδομαδιαίο ημερολόγιο



Εβδομάδα	Γράψε τι σου προκάλεσε το ενδιαφέρον στα Μαθηματικά αυτήν την εβδομάδα	Συνάντησες κάποια δυσκολία; Αν ναι, ποια;	Σχόλια εκπαιδευτικού

Οι μαθητές/τριες μπορεί να χρησιμοποιήσουν λέξεις κλειδιά για να αποτυπώσουν τα ενδιαφέροντα και τις δυσκολίες τους, για παράδειγμα, ενδιαφέρον-ανάκλαση, δυσκολία-δεκαδικοί αριθμοί. Μπορούν να αναφερθούν σε συγκεκριμένο έργο, για παράδειγμα, ενδιαφέρον-Κεφ.13, ΤΕ, η 3, δυσκολία -Κεφ.....Ο/η εκπαιδευτικός εξετάζει τις ανταποκρίσεις του/της μαθητή/τριας στο ημερολόγιο, τις συγκρίνει με την ανταπόκριση του/της μαθητή/τριας στα έργα αποτίμησης και με τις δικές του/της σημειώσεις και γράφει σύντομες, καίριες κατευθύνσεις. Αν χρειάζεται να δώσει επιπλέον πληροφορίες και προς τους γονείς, ασκήσεις εξάσκησης κτλ. μπορεί να χρησιμοποιήσει το τετράδιο του/της μαθητή/τριας. Το ίδιο ισχύει και για την αυτοαξιολόγηση του/της μαθητή/τριας, στο τέλος κάθε Επανάληψης ενότητας στο ΤΕ.

**Μπορώ να**

απαγγέλω τους αριθμούς ως το 100.000, να τους τοποθετώ στην αριθμογραμμή, να τους αναλύω και να τους συνθέτω.

αναγνωρίζω σημεία, ευθείες, ημιευθείες, ευθύγραμμα τμήματα σε διάφορα πλαίσια.

σχεδιάζω γωνίες ορθές, οξείες, αμβλείες.

ξεχωρίζω τα τετράπλευρα από τα άλλα πολύγωνα και να σχεδιάζω τρίγωνα και τετράπλευρα.

Αυτοαξιολόγηση 1<sup>ης</sup> ενότητας

## Ενότητα 1

### Φυσικοί αριθμοί – Γεωμετρία επιπέδου

Η 1<sup>η</sup> Ενότητα αφορά στο θεματικό πεδίο Αριθμοί και συγκεκριμένα στη θεματική ενότητα Φυσικοί αριθμοί (Κεφάλαια 1 έως και 5) και στο θεματικό πεδίο Γεωμετρία και συγκεκριμένα Γεωμετρία επιπέδου (Κεφάλαια 6 και 7).

Η έννοια του φυσικού αριθμού είναι θεμελιώδης και διατρέχει ως τροχιά όλο το φάσμα της μαθηματικής εκπαίδευσης.

#### Κεφάλαιο 1

Το **10 κεφάλαιο της 1<sup>ης</sup> ενότητας** είναι επαναληπτικό για την έννοια του φυσικού αριθμού ως το 10.000, που εξετάστηκε στη Γ' Δημοτικού.

**1** Αριθμοί ως 10.000

1 Ποιοι είναι οι αριθμοί που έχουν φτιάξει τα παιδιά με τα κύβους τους;

μονάδες χιλιάδων    εκατοντάδες    δεκάδες    μονάδες

ΜΕ ΛΕΞΕΙΣ	ΜΕ ΨΗΦΙΑ
Δύο χιλιάδες τριακόσια πενήντα πέντε	2.355

Να μετρήσεις τους αριθμούς του παρακάτω πίνακα στους άξονες και στον πίνακα που ακολουθεί:

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΜΧ (Μονάδες χιλιάδων) x1.000	Ε (Εκατοντάδες) x100	Δ (Δεκάδες) x10	Μ (Μονάδες) x1
2.355	2	3	5	5

14 Οι φυσικοί αριθμοί μέχρι το 10.000.

**2** Φτιάξε τους αριθμούς του πίνακα της άσκησης 1 και με διαφορετικό τρόπο, χωρίς να γράφεις στα γράμματα.

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΜΧ x1.000	Ε x100	Δ x10	Μ x1
2.355	23	5	5	

**3** Συμπλήρωσε τον πίνακα.

ΜΕ ΛΕΞΕΙΣ	ΜΕ ΨΗΦΙΑ	ΜΧ	Ε	Δ	Μ
Δύο χιλιάδες τριακόσια πέντε					23E + 5M
	8.080				___ ΜΧ + ___ Μ
Εφτά χιλιάδες εκατόν πενήντα					___ ΜΧ + ___ Μ
		3	5	2	7
					___ Ε + ___ Μ

**4** Σε κάθε τετράο βάλουμε 40 πορτοκάλια, Το φορτηγό μετράει 150 τέτοια τετράο. Πόσα πορτοκάλια μετράει το φορτηγό;

Από αυτά τα πορτοκάλια τα 2.000 θα διανεμηθούν σε σχολεία και τα υπόλοιπα στην αγορά. Ποιος είναι ο αριθμός των πορτοκαλιών που θα φτάσουν στην αγορά;

Ένας τετραψήφιος αριθμός αποτελείται από Μονάδες χιλιάδων, Εκατοντάδες, Δεκάδες και Μονάδες.

$$1MX = 10E = \underline{\quad} Δ = \underline{\quad} Μ$$

$$2.532 = 2 \times \underline{\quad} + 5 \times \underline{\quad} + 3 \times \underline{\quad} + 2 \times \underline{\quad}$$

$$= 2MX + 5E + 3Δ + 2Μ$$

15 Τη ενότητα Αριθμοί – Γεωμετρία

Κεφάλαιο 1 ΒΜ

Για τις επαναληπτικές δραστηριότητες αυτού του κεφαλαίου χρησιμοποιείται οπτικοποιημένο εκπαιδευτικό υλικό (κύβοι Dienes, άβακας) που βοηθά στη σύνθεση και ανάλυση αριθμών ως το 10.000. Συμπληρωματικά, προτείνονται ψηφιακές ασκήσεις για περαιτέρω άσκηση και εμβάθυνση στην αξία θέσης των ψηφίων.

Το **έργο 2** μπορεί να αξιοποιηθεί για την επανάληψη του πολλαπλασιασμού με 10, 100, 1.000, που έχουν διδαχθεί οι μαθητές/τριες στη Γ' τάξη.

Στο **έργο 4** μπορεί ο/η εκπαιδευτικός να εκμαιεύσει από τους/τις μαθητές/τριες την ανάλυση του αριθμού 150 σε  $100 + 50$ , ώστε να προχωρήσουν ευκολότερα στον πολλαπλασιασμό καθενός από αυτούς με τον αριθμό 40.

$$40 \times 100 = 4.000 \quad 40 \times 50 = 2.000 \text{ (ως το μισό του γινομένου } 40 \times 100)$$

$4.000 + 2.000 = 6.000$  και αυτός ο τρόπος να αποτελέσει μια στρατηγική.

### Κεφάλαια 2, 3, 4, 5

Τα επόμενα 4 κεφάλαια της ενότητας αφορούν τους φυσικούς αριθμούς. Οι μαθητές/τριες απαγγέλουν και γράφουν φυσικούς αριθμούς, αναλύουν και συνθέτουν, συγκρίνουν και διατάσσουν φυσικούς αριθμούς μέχρι το 100.000. Χρησιμοποιούν το οπτικοποιημένο εκπαιδευτικό υλικό (κύβοι Dienes, άβακας) για τη δόμηση των αριθμών ως το 100.000. Επιπλέον, τα επί μέρους έργα περιλαμβάνουν αναπαραστατικά πλαίσια και χειραπτικά υλικά για τη δόμηση των αριθμών στο δεκαδικό σύστημα και το πέρασμα των μαθητών/τριών στην αφαιρετική σκέψη και, κατά περίπτωση, στη γενίκευση, όπως είναι οι αριθμοκάρτες και οι μετρητές, για παράδειγμα, χιλιομέτρων (Κεφάλαιο 4).


Ειδικότερα, **οι αριθμοκάρτες** προτείνεται να πλαστικοποιούνται για να μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε όλη τη διάρκεια της χρονιάς.

Οι αριθμοκάρτες μπορεί να είναι

A) ψηφία


**4** Αξία ψηφίων σε πενταψήφιους αριθμούς

**1** Ο Αλέξανδρος σχημάτισε με κάρτες τον αριθμό **18.370** των χιλιομέτρων που δείχνει ο μετρητής στο αγροτικό του παππού. Ο μικρός του αδελφός έβαλε το **8** στη θέση του **3** και το **3** στη θέση του **8**.

 Ο Αλέξανδρος διαμαρτύρεται: «Τώρα δείχνει λιγότερα χιλιόμετρα», λέει.

Συμφωνείς με τον Αλέξανδρο; Ναι ή όχι και γιατί: \_\_\_\_\_

Πάρε τις δικές σου κάρτες, σχημάτισε τον αρχικό αριθμό και άλλαξε θέση σε άλλα ψηφία του αριθμού, ώστε να προκύψει:

**1 8 3 7 0**  συζήτηση στην τάξη


Παρουσίασε τους αριθμούς στην τάξη.

- αριθμός μεγαλύτερος από τον αρχικό: \_\_\_\_\_
- αριθμός μικρότερος από τον αρχικό: \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 4 ΒΜ - Έργο 1

B) Μονάδα, Δεκάδα, Εκατοντάδα, Μονάδα Χιλιάδων, Δεκάδα Χιλιάδων, όπως αντιστοιχούν και στις θέσεις του Άβακα με διαφορετική αναπαράσταση.

**3** Ποιες από τις κάρτες και πόσες φορές την καθεμιά θα χρησιμοποιήσεις για να φτιάξεις τους παρακάτω αριθμούς:

**25.982** =  $2 \times 10.000 + 5 \times 1.000 + 9 \times 100 + 8 \times 10 + 2 \times 1$  

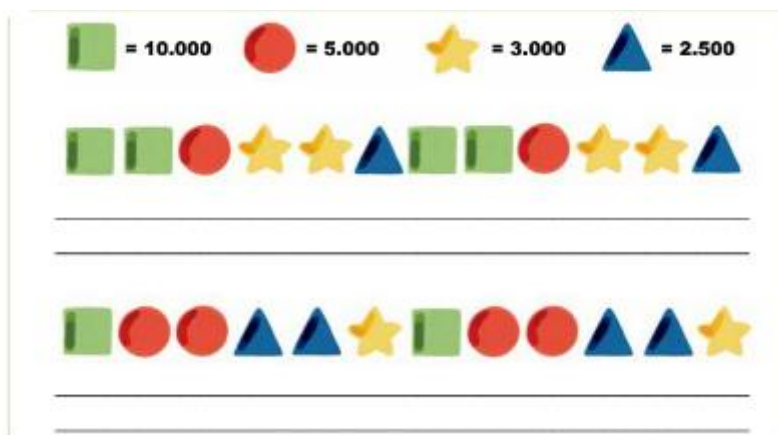
**17.902** = \_\_\_\_\_

**36.085** = \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 4 ΒΜ - Έργο 3

*Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης:* Ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να μειώσει τις αξιακές θέσεις (τριψήφιοι, τετραψήφιοι αριθμοί) ή ανάλογα να αυξήσει τις θέσεις αξίας ψηφίου (εξαψήφιοι αριθμοί). Επιπλέον, μπορεί να χρησιμοποιηθούν ομάδες αριθμών με περισσότερα στοιχεία (δυάδες, τριάδες, πεντάδες κτλ).

Σε αυτές τις περιπτώσεις μπορεί να χρησιμοποιήσει κάρτες άλλων συνόλων αριθμών, όπως για παράδειγμα, 50.000, 5.000, 500, 50, 5 κτλ. Για παράδειγμα, το παρακάτω έργο από το **ΤΕ, Κεφάλαιο 2, έργο 2.**



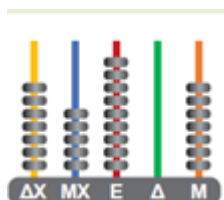
Κεφάλαιο 2 ΤΕ - Έργο 2

Το πρώτο μοτίβο αποτελείται από 2 πράσινα τετράγωνα, έναν κόκκινο κύκλο, δύο κίτρινα αστέρια κι ένα μπλε τρίγωνο και η αξία του είναι  $2 \times 10.000 + 1 \times 5.000 + 2 \times 3.000 + 1 \times 2.500$  ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο προτείνουν οι μαθητές/τριες που οδηγεί στο ίδιο αποτέλεσμα.

*Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης:* Μικρότερο μοτίβο, για παράδειγμα, ένα πράσινο τετράγωνο, ένα κίτρινο αστέρι ή παρόμοιο.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 3, στο έργο 2** ζητείται από τους/τις μαθητές/τριες να αφαιρέσουν μία χάντρα από κάθε στήλη του άβακα.

*Πρόταση επέκτασης:* Μπορεί να παρουσιαστεί στους/στις μαθητές/τριες εικόνα άβακα όπως η παρακάτω



και να ζητηθεί να προσθέσουν μία χάντρα σε κάθε στήλη. Θα διαπιστώσουν ότι στη στήλη των εκατοντάδων οι 10 χάντρες (10 Ε) σχηματίζουν 1 χιλιάδα, δηλαδή μια μονάδα της αμέσως ανώτερης τάξης. Μέσα από τη συζήτηση στην τάξη θα οδηγηθούν στην κατάλληλη αξιοποίησή της.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 3, έργο 4,** η λύση της τρίτης άσκησης:

	5.800		
6.700	6.800	6.900	
	7.800		
8.700	8.800	8.900	9.000

Η σύγκριση και διάταξη των αριθμών σε διαφορετικές **αριθμογραμμές** είναι σημαντική επειδή όχι μόνο συμβάλλει στην κατανόηση της θεσιακής αξίας των ψηφίων αλλά και στην αντίληψη των αριθμών ως αθροίσματα μονάδων.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 5, έργο 4,** στην πρώτη αριθμογραμμή τα διαστήματα μεταξύ των μαύρων έντονων γραμμών αντιστοιχούν σε 100, ενώ στη δεύτερη σε 1.000.

**ΤΕ Κεφάλαιο 5, έργο 4,** τα διαστήματα μεταξύ των μαύρων έντονων γραμμών στην πρώτη αριθμογραμμή αντιστοιχούν σε 10, ενώ στη δεύτερη σε 10.000.

Η σωστή ανάγνωση των αριθμών με τη χρήση των κατάλληλων λέξεων, όπως και η χρήση όρων (μικρότερος, μεγαλύτερος, από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο κτλ.) καλλιεργείται μέσω μιας ποικιλίας έργων.

**ΒΜ Κεφάλαιο 5, έργο 3 και ΤΕ, Κεφάλαιο 5, έργο 3** επιδέχονται περισσότερες από μία λύσεις. Οι μαθητές/τριες μπορούν να ανακοινώσουν τις λύσεις που έχουν καταγράψει στην τάξη και να αιτιολογήσουν τις επιλογές τους.

### Κεφάλαιο 6

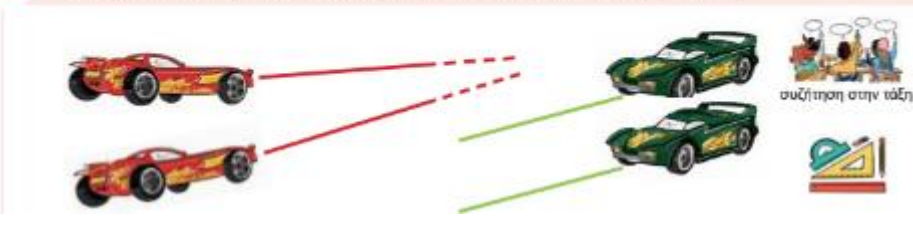
Τα επόμενα 2 κεφάλαια αφορούν τη Γεωμετρία επιπέδου. Το 6<sup>ο</sup> κεφάλαιο Ευθείες – Ημιευθείες – Γωνίες και το 7<sup>ο</sup> κεφάλαιο Τρίγωνα – Τετράπλευρα – Πολύγωνα.

Οι έννοιες ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα είναι δύσκολο να οριστούν σε αυτή την ηλικία. Στο **έργο 1 του Κεφαλαίου 6** επιδιώκεται η διαισθητική προσέγγιση αυτών των εννοιών από τα παιδιά.

Επιπλέον, προφορικά ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει να αναγνωρίσουν παράλληλες και τεμνόμενες ευθείες σε αντικείμενα της καθημερινής τους ζωής, βιβλιοθήκη τάξης, πίνακα, χάρτη, κτλ.

Τα επόμενα έργα παρέχουν το πλαίσιο για να αναπτύξουν οι μαθητές/τριες τη λεγόμενη «γεωμετρική» γλώσσα που θα τους επιτρέψει να κάνουν τις απαραίτητες συνδέσεις μεταξύ εμπειριών και δομημένης γεωμετρικής γνώσης και να επικοινωνούν με συγκεκριμένη ορολογία.

**3** Τα παιδιά παίζουν με τα τηλεκατευθυνόμενα αυτοκίνητα. Προέκτεινε τις ευθείες στις οποίες κινούνται τα κόκκινα και τα πράσινα αυτοκίνητα. Τι παρατηρείς;



συζήτηση στην τάξη

Συμπλήρωσε με τις κατάλληλες λέξεις (**τεμνόμενες**, **παράλληλες**, **σημείο**, **τέμνονται**) και αντιστοίχισε:

Τα <b>κόκκινα</b> αυτοκίνητα συναντιούνται, επειδή κινούνται σε _____ ευθείες	•	•	Οι <b>τεμνόμενες</b> ευθείες τέμνονται σε ένα μόνο _____
Τα <b>πράσινα</b> αυτοκίνητα κινούνται σε _____ ευθείες	•	•	Οι <b>παράλληλες</b> ευθείες δεν _____

Κεφάλαιο 6 ΒΜ - Έργο 3

Οι λωρίδες πολλαπλής σύνδεσης προσφέρονται για την προσέγγιση γεωμετρικών εννοιών, όπως για παράδειγμα του ευθύγραμμου τμήματος, αλλά και τη δημιουργία γωνιών, σχημάτων κτλ.



Κεφάλαιο 6 ΒΜ - Έργο 2

### Κεφάλαιο 7

Τόσο σε αυτό το κεφάλαιο όσο και στο **Κεφάλαιο 13 της 2<sup>ης</sup> ενότητας**, όταν ο/η εκπαιδευτικός συζητά με τους/τις μαθητές/τριες για τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά των γεωμετρικών σχημάτων γνωρίζει ότι αναφέρεται στη Μεγάλη ιδέα της Μαθηματικής Δομής.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 7, στο έργο 3** το δεύτερο σχήμα δεν είναι πολύγωνο, αφού περιλαμβάνει και καμπύλη γραμμή. Το πέμπτο σχήμα είναι μία ανοιχτή τεθλασμένη γραμμή. Δεν είναι πολύγωνο διότι θα έπρεπε τουλάχιστον η γραμμή να είναι κλειστή.



**ΤΕ, Κεφάλαιο 7, στο έργο 2** σε συνεργασία (προτεινόμενη) με το διπλανό παιδί - ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να αποφασίσει σε ομάδα ή στην ολομέλεια της τάξης- συμπληρώνουν και αιτιολογούν

	Όλα είναι _____ _____	τετράπλευρα
	Όλα είναι _____ _____	ορθογώνια (παραλληλόγραμμα)
	Όλα είναι _____ _____	τρίγωνα
	Όλα είναι _____ _____	πολύγωνα

Οι διαφορετικοί καμβάδες και ο γεωπίνακας (βλ. Παράρτημα), τόσο η απεικόνισή του όσο και το χειραπτικό υλικό, είναι απαραίτητοι για την τάξη της γεωμετρίας. Προτείνεται μια σειρά από έργα που στηρίζονται στη χρήση τους.

4

Κατασκεύασε με τον χάρακά σου, ακολουθώντας τις κουκκίδες, ένα τρίγωνο, έναν ρόμβο και ένα τετράπλευρο.

Κεφάλαιο 7 ΒΜ - Έργο 4

Οι μαθητές/τριες σχεδιάζουν τα σχήματα ακολουθώντας τις κουκκίδες. Ο/η εκπαιδευτικός, αν το κρίνει σκόπιμο είτε για την άσκηση στη χρήση των γεωμετρικών οργάνων, είτε για τη διερεύνηση της σκέψης των μαθητών/τριών σχετικά με τη σχεδίαση σε ισομετρικό καμβά, μπορεί να προτείνει στα παιδιά να σχεδιάσουν κι άλλα σχήματα χρησιμοποιώντας τους καμβάδες που βρίσκονται στο Παράρτημα.

Η αποτίμηση στο τέλος του κεφαλαίου με αναφορά στη νέα γνώση μπορεί να αξιοποιηθεί ως αξιολόγηση. Τα έργα έχουν άλλοτε τη μορφή κλειστού τύπου χωρίς αιτιολόγηση,

Τοποθέτησε στη σωστή σειρά τους αριθμούς 31.923, 3.993, 31.930, 30.932.

\_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 5 ΒΜ - Έργο αποτίμησης

ή με αιτιολόγηση

57.342    62.137

Σε ποιον από τους δύο αριθμούς το 3 έχει μεγαλύτερη αξία; \_\_\_\_\_ Γιατί;

Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η αξία του ψηφίου 7 στον έναν αριθμό από τον άλλο; \_\_\_\_\_ Γιατί;

Κεφάλαιο 4 ΒΜ - Έργο αποτίμησης

Τα έργα επανάληψης τόσο στο ΒΜ όσο και στο ΤΕ μπορούν να αξιοποιηθούν από τον/την εκπαιδευτικό ως τεστ αξιολόγησης της επίτευξης των ΠΜΑ. Ο/η μαθητής/τρια μπορεί να βασιστεί στην επίδοσή του/της σε αυτό και να συμπληρώσει το εβδομαδιαίο ημερολόγιο στο τέλος του ΤΕ για να λάβει τη σχετική ανατροφοδότηση από τον/την εκπαιδευτικό.

**Συνθετική εργασία:** Να δημιουργήσει κάθε ομάδα μαθητών/τριών ένα παιχνίδι με κάρτες αριθμών. Να τα δοκιμάσουν στην πράξη.

## Ενότητα 2

### Φυσικοί αριθμοί – Γεωμετρία επιπέδου – Κανονικότητες

Η 2<sup>η</sup> ενότητα περιλαμβάνει θέματα από 3 θεματικά πεδία: Φυσικούς αριθμούς (Κεφάλαια 8-12) , Γεωμετρία επιπέδου (13) και Κανονικότητες (14). Αποτελείται από 7 κεφάλαια.

Τα **Κεφάλαια 8-12** αφορούν τις πράξεις πρόσθεση και αφαίρεση. Στόχος είναι να φτάσουμε στους αλγόριθμους μέσα από διαδικασίες που αναπτύσσουν την κατανόηση της έννοιας της πράξης ως μέσου επίλυσης ενός προβλήματος, ως διαδικασίας που αξιοποιεί τις αναπαραστάσεις ενός φυσικού αριθμού. Μέσα από τις δραστηριότητες οι πράξεις ουσιαστικά συνδέονται με την προηγούμενη γνώση της έννοιας του αριθμού στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, που εξετάστηκε αρχικά στην προηγούμενη ενότητα. Επιπλέον, σε διαδικασίες και στρατηγικές που αφορούν στην εφαρμογή ή αλλιώς χρήση των ιδιοτήτων αντιμεταθετική και προσεταιριστική, ο/η εκπαιδευτικός εμπλέκει τους/τις μαθητές/τριές του γνωρίζοντας ότι οι ιδιότητες αυτές εντάσσονται στη Μεγάλη ιδέα της Γενίκευσης.

Ειδικότερα, στα **Κεφάλαια 8, 9 και 10** οι μαθητές/τριες εμπλέκονται σε διαδικασίες διερεύνησης τρόπων πρόσθεσης και αφαίρεσης αριθμών σε διαφορετικά πλαίσια και για τις ανάγκες διαφόρων προβληματικών καταστάσεων.

### Κεφάλαιο 8

8 Προσθέσεις και αφαιρέσεις (I)

1 Πόσα χρήματα ακόμα χρειάζεται κάθε οικογένεια για να αγοράσει το διαμέρισμα;  
Με ποιους τρόπους μπορείς να το υπολογίσεις;

Η οικογένεια Νικολάου έχει αποταμιεύσει 48.000€.  
Απάντηση: \_\_\_\_\_

Η οικογένεια Ανδρέου έχει αποταμιεύσει 63.000€.  
Απάντηση: \_\_\_\_\_

ΠΡΟΣΦΕΡΤΑ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑΤΑ 198.000€

συζήτηση στην τάξη

### Κεφάλαιο 8 ΒΜ - Έργο 1

Οι μαθητές/τριες είναι δυνατόν να επιλέξουν αφαίρεση:  $100.000 - 48.000$  ή πρόσθεση (συμπλήρωμα)  $48.000 + \underline{\hspace{2cm}} = 100.000$

Άλλα έργα παρέχουν τη δυνατότητα στους μαθητές/τριες να επιλέξουν τους δικούς τους αριθμούς μέσα στους περιορισμούς που τίθενται από την άσκηση και να συζητήσουν τις επιλογές τους στην τάξη,

5 Συμπλήρωσε για να φτάσεις τον αριθμό στο κέντρο.

$48.000 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

$100.000 - \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$

**85.000**

$50.000 + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

$93.500 - \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}}$

### Κεφάλαιο 8 ΒΜ - Έργο 5

ενώ σε άλλα καλούνται να αξιοποιήσουν προηγούμενη γνώση, να την εξελίσσουν και να τη συνδέσουν με το μοντέλο της αριθμογραμμής.



Κεφάλαιο 8 ΒΜ - Έργο 4

**ΤΕ, Κεφάλαιο 8, στο έργο 5** οι μαθητές/τριες συμπληρώνουν την ερώτηση για να δημιουργηθεί πρόβλημα. Για παράδειγμα, «Πόσα χιλιόμετρα έτρεξαν τα παιδιά και τις τρεις μέρες;». Για οποιαδήποτε πράξη χρειαστεί να κάνουν για να απαντήσουν στην ερώτηση που θα διατυπώσουν, θα χρειαστεί να κάνουν μετατροπές (χιλιόμετρα σε μέτρα ή αντίστροφα). Πιθανόν να χρειαστεί συζήτηση στην τάξη για τις μονάδες μέτρησης (μέτρα, χιλιόμετρα) και τις σχετικές αντιστοιχίες.

Κεφάλαιο 9

**Στο Κεφάλαιο 9** εισάγονται οι σειρές αριθμών που αργότερα θα τις συναντήσουν οι μαθητές/τριες και στα κεφάλαια που αφορούν στις κανονικότητες. Είναι σημαντικό να καταλάβουν οι μαθητές/τριες πως οι αριθμοσειρές σχηματίζονται με βάση κάποιον κανόνα και δεν έχουν αρχή και τέλος.

*Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης:* Στα περισσότερα έργα του κεφαλαίου υποδεικνύονται μοντέλα ανάλυσης των αριθμών, ώστε να υποστηριχθεί κατά περίπτωση η *συμπερίληψη* και να εμπλουτιστούν οι στρατηγικές που έχουν αναπτύξει οι μαθητές/τριες, τις οποίες συζητούν στην τάξη.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 9, στο έργο 1β δυνατές λύσεις:**  $50.600 - 47.000 - 400$  ή  $50.600 - 400 - 47.000$

**ΒΜ, Κεφάλαιο 9, στο έργο 2** οι μαθητές/τριες παρατηρούν το παράδειγμα και αντιλαμβάνονται ότι χρησιμοποιώντας την αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης, φτάνουν πιο εύκολα και πιο γρήγορα στο αποτέλεσμα.

Οι ιδιότητες των πράξεων αναδεικνύονται μέσα από τις στρατηγικές ανάλυσης των αριθμών για τις ανάγκες εύρεσης του αποτελέσματος.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 9, στο έργο 3** οι αριθμοσειρές βοηθούν στην εξάσκηση των μαθητών/τριών να «ανεβαίνουν» και να «κατεβαίνουν» ανά 100 ή 200. Αν ο/η εκπαιδευτικός κρίνει ότι είναι απαραίτητο, μπορούν να γίνουν παρόμοιες δραστηριότητες στο τετράδιο των παιδιών.

*Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης:* Μπορεί να προηγηθεί σχετική άσκηση με τετραψήφιους αριθμούς, ή με αριθμούς πενταψήφιους που έχουν το 0 στη θέση των μονάδων ή και των δεκάδων.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 9, τα έργα 5 και 6** υπενθυμίζουν στους μαθητές/τριες μια στρατηγική υπολογισμού αθροισμάτων και διαφορών για την υπέρβαση της χιλιάδας. Παρόμοιες ασκήσεις μπορούν να λύσουν τα παιδιά και στο τετράδιό τους.

Κεφάλαια 10, 11, 12

Οι ιδιότητες των πράξεων και στα επόμενα **Κεφάλαια 10, 11 και 12** ενισχύουν την επινόηση στρατηγικών για εκτιμήσεις, νοερούς υπολογισμούς και νοερές πράξεις.



## Κεφάλαιο 14

Με το **Κεφάλαιο 14** εισάγεται η έννοια της κανονικότητας από το 1<sup>ο</sup> θεματικό πεδίο και την θεματική ενότητα Άλγεβρα. Είναι μια τροχιά που ξεκινά από το Νηπιαγωγείο και διατρέχει όλες τις τάξεις. Ο όρος κανονικότητα εισάγεται για πρώτη φορά για να αποδώσει μια επαναλαμβανόμενη διαδικασία, μια επαναλαμβανόμενη κατάσταση, μια σειρά από σχέδια, αριθμούς ή και τα δύο που ακολουθούν κάποιο κανόνα. Ως έννοια και ως όρος είναι πρόδρομος της ακολουθίας που απαντάται μετά το Δημοτικό σχολείο. Τα παιδιά από πολύ νωρίς αναγνωρίζουν γεωμετρικές και αριθμητικές κανονικότητες και σχέσεις στο περιβάλλον και στην καθημερινή ζωή. Με κατάλληλα έργα και κατάλληλες δραστηριότητες στις κανονικότητες ο βασικός στόχος είναι να οργανωθεί η άτυπη γνώση των εμπειριών των μαθητών/τριών, ώστε να εξελιχθεί σε τυπική αλγεβρική. Κατά τις συζητήσεις αυτών των έργων με τους/τις μαθητές/τριες της τάξης του/της, ο/η εκπαιδευτικός έχει στο νου του/της ότι οι κανονικότητες εντάσσονται στη Μεγάλη ιδέα της Μαθηματικής Δομής.

Οι μαθητές/τριες καλούνται να αναγνωρίσουν αριθμητικές και γεωμετρικές κανονικότητες, να τις διερευνήσουν, να τις περιγράψουν και να συμπληρώσουν όρους που λείπουν.

Το πρώτο έργο αφορά γεωμετρική κανονικότητα και προτείνεται να συζητηθεί αρχικά στην τάξη, ώστε οι μαθητές/τριες με τη βοήθεια του/της εκπαιδευτικού να ανακαλέσουν τις εμπειρίες και γνώσεις τους στις κανονικότητες από τις προηγούμενες τάξεις. Καλούνται να παρατηρήσουν ξεχωριστά καθένα από τα δύο σχέδια και να τα περιγράψουν πρώτα προφορικά και κατόπιν γραπτά. Το πρώτο σχέδιο θα μπορούσε να περιγραφεί: Σειρές με σταγόνες που είναι εναλλάξ μαύρη άσπρη. Άλλα παιδιά μπορεί να δουν στήλες με σταγόνες κτλ.

14 Κανονικότητες

1 Εντόπισε και περιγράψε μοτίβα στα σχέδια.

1ο σχέδιο

2ο σχέδιο

Κεφάλαιο 14 ΒΜ - Έργο 1

Το **έργο 3** είναι συνδυασμός αριθμητικής και γεωμετρικής κανονικότητας.

3 Η αυλή του σχολείου είναι στρωμένη με εξάγωνα πλακάκια. Οι μαθητές και οι μαθήτριες αποφάσισαν στο μάθημα των εικαστικών να χρωματίσουν τα εξάγωνα πλακάκια για να σχηματίσουν λουλούδια όπως τα παρακάτω χρησιμοποιώντας κίτρινο χρώμα για το κέντρο και κόκκινο, μπλε και πράσινο για τα πέταλα με την ίδια σειρά κάθε φορά.



Κεφάλαιο 14 ΒΜ - Έργο 3

Τα παρακάτω έργα του ΤΕ αναφέρονται στις αριθμητικές κανονικότητες.

2

Βρες τον κανόνα για καθεμία από τις παρακάτω σειρές αριθμών και συμπλήρωσε τους τρεις επόμενους όρους:

α) 1, 3, 5, 7, \_\_, \_\_, \_\_, ...

β) 1, 3, 9, 27, \_\_, \_\_, \_\_, ...

γ) 1, 3, 6, 10, \_\_, \_\_, \_\_, ...

Γράψε τον κανόνα της κάθε σειράς εδώ:

α) Κάθε νέος όρος είναι ο προηγούμενος + 2

β) Κάθε νέος όρος είναι ο προηγούμενος \_\_\_\_\_.

γ) \_\_\_\_\_

3

Σε καθεμία από τις παρακάτω σειρές αριθμών διάγραψε τον αριθμό που δεν ταιριάζει.

α) 2 5 8 10 11 14 ...

β) 2 4 8 16 24 32 ...

γ) 2 5 11 18 23 47 ...



συζήτηση στην τάξη



Δες όλα  
Αριθμητικές  
κανονικότητες

Εξήγησε στους συμμαθητές σου πώς σκέφτηκες κάθε φορά.

### Κεφάλαιο 14 ΤΕ - Έργο 2 και 3

Στο 2 θα μπορούσαν να παρατηρήσουν ότι οι 3 σειρές ξεκινούν με τους αριθμούς 1, 3 αλλά εξελίσσονται διαφορετικά, επειδή ακολουθούν διαφορετικό κανόνα.

Επαναληπτικό 2<sup>ης</sup> ενότητας

**ΒΜ, επαναληπτικό, το τελευταίο έργο** είναι ανοικτού τύπου και εξετάζει, εκτός από την ικανότητα του/της μαθητή/τριας να βλέπει νέα σχήματα συνθέτοντας δοσμένα, τη δεξιότητα να χειρίζεται τον κανόνα, να μετρά, να σχεδιάζει με την βοήθειά του, να κινείται στα σχεδιαστικά πλαίσια που του/της δίνονται κτλ.

**ΤΕ, επαναληπτικό, το έργο 3**  $7.026 + 2.998 = 7.026 + 3.000 - 2$ ,  $7.026 - 1.995 = 7.026 - 2.000 + 5$ , κ.ο.κ.

**ΤΕ, επαναληπτικό, στο έργο 5** οι μαθητές/τριες διαπιστώνουν ότι το μοτίβο αποτελείται από 4 αστεράκια κίτρινο, γαλάζιο, κόκκινο, πράσινο και με διάφορους τρόπους θα βρουν ότι το 45° αστεράκι θα έχει χρώμα κίτρινο ( $45 = (4 \times 11) + 1$ ).

*Συνθετική εργασία:* Η 4 στο επαναληπτικό του ΤΕ και η 3 στο επαναληπτικό του ΒΜ προσφέρονται για συνθετικές εργασίες από ομάδες μαθητών/τριών.

## Ενότητα 3

### Φυσικοί αριθμοί

Η 3<sup>η</sup> Ενότητα αφορά στο θεματικό πεδίο των Αριθμών και συγκεκριμένα στη θεματική ενότητα των Φυσικών αριθμών. Αποτελείται από 6 κεφάλαια (15-20).

Οι μαθητές/τριες καλούνται να εφαρμόσουν στρατηγικές νοερών υπολογισμών για τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση, να αναπαραστήσουν με διάφορους τρόπους προβληματικές καταστάσεις που η ανάγκη να λυθούν και να απαντηθούν οδηγεί σε πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμό ή διαίρεση). Αναζητούν σύντομους δρόμους υπολογισμών, που να έχουν μαθηματικό νόημα, τους αναπαριστούν με διάφορους τρόπους, οδηγούνται στους αλγόριθμους των πράξεων και τους εφαρμόζουν.

### Κεφάλαιο 15

Στις παρακάτω προβληματικές καταστάσεις υποδεικνύονται μοντέλα ανάλυσης των αριθμών, που βασίζονται σε στρατηγικές που έχουν ήδη αναπτυχθεί για την πρόσθεση και αφαίρεση, ώστε να διευκολύνονται νοεροί πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις.

2

Για τις ανάγκες των καλοκαιρινών πανηγυριών μία από τις κοινότητες του νησιού προμηθεύτηκε 7 μεγάλα χαρτόκουτα που το καθένα περιείχε 2.350 χάρτινα ποτήρια μιας χρήσης. Μεταφέρθηκαν στο νησί 7 μεγάλα χαρτόκουτα που το καθένα περιείχε 2.350 τέτοια ποτήρια. Ο Αλέξανδρος υπολόγισε το συνολικό αριθμό των ποτηριών:

**2.350 x 7**

Σκέφτηκε ότι **2.350 = 2.000 + 300 + 50**, οπότε:

**2.350 x 7**

$2.000 \times 7$   
\_\_\_\_\_

$+ 300 \times 7$   
\_\_\_\_\_

$+ 50 \times 7$   
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_


Απάντηση: \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 15 ΒΜ - Έργο 2

4

Στο χωριό Παναγιά καταναλώθηκαν 28.854 αναψυκτικά σε 9 ημέρες. Ποια ήταν η ημερήσια κατανάλωση αναψυκτικών στο χωριό;

Μπορώ να χωρίσω το 28.854 σε προσθετέους που διαιρούνται με το 9;



**28.854 : 9**

$27.000 : 9$   
↓  
\_\_\_\_\_

$+ 1.800 : 9$   
↓  
\_\_\_\_\_

$+ 54 : 9$   
↓  
\_\_\_\_\_


\_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ =   ← πηλίκο

**28.854 : 9**

↙ ↘

**δαιρετέος    δαιρέτης**

Απάντηση: \_\_\_\_\_



9 x \_\_\_\_\_ = 27.000

9 x \_\_\_\_\_ = 1.800

9 x \_\_\_\_\_ = 54

Κεφάλαιο 15 ΒΜ - Έργο 4

Τα παραπάνω έργα, αλλά και **τα 5 και 6 του ΒΜ**, παρουσιάζουν μια στρατηγική της διαίρεσης με ανάλυση του δαιρετέου. Οι μαθητές/τριες προτείνουν τρόπους ανάλυσης που να τους/τις «εξυπηρετούν» ανάλογα με τον δαιρέτη τους. Ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να προτείνει επιπλέον ασκήσεις τέτοιου τύπου για διερεύνηση ή και εξάσκηση για να λύσουν τα παιδιά στα τετράδιά τους. Π.χ. 13.680 : 4 ή 45.570 : 7

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Ασκήσεις με τετραψήφιους δαιρετέους και την επαλήθευσή τους 1.680 : 2 και 2x840, 4.880 : 4 και 4x1.220 κ.ο.κ.

Κεφάλαια 16, 17, 18

Οι μαθητές/τριες διερευνούν προβληματικές καταστάσεις που οδηγούν σε λύση με πρόσθεση και αφαίρεση (Κεφάλαιο 16), με πολλαπλασιασμό (Κεφάλαιο 17), με διαίρεση (Κεφάλαιο 18).

Στο ΒΜ, Κεφάλαιο 17, για να απαντηθεί το ερώτημα στην εισαγωγική κατάσταση

## 17 Διερεύνηση καταστάσεων - Πολλαπλασιασμός

**1**



Οι υπόλοιπες τάξεις του σχολείου αποφάσισαν να συμμετάσχουν στο ίδιο πρόγραμμα με την Δ' τάξη. Αν κάθε τάξη συγκεντρώνει **9.140** καπάκια κάθε δίμηνο, πόσα καπάκια θα συγκεντρώσει όλο το σχολείο στο δίμηνο;



Αφού η μία τάξη συγκεντρώνει **9.140** καπάκια το δίμηνο, οι **6** τάξεις θα συγκεντρώνουν: \_\_\_\_\_

τα παιδιά καλούνται να δοκιμάσουν να την αναπαραστήσουν με χειραπτικό ή και οπτικοποιημένο υλικό

**1ος τρόπος: Με το υλικό σου**

Α' τάξη		9.140 καπάκια
Β' τάξη		9.140 καπάκια
Γ' τάξη		9.140 καπάκια
Δ' τάξη		9.140 καπάκια
Ε' τάξη		9.140 καπάκια
ΣΤ' τάξη		9.140 καπάκια

να υπολογίσουν με τη βοήθεια του πίνακα

x	9.000	100	40
6	(6 x 9.000) 54.000	( <u>  </u> x <u>  </u> ) 600	( <u>  </u> ) 240
54.000 + <u>  </u> + <u>  </u> = <u>  </u>			

να επιβεβαιώσουν με την κάθετη πράξη του πολλαπλασιασμού

**3ος τρόπος: Κάθετος πολλαπλασιασμός**

πολλαπλασιαστέος → 9.140

πολλαπλασιαστής → x 6

---

γινόμενο → 54.840

Απάντηση: \_\_\_\_\_

κρατούμενα;

Δες εδώ Βρες το γινόμενο

- Ποιος από τους παραπάνω τρόπους για τον πολλαπλασιασμό είναι ευκολότερος για σένα; \_\_\_\_\_
- Ποιος τρόπος είναι ο συντομότερος; \_\_\_\_\_

και να αναστοχαστούν συζητώντας στην ολομέλεια της τάξης τα ερωτήματα που τίθενται στο τέλος του έργου.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 17, στο έργο 1** ζητείται να υπολογιστεί το πλήθος των πετρωμάτων του μουσείου. Οι μαθητές/τριες, αφού αναγνωρίσουν ότι απαιτείται ο πολλαπλασιασμός για να λυθεί το πρόβλημα, χρησιμοποιούν τις στρατηγικές που γνωρίζουν για να φτάσουν στη λύση. Στο τέλος παρατηρούν ότι και οι δύο ομάδες έφτασαν στο ίδιο αποτέλεσμα, αφού η σειρά που γίνονται οι πολλαπλασιασμοί δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα (Μεγάλη ιδέα των Μαθηματικών η Γενίκευση για την αντιμεταθετική ιδιότητα και στον πολλαπλασιασμό).

**ΤΕ, Κεφάλαιο 17, στο έργο 2** οι μαθητές/τριες καλούνται να αξιοποιήσουν τις πληροφορίες που δίνονται για τις πωλήσεις των παιδιών, ώστε να απαντήσουν στις ερωτήσεις. Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται για την πώληση: «32 αυτοκόλλητα με 5 ευρώ τα 2 αυτοκόλλητα» για να σκεφτούν ότι ο πολλαπλασιασμός θα είναι  $16 \times 5$ .

**Στο ΒΜ, Κεφάλαιο 18, στο εισαγωγικό πρώτο έργο** οι μαθητές/τριες διερευνούν με κατάλληλους πολλαπλασιασμούς και διαδοχικές αφαιρέσεις το αποτέλεσμα των διαιρέσεων  $1.152 : 36$  και  $1.152 : 42$ . Διαπιστώνουν ότι ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις. Συνιστάται και η χρήση χειραπτικού υλικού, για παράδειγμα οι κύβοι Dienes, για την αισθητοποίηση της πράξης.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 18, στο έργο 3** οι μαθητές/τριες θα μπορούσαν να παρατηρήσουν ότι ο 7.625 αναλύεται σε  $7.500 + 125$  και ότι  $25 \times 300 = 7.500$  και  $25 \times 5 = 125$  άρα  $300 + 25 = 325$  τσουβάλια

**ΤΕ, Κεφάλαιο 18, στο έργο 1** οι μαθητές/τριες χρειάζεται να προσέξουν ότι το λεωφορείο κινείται μόνο τις 6 ημέρες κάθε εβδομάδας.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 18, έργο 2**  $3.748 : 17$   $17 \times 100 = 1.700$   
 $1.700 + 1.700 = 3.400$  λίτρα σε 200 δοχεία  
 Απομένουν 248 κιλά, οπότε:  $17 \times 10 = 170$  10 δοχεία  
 Απομένουν 78 κιλά, οπότε  $17 + 17 + 17 + 17 = 68$  λίτρα σε 4 δοχεία  
 Άρα, 214 δοχεία και περισσεύουν 10 λίτρα λάδι.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 18, έργο 3** Οι μαθητές/τριες αναπτύσσουν στρατηγικές για την επίλυση και κατασκευή προβλημάτων. Ο/η εκπαιδευτικός κατά την κρίση του/της θα μπορούσε να διερευνήσει τις στρατηγικές των μαθητών/τριών για το ποια δεδομένα και πώς προτίθενται να χρησιμοποιήσουν για την κατασκευή των προβλημάτων ή, μετά τη διατύπωση των προβλημάτων, να προκαλέσει συζήτηση για τις επιλογές τους.

#### Κεφάλαια 19, 20

**Το Κεφάλαιο 19**, μέσω δύο προβλημάτων προς επίλυση, εισάγει τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού τριψήφιου με τριψήφιο και τριψήφιου με διψήφιο και το **Κεφάλαιο 20** με τον ίδιο τρόπο τον αλγόριθμο της διαίρεσης τετραψήφιου με μονοψήφιο και διψήφιο διαιρέτη. Χρησιμοποιούνται μοντέλα που προϋποθέτουν τη συμμετοχή του/της μαθητή/τριας για την δόμησή τους και στοχεύουν στην κατανόηση της δομής των αλγόριθμων. Για το πρώτο έργο ο/η εκπαιδευτικός χρειάζεται να συζητήσει με τους/τις μαθητές/τριες τη σημείωση «Δεχόμαστε ότι ο χρόνος έχει 365 μέρες». Να αναφερθούν στα δίσεκτα έτη με τις 366 ημέρες και, αν το κρίνουν απαραίτητο ανάλογα με τις απαιτήσεις της τάξης, να αναθέσουν μια μικρή έρευνα στα παιδιά για το πώς προέκυψαν τα δίσεκτα έτη και τον ρόλο των μαθηματικών σε αυτό. Η έκφραση «δεχόμαστε» αφορά τις παραδοχές που κάνουμε στα μαθηματικά για κοινωνικοπολιτισμικούς λόγους (επικοινωνία, κοινή 'γλώσσα', κτλ). Στο ίδιο πλαίσιο δεχόμαστε ότι ένας μήνας έχει 30 μέρες και κάνουμε τους υπολογισμούς σε αυτή τη βάση. Τα παιδιά αναμένεται να αναφερθούν στο μήνα Φεβρουάριο και στους μήνες που έχουν 31 μέρες.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 19, στο έργο 1β** οι μαθητές/τριες αντιμετωπίζουν πολλαπλασιασμούς όπου ένας παράγοντας είναι πολλαπλάσιο του 10, 100, 1.000 ή και οι δύο παράγοντες είναι πολλαπλάσια του 10 ή του 100.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 19, στο έργο 3**, για να μπορέσουν οι μαθητές/τριες να εκτιμήσουν τα αποτελέσματα, μπορούν να στρογγυλοποιήσουν τους παράγοντες. Για παράδειγμα,  $59 \times 32$  είναι περίπου όσο  $60 \times 30$ .

**ΤΕ, Κεφάλαιο 20, στο έργο 2** για να απαντηθεί το ερώτημα χρειάζεται να γίνουν δύο πράξεις: α) πολλαπλασιασμός  $8 \times 12 = 96$  χιλιόμετρα πετάει η μπεκάτσα τη μέρα. β) διαίρεση  $1.920 : 96 = 20$  μέρες, άρα η μπεκάτσα σε 20 μέρες πέταξε 1.920 χιλιόμετρα. Είναι πιθανό, κάποια παιδιά να σκεφτούν πρώτα να κάνουν τη διαίρεση:  $1.920 : 12 = 160$  ώρες πέταξε η μπεκάτσα και μετά, με τη διαίρεση  $160 : 8 = 20$  μέρες, να απαντήσουν στην ερώτηση.

#### Επανάληψη 3<sup>ης</sup> ενότητας

**ΒΜ, τα έργα επανάληψης 2 και 3** είναι ανοιχτού τύπου. Καλούν τον/την μαθητή/τρια να επιλέξει τον τρόπο που θα εργαστεί ώστε να μπορεί ο/η εκπαιδευτικός να αξιολογήσει την επίτευξη των ΠΜΑ και να προβεί στις κατάλληλες ενέργειες. Αυτού του τύπου οι ασκήσεις, που απαντώνται συχνά στο βιβλίο, δίνουν τη δυνατότητα στον/στην εκπαιδευτικό να δράσει ως δάσκαλος/α -ερευνητής/τρια και να μελετήσει τον τρόπο σκέψης των μαθητών/τριών του/της, ώστε να παράσχει την κατάλληλη ανατροφοδότηση.

**ΒΜ, έργο 3**  $1.200 : 48$   $48 \times 20 = 960$   $48 \times 5 = 240$   $960 + 240 = 1.200$   
Επομένως, δεν θα περισσέψει κανένα μπαλάκι.

**ΤΕ, έργο 4** Το κάθε παιδί κάνει τον υπολογισμό με όποιον τρόπο θέλει, οριζόντια ή κάθετα, αρκεί να οδηγηθεί στο σωστό αποτέλεσμα.

$1.935 \times 20 = 39.700$   $1.935 \times 5 = 9.675$   $39.700 + 9.675 = 48.375$   
 $48.375 : 9$   $48.375 = 45.000 + 2.700 + 630 + 45$

*Συνθετική εργασία:* να αναζητήσουν και να ανακαλύψουν μοτίβα σε έντυπο και ηλεκτρονικό υλικό σε τομείς της τέχνης και της καθημερινότητας και να τα παρουσιάσουν στην τάξη, ή να τα εκθέσουν στις άλλες τάξεις.

## Ενότητα 4

### Κλάσματα - Πιθανότητες

Στην 4<sup>η</sup> ενότητα εξετάζονται οι Ρητοί αριθμοί στα Κεφάλαια 22 έως 25 και τα Πειράματα τύχης στα Κεφάλαια 26 και 27.

#### Κεφάλαιο 21

**Στο Κεφάλαιο 21** με κατάλληλες δραστηριότητες ανιχνεύονται σχέσεις μεταξύ των φυσικών αριθμών, των κλασμάτων και των δεκαδικών. Οι μαθητές/τριες καλούνται να ανακαλύψουν ότι τα κλάσματα και οι δεκαδικοί

είναι διαφορετικές μορφές έκφρασης αριθμητικών ποσοτήτων που εξυπηρετούν συγκεκριμένες ανάγκες, αλλά όλοι είναι αριθμοί.

**1 Κέικ πορτοκάλι**



**Υλικά**  
2 αυγά  
0,25 λίτρα χυμό πορτοκάλι  
Ξύσμα από 1 πορτοκάλι  
0,5 κ. αλεύρι για όλες τις χρήσεις  
1 κουταλιά μπέικιν πάουντερ  
 $\frac{3}{4}$  της κούπας μέλι  
 $\frac{1}{2}$  της κούπας ελαιόλαδο



Χώρισε τους αριθμούς της συνταγής σε κατηγορίες.

<b>Κλάσματα</b>	<b>Φυσικοί αριθμοί</b>	<b>Δεκαδικοί αριθμοί</b>
-----------------	------------------------	--------------------------

Κεφάλαιο 21 ΒΜ - Έργο 1

**1** Σημείωσε με τι είδους αριθμούς θα μετρήσουμε τα παρακάτω.  
Φ (φυσικοί), Κ (κλάσματα), Δ (δεκαδικό).

Τα μπουκάλια γάλα στο ψυγείο του σούπερ μάρκετ	<input checked="" type="checkbox"/>
Το ύψος της Γεωργίας	<input type="checkbox"/>
Το ύψος του όρους Ολυμπος	<input type="checkbox"/>
Το μέρος μιας πίτσας που έφαγε ο Μαρίνος	<input type="checkbox"/>
Τις μέρες της εβδομάδας	<input type="checkbox"/>
Το μέρος του μήλου που έφαγε η Μαίρη	<input type="checkbox"/>

Κεφάλαιο 21 ΤΕ - Έργο 1

Η τροχιά κλάσμα-κλασματικός αριθμός ξεκινά από την Α΄ Δημοτικού, όπου οι μαθητές/τριες έρχονται σε επαφή με τα κλάσματα μέσα από καθημερινές καταστάσεις.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 21, έργο 2** Η Αγγελική χρησιμοποίησε το  $\frac{1}{2}$  της κορδέλας, δηλ.60εκ. που είναι 0,60 μ και ο Γιάννης τα  $\frac{1}{4}$  της κορδέλας, που είναι 30εκ., δηλαδή 0,30 μ.


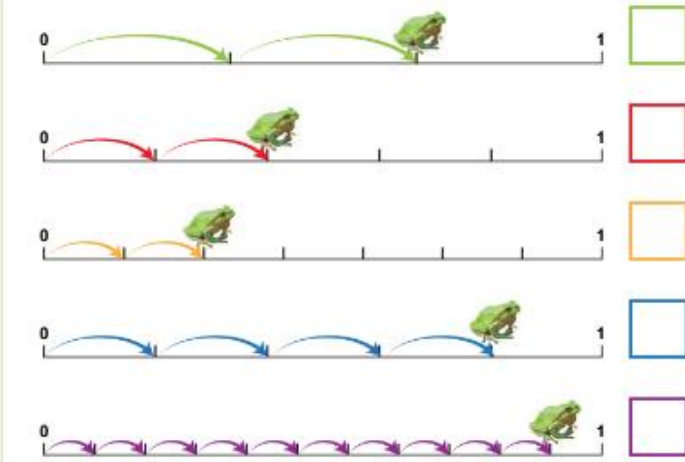
**ΤΕ, Κεφάλαιο 21, έργο 3** Το δεξαμενόπλοιο, όταν είναι γεμάτο κατά τα  $\frac{3}{4}$ , μεταφέρει 15.000 τόνους εμπόρευμα, κατά το  $\frac{1}{4}$  5.000 τόνους και κατά τα  $\frac{2}{5}$  8.000 τόνους. Κάθε στρατηγική που οδηγεί σε σωστό αποτέλεσμα είναι αποδεκτή.

Κεφάλαιο 22

**ΒΜ, Κεφάλαιο 22, το έργο 1** ζητά την αναγνώριση κλασμάτων σε συνεχή και διακριτά μοντέλα. Τα υπόλοιπα έργα αφορούν σε διαφορετικές αναπαραστάσεις κλασμάτων ως αριθμούς στην αριθμογραμμή.

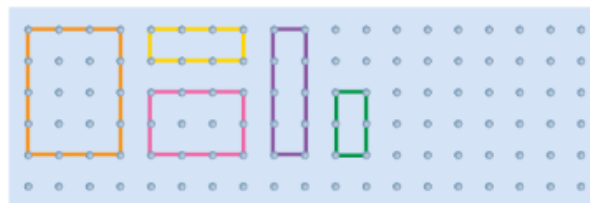
Βασικές ιδέες που αναδεικνύονται από τα έργα είναι η σχέση του αριθμητή με τον παρονομαστή (ένα κλάσμα ισοδυναμεί με τη μονάδα όταν ο αριθμητής είναι ίσος με τον παρονομαστή, **ΒΜ, Κεφάλαιο 22, 4<sup>ο</sup> έργο, ΤΕ, Κεφάλαιο 22, 3<sup>ο</sup> έργο**), οι πολλαπλοί δυνατοί χωρισμοί της ίδιας μονάδας σε ίσα μέρη και ως προετοιμασία για τα ισοδύναμα κλάσματα, όπως παρακάτω.

**2** Πέντε βατραχάκια έκαναν άλματα πάνω στα νούφαρα της λίμνης. Γράψε με κλάσμα τι μέρος της απόστασης από τη μία όχθη στην άλλη κάλυψε το καθένα.

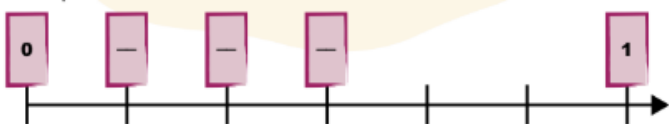
Κεφάλαιο 22 ΒΜ - Έργο 2

**4** Κατασκεύασε τα ορθογώνια στον γεωπρίνακά σου. Εναλλακτικά χρησιμοποίησε τον παρακάτω γεωπρίνακα.



Το πορτοκαλί ορθογώνιο είναι 1 ακέραιη μονάδα.

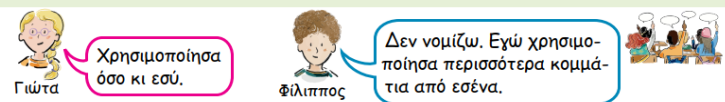
- Τι μέρος της ακέραιης μονάδας είναι το:
  - ροζ ορθογώνιο; \_\_\_\_\_ κίτρινο ορθογώνιο; \_\_\_\_\_
  - μοβ ορθογώνιο; \_\_\_\_\_ πράσινο ορθογώνιο; \_\_\_\_\_
- Ποια από τα παραπάνω κλάσματα αντιστοιχούν στα κενά στην αριθμογραμμή; Τοποθέτησέ τα.



Κεφάλαιο 22 ΤΕ - Έργο 4


ο χωρισμός της μονάδας σε ίσα μέρη, όπως, για παράδειγμα, στο παρακάτω έργο του ΤΕ, Κεφάλαιο 23.

**3** Τα παιδιά έχουν δύο ίδια χαρτόνια. Η Γιώτα χρησιμοποίησε τα  $\frac{3}{4}$  του χαρτονιού της για μία κατασκευή και ο Φίλιππος τα 4 από τα 5 κομμάτια του δικού του χαρτονιού.




Γιώτα: Χρησιμοποίησα όσο κι εσύ.

Φίλιππος: Δεν νομίζω. Εγώ χρησιμοποίησα περισσότερα κομμάτια από εσένα.




Με ποιο παιδί συμφωνείς; \_\_\_\_\_ Γιατί; \_\_\_\_\_

Μπορείς να συγκρίνεις τα κλάσματα  $\frac{3}{4}$  και  $\frac{4}{5}$  με βάση τα παραπάνω σχήματα; \_\_\_\_\_



Μπορείς να τα συγκρίνεις με βάση τα διπλανά σχήματα; \_\_\_\_\_



Γιατί; \_\_\_\_\_  $\frac{3}{4}$    $\frac{4}{5}$

Κεφάλαιο 23 ΤΕ - Έργο 3

**ΤΕ, Κεφάλαιο 22, έργο 4** ροζ ορθογώνιο;  $\frac{1}{2}$  (παρατηρούν ότι το πορτοκαλί ορθογώνιο γεμίζει με 2 ροζ ορθογώνια), κίτρινο ορθογώνιο  $\frac{1}{4}$  (παρατηρούν ότι το πορτοκαλί ορθογώνιο γεμίζει με 4 κίτρινα ορθογώνια), μοβ ορθογώνιο  $\frac{1}{3}$  και πράσινο ορθογώνιο  $\frac{1}{6}$  (αιτιολογούν όπως και τα υπόλοιπα). Κατ' επέκταση μπορούν να διακρίνουν και σχέσεις μεταξύ των διαφορετικών ορθογωνίων, όπως για παράδειγμα ότι 2 πράσινα ισοδυναμούν με ένα μοβ άρα το πράσινο είναι  $\frac{1}{2}$  του μοβ κ.ο.κ.

## Κεφάλαιο 23

Στο **Κεφάλαιο 23** οι μαθητές/τριες καλούνται να συγκρίνουν κλάσματα ομώνυμα ή ετερώνυμα με διάφορους τρόπους σε ρεαλιστικά αναπαραστατικά πλαίσια.

Στο παρακάτω έργο στο **ΒΜ** η σύγκριση μεταξύ των κλασματικών μονάδων μπορεί να οδηγήσει στην παρατήρηση ότι η κλασματική μονάδα με την μεγαλύτερη αξία έχει τον μικρότερο παρονομαστή.

**2** Παρατήρησε τον παρακάτω τοίχο. Κάθε λωρίδα βάφεται με διαφορετικό χρώμα. Σε συνεργασία με το διπλανό σου παιδί απάντησε στις ερωτήσεις.

α) Ποιος έβαψε μεγαλύτερο μέρος της λωρίδας τη Δευτέρα και ποιος την Τρίτη; Κύκλωσε.

Δευτέρα	Γιώργος $\frac{1}{2}$ (κίτρινο)	Γιάννης $\frac{1}{3}$ (πράσινο)	Μαρία $\frac{1}{5}$ (μοβ)
Τρίτη	Κατερίνα $\frac{1}{8}$ (κερασί)	Σάκης $\frac{1}{10}$ (μπλε)	Αγγελός $\frac{1}{4}$ (σομόν)

- Τελικά, ποιο από τα 6 παιδιά έβαψε περισσότερο; \_\_\_\_\_  
Τι μέρος της λωρίδας του τοίχου έβαψε; \_\_\_\_\_
- Ποιο από τα 6 παιδιά έβαψε το λιγότερο; \_\_\_\_\_  
Τι μέρος του τοίχου έβαψε; \_\_\_\_\_

### Κεφάλαιο 23 ΒΜ - Έργο 2

Στο ερώτημα **β** του ίδιου έργου, η σύγκριση αφορά κλάσματα με ίσους αριθμητές. Μεγαλύτερο είναι κάθε φορά το κλάσμα με τον μικρότερο παρονομαστή.

Ακολουθούν τα ισοδύναμα κλάσματα, όπου οι μαθητές/τριες παρατηρούν ότι παρόλο που τα κλάσματα έχουν διαφορετικούς όρους, εκφράζουν το ίδιο τμήμα της ακέραιης μονάδας. Τα ισοδύναμα κλάσματα (Μεγάλη ιδέα των Μαθηματικών η Ισοδυναμία) αποτελούν αντικείμενο εξέτασης από την Ε' Δημοτικού και μετά. Γι' αυτό και στη Δ' τάξη αναφερόμαστε σε αυτά στο πλαίσιο της σύγκρισης των ετερώνυμων κλασμάτων.

**2** Στα γενέθλια του Χάρη τα παιδιά πίνουν πορτοκαλάδα. Ανά δύο συγκρίνουν ποιος έχει πει την πιο πολλή. Σημείωσε σε κάθε μπουκάλι πόσο έχει πει ο καθένας και γράψε τη σχέση μεταξύ των κλασμάτων.

$\frac{4}{6}$  —  $\frac{3}{6}$        $\frac{5}{5}$  —  $\frac{2}{5}$        $\frac{3}{4}$  —  $\frac{3}{8}$

### Κεφάλαιο 23 ΤΕ - Έργο 2

**ΤΕ, Κεφάλαιο 23, στο έργο 2** Οι μαθητές/τριες καλούνται να συγκρίνουν κλάσματα με τη βοήθεια των γραμμών στο μπουκάλι.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 23, στο έργο 3** Οι μαθητές/τριες θα παρατηρήσουν ότι τα κομμάτια του δεύτερου χαρτονιού δεν είναι ίσα, επομένως δεν μπορούν να εκφραστούν με κλάσμα.

Οι μαθητές/τριες επεκτείνουν τις εμπειρίες και γνώσεις από τη σύγκριση κλασμάτων και καλούνται στα επόμενα δύο κεφάλαια να βρουν τρόπους πρόσθεσης και αφαίρεσης ομώνυμων και ετερόνυμων κλασμάτων. Σε αυτή την προσπάθεια βοηθούνται από απεικονίσεις και μοντέλα για την αισθητοποίηση και από δομημένες ερωτήσεις για την μετάβαση στη συμβολιστική αποτύπωση της σκέψης τους. Οι μαθητές/τριες χρησιμοποιούν τα μοντέλα όχι μόνο όταν τους ζητείται από τα έργα, αλλά και όταν χρειάζεται να χωρίσουν ή να συμπληρώσουν, για να αισθητοποιήσουν και να υπολογίσουν.

1 Η κ. Ελένη έφαγε μία μηλόπιτα και την έκοψε σε 12 ίσα κομμάτια.

Γιώτα: Μαζί με την παρέα μου φάγαμε τα  $\frac{5}{12}$  της μηλόπιτας.

Φίλιππος: Εμείς φάγαμε το  $\frac{1}{3}$  της μηλόπιτας.

Πώς θα βρεις τι μέρος της μηλόπιτας έφαγαν και οι δύο παρέες μαζί;

Θα \_\_\_\_\_ τα κλάσματα \_\_\_\_\_

Τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές λέγονται ετερόνυμα.

Τα κλάσματα  $\frac{5}{12}$  και  $\frac{1}{3}$  είναι ετερόνυμα.

• Χρωμάτισε το μέρος που έφαγε η κάθε παρέα παιδιών.

Με πόσα δωδέκατα της μηλόπιτας ισοδυναμεί το  $\frac{1}{3}$  της;

Τα κλάσματα  $\frac{1}{3}$  και  $\frac{4}{12}$  είναι ισοδύναμα.

• Πόσα δωδέκατα της μηλόπιτας έφαγαν τελικά και οι δύο παρέες; Γράψε την πράξη και βρες το αποτέλεσμα.

Κεφάλαιο 25 ΒΜ - Έργο 1

#### Κεφάλαιο 24

**ΤΕ, Κεφάλαιο 24, στο έργο 2** χωρίζουν σε ίσα μέρη το ορθογώνιο, σύμφωνα με τον παρονομαστή των κλασμάτων. Χρησιμοποιούν διαφορετικό χρώμα για κάθε κλάσμα. Για το **έργο 3** μπορούν να σχεδιάσουν κυκλικά ή ορθογώνια σχήματα αρκεί τα κομμάτια να είναι ίσα. Για το έργο 5 η μικρή αδελφή χρωμάτισε τα  $\frac{4}{10}$ , ο Νικόλας  $\frac{1}{10}$  και  $\frac{2}{10}$ , όλα μαζί τα χρωματισμένα είναι  $\frac{7}{10}$  και έμειναν  $\frac{3}{10}$  για να χρωματιστούν.

#### Κεφάλαιο 25

**ΒΜ, Κεφάλαιο 25, έργο 2** Δεν συμφωνούμε με την Ευαγγελία, γιατί τα τρία κομμάτια του χαρτονιού δεν έχουν το ίδιο μέγεθος. Χωρίζοντας τα παιδιά το χαρτόνι σε ίσα μέρη, όπως υποδεικνύεται παρακάτω, μπορούν να υπολογίσουν το μέρος που χρησιμοποιήθηκε  $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$  και το μέρος που δεν χρησιμοποιήθηκε  $\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

Στο τελευταίο έργο για να βρουν τα ισοδύναμα κλάσματα οι μαθητές/τριες, ώστε να μπορούν να προσθέσουν και να αφαιρέσουν ομώνυμα κλάσματα, θα πρέπει να χωρίσουν και τα δύο σχήματα σε ίσα μέρη, τόσα όσα και ο μεγαλύτερος από τους δύο παρονομαστές.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 25, έργο 4**  $\frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$        $\frac{5}{6} - \frac{1}{12} = \frac{10}{12} - \frac{1}{12} = \frac{9}{12}$

Τα Στοχαστικά Μαθηματικά εισάγονται για πρώτη φορά στο Δημοτικό Σχολείο με το νέο ΠΣ από τις πρώτες κιόλας τάξεις. Στόχος είναι η σταδιακή ανάπτυξη της στοχαστικής σκέψης των μαθητών/τριών, ώστε κατά την εξέλιξη της μαθηματικής τους εκπαίδευσης να κατανοήσουν βαθύτερα τις σχετικές έννοιες.

#### Κεφάλαιο 26

Στο **Κεφάλαιο 26** τα παιδιά έρχονται σε επαφή με τις Πιθανότητες μέσα από μια ποικιλία αναπαράστασεων και μοντέλων. Είναι σημαντικό να εξοικειωθούν από την αρχή με τη χρήση των όρων (βέβαιο, πιθανό, αδύνατο), όταν εκτιμούμε την πιθανότητα ενός ενδεχομένου, αναγνωρίζοντας από το 1ο ήδη έργο ότι οι όροι αυτοί κατανέμονται σε μια κλίμακα από το αδύνατο ως το βέβαιο.

**1** Τα παιδιά τραβάνε μολύβια με κλειστά τα μάτια από το σακουλάκι. Απάντησε τις ερωτήσεις τους κυκλώνοντας το σωστό.

Γιάννης: Είναι πιθανό να τραβήξω **κίτρινο** μολύβι;

Αριστέα: Είναι πιθανό να τραβήξω **κόκκινο** μολύβι;

Είναι πιθανό να τραβήξω **κίτρινο** μολύβι;  Όχι, είναι αδύνατο  Ναι, είναι πιθανό  Είναι βέβαιο

Είναι πιθανό να τραβήξω **κόκκινο** μολύβι;  Όχι, είναι αδύνατο  Ναι, είναι πιθανό  Είναι βέβαιο

Δες εδώ Τυχαία επιλογή

Κεφάλαιο 26 ΒΜ - Έργο 1

Στο έργο 2 συγκρίνουν πιθανότητες.

**2** Τα παιδιά παίζουν με τον παρακάτω τροχό της τύχης. Ο Μίμης γυρίζει το βέλος μια φορά.

- Κύκλωσε ανάλογα και αιτιολόγησε την επιλογή σου.

Η πιθανότητα να δείξει το βέλος στην μπλε περιοχή είναι μεγαλύτερη από την πιθανότητα να δείξει στη ροζ:  Σ  Λ

Γιατί: \_\_\_\_\_

Η πιθανότητα να δείξει το βέλος στην πράσινη περιοχή είναι ίση με την πιθανότητα να δείξει στην μπλε περιοχή:  Σ  Λ

Γιατί: \_\_\_\_\_

Η πιθανότητα να δείξει το βέλος στην κίτρινη περιοχή είναι μεγαλύτερη από την πιθανότητα να δείξει στη ροζ:  Σ  Λ

Γιατί: \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 26 ΒΜ - Έργο 2

Στο επόμενο ερώτημα, «τι μέρος του τροχού είναι κάθε χρώμα», οι μαθητές/τριες θα ενεργοποιήσουν τις γνώσεις τους για τα κλάσματα για να γράψουν για πράσινο και μπλε  $\frac{2}{8}$  ή  $\frac{1}{4}$ , ροζ  $\frac{3}{8}$  και κίτρινο  $\frac{1}{8}$ .

**1** Στο μαγαζάκι της γειτονιάς πουλάνε σακουλάκια με καραμέλες σε δυο γεύσεις: βανίλια και σοκολάτα. Το μικρό σακουλάκι έχει 16 καραμέλες, 8 με γεύση βανίλια και 8 με γεύση σοκολάτα. Το μεσαίο σακουλάκι έχει 32 καραμέλες, 16 με γεύση βανίλια και 16 με γεύση σοκολάτα. Το μεγάλο σακουλάκι έχει 80 καραμέλες, μισές με γεύση βανίλια και μισές με γεύση σοκολάτα. Από ποιο σακουλάκι έχουμε μεγαλύτερη πιθανότητα να πάρουμε καραμέλα σοκολάτας;

Φιλίω: Από το μεσαίο.

Αριστέα: Από το μικρό!

Φίλιππος: Από το μεγάλο.

Γιάννης: Νομίζω πως είναι το ίδιο πιθανό να πάρουμε καραμέλα σοκολάτας και από τρία σακουλάκια.

Με ποιο παιδί συμφωνείς; \_\_\_\_\_

Γιατί: \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 26 ΤΕ - Έργο 1

Στο παραπάνω έργο του ΤΕ οι μαθητές/τριες θα πρέπει να συμφωνήσουν με τον Γιάννη, επειδή η σχέση ανάμεσα στις δύο διαφορετικές γεύσεις καραμέλας είναι η ίδια σε κάθε ένα από τα τρία σακουλάκια, δηλαδή μισές βανίλια και μισές σοκολάτα.

Κεφάλαιο 27

Στο Κεφάλαιο 27 οι μαθητές/τριες διερευνούν τη συχνότητα εμφάνισης ενός ενδεχομένου κατά την επανάληψη ενός πειράματος τύχης.


Η πρώτη δραστηριότητα αναμένεται να λειτουργήσει κατά κάποιον τρόπο ως πρότυπο για την διαδικασία που θα ακολουθηθεί στην τάξη. Γι' αυτό τον σκοπό δίνονται στοιχεία που θα βοηθήσουν στην κατανόηση της ιδέας του πειράματος τύχης και στον τρόπο εργασίας.

**27** Πειράματα τύχης

**1** Τα παιδιά της Δ' τάξης κάνουν το παρακάτω **πείραμα τύχης**:



Μέσα σε κάθε χάρτινο κουτί υπάρχουν χρωματιστά μπαλάκια, όπως εμφανίζονται εδώ:



**Πείραμα**

Ένα παιδί κάθε φορά επιλέγει με κλειστά μάτια ένα χρωματιστό μπαλάκι από το κουτί. Ανοίγει τα μάτια και βλέπει το χρώμα του. Μετά τοποθετεί πάλι το μπαλάκι στο κουτί.

**Η διαδικασία επαναλαμβάνεται 10 φορές.**


Τα παιδιά έγγραφαν τα αποτελέσματα σε έναν πίνακα.

Χρώμα	Συχνότητα
κίτρινο	3
μπλε	3
κόκκινο	4

*Κεφάλαιο 27 ΒΜ - Έργο 1*


Για τα πειράματα τύχης χρειάζεται να αφιερωθεί χρόνος στη σχολική τάξη. Τα έργα περιλαμβάνουν δραστηριότητες και είναι δομημένα έτσι, ώστε να εξασφαλίζουν τουλάχιστον ένα πλαίσιο εργασίας (πίνακες για καταγραφή αποτελεσμάτων) για εξασφάλιση χρόνου.

**2** Τα παιδιά παίζουν ανά δύο το παρακάτω παιχνίδι με ένα ζάρι. Παίξτε κι εσείς.




1			
2			
3			
4			
5			
6			

- Κάθε παιδί ρίχνει το ζάρι.
- Κατόπιν βάζει ένα X στο αντίστοιχο κουτάκι στο πινακάκι.
- Νικητής/τρια είναι αυτός/ή που θα συμπληρώσει πρώτος/η μια σειρά.
- Το κάθε παιδί θα ρίξει 20 φορές.
- Τα παιδιά συγκρίνουν τα αποτελέσματά τους μετά από:
  - 5 ρίψεις \_\_\_\_\_
  - 10 ρίψεις \_\_\_\_\_
  - 15 ρίψεις \_\_\_\_\_



*Κεφάλαιο 27 ΒΜ - Έργο 2*

Ο/η εκπαιδευτικός επιλέγει αν θα γίνουν ενώπιον όλης της τάξης ή σε ομάδες. Τα πειράματα έχουν έναν παιγνιώδη χαρακτήρα αλλά είναι σημαντικό να συνδεθούν με την μαθηματική εκπαιδευτική τους διάσταση.

Η παρακάτω δραστηριότητα από το **ΤΕ** είναι απαιτητική από άποψη χρόνου αλλά μπορεί να προγραμματιστεί και να πραγματοποιηθεί εκτός της τάξης των μαθηματικών και να ενισχύσει τον κοινωνικοπολιτιστικό χαρακτήρα του μαθήματος.

2

**Παιχνίδι στην μπάσκετ**

Είστε δέκα παιδιά και χωρίζεστε σε δυο ομάδες των 5 παικτών η καθεμιά για να παίξετε ένα παιχνίδι στην μπάσκετ.

Το παιχνίδι σας έχει τους παρακάτω όρους:

- Ο κάθε παίκτης της κάθε ομάδας εκτελεί 4 ελεύθερες βολές.
- Κάθε ομάδα θα εκτελέσει συνολικά 20 ελεύθερες βολές.
- Οι ομάδες παίζουν η μία μετά την άλλη.
- Νικήτρια θα είναι η ομάδα που οι παίκτες της θα ρίξουν τις περισσότερες επιτυχημένες βολές.

Οι ομάδες σημειώνουν στα πινακάκια τις επιτυχημένες βολές για το κάθε παιδί-παίκτη με μια γραμμή.



ΜΠΛΕ ΟΜΑΔΑ		ΚΟΚΚΙΝΗ ΟΜΑΔΑ	
ΟΝΟΜΑ ΠΑΙΔΙΟΥ-ΠΑΙΚΤΗ	ΕΠΙΤΥΧΗΜΕΝΕΣ ΒΟΛΕΣ	ΟΝΟΜΑ ΠΑΙΔΙΟΥ-ΠΑΙΚΤΗ	ΕΠΙΤΥΧΗΜΕΝΕΣ ΒΟΛΕΣ

Κεφάλαιο 27 ΤΕ - Έργο 2

**Συνθετική εργασία:** Πραγματοποιούν πειράματα τύχης. Οι μαθητές/τριες χωρισμένοι σε ομάδες πραγματοποιούν έρευνα στην τάξη τους ή σε άλλες τάξεις σε θέματα που τους ενδιαφέρουν. Οι ομάδες συγκρίνουν τα αποτελέσματα των ερευνών τους.

**Ενότητα 5**

**Δεκαδικοί αριθμοί – Διαχείριση δεδομένων**

Τα Κεφάλαια 28 έως 32 αφορούν τη διδακτική ενότητα Ρητοί αριθμοί από το διδακτικό πεδίο Αριθμοί και συγκεκριμένα τους δεκαδικούς αριθμούς και τα Κεφάλαια 33 και 34 τη διδακτική ενότητα Διαχείριση δεδομένων από το διδακτικό πεδίο Στατιστική.

**Κεφάλαιο 28**

Η τροχιά των δεκαδικών αριθμών εξελίσσεται παράλληλα με αυτή των κλασμάτων. Οι δεκαδικοί αριθμοί συνδέονται με τα δεκαδικά κλάσματα μέσα από μοντέλα, όπως οι τετραγωνισμένοι καμβάδες,

**2** Γράψε το κλάσμα και τον δεκαδικό αριθμό που αντιστοιχεί **στο χρωματισμένο μέρος** των δεκαδικών τετραγώνων.

$\frac{3}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\frac{6}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\frac{30}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$

Γράψε το κλάσμα και τον δεκαδικό αριθμό που αντιστοιχεί **στο μη χρωματισμένο μέρος** των δεκαδικών τετραγώνων.


$\frac{7}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\frac{70}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$

$\frac{70}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$

Κεφάλαιο 28 ΒΜ - Έργο 2

1 Ένα μέτρο έχει 100 εκατοστά.



α) Πόσα κομμάτια όπως αυτό της εικόνας χρειάζονται ώστε να συμπληρωθούν τα 100 εκατοστά;

• Τι μέρος του μέτρου είναι καθένα από τα κομμάτια αυτά; \_\_\_\_\_

• Με ποιον άλλο τρόπο μπορώ να το εκφράσω; \_\_\_\_\_

• Τι μέρος του μέτρου είναι το 1 εκατοστό; \_\_\_\_\_

• Με ποιον άλλο τρόπο μπορώ να το εκφράσω; \_\_\_\_\_

β) Με πόσα εκατοστά είναι ίσα τα:

2 δέκατα: _____	5 μέτρα: _____	12 δέκατα: _____
20 δέκατα: _____	15 μέτρα: _____	

Κεφάλαιο 28 ΤΕ - Έργο 1

Κεφάλαια 29, 30

Οι μαθητές/τριες καλούνται να αναγνωρίσουν τους δεκαδικούς αριθμούς, να τους συγκρίνουν και να τους διατάξουν μέσα από καθημερινές εικόνες και καταστάσεις, όπως στη μέτρηση μήκους,

3 Αντιστοιχίσε τα κεράκια γενεθλίων με τα μήκη τους.

2,1εκ.      4,2εκ.      3,5εκ.      3,1εκ.



Μπορώ να χρησιμοποιήσω τον χάρακά μου.

Κεφάλαιο 30 ΤΕ - Έργο 3

στη χωρητικότητα,

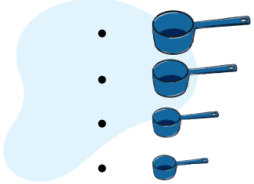
2 Ο αρχιμάγειρας Κυπριανός έχει στη διάθεσή του τις διπλανές μεζούρες για τη μέτρηση υγρών. Ένωσε με το μολύβι σου τον κάθε δεκαδικό αριθμό με την αντίστοιχη μεζούρα.

0,1 του λίτρου •

0,5 του λίτρου •

0,25 του λίτρου •

0,4 του λίτρου •



Κεφάλαιο 29 ΤΕ - Έργο 2

στα χρήματα,

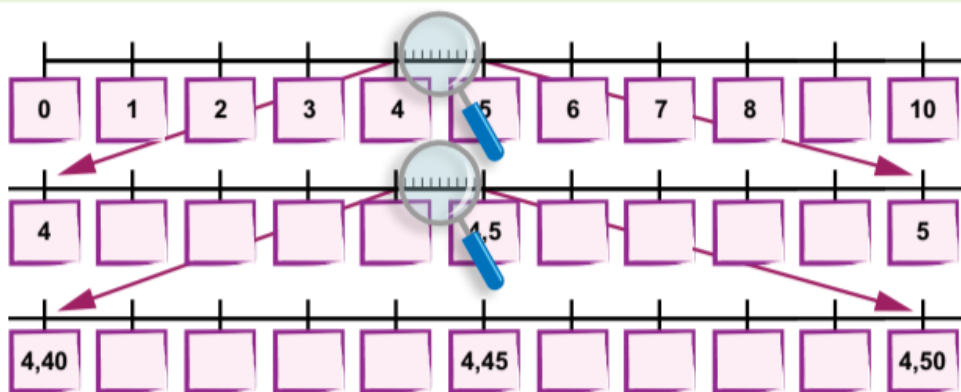
4 Συμπλήρωσε το ποσό που λείπει για να έχεις 1€.

0,98€ + _____		0,20€ + _____
0,08€ + _____		0,02€ + _____

Κεφάλαιο 29 ΒΜ - Έργο 4

και στην αριθμογραμμή, που η έρευνα έχει δείξει πως δυσκολεύει τα παιδιά αλλά αποτελεί σημαντικό μέσο κατανόησης και των δεκαδικών αριθμών.

Συμπλήρωσε τους δεκαδικούς αριθμούς στις παρακάτω αριθμογραμμές.



Κεφάλαιο 3ο ΒΜ - Έργο 3

**ΤΕ, Κεφάλαιο 3ο, έργο 5** Ο αριθμός στο κενό κουτάκι της αριθμογραμμής είναι 11,5. Ενδιαφέρον για τον/την εκπαιδευτικό να δει πώς θα σκεφτούν οι μαθητές/τριες για να το βρουν. Πιθανόν να μετρήσουν τα ίσα τμήματα της αριθμογραμμής από το 8 ως το 13 που είναι συνολικά 10. Άρα να υπολογίσουν ότι αντιστοιχούν 2 τμήματα για κάθε φυσικό αριθμό κτλ.

Στα επόμενα δύο **Κεφάλαια 31** και **32** εξετάζονται οι τέσσερις πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς. Συνήθης δυσκολία αποτελεί η σωστή τοποθέτηση της υποδιαστολής κατά τη διαδικασία των αλγόριθμων των πράξεων. Οι μαθητές/τριες χρειάζεται να αποδίδουν νόημα στα αποτελέσματα των πράξεών τους, ώστε να ελέγχουν και με αυτόν τον τρόπο τη σωστή τοποθέτηση της υποδιαστολής.

Μία άλλη δυσκολία σχετίζεται με την ανάλυση ενός δεκαδικού αριθμού σε ακέραιο και δεκαδικό μέρος. Χρειάζεται να αποδίδεται νόημα στον όρο ακέραιο μέρος ως το μέρος που αποτελείται από ολόκληρες, δηλαδή ακέραιες, μονάδες και στο δεκαδικό μέρος ότι είναι το μέρος που αποτελείται από υποδιαίρεσεις, και συγκεκριμένα δέκατα και εκατοστά της ακέραιης μονάδας. Οι υποδιαίρεσεις είναι δέκατα και εκατοστά επειδή αναφερόμαστε στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.

Ο/η εκπαιδευτικός διαχειρίζεται τις παραπάνω διευκρινίσεις κατάλληλα και κατά την κρίση του/της, ώστε να μην υπάρξει σύγχυση στη  $10^{\text{η}}$  ενότητα του όρου ακέραιο μέρος του δεκαδικού αριθμού με τους ακέραιους αριθμούς (0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ ,...).

### Κεφάλαιο 31

Το **Κεφάλαιο 31** εξετάζει τη πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών. Οι μαθητές/τριες παρατηρούν ότι οι δεκαδικοί αριθμοί στον αλγόριθμο της πρόσθεσης και της αφαίρεσης τοποθετούνται όπως και στις αντίστοιχες πράξεις των φυσικών αριθμών, δηλαδή τα ψηφία της ίδιας αξίας τοποθετούνται το ένα κάτω από το άλλο.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 31, στο έργο 1** οι μαθητές/τριες αναμένεται να δώσουν τις παρακάτω απαντήσεις: α)  $2,30 + 1,90 + 2,50 + 3,50 + 2,40 = 12,60\text{€}$   
 β) φορτηγό:  $8,10 + 6,90 + 8,80 = 23,80\text{€}$  μηχανή:  $1,60 + 1,30 + 1,70 = 4,60\text{€}$  διαφορά:  $23,80 - 4,60 = 19,20\text{€}$  γ)  $8,70 + 8,70 + 6,20 + 1,70 + 1,70 = 27\text{€}$

**ΤΕ, Κεφάλαιο 31, έργο 3**  $1,20 - 0,75 = 0,45\text{κιλά}$   $0,40 - 0,22 = 0,18\text{κιλά}$

Στο **έργο 4** οι μαθητές/τριες αναμένεται να σκεφτούν ότι η τιμή του κάθε είδους είναι κατά 1 λεπτό μικρότερη από την επόμενη ακέραιη μονάδα, οπότε  $0,99\text{€}$  είναι  $1\text{€}$  παρά 1 λεπτό,  $1,99\text{€}$  είναι  $2\text{€}$  παρά 1 λεπτό κτλ. Με τον ίδιο τρόπο στον νοερό υπολογισμό από τα 15 ευρώ μπορούν να αφαιρέσουν 4 λεπτά και θα δώσουν την απάντηση 14,96 ευρώ που θα επιβεβαιώσουν με την κάθετη πράξη.


### Κεφάλαιο 32

Το **Κεφάλαιο 32** αναφέρεται στον πολλαπλασιασμό δεκαδικού αριθμού με μονοψήφιο πολλαπλασιαστή.

**1** Η Μαρία θέλει να αγοράσει χυμούς για το πάρτι των γενεθλίων της. Η κάθε συσκευασία του χυμού που διάλεξε κοστίζει 1,80 €.

Εκτίμησε, χωρίς να κάνεις την πράξη και στη συνέχεια εξήγησε τη σκέψη σου:

- Της φτάνουν 10 ευρώ για να αγοράσει 5 τέτοιες συσκευασίες;
- Της φτάνουν 10 ευρώ για να αγοράσει 6 τέτοιες συσκευασίες;
- Της φτάνουν 20 ευρώ για να αγοράσει 8 τέτοιες συσκευασίες;



Κεφάλαιο 32 ΒΜ - Έργο 1

Οι μαθητές/τριες καλούνται να παρατηρήσουν ότι ο χυμός κοστίζει λιγότερο από 2€, οπότε τα 10€ επαρκούν για 5 συσκευασίες, ενώ δεν επαρκούν για 6 κτλ.

Διαίρεση δεκαδικού αριθμού με μονοψήφιο διαιρέτη.

**5** Η κύρια Αντιγόνη αγόρασε μια χρωματιστή κορδέλα με μήκος 8,4 μ. και θέλει να τη χωρίσει σε δύο ίσα κομμάτια, ώστε να τη χρησιμοποιήσουν οι μαθήτριές της σε μια παράσταση χορού. Ποιο θα είναι το μήκος κάθε κομματιού;

Αναλύω τον αριθμό 8,4 σε δύο μέρη: ακέραιο μέρος 8 και δεκαδικό μέρος 0,4  
 $8,4 = 8 + 0,4$

Υπολόγισε για το κάθε μέρος:  
 $8 : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $0,4 : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

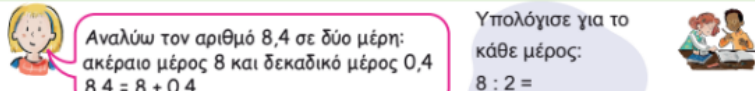
Άρα το μήκος κάθε κομματιού θα είναι: \_\_\_\_\_

Για τις δύο μικρότερες μαθήτριες έχει προμηθευτεί κορδέλα μήκους 7 μ. Ποιο θα είναι το μήκος κάθε κομματιού;

$7 \mu. = 6 \mu. + 1 \mu.$

$6 : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $1 : 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

Άρα: \_\_\_\_\_



Κεφάλαιο 32 ΒΜ - Έργο 5

Ο δεκαδικός αριθμός αναλύεται σε δύο μέρη, το ακέραιο και το δεκαδικό, και η διαίρεση εκτελείται για το καθένα χωριστά. Οι μαθητές/τριες καλούνται να προσθέσουν τα δύο αποτελέσματα για να δώσουν την απάντηση.

Στο επόμενο ερώτημα καλούνται να μετασχηματίσουν τη διαίρεση 1:2 σε δεκαδικό αριθμό. Υποστηρικτικά για τη διαίρεση 7:2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί αριθμογραμμή ή αριθμοκορδέλα με αρίθμηση ο έως 7 και να προσδιορίσουν το μέσον της.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 32, έργο 3**  $0,1 \times 10 = 1\mu.$   $0,2 \times 5 = 1\mu.$   $0,25 \times 4 = 1\mu.$

$0,05 \times 20 = 1\epsilon$   $0,20 \times 5 = 1\epsilon$   $0,50 \times 2 = 1\epsilon$

**ΤΕ, Κεφάλαιο 32, έργο 4,** οι 10 μαρκαδόροι που θα αγοράσει ο Γιώργος κοστίζουν:

$1 \times 10 = 10\epsilon$   $80 \times 10 = 800$  λεπτά δηλαδή 8€  $5 \times 10 = 50$  λεπτά σύνολο: 18,50€

Έργα για να υποστηριχθεί η κατανόηση

- του ρόλου της υποδιαστολής

**2** Με τις παρακάτω κάρτες φτιάξε τον μεγαλύτερο και τον μικρότερο τετραψήφιο δεκαδικό αριθμό με 2 δεκαδικά ψηφία.

87 75 78 89 59

Μεγαλύτερος: \_\_\_\_\_ Μικρότερος: \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 30 ΤΕ - Έργο 2

- της αξίας του 0 στις διάφορες θέσεις ενός δεκαδικού αριθμού

4

α) Γράψε με λέξεις τους δεκαδικούς αριθμούς.

5,5	Πέντε και πέντε δέκατα
4,44	
40,04	
0,5	
0,05	

β) Γράψε με ψηφία τους δεκαδικούς αριθμούς.

ένα και είκοσι τρία εκατοστά	1,23
23 και δύο δέκατα	
έξι δέκατα	
εννιά εκατοστά	
οκτώ μονάδες και 32 εκατοστά	
εκατόν τριάντα δύο εκατοστά	
23 δέκατα	

γ) Στον αριθμό 72,45 ποια είναι η αξία του ψηφίου 4;

δ) Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός με δύο δεκαδικά ψηφία που μπορείς να γράψεις με τα ψηφία 7, 8, 9, 0;

## Κεφάλαιο 29 ΤΕ - Έργο 4

## Κεφάλαιο 33

Στο **Κεφάλαιο 33** οι μαθητές/τριες καλούνται να μελετήσουν γραφήματα και πίνακες που αναπαριστούν κατηγορικά ή διακριτά ποσοτικά δεδομένα, να τα συγκρίνουν, να διατυπώσουν ερωτήματα και να διερευνήσουν πληροφορίες. Ασκούνται στη συλλογή, οργάνωση και καταγραφή δεδομένων και εξοικειώνονται με το ραβδόγραμμα ως τρόπο αναπαράστασης δεδομένων. Το ραβδόγραμμα παρέχει μια σειρά από πληροφορίες: ο τίτλος του μας πληροφορεί σε ποια έρευνα αναφέρεται, τα ύψη των ράβδων μας βοηθούν να συγκρίνουμε τα δεδομένα, κτλ.

## Κεφάλαιο 34

Στο **Κεφάλαιο 34** οι μαθητές/τριες συλλέγουν ποσοτικά δεδομένα και κατασκευάζουν τα σχετικά διαγράμματα. Επιπλέον, περιγράφουν και προσδιορίζουν τη διάμεσο των δεδομένων ως εργαλείο για τη λήψη αποφάσεων.

Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές/τριες οδηγούνται στο να κατανοήσουν ότι τα δεδομένα αποτελούν πληροφορίες, που παράγονται από μια συγκεκριμένη κατάσταση.

Από την ενότητα «μέτρα θέσης-μεταβλητότητα» οι μαθητές/τριες σε αυτή την τάξη χρησιμοποιούν τη διάμεσο προκειμένου να αξιολογήσουν δεδομένα και να αιτιολογήσουν τη λήψη αποφάσεων.

Για παράδειγμα, τα δεδομένα της κατάστασης **στο 1 του ΒΜ** χρειάζεται να μπου σε αύξουσα σειρά, ώστε να υπολογιστεί η διάμεσος, που είναι 7 για την Καλλίστη, 11 [(10+12): 2] για την Γιώτα. Αν οι μαθητές είχαν αρχικά παρασυρθεί από τους 22 πόντους της Καλλίστης για να την προτείνουν στην ομάδα, με συζήτηση διαπιστώνουν ότι η Γιώτα είναι πιο σταθερή ως προς τον αριθμό των πόντων που πετυχαίνει. Με τη δημιουργία σύγκρουσης επιδιώκεται η κατανόηση της έννοιας της διαμέσου.



1 Ποια από τις δύο παίκτριες θα διαλέξει η γυναικεία ομάδα μπάσκετ της πόλης; Την Καλλίστη ή τη Γιώτα;

Δείτε τον αριθμό των πόντων που πέτυχαν στα παιχνίδια της φετινής περιόδου.



**Καλλίστη:** 3, 22, 7, 2, 9  
Συμμετείχε σε 5 παιχνίδια.



**Γιώτα:** 12, 9, 8, 10, 14, 13  
Συμμετείχε σε 6 παιχνίδια.

Ποια θα προτεινάτε και γιατί; \_\_\_\_\_

- Τοποθέτησε τους πόντους των αθλητριών σε αύξουσα σειρά και βρες ποιος αριθμός πόντων βρίσκεται στη μέση της κάθε διάταξης.

## Κεφάλαιο 34 ΒΜ - Έργο 1

Στην παρακάτω περιγραφόμενη κατάσταση, οι μαθητές/τριες καλούνται να παρατηρήσουν τη διάμεσο (αριθμοί με κόκκινο χρώμα) στις επιδόσεις των δύο παικτών (δεδομένα) για να κρίνουν την άποψη του Γκεόργκι. Η ερώτηση «Τι παρατήρησες για να αποφασίσεις;» προτρέπει τους/τις μαθητές/τριες να επιχειρηματολογήσουν και να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις που έδωσαν.

3 Στον αγώνα μπάσκετ της Δ' τάξης το αποτέλεσμα ήταν:

**Δ1 (46) – Δ2 (44)**

Οι πόντοι που σημείωσαν τα παιδιά:

**Δ1** | Γιώργος 15, Ηρώ 7, Γιάννης 2, Αγάπη 4, Ίαν 3, Μανόλης 1, Σίμος 14

Οι πόντοι από τους λιγότερους στους περισσότερους: 

1	2	3	4	7	14	15
---	---	---	---	---	----	----

**Δ2** | Ιωάννης 10, Νίκος 10, Χαρά 10, Κώστας 9, Χρήστος 2, Τάκης 2, Τέλης 1

Οι πόντοι από τους λιγότερους στους περισσότερους: 

1	2	2	9	10	10	10
---	---	---	---	----	----	----

Μπορεί να κέρδισε το Δ1 αλλά το Δ2 έχει περισσότερους καλούς παίκτες.

Συμφωνείς με τον Γκεόργκι; \_\_\_\_\_  
Τι παρατηρήσεις για να αποφασίσεις; \_\_\_\_\_

Γκεόργκι

Δεδομένα

Κεφάλαιο 34 ΤΕ - Έργο 2

Συνθετική εργασία: Οι μαθητές/τριες επιλέγουν άθλημα ή διαγωνιστικό παιχνίδι και διατυπώνουν υποθετικές καταστάσεις, όπου οι αποφάσεις στηρίζονται στη διάμεσο και το εύρος.

Ενότητα 6

Φυσικοί αριθμοί - Κανονικότητες

Κεφάλαιο 35

Στα Κεφάλαια 35 έως και 38 οι μαθητές/τριες καλούνται να χρησιμοποιήσουν σε πράξεις και προβλήματα τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού (το ένα ως το ουδέτερο στοιχείο και το μηδέν ως το απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού, την αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού και την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση), όπως για παράδειγμα

2 Το φορτηγό ξεφορτώνει στο σούπερ μάρκετ 30 κιβώτια με νερά. Κάθε κιβώτιο περιέχει 5 εξάδες μπουκάλια. Πόσα μπουκάλια περιέχονται σε όλα τα κιβώτια;

(30 x 5) εξάδες μπουκάλια έχουν όλα τα κιβώτια  
(30 x 5) x 6 = 150 x 6 = \_\_\_\_\_ μπουκάλια

(5 x 6) μπουκάλια έχει κάθε κιβώτιο  
30 x (5 x 6) = 30 x 30 = \_\_\_\_\_ μπουκάλια

Απάντηση: \_\_\_\_\_  
Τι παρατηρείς; \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 35 ΒΜ - Έργο 2

Ωστόσο, οι μαθητές/τριες μπορεί αρχικά να χρησιμοποιήσουν απλούστερους τρόπους κατά την επίλυση του παρακάτω προβλήματος στο ΤΕ, όπως για παράδειγμα, δύο διαδοχικούς πολλαπλασιασμούς.

β) Το παιδικό τμήμα της βιβλιοθήκης του Δήμου Λευκοθέας περιλαμβάνει 8 διπλές προθήκες. Κάθε προθήκη έχει 6 ράφια και κάθε ράφι 152 βιβλία. Πόσα βιβλία είναι όλα μαζί;

Λύση: \_\_\_\_\_

Απάντηση: \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 35 ΤΕ - Έργο 1β

Ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να υπενθυμίσει την ιδιότητα ως έναν άλλο τρόπο λύσης πιο σύντομο και, ίσως, πιο ενδιαφέροντα.

ΤΕ, Κεφάλαιο 35, έργο 1 α)  $6 \times 15 \times 12 = 90 \times 12 = 1.080$  β)  $2 \times 8 \times 6 \times 152 = 16 \times 9 \times 12 = \dots = 9 \cdot 120 + 5 \cdot 472 = 14.592$  ή  $2 \times 8 \times 6 \times 152 = 12 \times 1.216 = \dots = 12 \cdot 160 + 1 \cdot 432 = 14.592$

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: μικρότεροι αριθμοί, τριψήφιοι ή διψήφιοι, για παράδειγμα,  $120 \times 3 = 100 \times 3 + 20 \times 3$

## Κεφάλαιο 36

Για την επίλυση και κατασκευή προβλημάτων αναπτύσσονται στρατηγικές που περιλαμβάνουν μοντέλα και αναπαράστασεις, όπως, για παράδειγμα, στο παρακάτω έργο.

**1** Οι μέλισσες είναι έντομα που ζουν σε οργανωμένες κοινότητες στις κυμέλες. Στις κυμέλες κατοικούν χιλιάδες μέλισσες, κάποιες φορές 40.000 ή και περισσότερες. Οι κυμέλες του κ. Ανέστη έχουν 45.000 μέλισσες. Από αυτές οι 1.500 είναι κηφήνες, μία βασίλισσα και οι υπόλοιπες εργάτριες.

α) Πόσες είναι οι εργάτριες;

Λύση: \_\_\_\_\_  
Απάντηση: \_\_\_\_\_

β) Τον Μάιο οι μισές μέλισσες από τις κυμέλες του κ. Ανέστη έφυγαν για να δημιουργήσουν νέες αποικίες. Πόσες μέλισσες έμειναν στις κυμέλες του;

Λύση: \_\_\_\_\_  
Απάντηση: \_\_\_\_\_

Πώς μπορεί να βρήκε η Φιλιά την απάντηση; Παρατήρησε, σχεδίασε, υπολόγισε.

Με τα κυβόκια μου σχημάτισα τον αριθμό που δείχνει το σύνολο των μελισσών. Με το μολύβι μου θα τα χωρίσω σε δύο ίσα μέρη.

40.000 = \_\_\_\_\_ \* \_\_\_\_\_      5.000 = \_\_\_\_\_ \* \_\_\_\_\_

Λύση: \_\_\_\_\_  
Απάντηση: \_\_\_\_\_

Θα κάνω διαίρεση, αλλά η Φιλιά το βρήκε αλλιώς... Γωτά

### Κεφάλαιο 36 ΒΜ - Έργο 1

**ΒΜ, Κεφάλαιο 36, έργο 2,** πιθανή ερώτηση για το πρόβλημα: Πόσο ακριβότερος είναι ο 3<sup>ος</sup> συνδυασμός από τον 1<sup>ο</sup>;

**Έργο αποτίμησης (σύνοψη):** Ο/η εκπαιδευτικός θα μπορούσε να βοηθήσει τους/τις μαθητές/τριες να δημιουργήσουν ρεαλιστικά προβλήματα, ζητώντας τους να εκφράσουν τις ιδέες τους σχετικά με το τι μπορεί να αντιστοιχεί στον αριθμό 25.376. Για παράδειγμα, η τιμή δύο όμοιων αυτοκινήτων που πούλησε μια αντιπροσωπεία.

## Κεφάλαια 37, 38

Στα επόμενα δύο κεφάλαια, οι μαθητές/τριες ανακαλύπτουν και διατυπώνουν τα κριτήρια διαιρετότητας του 2, του 3, του 5 και του 9, και τα εφαρμόζουν σε αναλύσεις φυσικών αριθμών σε γινόμενα παραγόντων, τα οποία θα επεκτείνουν στις δύο επόμενες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 37, έργο 5α** Οι αριθμοί είναι: 2.350, 2.360, 2.370, 2.380, 2.390, 2.400, 2.410      **έργο 5β** Ας υποθέσουμε τον τριψήφιο 123.  $123 \times 10 = 1.230$ ,  $1230 : 2 = 615$ ,  $615 : 5 = 123$ . Τα παιδιά διαπιστώνουν ότι μετά από μια διαδικασία καταλήγουν στον ίδιο αριθμό. Ενθαρρύνονται να επαναλάβουν το πείραμα και με άλλους αριθμούς για να φτάσουν ενδεχομένως και στη γενίκευση εφόσον αναλύσουν τα βήματα της διαδικασίας (πολλαπλασιασμός με το 10 και το αποτέλεσμα διαιρούμενο διαδοχικά με το 2 και το μετά με το 5 είναι σαν να διαιρείται με το 10).

**ΤΕ, Κεφάλαιο 38, έργο 4β** Οι 156 μαθητές/τριες μπορούν να μπουν: σε 3 λεωφορεία των 50 θέσεων και 1 των 20 θέσεων, είτε σε 2 λεωφορεία των 50 θέσεων και 3 των 20 θέσεων κτλ.

## Κεφάλαιο 39

Στο **Κεφάλαιο 39** οι μαθητές/τριες (ανα)γνωρίζουν τον αλγόριθμο της κάθετης διαίρεσης και χρησιμοποιούν τον πολλαπλασιασμό για τη δοκιμή/επαλήθευση της διαίρεσης. Η Ευκλείδεια διαίρεση, όπως έχει επικρατήσει να λέγεται, αποδίδεται στον Ευκλείδη και είναι θεώρημα που μαζί με τον Ευκλείδειο αλγόριθμο της εύρεσης του Μέγιστου Κοινού Διαιρέτη συνδέονται με την Πρόταση της Αρχής της Καλής διάταξης.

Ο αλγόριθμος της Ευκλείδειας διαίρεσης προετοιμάζει με έναν τρόπο την κατοπινή επαφή των μαθητών/τριών με τις αριθμητικές παραστάσεις σε επόμενα κεφάλαια.

1 Τα 420 παιδιά του σχολείου που φοιτά η Καλλιόπη θα πάνε εκδρομή με λεωφορεία. Αν κάθε λεωφορείο έχει 52 θέσεις, θα φτάσουν 8 λεωφορεία για την μετακίνηση όλων των παιδιών;

$$\begin{array}{r} 420 \\ - 52 \\ \hline \\ - \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

Περισσεύουν παιδιά; \_\_\_\_\_

Πόσα; \_\_\_\_\_



Ελέγχω αν έχω κάνει σωστά τη διαίρεση.

x	52	+	



Δες εδώ ιστορικό σημείωμα

### Ευκλείδεια διαίρεση

Διαιρετέος | διαιρέτης  
 υπολοίπο | πηλίκο

$\Delta$  |  $\delta$   
 |  $\pi$   
 U

$$\Delta = \delta \times \pi + U$$

Κεφάλαιο 39 ΒΜ - Έργο 1

Είναι σημαντικό να κατανοήσουν οι μαθητές/τριες πως στην Ευκλείδεια διαίρεση το υπόλοιπο είναι ίσο με το 0 ή μεγαλύτερο από 0 και μικρότερο από τον διαιρέτη. Τα έργα του **Κεφαλαίου 39** υποστηρίζουν το θέμα με μια ποικιλία προσεγγίσεων, όπως για παράδειγμα,

2 Μόλις τελείωσα τις ασκήσεις μου. Ωχ, ο μικρός μου αδερφός πήρε το χαρτί και κόλλησε αυτοκόλλητα.

$$\begin{array}{r} \star 21 \\ - 21 \\ \hline 26 \\ - 21 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.458 \\ - 10 \\ \hline 45 \\ - 40 \\ \hline 58 \\ - 50 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \star 980 \\ - 70 \\ \hline 280 \\ - 280 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 856 \\ - 81 \\ \hline 46 \\ - 45 \\ \hline \star 95 \end{array}$$

Βοήθησε τον Γιάννη να βρει τους αριθμούς που είναι πίσω από τα αυτοκόλλητα.

Κεφάλαιο 39 ΤΕ - Έργο 2

Οι μαθητές/τριες αναμένεται να σκεφτούν βασιζόμενοι/ες στον αλγόριθμο της Ευκλείδειας διαίρεσης  $21 \times 11 + 5$   $1.458 - 8 : 10$   $980 : 28856 - 95 \times 9$ . Πιθανόν, ειδικότερα για την τρίτη στη σειρά διαίρεση, θα μπορούσαν να παρατηρήσουν ότι ο 2 (από το πηλίκο) γίνεται 70 κάτω από τον διαιρέτη επειδή πολλαπλασιάζεται με το 35, κτλ.

3 Η Μαρία και η Γιώτα βρήκαν διαφορετικά αποτελέσματα στην ίδια διαίρεση. Κάνε τις επαληθεύσεις για να βρεις ποια από τις δύο είναι σωστή.

Μαρία

$$\begin{array}{r} 1.279 \\ - 8 \\ \hline 47 \\ - 40 \\ \hline 79 \\ - 72 \\ \hline 7 \end{array}$$

Γιώτα

$$\begin{array}{r} 1.279 \\ - 8 \\ \hline 47 \\ - 40 \\ \hline 79 \\ - 64 \\ \hline 15 \end{array}$$

Ποια διαφορά παρατηρείς; \_\_\_\_\_

Ποια διαίρεση είναι σωστή και γιατί; \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 39 ΒΜ - Έργο 3

## Κεφάλαιο 4ο

Στο **Κεφάλαιο 4ο** οι μαθητές/τριες αναγνωρίζουν, διευρύνουν, περιγράφουν μία σύνθετη κανονικότητα και βρίσκουν έναν απομακρυσμένο της όρο, όπως για παράδειγμα, στο **έργο 3 του ΒΜ**. Επιπλέον, ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να αναφερθεί στους Πυθαγόρειους και στον τρόπο αναπαράστασης των αριθμών ως γεωμετρικών σχημάτων με τη βοήθεια ψηφίδων.

**ΤΕ, έργο 2** τα παιδιά σχεδιάζουν μέχρι την 4η θέση και το τετραγωνισμένο χαρτί αρκεί. Αν θέλει ο/η εκπαιδευτικός ή ο/η μαθητής/τρια να επεκτείνει το έργο, μπορούν να χρησιμοποιήσουν το τετραγωνισμένο χαρτί από το Παράρτημα.

### Επανάληψη 6<sup>ης</sup> ενότητας

**ΒΜ, Επαναληπτικό, έργο 3** Κάθε φορά προστίθενται 2 αστεράκια. Μένουν 7 σχήματα για να φτάσουμε στον 10<sup>ο</sup> όρο της σειράς των αστεριών. Θα προστεθούν συνολικά 14 αστεράκια.  $14+7=21$  αστεράκια θα έχει το 10<sup>ο</sup> σχήμα.

**ΤΕ, Επαναληπτικό, έργο 3** Ο αριθμός είναι ο 86.090. Προσθέτοντας 4 χάντρες στη στήλη των Εκατοντάδων δημιουργούμε τον αριθμό 86.490 που διαιρείται από το 2, το 3, το 5 και το 9. Μπορούν να γίνουν οποιοδήποτε άλλοι συνδυασμοί. Τα παιδιά μπορεί να αναπτύξουν κάποια στρατηγική. Για παράδειγμα, να σκεφτούν ότι επειδή ο αριθμός λήγει σε 0 θα διαιρείται με το 2 και το 5, οπότε δεν πειράζουν το ψηφίο των Μονάδων κτλ.

**ΤΕ, Επαναληπτικό, έργο 4**  $1.632=12 \times 136$  Στον πίνακα κάθε φορά ο διαιρετέος αυξάνεται κατά 1M, οπότε το πηλίκο θα παραμένει σταθερό 136 και τα υπόλοιπα είναι με τη σειρά 1, 2, 3, 6. Όταν ο διαιρετέος γίνει 1.644 τα παιδιά ενθαρρύνονται να παρατηρήσουν ότι ο 1.644 είναι κατά 12M μεγαλύτερος από τον 1.632, οπότε το πηλίκο γίνεται 137 και το υπόλοιπο πάλι 0, ή, εναλλακτικά, να κάνουν τη διαίρεση. Τέλος,  $1.645:12=137$  και υπόλοιπο 1.

**ΤΕ, Επαναληπτικό, έργο 5** Παρατηρούμε: 1<sup>η</sup> θέση 8 τετράγωνα, 2<sup>η</sup> θέση 16 τετράγωνα, άρα  $2 \times 8$ , 3<sup>η</sup> θέση 24 τετράγωνα άρα  $3 \times 8$  και 10<sup>η</sup> θέση  $10 \times 8 = 80$  τετράγωνα

**Συνθετική εργασία:** Οι μαθητές/τριες σε ομάδες αναπαριστούν τρίγωνα, τετράγωνα αριθμούς και διερευνούν τη δυνατότητα σχηματικών αναπαραστάσεων ομάδων αριθμών.

## Ενότητα 7

### Αριθμοί - Άλγεβρα

Η 7<sup>η</sup> Ενότητα περιλαμβάνει τα Κεφάλαια 41 (Αριθμοί- Θετικοί Ρητοί Αριθμοί) και τα Κεφάλαια 42 έως 46 (Άλγεβρα- Άλγεβρικές παραστάσεις, Άλγεβρικές σχέσεις).

### Κεφάλαιο 41

Στο **Κεφάλαιο 41** προτείνεται η χρήση αριθμομηχανής (κομπιουτεράκι) για πράξεις δεκαδικών με τρία δεκαδικά ψηφία και γενικά όταν το καλεί η ανάγκη για αντιμετώπιση καθημερινών καταστάσεων, όπως για παράδειγμα,

1 Η κ. Ελένη πήγε με την Έλσα στο μανάβιο. Καθώς η μητέρα της ήθελε να αγοράσει πολλά προϊόντα, η Έλσα έκανε τις πράξεις στην αριθμομηχανή της και έλεγε στη μητέρα της πόσο θα πληρώσει.

Οι τιμές είναι για ένα κιλό κάθε προϊόντος.

Χρησιμοποίησε την αριθμομηχανή σου για να υπολογίσεις τα παρακάτω. Υπολόγισε πόσο θα πληρώσουν:

- για 2,5 κιλά πατάτες: \_\_\_\_\_
- για 3,5 κιλά μελιτζάνες: \_\_\_\_\_
- για 1,5 κιλό καρότα: \_\_\_\_\_
- για μισό κιλό πιπερές: \_\_\_\_\_

Συνολικά θα πληρώσουν: \_\_\_\_\_

Η κ. Ελένη έδωσε 20 €. Υπολόγισε πόσα ρέστα θα πάρει. \_\_\_\_\_

### Κεφάλαιο 41 ΒΜ - Έργο 1

Παράλληλα, με κατάλληλα έργα, οι μαθητές/τριες εξερευνούν τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η αριθμομηχανή, πειραματίζονται, παρατηρούν και εμβαθύνουν ακόμη περισσότερο στην έννοια του δεκαδικού

αριθμού, όπως, για παράδειγμα, στην αλλαγή της αξίας ενός δεκαδικού αριθμού μετά από συγκεκριμένο αριθμό επαναλήψεων μιας ενέργειας.



**1** Χρησιμοποίησε την αριθμομηχανή σου για να κάνεις τις παρακάτω πράξεις. Πριν την πληκτρολόγηση, εκτίμησε τι θα δείξει η αριθμομηχανή.

**α) Εκτίμηση:**  $0,10 + 0,10 =$  \_\_\_\_\_  
**Πληκτρολόγηση:**  $0,10 + 0,10 =$  \_\_\_\_\_  
Τι θα εμφανιστεί αν πληκτρολογήσεις  
•  $0,100 + 0,100 =$  \_\_\_\_\_  
•  $0,1000 + 0,1000 =$  \_\_\_\_\_  
Επιβεβαίωσε με την αριθμομηχανή σου.

**β) Πληκτρολόγηση:**  $0,1 + 0,1 =$  και συνέχισε να πατάς το =. Σταμάτησε όταν φτάσεις στο 0,9.  
**Εκτίμηση:** Αν πατήσεις άλλη μια φορά το = ποιος αριθμός θα εμφανιστεί; \_\_\_\_\_  
Έλεγξε με την αριθμομηχανή σου.

**γ) Πληκτρολόγηση:**  $0,01 + 0,01 =$   
• Πόσες φορές θα πληκτρολογήσεις το = για να εμφανιστεί το 0,1; \_\_\_\_\_  
• Αν πατήσεις άλλη μια φορά το =, ποιος αριθμός θα εμφανιστεί; \_\_\_\_\_  
Έλεγξε με την αριθμομηχανή σου και εξήγησε στην τάξη τα αποτελέσματά σου.

Κάνετε όλοι την ίδια δραστηριότητα-εξερεύνηση ταυτόχρονα.




### Κεφάλαιο 41 ΤΕ - Έργο 1

**4** Πόσα δεκαδικά ψηφία θα έχει το γινόμενο των αριθμών  $5,43 \times 1,3$ ;

**Εκτίμηση:** \_\_\_\_\_  
Υπολόγισε στην αριθμομηχανή σου το γινόμενο και γράψε το αποτέλεσμα.   
Τι παρατηρείς για τα δεκαδικά ψηφία; \_\_\_\_\_

Πόσα δεκαδικά ψηφία θα έχει το γινόμενο των αριθμών  $2,4 \times 1,5$ ;

**Εκτίμηση:** \_\_\_\_\_  
Υπολόγισε στην αριθμομηχανή σου το γινόμενο και γράψε το αποτέλεσμα.   
Τι παρατηρείς για τα δεκαδικά ψηφία; \_\_\_\_\_  
Γιατί συμβαίνει αυτό; \_\_\_\_\_



### Κεφάλαιο 41 ΒΜ - Έργο 4

Στο παραπάνω έργο

$5,43 \times 1,3 = 7,059$  τρία δεκαδικά ψηφία. Το 0 έχει αξία και παραμένει.

$2,4 \times 1,5 = 3,6$  ένα δεκαδικό ψηφίο. Το 0 στο τέλος δεν έχει αξία και η αριθμομηχανή δεν το εμφανίζει.

### Κεφάλαιο 42

Στα επόμενα **Κεφάλαια 42 έως και 46** οι μαθητές/τριες καλούνται να δουν τις ισότητες και τις ανισότητες ως παραστάσεις, να αναγνωρίσουν ότι οι συνδυασμοί συμβόλων και αριθμών δημιουργούν σχέσεις και με αυτό τον τρόπο να αναπτύξουν πρώιμη αλγεβρική σκέψη. Οι (αλγεβρικές) παραστάσεις και οι (αλγεβρικές) σχέσεις αποτελούν δυο τροχιές μάθησης που ξεκινούν στο Δημοτικό και συνεχίζονται στο Γυμνάσιο και Λύκειο.

Στο **Κεφάλαιο 42** οι μαθητές/τριες καλούνται να χρησιμοποιήσουν απλές αριθμητικές παραστάσεις για τις ανάγκες επίλυσης προβλημάτων της καθημερινότητας. Είναι σημαντικό να ενεργοποιήσουν τις γνώσεις τους για την προτεραιότητα των πράξεων (πρώτα οι πολλαπλασιασμοί και οι διαιρέσεις και μετά οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις), η οποία αποτελεί και ένα πλαίσιο διερεύνησης του αλγεβρικού χαρακτήρα της αριθμητικής, όπως φαίνεται στο παρακάτω έργο του ΒΜ,

**1** Στο σχολείο του Αλέξανδρου οργανώνουν αγώνες τένις και γι' αυτό αγόρασαν αρκετές ρακέτες. Ο δάσκαλος είπε ότι μπορούν να υπολογίσουν τις ρακέτες που αγόρασαν, αν λύσουν την αριθμητική παράσταση.

$3 \times 4 + 2$

Αλέξανδρος: Οι ρακέτες είναι 14.

Αριστέα: Όχι! Είναι 18.

Πώς σκέφτηκε το κάθε παιδί:

Αλέξανδρος: \_\_\_\_\_

Αριστέα: \_\_\_\_\_

**ΠΡΟΣΟΧΗ!!!** Ισχύει η προτεραιότητα των πράξεων.

**Πρώτα** οι πολλαπλασιασμοί και οι διαιρέσεις, **μετά** οι προσθέσεις και οι αφαιρέσεις.

### Κεφάλαιο 42 ΒΜ - Έργο 1

ώστε οι παραστάσεις να αποκτούν νόημα, να οδηγούν σε σωστό αποτέλεσμα και να εκπληρώνουν τον σκοπό για τον οποίο δημιουργούνται. Ένας από αυτούς τους σκοπούς είναι και η μοντελοποίηση προβλημάτων. Ο όρος μοντελοποίηση αφορά στην εύρεση ενός μαθηματικού τρόπου (μοντέλο) για τη μετατροπή μιας κατάστασης ή ενός φαινομένου σε μαθηματικό, ώστε να μπορεί να μελετηθεί. Στο επίπεδο της Δ' τάξης το ζητούμενο είναι η μετατροπή να επιτυγχάνεται με τη δημιουργία αριθμητικής παράστασης.

Στο παραπάνω έργο η σχέση  $2+3 \times 4$  δίνει λύση στο πρόβλημα, εφόσον ο πολλαπλασιασμός προηγηθεί της πρόσθεσης  $2+3 \times 4 = 2+12=14$

**Έργο 2**, η κατανόηση επιχειρείται μέσω της σύγκρουσης που δημιουργείται όταν οι μαθητές/τριες λύνουν την παράσταση του Μάκη και βρίσκουν αποτέλεσμα 1.050ml. Οι μαθητές/τριες παρατηρούν ότι είναι μεγαλύτερο από την αρχική ποσότητα, επανεξετάζουν τη δομή της αριθμητικής παράστασης και διαπιστώνουν ότι ο αριθμός 250 έπρεπε να αφαιρεθεί και όχι να προστεθεί.

### ΤΕ έργο 3

α)  $45 : 9 + 2 = 7$    β)  $21 + 3 \times 3 = 30$    γ)  $10 - 2 \times 4 = 2$    δ)  $3 \times 2 + 4 = 10$

ε)  $2 \times 3 + 4 \times 5 = 26$    στ)  $5 \times 2 + 4 - 2 = 12$

**ΤΕ έργο 4** επιλέγεται η παράσταση  $12 + 5 \times 4$  που η λύση της δίνει αποτέλεσμα  $12+20=32$ .

### Κεφάλαιο 43

Στο **Κεφ.43** διατυπώνουν προβλήματα που μοντελοποιούνται από αριθμητικές αλλά και αλγεβρικές παραστάσεις, δηλαδή, στη συγκεκριμένη τάξη, παραστάσεις που περιλαμβάνουν γράμματα που κάθε φορά που αλλάζει η τιμή τους αλλάζει και το αποτέλεσμα της παράστασης. Ο όρος αλγεβρική παράσταση θα χρησιμοποιηθεί πρώτη φορά στο Γυμνάσιο. Στην Δ' Δημοτικού χρησιμοποιούμε τον όρο αριθμητική παράσταση για όλες τις παραστάσεις (ισότητες, ανισότητες) και τον όρο παράσταση γι' αυτές που μπορεί να περιλαμβάνουν και ένα ή δύο γράμματα.

Σε ό,τι αφορά τα προβλήματα, οι μαθητές/τριες καλούνται να σκεφτούν τις πράξεις με τις οποίες λύνεται το πρόβλημα και να αναστοχαστούν σε αυτές, ώστε να μπορέσουν να τις παρουσιάσουν σε μία σχέση που είναι η αριθμητική παράσταση.

Στο **ΒΜ** η μοντελοποίηση προβλημάτων εισάγεται με ένα ανοιχτού τύπου έργο που θεωρητικά στηρίζεται στη σχέση  $a+b = 120$ , αλλά για τους μαθητές της Δ' είναι ένα ρεαλιστικό πρόβλημα που επιδέχεται περισσότερες από μία λύσεις.

1

Η Μαρία είχε κάποια χρήματα στο πορτοφόλι της. Η μαμά της της έδωσε ένα ποσό μεγαλύτερο από αυτό που είχε και τώρα έχει συνολικά 120€. Πόσα χρήματα μπορεί να είχε η Μαρία και πόσα μπορεί να της έδωσε η μαμά της;



Χρήματα που είχε	Χρήματα που της έδωσε η μαμά της	Σύνολο
		120€
		120€
		120€



Σύγκρισε τα ποσά που έβαλες με αυτά που έβαλε το διπλανό σου παιδί.

### Κεφάλαιο 43 ΒΜ - Έργο 1

Ενδεικτικές λύσεις  $50 + 70 = 120$ ,  $35 + 85 = 120$ ,  $40 + 80 = 120$

**Έργο 2**, ενδεικτικές λύσεις

$$5 \text{ σάντουιτς} + 9 \text{ χυμοί} \quad 5 \times 4 + 8 \times 2 = 20 + 16 = 36$$

$$8 \text{ σάντουιτς} + 2 \text{ χυμοί} \quad 8 \times 4 + 2 \times 2 = 32 + 4 = 36 \dots$$

**Έργο 3:** α)  $1.000 - 100 - 250 = 650$

β) ...δηλαδή  $2 \times 87$  και 15 ακόμα, δηλαδή  $2 \times 87 + 15 = 189$ , τα δύο κορίτσια μαζί  $189 + 87 = 276$  και η αριθμητική παράσταση  $2 \times 87 + 15 + 87$  ή  $87 + 2 \times 87 + 15$

γ)  $20 \times 6 : 10$

Τα έργα και στο **ΒΜ** και στο **ΤΕ** έχουν διαφορετικές μορφές και πλαίσια για την όσο πιο ενδιαφέρουσα και ποικιλώτροπη προσέγγιση του θέματος (διερεύνηση τιμών, επιλογή σωστού, ερμηνεία και δημιουργία παραστάσεων, συμπλήρωση κενών, κτλ.)

Στο παρακάτω έργο στο **ΤΕ** στο πρώτο ερώτημα αναμένουμε να σκεφθούν τα παιδιά την παράσταση  $1 \times \beta + 2 \times \delta$ . Κατόπιν αντικαθιστούν σε αυτή τα  $\beta$  και  $\delta$  με αριθμούς και συμπληρώνουν τον πίνακα για τους συνολικούς πόντους του κάθε παιχνιδιού. Οι επόμενες ερωτήσεις απαντώνται μέσω του πίνακα.

## 43 Μοντελοποίηση προβλημάτων

1

Ο Χάρης και ο Αλή συναντιούνται τα σαββατοκύριακα και παίζουν μπάσκετ με τους φίλους τους. Για να μετράνε τους πόντους αποφασίζουν τις βολές να τις συμβολίζουν με  $\beta$  και τα δίποντα με  $\delta$ .

- Γράψε την παράσταση που μας δίνει τους συνολικούς πόντους της κάθε ομάδας στο τέλος ενός παιχνιδιού: \_\_\_\_\_
- Χρησιμοποίησε την παραπάνω παράσταση για να υπολογίσεις τους συνολικούς πόντους σε κάθε παιχνίδι.

Ημερομηνία	Ομάδα Χάρη			Ομάδα Αλή		
	$\beta$	$\delta$	Συνολικοί πόντοι	$\beta$	$\delta$	Συνολικοί πόντοι
Σάββατο 5/11	9	18		8	19	
Κυριακή 6/11	7	21		8	22	
Σάββατο 12/11	8	20		9	16	
Κυριακή 13/11	6	19		7	20	
Σάββατο 19/11	5	21		6	19	
Κυριακή 20/11	9	17		7	21	

- Ποιου παιδιού η ομάδα ήταν νικήτρια το πρώτο σαββατοκύριακο; \_\_\_\_\_
- Ποιου παιδιού η ομάδα ήταν νικήτρια συνολικά στα τρία σαββατοκύριακα; \_\_\_\_\_

### Κεφάλαιο 43 ΤΕ - Έργο 1

$$\text{Σάββατο } 5/11 \quad 9 + 3 \times 6 = 47$$

$$8 + 3 \times 8 = 46$$

$$\text{Κυριακή } 6/11 \quad 7 + 4 \times 2 = 49$$

$$8 + 4 \times 4 = 52 \dots$$

Το πρώτο σαββατοκύριακο νικήτρια ήταν η ομάδα του Αλή. Τα τρία σαββατοκύριακα οι ομάδες ήταν ισόπαλες.

**Έργο 2** Οι μαθητές/τριες καλούνται να συνεργαστούν για να βρουν ότι το τετράγωνο αντιστοιχεί στον αριθμό 250. Τον αντικαθιστούμε στην αριθμητική παράσταση με το τρίγωνο και έχουμε

$250 + \triangle : 5 = 450$ . Επομένως το τρίγωνο είναι ο αριθμός που, όταν διαιρείται με το 5, δίνει αποτέλεσμα 200, δηλαδή ο 50. Με τον ίδιο τρόπο βρίσκουν ότι το εξάγωνο αντιστοιχεί στον αριθμό 1.200 και ο κύκλος στον αριθμό 700.

**Έργο 3**  $400 - 400 : 2 - 40$                        $400 - 40 - 400 : 2$

**Έργο 4** (ενδεικτική λύση)  $98 \times 4 - 8 \times 4$

Περισσότερα για την ανάγκη δημιουργίας μοντέλων και την αξία στον σύγχρονο κόσμο και στη ζωή των ανθρώπων της μαθηματικής μοντελοποίησης σε άρθρο δημοσιευμένο στο Πανελλήνιο Σχολικό Δίκτυο chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://blogs.sch.gr/elefthym/files/2020/12/%CE%9C%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE-%CE%9C%CE%BF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CE%BB%CE%BF%CF%80%CE%BF%CE%AF%CE%B7%CF%83%CE%B7.pdf

**Κεφάλαια 44, 45**

Στα επόμενα δύο **Κεφάλαια 44 και 45** οι μαθητές/τριες διερευνούν ιδιότητες σε αριθμητικές παραστάσεις και συμπληρώνουν ανισότητες με κατάλληλους αριθμούς σε μια σειρά από έργα που στηρίζονται σε μια ποικιλία πλαισίων: αριθμοπάζλ, μαγικά τετράγωνα, αριθμομηχανές που μετασχηματίζουν αριθμούς με κάποιον κανόνα, σύμβολα με συγκεκριμένη αξία, ζυγαριές.

Σε μια άλλη σειρά έργων συνδέουν ανισοτικές σχέσεις μεταξύ φυσικών και δεκαδικών αριθμών με τη θέση τους στην αριθμογραμμή,

**4** Τα παιδιά παρατηρούν τις δύο αριθμογραμμές και γράφουν σχέσεις μεταξύ των αριθμών.

- Συμπλήρωσε με κατάλληλο αριθμό ώστε να ισχύουν οι σχέσεις.  
 $6,4 < \square$      $6,4 > \square$      $6,9 > \square$      $6,9 < \square$      $6,9 - \square = 6,4$
- Συμπλήρωσε με το κατάλληλο σύμβολο (<, >, =).  
 $5,1 \square 6,3$      $6,5 + 0,3 \square 6,8$      $6,2 \square 6$      $6,5 \square 6,4$      $6,7 \square 7$

Κεφάλαιο 45 ΒΜ - Έργο 4

Στο παραπάνω έργο παρατηρούμε ότι το πρώτο ερώτημα είναι ανοιχτού τύπου και οι μαθητές/τριες μπορούν να συμπληρώσουν όποιον αριθμό θέλουν αρκεί να ισχύει η ανισοτική σχέση.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 44, έργο 2** παρατηρούμε ότι στο α΄ μέρος της ιδιότητας ο αριθμός 18 πολλαπλασιάζεται με το 9, ενώ στο β΄ μέρος με το 3. Το 9 είναι τριπλάσιο του 3, άρα για να ισχύει η σχέση χρειάζεται να συμπληρώσουμε τον αριθμό 300, που είναι τριπλάσιος του 100 που υπάρχει στο α΄ μέρος.

$32 \times 20 \times 10 + 300 = 150 \times 22 = 3.300$

**ΤΕ, Κεφάλαιο 44, έργο 3** Οι 4 ρόμβοι είναι ίσοι με 2 τραπέζια. Άρα, ισχύουν οι γ, ε, στ.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 45, έργο 1**  $3 \times 5 \times 18 < 2 \times 9 \times 18$

**Κεφάλαιο 46**

Τα συμμεταβολόμενα μεγέθη διέπονται από τη Μεγάλη ιδέα των Μαθηματικών Μεταβολή.

Στο **Κεφάλαιο 46** οι μαθητές/τριες διερευνούν τη συμμεταβολή μεγεθών με διαδικασίες δοκιμής και ελέγχου σε μια πρώιμη προσέγγιση της έννοιας της συνάρτησης μέσω διαφορετικών αναπαραστάσεων μονοσήμαντων αντιστοιχιών.

**3** Βρες τον κανόνα και αντιστοίχισε τους αριθμούς στο διάγραμμα.

Δημιούργησε το δικό σου διάγραμμα και δώσε το στο διπλανό σου παιδί για να βρει τη σχέση.

Κεφάλαιο 46 ΤΕ - Έργο 3

**ΒΜ, Κεφάλαιο 46, έργο 2** Η μηχανή διπλασιάζει τον αριθμό και στη συνέχεια προσθέτει 4. Στην αποτίμηση (τελευταίο έργο του κεφαλαίου) σωστά είναι τα β και γ.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 46, έργο 2** Στόχος του έργου είναι να αναγνωρίσουν οι μαθητές/τριες ότι δύο διαφορετικά μήλα δεν ζυγίζουν το ίδιο, άρα τα μεγέθη «μήλο» και «γραμμάρια που ζυγίζει» δε μεταβάλλονται με τον ίδιο τρόπο, ενώ το «βιβλίο μαθηματικών» και τα «γραμμάρια που ζυγίζει» μεταβάλλονται κάθε φορά με τον ίδιο τρόπο, επειδή τα βιβλία μαθηματικών είναι ίδια το ένα με το άλλο.

**Το τελευταίο έργο, τόσο στο ΒΜ όσο και στο ΤΕ,** προκαλούν τους μαθητές/τριες να στοχαστούν πάνω στην έννοια της συμμεταβολής μεγεθών διερευνώντας μεταβολές μεγεθών στην καθημερινή ζωή, όπως (ΒΜ)

**4** Ο Γιάννης είναι 10 χρονών και ο πατέρας του 40 χρονών.

Ο μπαμπάς μου έχει τετραπλάσια ηλικία από εμένα. Άρα, όταν εγώ θα είμαι 20 χρονών, εκείνος θα είναι 80.

Είναι σωστή η παρατήρηση του Γιάννη: \_\_\_\_\_  
Γιατί: \_\_\_\_\_

Συμπλήρωσε τον πίνακα για να ελέγξεις την απάντησή σου.

Ηλικία Γιάννη	10	12	15	20
Ηλικία πατέρα	40			

Κεφάλαιο 46 ΒΜ - Έργο 4

Παρατηρούν ότι η διαφορά των 30 χρόνων δεν αλλάζει.

**ΤΕ, Επαναληπτικό, έργο 2** Στο τέλος της 6<sup>ης</sup> ώρας τα κεριά θα έχουν το ίδιο ύψος.

**ΤΕ, Επαναληπτικό, έργο 6** Η μηχανή προσθέτει κάθε φορά έναν αριθμό κατά 2 μεγαλύτερο από αυτόν της προηγούμενης πρόσθεσης.

**Συνθετική εργασία:** Οι μαθητές/τριες σε ομάδες ερευνούν και διατυπώνουν περιπτώσεις συμμεταβλητών ποσοτήτων που δεν ακολουθούν κάποιον κανόνα και τις συγκρίνουν με ποσότητες που μεταβάλλονται ακολουθώντας κάποιο κανόνα.

## Ενότητα 8

### Μετρήσεις: Μήκος, εμβαδόν επιφάνειας, μέτρο γωνιών

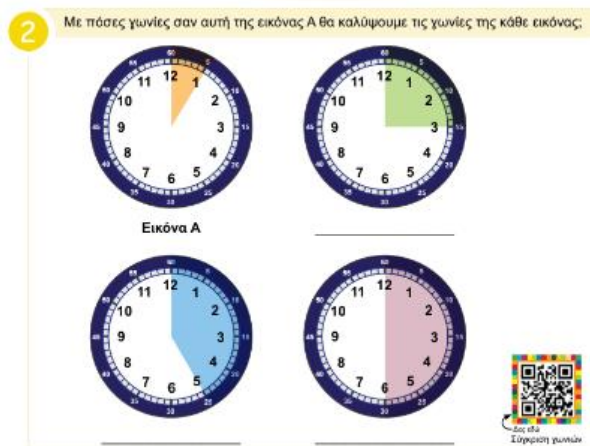
Η 8<sup>η</sup> ενότητα αφορά στις μετρήσεις γωνιών, μήκους, εμβαδού.

Για τη σωστή και αποτελεσματική διαχείριση των έργων που έχουμε αναπτύξει σε αυτή την ενότητα για να υποστηρίξουν τις μαθηματικές έννοιες των τριών τροχιών μέτρησης (TM) (TM γωνίας, TM μήκους, TM εμβαδού- του όγκου στην επόμενη ενότητα), χρειάζεται η τάξη των μαθηματικών να διαθέτει εργαλεία: χάρακα, διαβήτη, μέτρο (γαλλικό), καμβάδες τετραγωνικούς και ισομετρικούς (πλαστικοποιημένους, χάρτινους, ψηφιακούς).

Η Μέτρηση έχει κοινωνικοπολιτισμικό χαρακτήρα και κατέχει σημαντική θέση στην καθημερινή ζωή του ανθρώπου. Είναι μια σύμβαση μεταξύ των ανθρώπων για καλύτερη επικοινωνία, αντικειμενικότητα, δικαιοσύνη. Οι μονάδες μέτρησης δημιουργήθηκαν μέσω σύγκρισης όμοιων πραγμάτων γι' αυτό και η αναφορά στη μέτρηση των γωνιών στη Δ' Δημοτικού γίνεται με άτυπα μέσα και με σύγκριση γωνιών. Για το μήκος και το εμβαδόν έχουν ήδη εισαχθεί άτυπα μέσα μέτρησης σε προηγούμενες τάξεις, οπότε η μέτρηση πραγματοποιείται σε σύγκριση και με τις συμβατικές μονάδες.

#### Κεφάλαιο 47

Το **Κεφάλαιο 47** καλεί τους/τις μαθητές/τριες να κατασκευάσουν μη τυπικά όργανα μέτρησης γωνιών (άτυπα μοιρογνωμόνια) και να πραγματοποιήσουν μετρήσεις με αυτά. Στο **BM** παρουσιάζονται τουλάχιστον 2 εύκολα να κατασκευαστούν άτυπα μοιρογνωμόνια. Για την σύγκριση γωνιών χρησιμοποιούνται μη τυπικές μονάδες μέτρησης, όπως για παράδειγμα, στο παρακάτω έργο η σύγκριση γίνεται με την πορτοκαλί γωνία ( $30^\circ$ ), αλλά αυτό που ενδιαφέρει είναι να μπορεί ο/η μαθητής/τρια να κατανοήσει ότι η πράσινη γωνία είναι τριπλάσια από την πορτοκαλί, η γαλάζια πενταπλάσια κ.ο.κ.



**BM, Κεφάλαιο 47, στο έργο 2** οι μαθητές/τριες παρατηρούν ότι το μέγεθος της γωνίας δεν εξαρτάται από το μήκος των πλευρών της, αλλά από το άνοιγμά τους.

**BM, Κεφάλαιο 47, στο έργο 4** το άτυπο αυτό όργανο μέτρησης γωνιών θα χρησιμοποιηθεί και σε άλλες δραστηριότητες. Οι μαθητές/τριες παρατηρώντας τα διαφορετικά τμήματα του κύκλου, αναγνωρίζουν την ορθή γωνία, τη γωνία που είναι το  $\frac{1}{2}$  της ορθής κι εκείνη που είναι  $\frac{1}{4}$  της ορθής.

#### Κεφάλαιο 48

Στο **Κεφάλαιο 48** εξετάζεται η μέτρηση του μήκους με απαραίτητα εργαλεία το μολύβι, τον χάρακα, τον διαβήτη. Τα έργα περιλαμβάνουν σύγκριση και μεταφορά ευθυγράμμων τμημάτων χρησιμοποιώντας διαβήτη για την επίλυση προβλήματος με μετρήσεις σε ρεαλιστικά πλαίσια, όπως,

- Άνοιξε τον διαβήτη σου όσο το μήκος του μολυβιού σου. Στη συνέχεια μέτρα με τον χάρακά σου το άνοιγμα του διαβήτη. Πόσα εκατοστά είναι; \_\_\_\_\_
- Ποιο μολύβι είναι μεγαλύτερο, το δικό σου ή του διπλανού σου; \_\_\_\_\_
- Πόση είναι η διαφορά τους σε εκατοστά; \_\_\_\_\_
- Φτιάξε ένα ευθύγραμμο τμήμα στο τετράδιό σου, τόσα εκατοστά όσα είναι το μολύβι σου.



### Κεφάλαιο 48 ΒΜ - Έργο 2

σε προσομοιώσεις ρεαλιστικών πλαισίων, όπως,

**3** Ποια είναι η μικρότερη διαδρομή που πρέπει να ακολουθήσει η Κλειώ για να φωνίσει φρούτα;

Μετάφερε με τον διαβήτη σου κάθε ευθύγραμμο τμήμα των διαδρομών στον παρακάτω χάρακα συνεχίζοντας τις γραμμές.

### Κεφάλαιο 48 ΤΕ - Έργο 3

Αισθητοποίηση του ορθού τρόπου μέτρησης, όπως

Το μολύβι μου έχει μήκος 7 εκατοστά.

Συμφωνείς με τη δήλωση του Χριστόφορου; **Ναι** **Όχι**

Γιατί; \_\_\_\_\_

### Κεφάλαιο 48 ΒΜ - Έργο 3

Με αφορμή την απάντηση στην ερώτηση στο **έργο 3**, ο/η εκπαιδευτικός θα ήταν επιθυμητό να εξηγήσει στα παιδιά την ορθή χρήση του χάρακα και να υποδείξει κάποιες εφαρμογές με μέτρηση κι άλλων αντικειμένων στην τάξη, όπως για παράδειγμα τις πλευρές του βιβλίου των μαθηματικών. Ορισμένα έργα στοχεύουν στο να συνειδητοποιήσουν τα παιδιά ότι χρησιμοποιούμε τις κατάλληλες υποδιαιρέσεις των μονάδων μέτρησης ανάλογα με το αντικείμενο που μετράμε. Άλλα έργα αφορούν σε απλές μετατροπές μονάδων μέτρησης μήκους (μέτρα, εκατοστά, χιλιοστά), ώστε οι μαθητές/τριες να εμπλακούν σε συσχετίσεις μεταξύ των διαφορετικών υποδιαιρέσεων των μονάδων μέτρησης.

Στο επόμενο **Κεφάλαιο 49**, στα **έργα 1, 2, 3 ΒΜ**, η ορθή χρήση του χάρακα είναι απαραίτητη, ώστε να καταλήξουν όλοι στις ίδιες μετρήσεις των πλευρών των σχημάτων και των περιμέτρων τους.

### Κεφάλαιο 49

Στα **Κεφάλαια 49 και 50** οι μαθητές/τριες καλούνται να εκτιμήσουν περιμέτρους σε διάφορα πλαίσια. Προτεινόμενη εισαγωγική δραστηριότητα για το Κεφάλαιο 49 για την εκτίμηση αρχικά και κατόπιν μέτρηση της περιμέτρου: Τα παιδιά χωρίζονται σε 4 ομάδες. Κάθε ομάδα εκτιμά με βήματα και κατόπιν μετρά με μετροταινία το μήκος μιας πλευράς της αίθουσας στο πάτωμα. Συγκρίνουν τις εκτιμήσεις με τις μετρήσεις και προσθέτουν τα μήκη για να βρουν την περίμετρο της αίθουσας.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 49, στο έργο 1** η πλευρά του κάθε σχήματος έχει μήκος ίσο, μισό ή διπλάσιο του μήκους του δοσμένου κόκκινου ευθύγραμμου τμήματος. Τα παιδιά μπορούν να εκτιμήσουν με το μάτι αυτές τις σχέσεις και να επιβεβαιώσουν χρησιμοποιώντας τον διαβήτη τους.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 49, στην Αποτίμηση** τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν την περίμετρο ενός τριγώνου που είναι ισοσκελές. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν τον χάρακά τους ή τον διαβήτη τους και να βρουν το αποτέλεσμα σε εκ. Κατά την πορεία της μέτρησης είναι πιθανό να διαπιστώσουν ότι το τρίγωνο έχει τις δύο πλευρές του ίσες και να αναδειχθούν οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου από τον/την εκπαιδευτικό.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 49, έργο 2** Σωστές προτάσεις 1<sup>η</sup> και 3<sup>η</sup>.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 49, έργο 3** Ορθογώνια 1° Π = 14εκ., 2° Π = 22εκ., 3° Π = 30εκ., 6° Π = 54εκ.

## Κεφάλαιο 50

Στο **Κεφάλαιο 50** οι μαθητές/τριες μετρούν και συγκρίνουν την περίμετρο πολυγωνικών σχημάτων και επιλύουν σχετικά προβλήματα, όπως,

**ΒΜ, Κεφάλαιο 50, έργο 4** Οι μαθητές/τριες ενθαρρύνονται να πειραματιστούν με ένα ευλύγιστο σύρμα, ή σκοινάκι, ή κορδέλα 30εκ. και να κατασκευάσουν ορθογώνια παραλληλόγραμμα. Στόχος είναι να εφαρμόσουν τις ιδιότητες των ορθογώνιων παραλληλόγραμμων, απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες, γωνίες ορθές. Δυνατές διαστάσεις: τα αθροίσματα του 15, , 8+7, 9+6, 10+5 κτλ. Μεταφέρουν τις διαστάσεις που επιλέγουν στο πλέγμα και σχηματίζουν τα ορθογώνια.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 50, έργο 1** Προϋπόθεση για το έργο είναι η χρήση γνώμονα ή χάρακα. α) Μετρούν τα ευθύγραμμα τμήματα από τα οποία αποτελείται το πρώτο σχήμα και είτε τα προσθέτουν και διαιρούν, για παράδειγμα :4, για να κατασκευάσουν ένα τετράγωνο, ή διαιρούν :2 και κάνουν συνδυασμούς για τις δύο διαστάσεις, για να κατασκευάσουν ένα ορθογώνιο. Ενδέχεται να κατασκευάσουν ένα μη κυρτό σχήμα. Θα μπορούσε να είναι δεκτό εφόσον ικανοποιεί τον περιορισμό της περιμέτρου.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 50, έργο 2** Μια προτεινόμενη λύση είναι:  $6 \times 2 = 12$  κάθετα τμήματα,  $12 \times 0,60 = 7,2\mu$ .  $14,40 + 7,20 = 21,60\mu$ .  $21,60 : 3,60 = 6$  πηχάκια (με διαδοχικές αφαιρέσεις,  $21,60 - 3,60 = 18$   $18 - 3,60 = 14,40$  .....).

## Κεφάλαιο 51

Τα **Κεφάλαια 51 και 52** αφορούν στη μέτρηση του εμβαδού.

Στο παρακάτω έργο από το **ΒΜ** διακρίνουν την περίμετρο από το εμβαδόν και υπολογίζουν το εμβαδόν επιφανειών χρησιμοποιώντας υποδιαίρεσεις της μονάδας (εκ. για την περίμετρο, τ.εκ. για το εμβαδόν) σε πραγματικά μεγέθη.

**1** Βρες την περίμετρο και το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων, αν γνωρίζεις ότι κάθε τετραγωνάκι έχει πλευρά 1 εκ. και εμβαδόν 1 τ.εκ.

— 1 εκ.  
Εκατοστά για να μετράμε το μήκος.

□ 1 τ.εκ.  
Τετραγωνικά εκατοστά για να μετράμε το εμβαδόν.

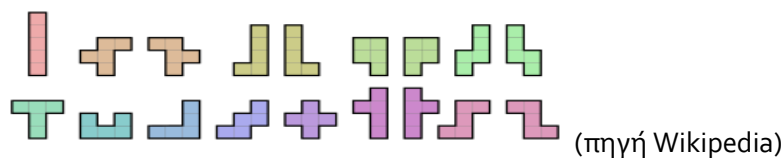
Σχήμα	Περίμετρος εκ.	Εμβαδόν τ.εκ.
1		
2		
3		
4		

Πώς βρήκες την περίμετρο του κάθε σχήματος; \_\_\_\_\_

Πώς βρήκες το εμβαδόν του κάθε σχήματος; \_\_\_\_\_

### Κεφάλαιο 51 ΒΜ - Έργο 1

Το αντίστοιχο έργο στο **ΤΕ** συνδέεται με το πεντόμινο. Πεντόμινο είναι μία σύνθεση από πέντε τετράγωνα που συνδέονται μεταξύ τους πλευρά με πλευρά.



Πεντόμινο

Μπορούν να κατασκευαστούν και στην τάξη και να χρησιμοποιούνται για την κάλυψη επιφανειών σε τετραγωνισμένο χαρτί (βλ. Παράρτημα).

**1** Καθένα από τα 5 τετράγωνα έχει πλευρά 1 εκ. Με αυτά μπορείς να φτιάξεις διάφορα σχήματα ενώνοντας τα τετράγωνα πλευρά με πλευρά. Βρες την περίμετρο του κάθε σχήματος. Μπορείς να σχηματίσεις με τον χάρκα και το μολύβι σου τα τετράγωνα σε κάθε σχήμα.

Τι παρατηρείς για το εμβαδόν των σχημάτων; Αιτιολόγησε την απάντησή σου.

Τι παρατηρείς για την περίμετρο;

Κεφάλαιο 51 ΤΕ - Έργο 1

**ΒΜ Κεφάλαιο 51, στο έργο 3** τα παιδιά μπορεί να ξεκινήσουν από την περίμετρο ή από το εμβαδόν. Αν ξεκινήσουν από την περίμετρο, τότε διαιρούν  $10:2=5$  και οδηγούνται στους συνδυασμούς 1,4 (4,1) και 2,3 (3,2) ή το προσεγγίζουν διαισθητικά με δοκιμές. Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι μόνο η δεύτερη περίπτωση ικανοποιεί τον περιορισμό το εμβαδόν να είναι  $2 \times 3 = 3 \times 2 = 6$  τ.εκ. Η αντίστροφη διαδικασία ακολουθείται όταν ξεκινούν από το εμβαδόν. Στο πλέγμα μπορούν να γίνουν αρχικά δοκιμές ή απευθείας τα τελικά σχήματα.

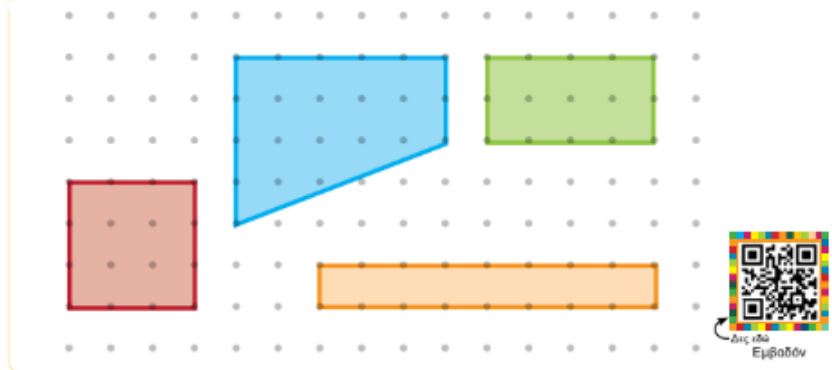
**ΒΜ Επανάληψη, στο έργο 2** τα παιδιά μπορούν να μετρήσουν τα πλακάκια μίας σειράς και τα αντίστοιχα μίας στήλης και να αξιοποιήσουν αυτά τα δεδομένα για τον υπολογισμό των μικρών τετραγώνων που αποτελούν το μεγάλο πλακάκι. Με παρόμοιο τρόπο βρίσκουν το εμβαδόν της κάρτας.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 51, στο έργο 4,** τέσσερα μπλε τετράγωνα μπορούν να σχηματίσουν οι μαθητές/τριες με τα λαστιχάκια τους ή να τα σχεδιάσουν στο δοσμένο σχήμα ή στον γεωπίνακα του Παραρτήματος. Το πορτοκαλί τετράγωνο αποτελείται από 4 μισά τετράγωνα εμβαδού 1 εκ. Άρα το εμβαδόν του είναι 2 τ.εκ. Οι κατασκευές των μαθητών/τριών με βάση την τελευταία ερώτηση μπορεί να αποτελέσουν αφορμή για τον/την εκπαιδευτικό να διερευνήσει τη σκέψη των παιδιών μέσω της δυναμικής του συγκεκριμένου έργου.

Η διάκριση περιμέτρου εμβαδού μπορεί να καθυστερήσει να επιτευχθεί για ορισμένους μαθητές/τριες. Έργα, όπως το παρακάτω,

2

Ποιο από τα παρακάτω σχήματα έχει περίμετρο 12 εκ. και εμβαδόν 8 τ.εκ; Βάλε ✓.



Κεφάλαιο 51 ΤΕ - Έργο 2

όπου οι μαθητές/τριες ανακαλύπτουν ότι μπορεί τρία σχήματα να έχουν την ίδια περίμετρο (τετράγωνο και τα δύο ορθογώνια παραλληλόγραμμα) αλλά διαφορετικό εμβαδόν, βοηθούν στην κατανόηση της διάκρισης των δύο αυτών ιδιοτήτων των σχημάτων.

### Κεφάλαιο 52

Σε έργα όπως το παρακάτω οι μαθητές/τριες εκτιμούν και συγκρίνουν το εμβαδόν επιφανειών με χρήση τυπικών μονάδων (τετραγωνικό μέτρο, τετραγωνικό δέκατο), ενώ παράλληλα μπαίνουν στη διαδικασία να σκεφτούν την κατάλληλη υποδιαίρεση της μονάδας που μπορούν να χρησιμοποιήσουν ανάλογα με την περίπτωση.

1

Τα παιδιά χωρίστηκαν σε ομάδες και υπολογίζουν το εμβαδόν επιφανειών στο σχολείο. Η πρώτη ομάδα μετράει το γήπεδο του μπάσκετ. Η δεύτερη ομάδα το εμβαδόν από ένα επιδαπέδιο παιχνίδι.



Κάθε ομάδα χρησιμοποιεί διαφορετικές μονάδες μέτρησης.



Εμείς θα χρησιμοποιήσουμε το τ.μ.



1 μ.

1 μ.



Εμείς θα χρησιμοποιήσουμε το τ.δεκ.

1 δεκ.  
■ 1 δεκ.



Συμφωνείς με τα παιδιά; Δικαιολόγησε την απάντησή σου στην τάξη.

Εκτίμησε με την ομάδα σου πόσα τ.δεκ. (κόκκινα τετράγωνα) θα χρειαστείτε για να καλύψετε 1 τ.μ. (το μπλε τετράγωνο): \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 52 ΒΜ - Έργο 1

Οι μαθητές/τριες καλούνται να συμφωνήσουν με τις δυο ομάδες. Κάθε ομάδα επέλεξε τη μονάδα μέτρησης που ταιριάζει στην περίπτωση της.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 52, στο έργο 4** τα δύο πράσινα τετράγωνα είναι μεταξύ τους ίσα. Το μεγάλο τετραγωνάκι είναι τετραπλάσιο από το μικρό τετραγωνάκι. Οι μαθητές/τριες αναγνωρίζουν ότι το εμβαδόν ως χαρακτηριστικό ενός σχήματος παραμένει σταθερό, ενώ η μέτρησή του αλλάζει ανάλογα με τη μονάδα μέτρησης που χρησιμοποιούμε για να το μετρήσουμε.

**ΤΕ, Επαναληπτικό, έργο 4** Χρειάζονται 36 πράσινα τρίγωνα για να καλυφθεί το τετράγωνο.  $36 \times 4 = 144$ Τ.ΕΚ.

Σε μια σειρά από έργα στο **ΒΜ και το ΤΕ** αναδεικνύεται ως κοινωνικοπολιτιστική ανάγκη η δημιουργία διαφορετικών υποδιαιρέσεων της μονάδας μέτρησης του εμβαδού. Παράλληλα, στα έργα υποστηρίζεται η διαδικασία για την κατάκτηση των σχέσεων μεταξύ των υποδιαιρέσεων και των αντίστοιχων μετατροπών από μονάδα σε μονάδα.

*Συνθετική εργασία:* Κατασκευές με τα πεντόμινος, τετρόμινος ή άλλων συνδυασμών σχημάτων (βλ. Κεφάλαιο 57, ΤΕ, έργο 5) για τη δημιουργία έργων τέχνης.

## Ενότητα 9


### Γεωμετρία χώρου - Μετασχηματισμοί

Στην ενότητα 9 τα Κεφάλαια 53 έως και 55 αφορούν στη Γεωμετρία του χώρου και τα Κεφάλαια 56 έως και 59 αφορούν στους Μετασχηματισμούς. Για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας του χώρου η τάξη πρέπει να διαθέτει υλικά, όπως κύβους πολλαπλής σύνδεσης, μαλακά χαρτόνια, ρυζόχαρτο, κόλλες, χαρτόκουτα, πρίσματα, πυραμίδες, κυλίνδρους που μπορούν να αναπτυχθούν ή και έτοιμα αναπτύγματα αυτών των στερεών για να συντεθούν.

Κεφάλαια 53, 54, 55

Ένα μεγάλο μέρος των έργων που απαντώνται στη Γεωμετρία του χώρου έχουν σκοπό να υποστηρίξουν τους διαισθητικούς τρόπους με τους οποίους οι μαθητές/τριες προσεγγίζουν τη μετάβαση από τις τρεις διαστάσεις στις δύο και το αντίστροφο και να δώσουν την ευκαιρία να εξελιχθούν, ώστε αυτοί να γίνουν τυπικοί. Για την επίτευξη του σκοπού είναι σημαντική και η χρήση του σχετικού λεξιλογίου (πλάγια όψη, κάτοψη, ανάπτυγμα, κατασκευή). Στα **Κεφάλαια 53 έως και 55** οι μαθητές/τριες κατασκευάζουν τρισδιάστατα σχήματα με αλληλοσυνδεόμενους κύβους βασιζόμενοι σε δοσμένες όψεις, αναγνωρίζουν ορθογώνια πρίσματα και κυλίνδρους από διάφορες οπτικές γωνίες και τα περιγράφουν,

**3** Στα παρακάτω γεωμετρικά στερεά χρωμάτισε με κόκκινο χρώμα τις ακμές και με μπλε τις κορυφές.



Τα δύο στερεά είναι πρίσματα.

Πόσες έδρες έχει καθένα από τα στερεά; **A:** \_\_\_\_\_ **B:** \_\_\_\_\_


Ποιο είναι το σχήμα της βάσης τους;	Ποια είναι η ονομασία τους;
<b>A:</b> _____	<b>A:</b> _____
<b>B:</b> _____	<b>B:</b> _____

**4** Συμπλήρωσε τον τίτλο της εικόνας:

Τι κοινά χαρακτηριστικά έχουν οι \_\_\_\_\_;

**α)** Η βάση είναι \_\_\_\_\_.

**β)** Η παράπλευρη επιφάνεια είναι \_\_\_\_\_.



Οι \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 53 ΒΜ - Έργα 3 και 4

συνδέουν επίπεδα γεωμετρικά σχήματα με όψεις πρισμάτων και πυραμίδων και με τα αναπτύγματά τους,

**1** Ο Ισάν θέλει να φτιάξει μία κόκκινη πυραμίδα και ένα μπλε πρίσμα. Πριν ενώσει τα κομμάτια τους, θέλει να χρωματίσει με κόκκινο χρώμα τα κομμάτια της πυραμίδας και με μπλε τα κομμάτια του πρίσματος. Βοήθησέ τον χρωματίζοντας με τα κατάλληλα χρώματα τα κατάλληλα σχήματα.

Κεφάλαιο 55 ΒΜ - Έργο 1

**3** **Πρίσμα ή πυραμίδα;**  
Παρατήρησε προσεκτικά τα δύο αναπτύγματα. Γράψε ποιο ταιριάζει σε πυραμίδα και ποιο σε πρίσμα.

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις περιγράφουν ένα πρίσμα και ποιες μια πυραμίδα;

Έχει 2 ίσες και παράλληλες βάσεις. \_\_\_\_\_

Οι παράπλευρες έδρες είναι ίδια τρίγωνα. \_\_\_\_\_

Οι παράπλευρες έδρες είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμα. \_\_\_\_\_

Έχει μόνο μία βάση που έχει σχήμα πολυγώνου. \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 54 ΒΜ - Έργο 3

κατασκευάζουν πρίσματα και πυραμίδες από αναπτύγματα και σχεδιάζουν αναπτύγματα, όπως στο παρακάτω έργο, αναγνωρίζοντας τις ιδιότητες των συγκεκριμένων στερεών, ώστε από την ανάλυση να μεταβούν στη σύνθεση,

**5** Ποιο στερεό περιγράφει κάθε παιδί; Μπορείς να σχεδιάσεις το ανάπτυγμά του;

Έχει 12 ακμές, 8 κορυφές και 6 έδρες. Οι έδρες του είναι τετράγωνα και ορθογώνια παραλληλόγραμμα.

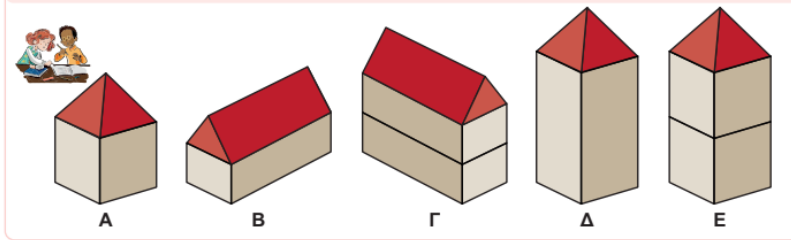
Έχει 8 ακμές, 5 κορυφές και 5 έδρες. Οι έδρες του είναι ένα τετράγωνο και 4 τρίγωνα.

Κεφάλαιο 54 ΤΕ - Έργο 5

αναλύουν πρίσματα και πυραμίδες σε μέρη με τη χρήση χειραπτικού και ψηφιακού υλικού,

3

Τα παιδιά της Δ' τάξης συμμετέχουν στο περιβαλλοντικό πρόγραμμα του σχολείου. Για τον σκοπό αυτό χρειάζεται να κατασκευάσουν σπιτάκια για την αναπαράσταση ενός χωριού. Τα κορίτσια θέλουν να μετρήσουν πόσα πρίσματα από κάθε είδος και πόσες πυραμίδες από κάθε είδος χρειάζονται για την κατασκευή του χωριού. Συμπλήρωσε τον διάλογο των κοριτσιών.



Κεφάλαιο 55 ΒΜ - Έργο 3

**ΒΜ, Κεφάλαιο 53, έργο 1** Ομάδα της Αριστεάς: 7 κύβοι. Από την αριστερή και τη δεξιά όψη διαπιστώνουμε ότι δεν υπάρχουν κύβοι στο πίσω μέρος του στερεού.

Ομάδα του Μάλι: Από την κάτοψη τα παιδιά μπορούν να καταλάβουν ότι υπάρχει κύβος στο πίσω μέρος του στερεού, που δεν φαίνεται από τις υπόλοιπες όψεις. Για την κατασκευή του στερεού χρειάζονται 10 κύβους. Η πίσω όψη αυτού του στερεού, αν αποτυπωθεί, θα είναι όμοια με την μπροστά.

Το πρώτο στερεό που παρουσιάζεται είναι η κατασκευή της ομάδας της Αριστεάς και το δεύτερο της ομάδας του Μάλι.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 53, έργο 3** β) πενταγωνικό πρίσμα γ) τριγωνικό πρίσμα Οι μαθητές/τριες θα παρατηρήσουν ότι οι πυραμίδες και τα πρίσματα ονομάζονται ανάλογα με το σχήμα της βάσης τους.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 53, έργο 4** Η βάση είναι κύκλος. Η παράπλευρη επιφάνεια είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Για το έργο της αποτίμησης αναγνωρίζουν με τη σειρά: εξαγωνικό πρίσμα, οκταγωνικό πρίσμα, τριγωνικό πρίσμα, κύλινδρος.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 53, έργο 1** Προκειμένου να βοηθηθούν τα παιδιά στο να αισθητοποιήσουν τις όψεις των κατασκευών και να απαντήσουν στα ερωτήματα, πραγματοποιούν τις κατασκευές με τους κύβους τους.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 53, έργο 2** 4 ομάδες: τριγωνικά, τετραγωνικά, πενταγωνικά, εξαγωνικά.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 54, έργο 1** Ο/η εκπαιδευτικός προετοιμάζει το υλικό που θα χρησιμοποιήσουν οι μαθητές/τριες για την εκτέλεση του πρώτου έργου, όπως μαλακά χαρτόνια και ρυζόχαρτο.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 54, έργο 3**

Πρίσμα: Έχει δύο ίσες και παράλληλες βάσεις. Οι παράπλευρες έδρες είναι ορθογώνια παραλληλόγραμμο.

Πυραμίδα: Οι παράπλευρες έδρες είναι τρίγωνα. Έχει μόνο μία βάση που έχει σχήμα πολύγωνου.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 54, Αποτίμηση** Πενταγωνικό πρίσμα, τριγωνική πυραμίδα, τριγωνικό πρίσμα, πενταγωνική πυραμίδα.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 54, έργο 5** Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, τετραγωνική πυραμίδα

**ΒΜ, Κεφάλαιο 55, έργο 2** Κύκλος: κύλινδρος, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο: παραλληλεπίπεδο, τρίγωνο: τριγωνική πυραμίδα, τριγωνικό πρίσμα, τετράγωνο: κύβος, παραλληλεπίπεδο (με δύο τετράγωνες έδρες), τετραγωνική πυραμίδα, πεντάγωνο: πενταγωνικό πρίσμα, πενταγωνική πυραμίδα

**ΒΜ, Κεφάλαιο 55, έργο 3** Τετραγωνική πυραμίδα: 3, παραλληλεπίπεδο: 4, κύβος: 3, τριγωνικό πρίσμα: 2

**ΤΕ, Κεφάλαιο 55, έργο 1** Τετραγωνική πυραμίδα, κύλινδρος, παραλληλεπίπεδο, εξαγωνικό πρίσμα.

## Κεφάλαια 56, 57, 58, 59

Οι Μετασχηματισμοί διαρθρώνονται γενικά σε 4 ενότητες: Ανάκλαση-Συμμετρία, Μεταφορά, Περιστροφή και Ομοιοθεσία. Στη Δ' τάξη και στις άλλες τάξεις του Δημοτικού δεν εξετάζεται η ομοιοθεσία.

Τα έργα που αναπτύσσονται σε αυτά τα Κεφάλαια συνδέονται με τις εμπειρίες των παιδιών και ορισμένα έχουν παιχνιδιάρικη μορφή.

Οι μαθητές/τριες εντοπίζουν ίσα επίπεδα σχήματα χρησιμοποιώντας την ανάκλαση σε φυσικό και ψηφιακό περιβάλλον, αναγνωρίζουν την ανάκλαση ως μιας μορφής συμμετρία ως προς έναν εξωτερικό άξονα (τον καθρέφτη), εξασκούνται στον σχεδιασμό σχημάτων που έχουν άξονες συμμετρίας σε ποικιλία καμβάδων. Εντοπίζουν ίσα επίπεδα σχήματα χρησιμοποιώντας τη μεταφορά και την περιστροφή σε φυσικό και ψηφιακό περιβάλλον.

Η περιστροφή σχημάτων κατά  $1/4$  της στροφής ( $90^\circ$ ), μισής στροφής ( $180^\circ$ ) και μίας ολόκληρης στροφής ( $360^\circ$ ) συνδέεται με την ανάκλαση και τη μεταφορά στη δημιουργία απλών ψηφιδωτών. Χρησιμοποιούμε τους όρους  $1/4$  της στροφής κτλ. καθώς δεν προβλέπεται διδασκαλία μέτρησης γωνιών σε μοίρες γι' αυτή την τάξη. Ωστόσο, είναι πιθανό οι μαθητές/τριες να γνωρίζουν από πρότερες εμπειρίες ότι μια ορθή γωνία είναι  $90^\circ$ , οπότε να μπορούν να το συνδέσουν με το  $1/4$  της στροφής.

Οι μαθητές/τριες αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας για περιστροφές  $1/4$  της στροφής, μισής στροφής και μίας ολόκληρης στροφής. Ορίζεται ως κέντρο συμμετρίας ενός σχήματος το σημείο του σχήματος γύρω από το οποίο, αν περιστραφεί κατά μισή στροφή το σχήμα, δεν αλλάζει μορφή.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 56, έργο 1** Οι όροι *συμμετρικά* και *ίδια* μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε οποιαδήποτε από τις δύο προτάσεις, **έργο 3** Ββ Γγ Δδ.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 56, έργο 3** 18.33 13.10 11.18 ...

**ΤΕ, Κεφάλαιο 57, έργο 1** 8ο8 8ο83

Στα υπόλοιπα έργα αυτού του κεφαλαίου οι μαθητές/τριες εργάζονται σε διαφορετικούς καμβάδες.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 57, έργο 3** Τα παιδιά εργάζονται σε διάστικτο καμβά, άρα αναπτύσσουν διαφορετική στρατηγική για να μετρούν τις αποστάσεις στις τελείες .

**ΤΕ, Κεφάλαιο 57, στο έργο 5** μπορούν να κατασκευάσουν το γράμμα Τ και το ανάποδό του με κατακόρυφο άξονα συμμετρίας, να στρέψουν το Τ κατά  $90^\circ$  με οριζόντιο άξονα συμμετρίας και όποια άλλη σύνθεση με άξονα συμμετρίας.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 58, έργο 1** Τα παιδιά παρατηρούν αρχικά πώς έχει μετακινηθεί η πρόσκληση, διαπιστώνουν τον ρόλο που παίζουν αφενός το αρχικό σημείο και αφετέρου το βέλος και αναγνωρίζουν ότι χρειάζονται και οι δύο πληροφορίες για την μετακίνηση. Αυτή η γνώση τα βοηθά να απαντήσουν στα ερωτήματα: Το ευθύγραμμο τμήμα μεταφέρθηκε 5 θέσεις δεξιά. Χρειαζόμαστε και την κατεύθυνση για να μετακινηθεί το κουτί με τα χρώματα. Έχουν δίκιο και τα δύο παιδιά. Η μεταφορά μπορεί να έχει γίνει προς τα πάνω ή προς τα κάτω.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 58, έργο 2** Τα παιδιά ακολουθούν τις οδηγίες που παριστάνονται με τα βελάκια για να μεταφέρουν το γράμμα Ε στη νέα θέση. Ο/η εκπαιδευτικός παρατηρεί αν τα παιδιά ακολουθούν κάποια στρατηγική για τη μεταφορά, αν ξεκινούν από κάποιο συγκεκριμένο τετραγωνάκι του γράμματος κτλ. Ίσως χρειαστεί κάποιες στρατηγικές να ανακοινωθούν στην τάξη, για να υποστηριχθούν και μαθητές/τριες που θα αντιμετωπίσουν δυσκολία στην εκτέλεση του έργου.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 58, Το έργο της αποτίμησης 1, 4, 5, 2, 3**

**ΤΕ, Κεφάλαιο 58, έργο 1** Το πράσινο ορθογώνιο μεταφέρθηκε 3 τετράγωνα κάτω. Το πορτοκαλί τρίγωνο μεταφέρθηκε 3 τετράγωνα αριστερά. Τα κίτρινα τρίγωνα δεν είναι ίδια.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 59, έργο 2** Οι μαθητές/τριες διερευνούν αν τα λουλούδια έχουν άξονα συμμετρίας, περιστρέφοντας το βιβλίο τους μισή στροφή.

**ΤΕ, Κεφάλαιο 59, έργο 1** Σχήματα χωρίς κέντρο συμμετρίας: 1, 3, 6


Οι Μετασχηματισμοί συνδέονται με την τέχνη και την καλαισθησία: Ψηφιδωτά, κεραμικά πιάτα, μοτίβα σε παραδοσιακές φορεσιές, σε έργα τέχνης.

Ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να αναθέσει σε ομάδες παιδιών μια συνθετική εργασία που να χρησιμοποιεί τους μετασχηματισμούς για τη δημιουργία καλαίσθητων έργων.

Συνθετική εργασία Το έργο 5 στο Κεφάλαιο 59 του ΤΕ προσφέρεται για δραστηριότητα συνθετικής εργασίας αλλά και το παρακάτω έργο, Κεφάλαιο 59 στο ΒΜ, μπορεί να μετατραπεί σε συνθετική εργασία.

**2** Η δασκάλα ανέθεσε στους μαθητές και τις μαθήτριες την εξής αποστολή:

**Τόπος:** Κήπος του σχολείου  
**Τρόπος:** Παρατήρηση  
**Στόχος:** Βρείτε λουλούδια διαφόρων σχημάτων και χρωμάτων. Φωτογραφίστε τα. Τοποθετήστε τις φωτογραφίες σε δυο ομάδες.



A: λουλούδια με κέντρο συμμετρίας	B: λουλούδια χωρίς κέντρο συμμετρίας

Πώς θα επαληθεύσεις ότι τα λουλούδια έχουν κέντρο συμμετρίας: \_\_\_\_\_

Κεφάλαιο 59 ΒΜ - Έργο 2

Στο πλαίσιο σύνδεσης Γεωμετρίας, Τέχνης και Πολιτισμού οι μαθητές/τριες δημιουργούν συνθέσεις με τα επαναλαμβανόμενα κανονικά ψηφοθετήματα <https://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/7129> γνωστά με τον διεθνή τους όρο tessellations που αναφέρονται και σε άλλους πολιτισμούς, αραβουργήματα (Άραβες), μάνταλα (Ινδοί), και σε έργα νεότερων καλλιτεχνών, όπως ο Έσερ, ο Βασαρελί, ο Γκαουντί.

## Ενότητα 10

Μετρήσεις: Όγκος – Χωρητικότητα

Αναλυτική γεωμετρία – Ακέραιοι αριθμοί

Η 10η και τελευταία ενότητα αφορά στη θεματική ενότητα Όγκος-Χωρητικότητα από το θεματικό πεδίο Μετρήσεις (Κεφάλαια 60 έως και 62), τη θεματική ενότητα Θέσεις στο επίπεδο από το θεματικό πεδίο Αναλυτική γεωμετρία (Κεφάλαια 63, 64) και από το θεματικό πεδίο Αριθμοί τη θεματική ενότητα Ακέραιοι αριθμοί (Κεφάλαια 65, 66).







Υλικό: Κύβοι πολλαπλής σύνδεσης ή απλοί κύβοι, απλοί χάρτες σε τετραγωνισμένο χαρτί, τετραγωνισμένο χαρτί για σχεδιασμό απλού χάρτη.

Σε αυτή την ενότητα οι μαθητές/τριες καλούνται να διαπραγματευτούν έννοιες που θα ξανασυναντήσουν στις επόμενες τάξεις του Δημοτικού και του Γυμνασίου με πιο σύνθετη δομή και τυπικό λεκτικό.

Κεφάλαια 60, 61, 62

Στα **Κεφάλαια 60 έως και 62** οι μαθητές/τριες αναλύουν στερεά σε κύβους και τα ανασυνθέτουν σε νέα στερεά διαπιστώνοντας τη διατήρηση του όγκου, εκτιμούν και συγκρίνουν τον όγκο ορθογώνιων κατασκευών με τη χρήση χειραπτικού υλικού και στις εικονικές αναπαραστάσεις τους.

**4** Έχουμε ένα ορθογώνιο κουτί και το έχουμε ανοίξει, όπως φαίνεται στην εικόνα.

<p><b>α)</b> Με πόσα παραλληλεπίπεδα όπως αυτό θα γεμίσει το κουτί;</p> 	<p><b>β)</b> Με πόσα παραλληλεπίπεδα όπως αυτό θα γεμίσει το κουτί;</p> 	<p><b>γ)</b> Με πόσους μικρούς κύβους όπως αυτόν θα γεμίσει το κουτί;</p> 
		

Κεφάλαιο 6ο ΒΜ - Έργο 4

Για τον υπολογισμό του όγκου ορθογώνιων κατασκευών εμπλέκονται σε έργα που θα οδηγήσουν σταδιακά στο να μετρούν το πλήθος των κύβων σε μια στρώση (μήκος x πλάτος) και να πολλαπλασιάζουν με τον αριθμό των στρώσεων. Είναι ένα προκαταρκτικό στάδιο πριν να φτάσουν στις επόμενες τάξεις στη γενίκευση και μετατροπή της διαδικασίας σε τύπο.

**2** α) Υπολόγισε τον όγκο του κάθε ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου.

1ο παραλληλεπίπεδο: \_\_\_\_\_ κύβοι

2ο παραλληλεπίπεδο: \_\_\_\_\_ κύβοι

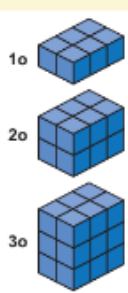
3ο παραλληλεπίπεδο: \_\_\_\_\_ κύβοι

β) Παρατήρησε πώς φτιάχνονται τα ορθογώνια παραλληλεπίπεδα. Ποιος θα είναι ο όγκος του επόμενου παραλληλεπίπεδου; \_\_\_\_\_ κύβοι.

Τι παρατηρείς; \_\_\_\_\_

γ) Ποιος θα είναι ο όγκος του 12ου παραλληλεπίπεδου που κατασκευάζουμε με τον ίδιο τρόπο; \_\_\_\_\_ κύβοι.

Πώς σκέφτηκες; \_\_\_\_\_



Κεφάλαιο 61 ΒΜ - Έργο 2




**ΒΜ, Κεφάλαιο 6ο, έργο 2** 1 στρώση:  $2 \times 18$        $4 \times 9$        $3 \times 12$

2 στρώσεις:  $2 \times 9 \times 2$     3 στρώσεις:  $3 \times 4 \times 3$

**ΤΕ, Κεφάλαιο 61, έργο 3** Κάθε στρώση 100 κύβοι. Οι στρώσεις είναι 10. Άρα συνολικά 1.000 κύβοι.

Μετρούν τη χωρητικότητα δοχείων με τυπικές μονάδες (ml και lt) με τη χρήση ογκομετρικών δοχείων σε ρεαλιστικά πλαίσια (ροφήματα, δεξαμενή καυσίμων αυτοκινήτων -ρεζερβουάρ, δοκιμαστικοί σωλήνες εργαστηρίων).


**3** Η χωρητικότητα της δεξαμενής καυσίμων για το κάθε αυτοκίνητο είναι:

		
60 lt	48 lt	83 lt

Το πρώτο αυτοκίνητο είχε στη δεξαμενή καυσίμων 10 λίτρα, το δεύτερο 20 λίτρα και το τρίτο 47 λίτρα. Και τα τρία αυτοκίνητα γέμισαν τη δεξαμενή στο βενζινάδικο. Ποιο έβαλε την περισσότερη βενζίνη;

Εκτίμηση: \_\_\_\_\_

Κάνε τους υπολογισμούς και επιβεβαίωσε την εκτίμησή σου.



Κεφάλαιο 62 ΤΕ - Έργο 3

**ΤΕ, Κεφάλαιο 62, έργο 4**  $5 \times 0,5 = 2,5$  lt για τις μικρές γλάστρες.

$\frac{3}{4}$  lt = 750ml       $6 \times 750 = 4.500$  ml = 4,5 lt       $2,5 + 4,5 = 7$  lt = 7.000 ml

Για 1.000 ml θα γεμίσει το ποτιστήρι του 4 φορές. Για 7.000 ml:  $7 \times 4 = 28$  φορές

## Κεφάλαιο 63

**Στο Κεφάλαιο 63** ο όρος Συντεταγμένες μπορεί να αναλυθεί στην τάξη, τι σημαίνει *συντάσσομαι*, ποια είναι τα παράγωγα και πώς ο όρος χρησιμοποιείται στα μαθηματικά. Οι συντεταγμένες είναι αλφαριθμητικές, (γράμμα, αριθμός, με αυτή τη σειρά, όπως φανερώνει και η λέξη), για παράδειγμα Α<sub>4</sub>, Β<sub>1</sub>, για τη συγκεκριμένη τάξη, για να οριστεί η θέση ενός σημείου στο επίπεδο. Οι μαθητές/τριες χρησιμοποιούν αλφαριθμητικές συντεταγμένες σε τετραγωνισμένους καμβάδες για να εντοπίσουν και να προσδιορίσουν θέσεις σε απλούς χάρτες και ερμηνεύουν βασικούς για τα ενδιαφέροντά τους χάρτες με απλές κλίμακες και υπομνήματα.

### BM, Κεφάλαιο 63, έργο 2 Οδηγίες για το παιχνίδι ναυμαχία

Κάθε μαθητής/μαθήτρια δημιουργεί το στόλο του που αποτελείται από 5 καράβια δύο θέσεων. Τα καράβια μπορούν να τοποθετηθούν οριζόντια κάθετα ή διαγώνια, χωρίς ο άλλος μαθητής/η άλλη μαθήτρια να γνωρίζει πού έχουν τοποθετηθεί. Ο καθένας/Η καθεμιά, με τη σειρά, λένε σημεία του ταμπλό που μπορεί να υπάρχουν καράβια του/της αντιπάλου. Για να βυθιστεί κάποιο από αυτά είναι αναγκαίο να βρουν τα σημεία και των δύο κουκίδων. Στο ταμπλό οι επιθέσεις μου, κάθε μαθητής/μαθήτρια καταγράφει τα σημεία στα οποία έχει κάνει επίθεση, ώστε να μην τα επαναλαμβάνει. Νικητής/Νικήτρια είναι εκείνος/εκείνη που καταφέρνει να βυθίσει όλα τα καράβια του/της αντιπάλου.

### BM, Κεφάλαιο 63, έργο 3 Το πρώτο πλέγμα θυμίζει το σκάκι και το δεύτερο τη ναυμαχία.

## Κεφάλαιο 64

**64 Χάρτες**

**1**

Ο Μηνάς με την οικογένειά του ταξίδεψε με το αεροπλάνο από την Αθήνα στη Ρόδο.

Από το αεροδρόμιο πήγαν με το λεωφορείο στην πόλη της Ρόδου. Σχεδίασε τη διαδρομή του λεωφορείου στον χάρτη της Ρόδου.

Από τη στάση του λεωφορείου ( ) περπάτησαν ως το ξενοδοχείο τους ( ) που ήταν στη γωνία των δρόμων Γ, Καζούλη και Ηρ. Παλατετζήλου. Σχεδίασε τη διαδρομή που μπορεί να ακολουθήσουν στον χάρτη της πόλης της Ρόδου.

Οι παραπάνω χάρτες έχουν διαφορετικές κλίμακες.

Όταν θέλουμε να δείξω μια περιοχή με μεγαλύτερη λεπτομέρεια, χρησιμοποιούμε έναν χάρτη με μεγαλύτερη κλίμακα.

**2**

Ο Μηνάς επισκέφτηκε τον φίλο του τον Αρτέμη στο χωριό του. Οι δύο φίλοι βρήκαν στο ταμπλό Σ2. Σημειώσε το στον χάρτη του χωριού με μία μπλε κουκίδα.

Υπόμνημα	Σύμβολο	Περιγραφή
		Σταθμός
		Βουνό
		Σπίτι
		Δάσος
		Καμένο δάσος
		Χωράφια
		Αυτοδία βελανιδιά
		Ποτάμι
		Καταρράκτης

Μπροστά τους έβλεπαν το ποτάμι. Πίσω από το ποτάμι ήταν η αυτοδία βελανιδιά. Πριν από τη βελανιδιά βρίσκονταν ένα ... Στο δεξιό τους ο Αρτέμης έδειξε στον Μηνά τα ... και αριστερά τους το ...

Εάν ο Μηνάς στρίψει προς τη Δύση, τι θα έχει μπροστά του και τι πίσω του;

Μπροστά του: ... Πίσω του: ...

Ο Μηνάς μένει στο γαλάζιο σπίτι στη θέση ... Σημειώσε τη στον χάρτη.

Από το βορεινό παράθυρο βλέπει το ... και από το νότιο τα ...

Τα παιδιά αποφασίζουν να πάνε στον καταρράκτη στη θέση ...

**Σημείωσε πάλι:** Βρες ένα σημείο στον χάρτη, αλλά μην το σημειώσεις. Γράψε μία πρόταση για το τι θα βλέπει όποιος στέκεται σε αυτό το σημείο και δίνει τη στο δεξιό σου παιδί για να εντοπίσει το σημείο στον χάρτη.

Το σημείο που ορίζουν, Βορράς, Νότιος, Ανατολή και Δύση, μας βοηθούν να περιγράψουμε θέσεις και διαδρομές σε έναν χάρτη.

Σχεδίασε:

- το δάσος δυτικά της λίμνης
- το χωριό ανατολικά της λίμνης
- το βουνό βόρεια της λίμνης
- τα χωράφια νότια της λίμνης

## Κεφάλαιο 64 BM

### BM, Κεφάλαιο 64, έργο 2

Πριν από τη βελανιδιά βρίσκεται σιντριβάνι. Στα δεξιά τους ο Αρτέμης έδειξε στον Μηνά τα χωράφια και αριστερά τους τα βουνά.

Εάν ο Μηνάς στρίψει προς τη Δύση, τι θα έχει μπροστά του και τι πίσω του;

Μπροστά του: βουνά Πίσω του: χωράφια

Ο Μηνάς μένει στο γαλάζιο σπίτι στη θέση Γ<sub>4</sub>. Από το βορεινό παράθυρο βλέπει το δάσος και από το νότιο τα βουνά. Τα παιδιά αποφασίζουν να πάνε στον καταρράκτη στη θέση Κ<sub>5</sub>.

## Κεφάλαια 64, 65

Στα Κεφάλαια 65 και 66 οι ακέραιοι αριθμοί προσεγγίζονται μέσα από καθημερινές καταστάσεις και κοινωνικοπολιτιστικά πλαίσια. Τα θέματα αντλούνται από τις εμπειρίες των παιδιών τις οποίες τα ίδια πρέπει να ανακαλέσουν, να συγκεκριμενοποιήσουν και να συνδέσουν με το νέο συμβολισμό. Είναι σημαντικό να συνειδητοποιήσουν ότι οι ακέραιοι αριθμοί υπηρετούν μια ανάγκη του ανθρώπου να εκφράσει φυσικά και κοινωνικά φαινόμενα και είναι η αποστολή των μαθηματικών να καλύψουν αυτή την ανθρώπινη ανάγκη.

Στο ίδιο πλαίσιο οι μαθητές/τριες διερευνούν διαισθητικά και με τη βοήθεια της αριθμογραμμής αισθητοποιούν απλές προσθέσεις με θετικούς και αρνητικούς ακέραιους αριθμούς.

**ΒΜ, Κεφάλαιο 65, έργο 3** Ο Αλέξανδρος στη θέση 3, η Ευαγγελία στη θέση -2.

— Έφερα 3 στο πορτοκαλί ζάρι και 2 στο κίτρινο. Θα κινηθώ 3 θέσεις δεξιά και 2 αριστερά.

— Εγώ 6 στο πορτοκαλί ζάρι και 5 στο κίτρινο.

— Τώρα έφερα 3 στο πορτοκαλί και 1 στο κίτρινο.

— Κι εγώ 1 στο πορτοκαλί και 4 στο κίτρινο.

Σε ποια θέση βρίσκεται το κάθε παιδί; Σημείωσε τις θέσεις στο σχήμα, βάζοντας στο σωστό σημείο τα ονόματά τους.

### Κεφάλαιο 65 ΒΜ - Έργο 3

**ΤΕ, Κεφάλαιο 65, έργο 2** Υψηλότερη θερμοκρασία: θερμόμετρο Γ  $55^{\circ}\text{C}$ , Χαμηλότερη θερμοκρασία: θερμόμετρο Δ  $-18^{\circ}\text{C}$ , Διαφορά υψηλότερης και χαμηλότερης θερμοκρασίας:  $73^{\circ}\text{C}$

**ΤΕ, Κεφάλαιο 65, έργο 4** Μικρότερος αριθμός: -6 Μεγαλύτερος αριθμός: 8

**ΒΜ, Κεφάλαιο 66, έργο 1**

Αλέξανδρος: θέση 2

Ευαγγελία: Θα κινηθώ μία θέση προς τα δεξιά. ( $5 - 4 = 1$ ) θέση 1

Αλέξανδρος: Θα κινηθώ 2 θέσεις προς τα αριστερά. ( $1 - 3 = -2$ ) θέση 0

Ευαγγελία: Θα μείνω στη θέση που βρίσκομαι. ( $5 - 5 = 0$ ) θέση 1

Αλέξανδρος: Θα κινηθώ δύο θέσεις προς τα αριστερά. ( $3 - 5 = -2$ ) θέση -2

Ευαγγελία: Θα κινηθώ 5 θέσεις προς τα αριστερά. ( $1 - 6 = -5$ ) θέση -4

**ΒΜ, Κεφάλαιο 66, έργο 2**

Γκεόργκι:  $5 - 2 = 3$  Ευαγγελία:  $4 - 3 = 1$

Ο Γκεόργκι έχει 2 πόντους περισσότερους από την Ευαγγελία.

Γκεόργκι:  $6 - 7 = -1$  Ευαγγελία:  $4 - 3 = 1$

Η Ευαγγελία έχει περισσότερους πόντους.

Ο Γκεόργκι χρειάζεται 2 σωστές απαντήσεις για να ισοβαθμίσει με την Ευαγγελία.

Επανάληψη 10<sup>ης</sup> ενότητας

**ΤΕ, Επαναληπτικό, έργο 1** κατασκευές: 1<sup>η</sup> 27 κύβοι, 2<sup>η</sup> 23 κύβοι, 3<sup>η</sup> 31 κύβοι Εξηγώντας τα παιδιά τον τρόπο που σκέφτηκε ο Μάλι αποκαλύπτουν ουσιαστικά τον δικό τους τρόπο σκέψης.

*Συνθετική εργασία: ΤΕ, Κεφάλαιο 64, το έργο 2* είναι ένα σχέδιο για συνθετική εργασία που ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να προσαρμόσει στις ανάγκες της τάξης του/της (διαφορετικό θέμα, έτοιμα σκίτσα, μικρότερης ή μεγαλύτερης δυσκολίας κτλ.)