



## Παραδείγματα για εμπάθунση στις πιθανότητες

1. Οι παίκτες A και B παίζουν το εξής παιχνίδι. Σε ένα τραπέζι υπάρχουν δύο αναποδογυρισμένα αδιαφανή ποτήρια. Κάτω από ένα από αυτά υπάρχει ένα μπαλάκι. Ο παίκτης A επιλέγει τυχαία ένα ποτήρι. Αν πετύχει αυτό με το μπαλάκι τότε κερδίζει τον γύρο. Αλλιώς κερδίζει τον γύρο ο παίκτης B.

Νικητής είναι όποιος βρει το μπαλάκι 2 φορές.

Κάποιος ισχυρίζεται ότι:

α) Η πιθανότητα να νικήσει το παιχνίδι ο A είναι  $\frac{1}{2}$ .

β) Η πιθανότητα να κερδίσει τον πρώτο γύρο ο A, τον δεύτερο ο B και τον τρίτο ο A είναι  $\frac{1}{6}$ .

Συμφωνείτε με τους παραπάνω ισχυρισμούς;

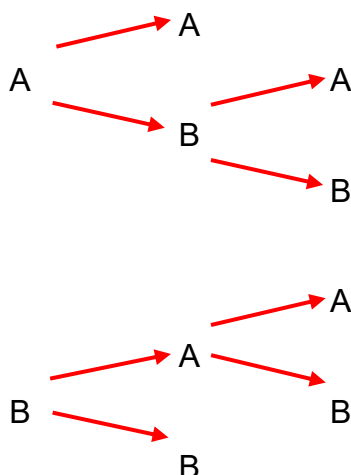
### Απάντηση

α) Δεν υπάρχει κάποιος λόγος να θεωρούμε πιθανότερη τη νίκη του A ή του B. Άρα μπορούμε να πούμε ότι η πιθανότητα να κερδίσει ο καθένας τους είναι  $\frac{1}{2}$ . Οπότε συμφωνούμε με τον ισχυρισμό.

β) Γράφουμε τον παρακάτω δειγματικό χώρο του πειράματος τύχης.

A σημαίνει ότι κερδίζει τον γύρο ο A και B ότι κερδίζει τον γύρο ο B.

ABA σημαίνει ότι στον πρώτο γύρο κερδίζει ο A, στον δεύτερο ο B και στον τρίτο ο A.



Όπως φαίνεται:

- Η πιθανότητα να κερδίσει ο καθένας από τους 2 στον πρώτο γύρο είναι  $\frac{1}{2}$ .
- Η πιθανότητα στον δεύτερο γύρο για κάθε ένα από τα αποτελέσματα AA ή AB ή BA ή BB είναι  $\frac{1}{4}$ .
- Ωστόσο δεν υπάρχει πάντα τρίτος γύρος.

Άρα τα αποτελέσματα AA, ABA, ABB, BAA, BAB, BB δεν είναι ισοπίθανα, επομένως δεν συμφωνούμε με τον δεύτερο ισχυρισμό.

2. Έχουμε στη διάθεσή μας ένα τεστ για μια μεταδοτική ασθένεια.

Σύμφωνα με δοκιμές που έγιναν για την αποτελεσματικότητα του τεστ προέκυψαν τα εξής:

	Θετικό	Αρνητικό
Ασθενής	95	5
Υγιής	10	90

Δηλαδή:

- Από τους 100 ασθενείς που έκαναν το τεστ, οι 95 βγήκαν θετικοί και οι 5 (ψευδώς) αρνητικοί.
- Από τους 100 υγιείς που έκαναν το τεστ, οι 10 βγήκαν (ψευδώς) θετικοί και οι 90 αρνητικοί.

α) Σύμφωνα με τον πίνακα να εκτιμήσετε τις πιθανότητες:

- Το τεστ να είναι θετικό.
- Το τεστ να είναι αρνητικό.
- Το τεστ να είναι ψευδώς θετικό.
- Το τεστ να είναι ψευδώς αρνητικό.

β) Πώς κρίνετε το συγκεκριμένο τεστ, βάσει των αποτελεσμάτων του πίνακα;

### Απάντηση

α) Εφόσον όλα τα ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα θα χρησιμοποιήσουμε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας. Σύμφωνα με τον πίνακα εκτιμούμε ότι:

- Η πιθανότητα το τεστ να είναι θετικό είναι  $\frac{95+10}{200} = \frac{105}{200}$ .
- Η πιθανότητα το τεστ να είναι αρνητικό είναι  $\frac{5+90}{200} = \frac{95}{200}$ .

- iii. Ψευδώς θετικό σημαίνει ότι το τεστ βγαίνει θετικό, ενώ γίνεται σε υγιή. Άρα η πιθανότητα το τεστ να είναι ψευδώς θετικό είναι  $\frac{10}{100}$ .
- iv. Ψευδώς αρνητικό σημαίνει ότι το τεστ βγαίνει αρνητικό, ενώ γίνεται σε ασθενή. Άρα η πιθανότητα το τεστ να είναι ψευδώς αρνητικό είναι  $\frac{5}{100}$ .
- β) Αυτό που αποτελεί πρόβλημα για τη διάδοση μιας μεταδοτικής ασθένειας είναι τα ψευδώς αρνητικά τεστ. Κάνοντας κανείς ένα τεστ θεωρεί ότι μαθαίνει αν ασθενεί ή όχι και δρα αναλόγως. Αν κάποιος λάβει ψευδώς αρνητικό αποτέλεσμα, δηλαδή νομίζει ότι είναι υγιής, ενώ ασθενεί, τότε υπάρχει κίνδυνος να μεταδώσει την ασθένεια, καθώς θα δρα σαν υγιής, βάσει του αποτελέσματος του τεστ.
- Αυτή η πιθανότητα για το συγκεκριμένο τεστ, βάσει του πίνακα εκτιμάται 5%.

## ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

**ΤΙΤΛΟΣ:** Παραδείγματα για εμβάθυνση στις πιθανότητες

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ / ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ / ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ:**

Δημήτρης Διαμαντίδης

Ελισσάβετ Καλογερία

Ειρήνη Πεрусινάκη

Γιάννης Σταμπόλας

Κώστας Στουραΐτης

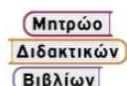
Βαγγέλης Φακούδης

Γιώργος Ψυχάρης

**ΕΚΔΟΣΗ:** 1.0

**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 28-12-2024

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων  
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση  
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα  
Ανθρώπινο Δυναμικό και  
Κοινωνική Συνοχή