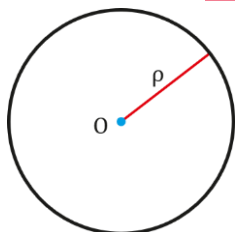


## Κύκλοι – τόξα – χορδές (επαναλήψεις – συμπληρώσεις από το Γυμνάσιο)

### Η έννοια του κύκλου

#### Ορισμός

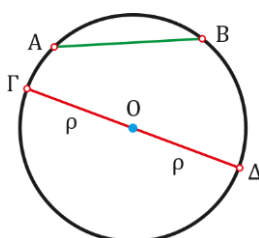


- κέντρο O
- ακτίνα ρ

**Κύκλος** λέγεται το επίπεδο σχήμα, του οποίου όλα τα σημεία ισαπέχουν από ένα δοσμένο σημείο.

Το σταθερό σημείο λέγεται **κέντρο** του κύκλου και η σταθερή απόσταση των σημείων του κύκλου από το κέντρο λέγεται **ακτίνα**.

### Χορδή και τόξα



- χορδή AB
- διάμετρος ΓΔ

Στο διπλανό σχήμα το τμήμα AB ενώνει δύο σημεία του κύκλου και λέγεται **χορδή**.

- Κάθε χορδή που διέρχεται από το κέντρο λέγεται **διάμετρος**.
- Αν  $\delta$  είναι διάμετρος ενός κύκλου (O, ρ), δηλαδή ενός κύκλου με κέντρο O και ακτίνα ρ, θα ισχύει  $\delta = 2\rho$ .

Αν η ΓΔ είναι διάμετρος, τότε τα σημεία Γ και Δ λέγονται **αντιδιαμετρικά**.

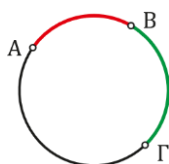
- Δύο σημεία του κύκλου τον χωρίζουν σε δύο μέρη, καθένα από τα οποία λέγεται **τόξο**.

Γενικά, όταν θα λέμε τόξο AB, θα εννοούμε το μικρότερο από τα δύο τόξα που σχηματίζονται, εκτός και αν γίνεται σαφής αναφορά στο μεγαλύτερο τόξο.

### Πράξεις με τόξα

Όπως και στα ευθύγραμμα τμήματα, έτσι και στα τόξα μπορούμε να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε δύο τόξα.

#### Πρόσθεση – Αφαίρεση τόξων



- $AB + B\Gamma = A\Gamma$
- $AB\Gamma - AB = B\Gamma$

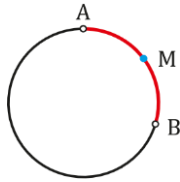
Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε δύο τόξα, πρέπει να ανήκουν στον ίδιο κύκλο ή σε ίσους κύκλους.

Επομένως τόξα διαφορετικών και άνισων κύκλων:

- δεν συγκρίνονται,
- δεν προστίθενται,
- δεν αφαιρούνται.

Με βάση λοιπόν το σχήμα είναι:

- $AB + B\Gamma = B\Gamma + AB = A\Gamma$
- $AB\Gamma - AB = B\Gamma$ ,  $AB\Gamma - B\Gamma = AB$ .



### Μέσο τόξου

**Μέσο** ενός τόξου λέγεται το μοναδικό σημείο που χωρίζει το τόξο σε δύο ίσα τόξα. Έτσι:

Το M είναι μέσο του τόξου AB, αν και μόνο αν  $MA = MB$ .

### Εφαρμογή

Σε έναν κύκλο θεωρούμε τα διαδοχικά τόξα AB και BΓ καθώς και το μέσο M του τόξου BΓ. Να αποδείξετε ότι:

$$AM = \frac{AB + A\Gamma}{2}.$$

### Λύση

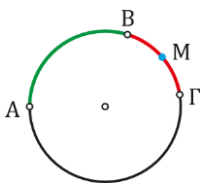
Αφού  $MB = M\Gamma$ , θα είναι:

- $AM = AB + BM$
- $AM = A\Gamma - M\Gamma$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις δύο αυτές ισότητες και παίρνουμε:

$$2AM = (AB + BM) + (A\Gamma - M\Gamma) = AB + A\Gamma.$$

$$\text{Άρα } AM = \frac{AB + A\Gamma}{2}.$$



Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων  
και Αθλητισμού



Με τη συγχρηματοδότηση  
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα  
Ανθρώπινο Δυναμικό και  
Κοινωνική Συνοχή

Τίτλος: Κύκλοι – τόξα – χορδές

Έκδοση: 1.0 Ημερομηνία: 26.04.2024

## ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ:

ΕΜΠΝΕΥΣΤΕΣ/ ΟΜΑΔΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ/ ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

**Κωνσταντίνος Ρεκούμης**

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

**Λάμπρος Κατσάπας**

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

**Νικόλαος Κουμάντος**

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

**Ελένη Ρεκούμη**

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03



Το παρόν χορηγείται με άδεια Creative Commons

Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση 4.0 Διεθνές (CC BY-NC 4.0).

Με τη συγκεκριμένη άδεια, μπορείτε να:

- Μοιραστείτε — αντιγράψετε και αναδιανέμετε το υλικό με κάθε μέσο και τρόπο
- Προσαρμόσετε — αναμείξετε, τροποποιήσετε και δημιουργήσετε πάνω στο υλικό

Υπό τους ακόλουθους όρους:

- **Αναφορά Δημιουργού** — Θα πρέπει να καταχωρίσετε αναφορά στον δημιουργό, με σύνδεσμο της άδειας, και **με αναφορά αν έχουν γίνει αλλαγές**. Μπορείτε να το κάνετε αυτό με οποιονδήποτε εύλογο τρόπο, αλλά όχι με τρόπο που να υπονοεί ότι ο δημιουργός αποδέχεται το έργο σας ή τη χρήση που εσείς κάνετε.
- **Μη Εμπορική Χρήση** — Δεν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το υλικό για εμπορικούς σκοπούς.
- **Παρόμοια Διανομή** — Αν αναμείξετε, τροποποιήσετε, ή δημιουργήσετε πάνω στο υλικό, πρέπει να διανείμετε τις δικές σας συνεισφορές υπό την ίδια άδεια όπως και το πρωτότυπο.

Δεν υπάρχουν πρόσθετοι περιορισμοί — Δεν μπορείτε να εφαρμόσετε νομικούς όρους ή τεχνολογικά μέτρα που να περιορίζουν νομικά τους άλλους από το να κάνουν οτιδήποτε επιτρέπει η άδεια. Ο αδειοδότης δεν μπορεί να ανακαλέσει αυτές τις ελευθερίες όσο εσείς ακολουθείτε τους όρους της άδειας.