

Εξωτερικές και εσωτερικές γωνίες τριγώνου. Απόδειξη της ύπαρξης παραλλήλων ευθειών.

Παράλληλες ευθείες: Ένα κρίσιμο ερώτημα

Στο μάθημα των παραλλήλων ευθειών, κάποιος ιδιαίτερα ανήσυχος μαθητής με αυξημένο ενδιαφέρον για τη γεωμετρία, απηύθυνε στην τάξη το εξής ερώτημα:

"Πώς γνωρίζουμε ότι υπάρχουν παράλληλες ευθείες;

Πώς ξέρουμε ότι ακόμα κι αυτές που δείχνουν στον πίνακα ή στο τετράδιο παράλληλες, δεν θα συναντηθούν, αν τις προεκτείνουμε απεριόριστα;"

Στο εξαιρετικό αυτό ερώτημα για να δώσει απάντηση ο καθηγητής απέδειξε, **χωρίς να χρησιμοποιήσει ιδιότητες των παραλλήλων ευθειών**, ότι:

Κάθε εξωτερική γωνία τριγώνου είναι μεγαλύτερη καθεμίας των απέναντι εσωτερικών γωνιών του τριγώνου

Απόδειξη

Έστω το τρίγωνο $AB\Gamma$ και μία εξωτερική του γωνία, για παράδειγμα η $\hat{A}E$. Θα αποδείξουμε ότι $\hat{A}E = \hat{A}_{εξ} > \hat{\Gamma}$.

Έστω M το μέσο της πλευράς $A\Gamma$ και Δ το συμμετρικό του B ως προς το M , οπότε $M\Delta = MB$. Τα τρίγωνα MAD και $MB\Gamma$ είναι ίσα (Π-Γ-Π) αφού

$$MA = M\Gamma, M\Delta = MB, \hat{A}M\Delta = \hat{B}M\Gamma.$$

Επομένως $x = y$.

Όμως $\hat{A}_{εξ} > x$, οπότε $\hat{A}_{εξ} > y$, δηλαδή $\hat{A}_{εξ} > \hat{\Gamma}$. ■

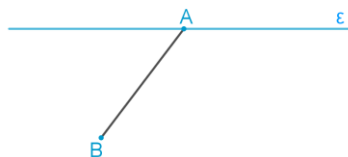
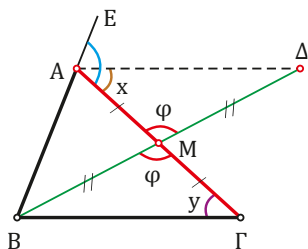
Με τη βοήθεια της πρότασης αυτής απέδειξε ότι υπάρχουν παράλληλες ευθείες.

Να πως το έκανε:

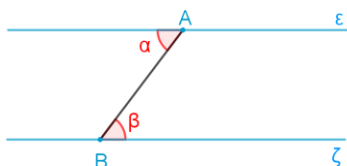
Πήρε μια ευθεία ϵ , ένα σημείο A της ϵ , και ένα σημείο B εκτός αυτής. Έπειτα έφερε το τμήμα AB . (Σχ. α)

Σημείωσε τη γωνία α και σχεδίασε τη γωνία β , όπως στο σχ. (β), ίση με την α . Η ευθεία ζ είναι παράλληλη στην ϵ .

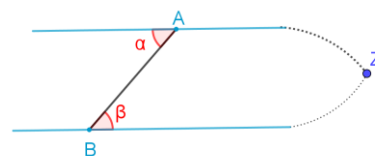
Για να το αποδείξει χρησιμοποίησε απαγωγή σε άτοπο. Αν η ζ έτεμνε την ϵ σε ένα σημείο Z , όπως στο σχ. (γ), τότε στο τρίγωνο ABZ η εξωτερική του γωνία α θα ήταν ίση με την β , που είναι άτοπο. Επομένως οι ευθείες ϵ και ζ είναι παράλληλες. Άρα υπάρχουν παράλληλες ευθείες.



Σχ. (α)



Σχ. (β)



Σχ. (γ).

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



Τίτλος: Εξωτερικές και εσωτερικές γωνίες τριγώνου

Έκδοση: 1.0 Ημερομηνία: 26.04.2024

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ:

ΕΜΠΝΕΥΣΤΕΣ/ ΟΜΑΔΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ/ ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

Κωνσταντίνος Ρεκούμης

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

Λάμπρος Κατσάπας

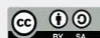
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

Νικόλαος Κουμάντος

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

Ελένη Ρεκούμη

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03



Το παρόν χορηγείται με άδεια Creative Commons Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση 4.0 Διεθνές (CC BY-NC 4.0).

Με τη συγκεκριμένη άδεια, μπορείτε να:

- Μοιραστείτε — αντιγράψετε και αναδιανείμετε το υλικό με κάθε μέσο και τρόπο
- Προσαρμόσετε — αναμείξετε, τροποποιήσετε και δημιουργήσετε πάνω στο υλικό

Υπό τους ακόλουθους όρους:

- **Αναφορά Δημιουργού** — Θα πρέπει να καταχωρίσετε αναφορά στον δημιουργό, με σύνδεσμο της άδειας, και με αναφορά αν έχουν γίνει αλλαγές. Μπορείτε να το κάνετε αυτό με οποιονδήποτε εύλογο τρόπο, αλλά όχι με τρόπο που να υπονοεί ότι ο δημιουργός αποδέχεται το έργο σας ή τη χρήση που εσείς κάνετε.
- **Μη Εμπορική Χρήση** — Δεν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το υλικό για **εμπορικούς σκοπούς**.
- **Παρόμοια Διανομή** — Αν αναμείξετε, τροποποιήσετε, ή δημιουργήσετε πάνω στο υλικό, πρέπει να διανείμετε τις δικές σας συνεισφορές υπό την ίδια άδεια όπως και το πρωτότυπο.

Δεν υπάρχουν πρόσθετοι περιορισμοί — Δεν μπορείτε να εφαρμόσετε νομικούς όρους ή **τεχνολογικά μέτρα** που να περιορίζουν νομικά τους άλλους από το να κάνουν οτιδήποτε επιτρέπει η άδεια. Ο αδειοδότης δεν μπορεί να ανακαλέσει αυτές τις ελευθερίες όσο εσείς ακολουθείτε τους όρους της άδειας.