

Παράκεντρα τριγώνου

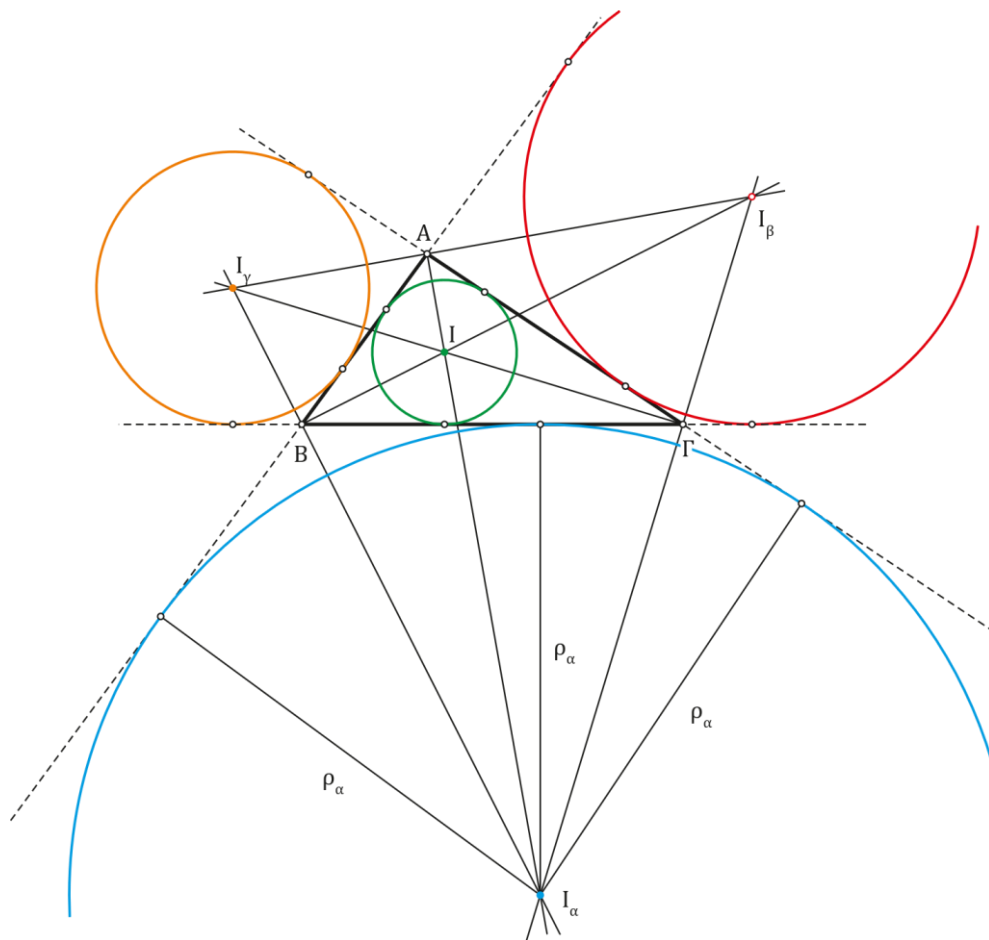
Ας θεωρήσουμε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$. Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ τέμνονται στο σημείο I_α . Αυτό προφανώς ισαπέχει από τις ευθείες AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$ και έτσι βρίσκεται και στη διχοτόμο της γωνίας \hat{A} . Άρα:

Πρόταση

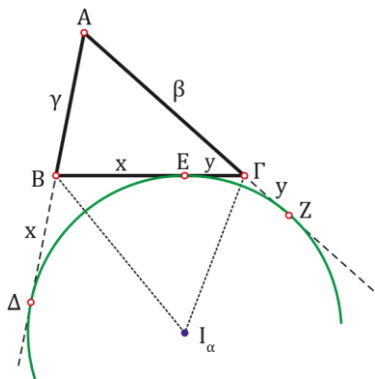
Οι εξωτερικές διχοτόμοι δύο γωνιών τριγώνου και η εσωτερική διχοτόμος της τρίτης γωνίας συντρέχουν, δηλαδή διέρχονται από το ίδιο σημείο.

Τα σημεία αυτά, που στο σχήμα σημειώνονται με I_α , I_β , I_γ λέγονται **παράκεντρα** του τριγώνου και είναι τα κέντρα των **παρεγγεγραμμένων κύκλων** του τριγώνου.

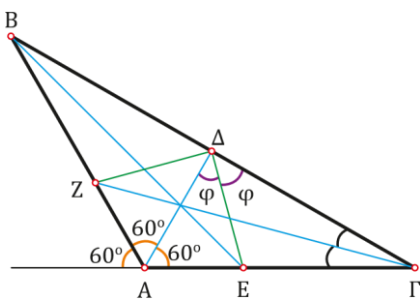
Ο παρεγγεγραμμένος κύκλος με κέντρο I_α λέμε ότι αντιστοιχεί στη γωνία \hat{A} και την ακτίνα του τη συμβολίζουμε με ρ_α . Ο κύκλος αυτός συμβολίζεται και με (I_α, ρ_α) . Οι άλλοι δύο εγγεγραμμένοι κύκλοι θα είναι οι (I_β, ρ_β) και (I_γ, ρ_γ) , αφού αντιστοιχούν στις γωνίες \hat{B} και $\hat{\Gamma}$.



Εφαρμογή



Εφαρμογή



Ο παρεγγεγραμμένος κύκλος τριγώνου $AB\Gamma$ που αντιστοιχεί στη γωνία \hat{A} εφάπτεται με τις ευθείες $AB, B\Gamma, A\Gamma$ στα σημεία Δ, E και Z . Να εκφραστούν τα μήκη των τμημάτων EB και $E\Gamma$ ως συνάρτηση των πλευρών α, β, γ του τριγώνου.

Λύση

Προφανώς είναι $BE = B\Delta = x$ και $\Gamma E = \Gamma Z = y$, ως εφαπτόμενα τμήματα κύκλου. Έχουμε ότι $B\Gamma = x + y$, δηλαδή $x + y = \alpha$. Όμως $A\Delta = AZ$, δηλαδή:

$$\gamma + x = \beta + y \quad (1).$$

Αφού $y = \alpha - x$, από την (1) παίρνουμε:

$$\gamma + x = \beta + (\alpha - x) \quad \text{ή} \quad x = \frac{\alpha + \beta - \gamma}{2} = \tau - \gamma,$$

όπου $\tau = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2}$. Είναι λοιπόν $BE = x = \tau - \gamma$ και $\Gamma E = y = \tau - \beta$. ■

Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\hat{A} = 120^\circ$. Έστω $A\Delta, BE$ και ΓZ οι διχοτόμοι του τριγώνου. Να αποδειχθεί ότι:
α) Το Z είναι παράκεντρο του τριγώνου $\Delta A\Gamma$.
β) $E\hat{A}Z = 90^\circ$.

Λύση

α) Η ΓZ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$ και η AZ είναι διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας \hat{A} του τριγώνου $AB\Gamma$. Άρα το Z είναι το παράκεντρο που αντιστοιχεί στη γωνία $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $A\Delta\Gamma$.

β) Αφού το Z είναι παράκεντρο του τριγώνου $A\Delta\Gamma$, η DZ είναι διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας \hat{A} του τριγώνου αυτού, δηλαδή της γωνίας $A\hat{A}B$.

Όμοια, η DE είναι διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας \hat{A} του τριγώνου ΔAB . Επομένως $DE \perp DZ$, ως διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών. ■

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 8010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων
και Αθλητισμού



Πρόγραμμα
Ανθρώπινο Δυναμικό και
Κοινωνική Συνοχή

Τίτλος: Παράκεντρα τριγώνου

Έκδοση: 1.0 Ημερομηνία: 26.04.2024

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ:

ΕΜΠΝΕΥΣΤΕΣ/ ΟΜΑΔΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ/ ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

Κωνσταντίνος Ρεκούμης

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

Λάμπρος Κατσάπας

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

Νικόλαος Κουμάντος

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

Ελένη Ρεκούμη

Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03



Το παρόν χορηγείται με άδεια Creative Commons
Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση 4.0 Διεθνές (CC BY-NC 4.0).

Με τη συγκεκριμένη άδεια, μπορείτε να:

- Μοιραστείτε — αντιγράψετε και αναδιανέμετε το υλικό με κάθε μέσο και τρόπο
- Προσαρμόσετε — αναμείξετε, τροποποιήσετε και δημιουργήσετε πάνω στο υλικό

Υπό τους ακόλουθους όρους:

- **Αναφορά Δημιουργού** — Θα πρέπει να καταχωρίσετε αναφορά στον δημιουργό, με σύνδεσμο της άδειας, και με αναφορά αν έχουν γίνει αλλαγές. Μπορείτε να το κάνετε αυτό με οποιονδήποτε εύλογο τρόπο, αλλά όχι με τρόπο που να υπονοεί ότι ο δημιουργός αποδέχεται το έργο σας ή τη χρήση που εσείς κάνετε.
- **Μη Εμπορική Χρήση** — Δεν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το υλικό για εμπορικούς σκοπούς.
- **Παρόμοια Διανομή** — Αν αναμείξετε, τροποποιήσετε, ή δημιουργήσετε πάνω στο υλικό, πρέπει να διανείμετε τις δικές σας συνεισφορές υπό την ίδια άδεια όπως και το πρωτότυπο.

Δεν υπάρχουν πρόσθετοι περιορισμοί — Δεν μπορείτε να εφαρμόσετε νομικούς όρους ή τεχνολογικά μέτρα που να περιορίζουν νομικά τους άλλους από το να κάνουν οτιδήποτε επιτρέπει η άδεια.
Ο αδειοδότης δεν μπορεί να ανακαλέσει αυτές τις ελευθερίες όσο εσείς ακολουθείτε τους όρους της άδειας.