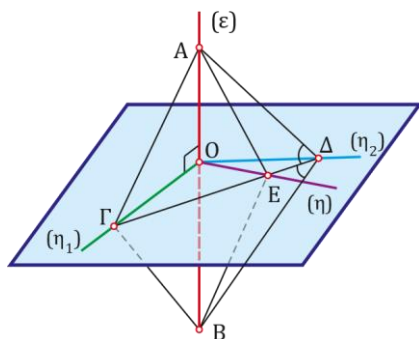


## Ευθεία κάθετη σε επίπεδο

### Θεώρημα

Αν μια ευθεία τέμνει ένα επίπεδο και είναι κάθετη σε δύο ευθείες του επιπέδου που διέρχονται από το σημείο τομής (το ίχνος της), τότε είναι κάθετη στο επίπεδο.



### Απόδειξη

Έστω ότι μια ευθεία  $(\varepsilon)$  τέμνει το επίπεδο  $(\rho)$  στο σημείο  $O$  και είναι:

$$(\varepsilon) \perp (\eta_1), \quad (\varepsilon) \perp (\eta_2),$$

όπου  $(\eta_1)$  και  $(\eta_2)$  είναι δύο ευθείες που διέρχονται από το ίχνος  $O$ .

Παίρνουμε μια τυχαία ευθεία  $(\eta)$  που διέρχεται από το  $O$ .

Θα αποδείξουμε ότι  $(\varepsilon) \perp (\eta)$ .

Παίρνουμε στην ευθεία  $(\varepsilon)$  δύο σημεία  $A$  και  $B$ , ώστε  $OA = OB$ .

Στις  $(\eta_1)$ ,  $(\eta_2)$ ,  $(\eta)$  παίρνουμε τα συνευθειακά σημεία  $\Gamma$ ,  $\Delta$ ,  $E$ . Θα αποδείξουμε ότι  $OA \perp OE$ .

Αφού  $OA = OB$ , τα τρίγωνα  $OAG$  και  $OGB$  είναι ίσα. Άρα  $GA = GB$ .

Όμοια είναι  $\Delta A = \Delta B$  (οι  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  είναι μεσοκάθετες του  $AB$ , οπότε είναι  $GA = GB$  και  $\Delta A = \Delta B$ ).

Τα τρίγωνα  $A\Gamma\Delta$  και  $B\Gamma\Delta$  είναι ίσα (ΠΠΠ), οπότε  $\hat{E}\hat{A} = \hat{E}\hat{B}$ .

Επίσης, τα τρίγωνα  $A\Delta E$  και  $B\Delta E$  είναι ίσα, διότι έχουν:

- τη  $\Delta E$  κοινή,
- $\Delta A = \Delta B$  και  $\hat{E}\hat{A} = \hat{E}\hat{B}$ .

Παίρνουμε λοιπόν ότι  $EA = EB$ . Αλλά τότε το τρίγωνο  $EAB$  είναι ισοσκελές και η  $EO$  είναι διάμεσος. Άρα  $EO \perp AB$ , δηλαδή η ευθεία  $(\varepsilon)$  είναι κάθετη στην τυχαία  $(\eta)$ , που διέρχεται από το  $O$ . ■

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων  
και Αθλητισμού

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ  
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



Με τη συγχρηματοδότηση  
της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Πρόγραμμα  
Ανθρώπινο Δυναμικό και  
Κοινωνική Συνοχή

Τίτλος: Ευθεία κάθετη σε επίπεδο

Έκδοση: 1.0 Ημερομηνία: 26.04.2024

## ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ:

ΕΜΠΝΕΥΣΤΕΣ/ ΟΜΑΔΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ/ ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

**Κωνσταντίνος Ρεκούμης**  
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03  
**Λάμπρος Κατσάπας**  
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03

**Νικόλαος Κουμάντος**  
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03  
**Ελένη Ρεκούμη**  
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03



Το παρόν χορηγείται με άδεια Creative Commons  
Αναφορά Δημιουργού-Μη Εμπορική Χρήση 4.0 Διεθνές (CC BY-NC 4.0).

Με τη συγκεκριμένη άδεια, μπορείτε να:

- Μοιραστείτε — αντιγράψετε και αναδιανείμετε το υλικό με κάθε μέσο και τρόπο
- Προσαρμόσετε — αναμίξετε, τροποποιήσετε και δημιουργήσετε πάνω στο υλικό

Υπό τους ακόλουθους όρους:

- Αναφορά Δημιουργού — Θα πρέπει να καταχωρίσετε αναφορά στον δημιουργό, με σύνδεσμο της άδειας, και με αναφορά αν έχουν γίνει αλλαγές. Μπορείτε να το κάνετε αυτό με οποιοδήποτε εύλογο τρόπο, αλλά όχι με τρόπο που να υπονοεί ότι ο δημιουργός αποδέχεται το έργο σας ή τη χρήση που εσείς κάνετε.
- Μη Εμπορική Χρήση — Δεν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το υλικό για εμπορικούς σκοπούς.
- Παρόμοια Διανομή — Αν αναμίξετε, τροποποιήσετε, ή δημιουργήσετε πάνω στο υλικό, πρέπει να διανείμετε τις δικές σας συνεισφορές υπό την ίδια άδεια όπως και το πρωτότυπο.

Δεν υπάρχουν πρόσθετοι περιορισμοί — Δεν μπορείτε να εφαρμόσετε νομικούς όρους ή τεχνολογικά μέτρα που να περιορίζουν νομικά τους άλλους από το να κάνουν οτιδήποτε επιτρέπει η άδεια. Ο αδειοδότης δεν μπορεί να ανακαλέσει αυτές τις ελευθερίες όσο εσείς ακολουθείτε τους όρους της άδειας.