Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ

ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΑΣΗΜΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Michelangelo Merisi da Caravaggio, The Cardsharps (1594) Λάδι σε καμβά, Kimbell Art Museum - Fort Worth, Texas

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

Εισαγωγή

Η Θεωρία Πιθανοτήτων, ως μαθηματικός κλάδος, ενέχει μια ξεχωριστή θέση στη σύγχρονη επιστήμη. Από τη μια μεριά πρόκειται για έναν σπουδαίο θεωρητικό κλάδο με ευρύ πεδίο έρευνας και από την άλλη για έναν κλάδο που αποτελεί τα θεμέλια της Στατιστικής και των εφαρμογών της.

Η ιστορία της γέννησης του κλάδου των πιθανοτήτων μας προσφέρει πλήθος ωραίων προβλημάτων και περιστατικών της ζωής των ανθρώπων της εποχής των δημιουργών της. Ξέρουμε ότι τα πρώτα γνωστά προβλήματα πιθανοτήτων προέρχονται από τα τυχερά παιγνίδια και μάλλον δεν θα μπορούσε να είναι διαφορετικά. Τα προβλήματα όμως αυτά, λόγω της απλής και ελκυστικής τους διατύπωσης αλλά και της δυσκολίας τους, μαγνήτισαν τους μαθηματικούς και φιλόσοφους, σε τέτοιο βαθμό, που γρήγορα γεννήθηκε αυτός ο κλάδος που σήμερα ονομάζουμε Θεωρία Πιθανοτήτων.

Στις μέρες μας η Θεωρία Πιθανοτήτων διδάσκεται σε όλες τις θετικές επιστήμες, στα Πολυτεχνεία και στις Οικονομικές Σχολές, όχι όμως μόνο σε αυτές. Όλοι οι επιστήμονες πρέπει να γνωρίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τον τρόπο που εφαρμόζονται οι πιθανότητες στην έρευνα και την οικονομική δραστηριότητα. Για το λόγο αυτό κάθε χρόνο εκδίδονται νέα βιβλία σε αυτόν τον τομέα, απευθυνόμενα χωριστά στις κατηγορίες ανθρώπων που θα τα χρησιμοποιήσουν. Οι πιθανότητες όμως προσφέρουν ψυχαγωγία και αφορμή για εκγύμναση του νου σε κάθε άνθρωπο. Πλήθος από εξαιρετικά βιβλία με αντικείμενα τα ψυχαγωγικά μαθηματικά, τους γρίφους και τα αινίγματα περιέχουν όμορφα και ελκυστικά προβλήματα, που είναι άμεσα αντιληπτά και που για τη λύση τους απαιτούν λίγες μεν θεωρητικές γνώσεις, γερή όμως σκέψη, πείσμα και υπομονή.

Στο σύντομο αυτό εγχειρίδιο θα κάνουμε μια σύντομη ιστορική αναδρομή από τις απαρχές της θεωρίας πιθανοτήτων έως τον 20^{ο} αιώνα. Στη συνέχεια, θα ασχοληθούμε με μερικά από τα πιο διάσημα προβλήματα από τον κλάδο των πιθανοτήτων που συναντάμε στις αρχές της πορείας ανάπτυξής του. Τα προβλήματα αυτά έχουν σκοπό να αναδείξουν τον πλούτο, το ενδιαφέρον και την ομορφιά του κλάδου της διακριτής, όπως λέγεται, πιθανότητας. Με τέτοια προβλήματα έχουν ασχοληθεί οι πιο επιφανείς μαθηματικοί και στοχαστές των θετικών επιστημών. Τέλος, θα αναφερθούμε στο βίο σημαντικών προσωπικοτήτων που συνέβαλαν στην εξέλιξη της θεωρίας των πιθανοτήτων.

ΜΕΡΟΣ 1^{ο}

ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

Από την αρχαιότητα έως τον μεσαίωνα

Στα αρχαία χρόνια, οι έννοιες της τύχης και της τυχαιότητας ήταν συνυφασμένες με αυτήν της μοίρας. Οι προχριστιανικοί λαοί έριχναν ζάρια για να καθορίσουν τη μοίρα αλλά και για να ψυχαγωγηθούν. Οι Αιγύπτιοι από το 3000 π.Χ. χρησιμοποιούσαν τον «αστράγαλο», ένα κόκκαλο ζώου με τέσσερις έδρες, για να παίζουν παιχνίδια τύχης. Ο «αστράγαλος» αποτέλεσε τον πρόγονο του γνωστού ζαριού. Στην Κίνα μεταξύ του 7ου και του 10ου αιώνα μ.Χ. εμφανίστηκαν τυχερά παιχνίδια που βασίζονταν σε κάρτες (τραπουλόχαρτα). Στους Έλληνες της κλασικής περιόδου αλλά και στους Ρωμαίους υπήρχαν παρόμοια παιχνίδια.

Η πρώτη προσπάθεια διάκρισης μεταξύ τυχαιότητας και αιτιοκρατίας (ντετερμινισμού) έγινε από τον Αριστοτέλη στο έργο του "Φυσικά". Έως τότε, η τύχη αποδίδονταν στη θέληση των θεών. Ο Αριστοτέλης προσπάθησε να αναλύσει την έννοια της με στόχο να προσδιορίσει τα γεγονότα που αποδίδονταν δικαιολογημένα στην τύχη και να περιορίσει το πεδίο δράσης της. Παρότι προσπάθησε να εισάγει τη λογική στην έννοια της τύχης, οι προσπάθειες για την ποσοτικοποίησή της πραγματοποιήθηκαν πολλούς αιώνες αργότερα. Η ελληνική φιλοσοφία, επηρεασμένη από την αναζήτηση της αλήθειας, απέφυγε την κατασκευή θεωρητικών υποθέσεων από εμπειρικά δεδομένα, καθιστώντας την προσέγγιση των πιθανοτήτων μια υπόθεση για μελλοντικές γενιές φιλοσόφων.

16^{ος} αιώνας

Οι πρώτοι υπολογισμοί πιθανοτήτων έγιναν τον 16^{ο} αιώνα στην Ιταλία από τον ιατρό και μαθηματικό **Gerolamo Cardano** (Ιερώνυμος Καρντάνο, 1501-1576). Ο Καρντάνο υπήρξε από τους πρώτους που προσπάθησαν να κάνουν μια συστηματική μελέτη του λογισμού πιθανοτήτων καθοδηγούμενος από τα τυχερά παιχνίδια. Τα έργα του για τα τυχερά παιχνίδια δημοσιεύτηκαν μετά θάνατον στο διάσημο βιβλίο "**Liber de Ludo Aleae**" (Το βιβλίο για τα τυχερά παιχνίδια). Ωστόσο, παρά τη συνεισφορά του στο πεδίο αυτό, σε κανένα από τα προβλήματα δεν έφτασε στο επίπεδο της μαθηματικής ωριμότητας που επιδείχθηκε από τους διαδόχους του. Πολλές από τις ανακαλύψεις του ήταν είτε στοιχειώδεις είτε εσφαλμένες.

17^{ος} και 18^{ος} αιώνας

Το 1654, ο επαγγελματίας παίκτης τυχερών παιχνιδιών **Chevalier de Méré** (Ιππότης ντε Μερέ, 1607-1684) έθεσε στον μαθηματικό και φιλόσοφο **Blaise Pascal** (Μπλεζ Πασκάλ, 1623-1662) τα παρακάτω προβλήματα:

Πρόβλημα 1. Το "παράδοξο" των ζαριών

Ποιο από τα παρακάτω είναι πιο πιθανό:

α) Να έρθει τουλάχιστον ένα έξι στις τέσσερις ρίψεις ενός ζαριού.

β) Να έρθουν τουλάχιστον μία φορά εξάρες στις 24 ρίψεις ενός ζεύγους ζαριών;

Πρόβλημα 2. Το Πρόβλημα της διανομής μεριδίων

Έστω ότι δύο παίκτες Α και Β αγωνίζονται σε μια σειρά δίκαιων παιχνιδιών - δηλαδή κάθε παίκτης έχει την ίδια πιθανότητα νίκης - και νικητής αναδεικνύεται εκείνος που κερδίζει πρώτος 6 παιχνίδια. Ας υποθέσουμε ότι για κάποιο λόγο διακόπτεται η σειρά των παιχνιδιών όταν ο Α έχει κερδίσει πέντε παιχνίδια και ο Β τρία. Στην περίπτωση αυτή πώς πρέπει να μοιραστεί δίκαια το στοίχημα;

Ο Πασκάλ συζήτησε μέσω αλληλογραφίας τα παραπάνω προβλήματα με τον μαθηματικό **Pierre de Fermat (**Πιέρ ντε Φερμά,1601-1665). Μέσα από αυτήν τη συζήτηση, ο Πασκάλ και ο Φερμά όχι μόνο παρείχαν τεκμηριωμένες λύσεις στα παραπάνω προβλήματα, αλλά και ανέπτυξαν έννοιες που εξακολουθούν να είναι βασικές για τη σύγχρονη θεωρία πιθανοτήτων. Αποτελεί κοινή πεποίθηση ότι η γέννηση της θεωρίας πιθανοτήτων ξεκίνησε από την αλληλογραφία των δύο αυτών σπουδαίων μαθηματικών.

Εξέχουσα προσωπικότητα για την ιστορία της πιθανότητας, κατά τη διάρκεια του συγκεκριμένου αιώνα, ήταν και ο Ολλανδός **Christiaan Huygens** (Κρίστιαν Χόυχενς, 1629-1695), ο οποίος χωρίς να έχει γνώση της αλληλογραφίας μεταξύ των Πασκάλ και Φερμά και όντας ενήμερος για το πρόβλημα της διανομής μεριδίων εργάστηκε μόνος του και έγραψε μια μικρή πραγματεία επί του θέματος το 1657, το οποίο θεωρείται ως το πρώτο εγχειρίδιο πιθανοτήτων, με τίτλο "**De ratiociniis in ludo aleae"** (Περί συλλογισμών στα τυχερά παιχνίδια)**.**

Christiaan Huygens

''De ratiociniis in ludo aleae''

Πηγή: Internet Archive (archive.org)

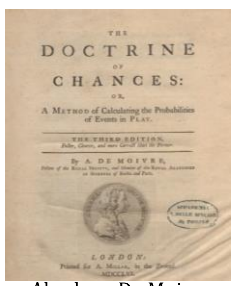
Επηρεασμένος από το έργο του Χόυχενς, ο διακεκριμένος Ελβετός μαθηματικός **Jacob Bernoulli** (Γιακόμπ Μπερνούλι, 1654-1705) εργάστηκε πάνω σε προβλήματα πιθανοτήτων. Αποκορύφωμα αυτής της εργασίας ήταν το έργο του **"Ars Conjectandi"** (Η τέχνη της εικασίας) που εκδόθηκε το 1713, οκτώ χρόνια μετά το θάνατό του. Στο έργο αυτό, ο συγγραφέας περιγράφει τα καθιερωμένα αποτελέσματα της θεωρίας πιθανοτήτων και της συνδυαστικής. Επιπλέον, περιλαμβάνει την εφαρμογή της θεωρίας πιθανοτήτων στα τυχερά παιχνίδια και την απόδειξη του Νόμου των Μεγάλων Αριθμών. Το "Ars Conjectandi" έθεσε τις βάσεις για πολλές μελλοντικές εξελίξεις στη θεωρία πιθανοτήτων και παραμένει ένα κλασικό έργο που εξακολουθεί να μελετάται και να εκτιμάται από μαθηματικούς και επιστήμονες μέχρι σήμερα.

Jacob Bernoulli

''Ars Conjectandi''

Πηγή: Wikipedia

Μια άλλη ξεχωριστή φυσιογνωμία στην εξέλιξη της θεωρίας πιθανοτήτων είναι ο Γάλλος μαθηματικός **Abraham De Moivre** (Αβραάμ ντε Μουάβρ, 1667-1754). Ο ντε Μουάβρ επέκτεινε το έργο του Huygens και του Bernoulli. Έγραψε επίσης ένα σημαντικό εγχειρίδιο στη θεωρία πιθανοτήτων, το **"Doctrine of Chances"** (Θεωρία των Πιθανοτήτων), το οποίο εκδόθηκε για πρώτη φορά το 1718. Σε μεταγενέστερες εκδόσεις του βιβλίου, ο Ντε Μουάβρ εισήγαγε την εξαιρετικά σημαντική προσέγγιση της κανονικής κατανομής. Παράλληλα, εισήγαγε μια κρίσιμη



Abraham De Moivre

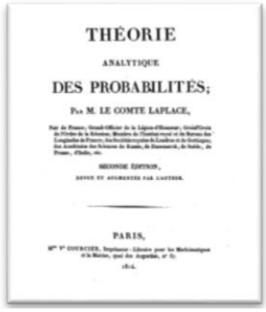
''Doctrine of chances''

Πηγή: Wikipedia

έννοια για την ανάπτυξη της θεωρίας πιθανοτήτων, αυτή της στατιστικής ανεξαρτησίας.

19ος αιώνας

Κομβικό σημείο του 19ου αιώνα αποτελεί η δημοσίευση το 1812 του **"Théorie Analytique des Probabilités"** (Αναλυτική Θεωρία των Πιθανοτήτων) του Γάλλου μαθηματικού **Pierre-Simon Laplace** (Πιερ Σιμόν Λαπλάς, 1749-1827). Σε αυτό εκτίθεται η τότε γνωστή Θεωρία Πιθανοτήτων με έμφαση στις εφαρμογές που ανέπτυξε ο ίδιος ο Laplace σε μεμωνομένες εργασίες του ξεκινώντας από το 1776. Εκεί βρίσκουμε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας και την απόδειξη ενός εξαιρετικά σημαντικού θεωρήματος, του **Κεντρικού οριακού θεωρήματος**, που μαζί με το νόμο των μεγάλων αριθμών αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο της θεωρίας πιθανοτήτων.


THÉORIE
ANALYTIQUE
DES PROBABILITÉS;
PAR M. LE COMTE LAPLACE,
SECONDE ÉDITION,
PARIS,

Pierre-Simon Laplace

"Théorie Analytique des Probabilités"

Πηγή: Internet Archive (archive.org)

Ο κλασικός ορισμός δίνεται ως εξής:

Η θεωρία της τυχαιότητας συνίσταται στην αναγωγή όλων των γεγονότων του ίδιου είδους σε έναν ορισμένο αριθμό περιπτώσεων που είναι εξίσου δυνατές, δηλαδή σε τέτοιες που να είμαστε εξίσου αναποφάσιστοι ως προς την πραγματοποίησή τους, και στον προσδιορισμό του αριθμού των περιπτώσεων που είναι ευνοϊκές για το γεγονός του οποίου η πιθανότητα αναζητείται. Ο λόγος αυτού του αριθμού προς αυτόν όλων των δυνατών περιπτώσεων είναι το μέτρο αυτής της πιθανότητας, που είναι έτσι απλώς ένα κλάσμα του οποίου ο αριθμητής είναι ο αριθμός των ευνοϊκών περιπτώσεων και του οποίου ο παρονομαστής είναι ο αριθμός όλων των δυνατών περιπτώσεων.

20ος αιώνας

Τον Αύγουστο του 1900, έγινε στο Παρίσι το δεύτερο διεθνές συνέδριο Μαθηματικών. Ο **David Hilbert** (Ντάβιντ Χίλμπερτ, 1862-1943), ο κορυφαίος μαθηματικός εκείνης της εποχής, σε μια ιστορική ομιλία παρουσίασε τα 23 προβλήματα που κατά τη γνώμη του θα απασχολούσαν τα μαθηματικά του 20ου αιώνα. Το 6ο από αυτά τα προβλήματα αφορούσε την αξιωματική θεμελίωση της Θεωρίας Πιθανοτήτων.

6ο πρόβλημα

Οι έρευνες στα θεμέλια της γεωμετρίας υποδηλώνουν το πρόβλημα:

Να αντιμετωπιστούν με τον ίδιο τρόπο, μέσω αξιωμάτων, εκείνες οι φυσικές επιστήμες στις οποίες τα μαθηματικά παίζουν σημαντικό ρόλο. Σε πρώτη προτεραιότητα βρίσκονται η θεωρία των πιθανοτήτων και η μηχανική. Ως προς τα αξιώματα της θεωρίας των πιθανοτήτων, μου φαίνεται επιθυμητό η λογική τους διερεύνηση να συνοδεύεται από μια αυστηρή και ικανοποιητική ανάπτυξη της μεθόδου των μέσων τιμών στη μαθηματική φυσική, και ειδικότερα στην κινητική θεωρία των αερίων.

Το 1933, ο **Andrey Kolmogorov** (Αντρέι Κολμογκόροφ, 1903-1987), απαντώντας στην πρόκληση του Hilbert, δημοσιεύει την εργασία "**Grundbegriffe der wahrscheinlichkeitsrechnung**" (Θεμέλια της θεωρίας Πιθανοτήτων). Στην εργασία αυτή, ο Kolmogorov, αξιοποιώντας τα αποτελέσματα των προσπαθειών που προηγήθηκαν, έδωσε μία αυστηρά μαθηματική θεμελίωση της θεωρίας πιθανοτήτων προτείνοντας τον αξιωματικό ορισμό της πιθανότητας.

ΜΕΡΟΣ 2^{O}

ΔΙΑΣΗΜΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

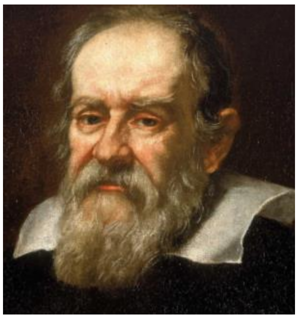
Το πρόβλημα του Γαλιλαίου

Πρόβλημα. Ρίχνουμε τρία ζάρια και αθροίζουμε τις ενδείξεις. Ποιο από τα παρακάτω ενδεχόμενα είναι πιο πιθανό να πραγματοποιηθεί;

Α: « Το αποτέλεσμα να είναι 10 ή 11»

Β: « Το αποτέλεσμα να είναι 9 ή 12»

Το παραπάνω πρόβλημα έθεσε ο μεγάλος Δούκας της Τοσκάνης[1] στον αστρονόμο και μαθηματικό Γαλιλαίο (1564-1642). Ο Δούκας διαισθανόταν ότι η πιθανότητα του ενδεχομένου να εμφανιστεί άθροισμα 9 ή 12 είναι διαφορετική από τη πιθανότητα του ενδεχομένου να εμφανιστεί άθροισμα 10 ή 11, ενώ, σύμφωνα με τους υπολογισμούς του, θα έπρεπε να είναι ίδιες, γιατί κάθε άθροισμα από τα 9, 10, 11 και 12 σχηματίζεται με 6 τρόπους, οι οποίοι είναι:



Galileo Galilei

Πηγή: Wikipedia

Τρόποι που μπορεί να επιτευχθεί άθροισμα ενδείξεων 9 έως 12 όταν ρίχνουμε τρία ζάρια			
9	**10**	**11**	**12**
6+2+1	6+3+1	6+4+1	6+5+1
5+3+1	6+2+2	6+3+2	6+4+2
5+2+2	5+4+1	5+5+1	6+3+3
4+4+1	5+3+2	5+4+2	5+5+2
4+3+2	4+4+2	5+3+3	5+4+3
3+3+3	4+3+3	4+4+3	4+4+4

Η ρίψη τριών ζαριών ήταν μέρος του παιχνιδιού passedix, στο οποίο για να κερδίσει ο παίκτης έπρεπε να φέρει άθροισμα τουλάχιστον 11. Ο Γαλιλαίος έδωσε τη λύση του προβλήματος στην εργασία του "**Sopra le scoperte dei dadi"** (Περί μίας ανακάλυψης σχετικά με τα ζάρια)**.** Η λύση του προβλήματος με σύγχρονη ορολογία δίνεται παρακάτω.

Λύση: Εξετάζουμε όλες τις δυνατές τριάδες ζαριών, δηλαδή τους συνδυασμούς που μπορούν να προκύψουν από την ρίψη τριών ζαριών. Αυτοί οι συνδυασμοί είναι οι εξής:

(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3), …., (6, 6, 4), (6, 6, 5), (6, 6, 6)

Για να βρούμε το πλήθος των παραπάνω τριάδων, λαμβάνουμε υπόψη ότι κάθε ζάρι μπορεί να φέρει έναν από τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5 και 6. Επομένως, για κάθε ζάρι έχουμε 6 δυνατές επιλογές. Σύμφωνα με τη βασική αρχή της απαρίθμησης (ή

[1] Η Τοσκάνη είναι περιφέρεια της κεντρικής Ιταλίας.

πολλαπλασιαστική αρχή)[2], μπορούμε να βρούμε τον συνολικό αριθμό των τριάδων πολλαπλασιάζοντας τις δυνατές επιλογές για κάθε ζάρι μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, για τρία ζάρια, έχουμε:

- 6 επιλογές για το πρώτο ζάρι
- 6 επιλογές για το δεύτερο ζάρι
- 6 επιλογές για το τρίτο ζάρι

Άρα, ο συνολικός αριθμός των δυνατών τριάδων είναι $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$.

Τώρα, καθένα από τα αθροίσματα που αποτελείται από διαφορετικούς αριθμούς πρέπει να μετρηθεί 6 φορές. Για παράδειγμα, το άθροισμα 6+2+1 μπορεί να προκύψει από τις παρακάτω τριάδες:

(6, 2, 1), (6, 1, 2), (2, 6, 1), (2, 1, 6), (1, 6, 2), (1, 2, 6).

Επίσης, καθένα από τα αθροίσματα που έχει δύο ίδιους όρους πρέπει να μετρηθεί 3 φορές. Για παράδειγμα, το άθροισμα 5+3+3 μπορεί να προκύψει από τις παρακάτω τριάδες:

(5, 3, 3), (3, 5, 3), (3, 3, 5).

Τέλος, καθένα από τα αθροίσματα που έχει τρεις ίδιους όρους πρέπει να μετρηθεί 1 φορά.

Στον παρακάτω πίνακα, δεξιά κάθε αθροίσματος και εντός των παρενθέσεων, φαίνεται το πλήθος των τρόπων που μπορεί να επιτευχθεί το αντίστοιχο άθροισμα. Στην τελευταία γραμμή φαίνεται το συνολικό πλήθος των ευνοϊκών περιπτώσεων των αθροισμάτων 9, 10, 11 και 12.

	9	10	11	12
	6+2+1 (6)	6+3+1 (6)	6+4+1 (6)	6+5+1 (6)
	5+3+1 (6)	6+2+2 (3)	6+3+2 (6)	6+4+2 (6)
	5+2+2 (3)	5+4+1 (6)	5+5+1 (3)	6+3+3 (3)
	4+4+1 (3)	5+3+2 (6)	5+4+2 (6)	5+5+2 (3)
	4+3+2 (6)	4+4+2 (3)	5+3+3 (3)	5+4+3 (6)
	3+3+3 (1)	4+3+3 (3)	4+4+3 (3)	4+4+4 (1)
Ευνοϊκές περιπτώσεις	**25**	**27**	**27**	**25**

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι οι ευνοϊκές περιπτώσεις για να επιτευχθεί άθροισμα 10 ή 11 είναι περισσότερες από αυτές των αθροισμάτων 9 και 12.

[2] **Βασική αρχή απαρίθμησης**: Έστω ότι μια διαδικασία ολοκληρώνεται σε κ στάδια. Αν το πρώτο στάδιο μπορεί να εκτελεστεί με ν_1 διαφορετικούς τρόπους και για καθέναν από αυτούς το δεύτερο στάδιο μπορεί να εκτελεστεί με ν_2 διαφορετικούς τρόπους και ούτω καθεξής μέχρι το κ-οστό στάδιο που μπορεί να εκτελεστεί με ν_κ διαφορετικούς τρόπους, τότε η διαδικασία μπορεί να εκτελεστεί με $\nu_1 \cdot \nu_2 \cdot \ldots \cdot \nu_\kappa$ διαφορετικούς τρόπους.

Συγκεκριμένα, το ενδεχόμενο «Το αποτέλεσμα να είναι 9 ή 12» έχει 25+25 = 50 ευνοϊκά αποτελέσματα και το ενδεχόμενο «Το αποτέλεσμα να είναι 10 ή 11» έχει 27+27= 54 ευνοϊκά αποτελέσματα. Από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας προκύπτει ότι η πιθανότητα εμφάνισης αθροίσματος 10 ή 11 είναι μεγαλύτερη από την πιθανότητα εμφάνισης αθροίσματος 9 ή 12, επιβεβαιώνοντας έτσι την διαίσθηση του Δούκα.

Το "παράδοξο" των ζαριών

Πρόβλημα . Ποιο από τα παρακάτω ενδεχόμενα είναι πιο πιθανό;

- Να έρθει τουλάχιστον ένα έξι σε τέσσερις ρίψεις ενός ζαριού.
- Να έρθουν τουλάχιστον μία φορά εξάρες με 24 ρίψεις ενός ζεύγους ζαριών.

Ο παίκτης τυχερών παιχνιδιών Antoine Gombaud (Αντουάν Γκομπό), γνωστός και ως Ιππότης de Méré, κέρδιζε συστηματικά στοιχηματίζοντας ότι με τις 4 ρίψεις ενός ζαριού θα έφερνε τουλάχιστον μία φορά στις τέσσερις εξάρι. Ωστόσο, είχε αρχίσει να χάνει άλλα στοιχήματα όπως ότι θα έφερνε τουλάχιστον μία φορά εξάρες με 24 ρίψεις ενός ζεύγους ζαριών. Ο Γκομπό πίστευε ότι η πιθανότητα να φέρει κάποιος τουλάχιστον ένα έξι σε 4 ρίψεις ενός ζαριού (Παιχνίδι 1) είναι ακριβώς ίδια με την πιθανότητα να φέρει τουλάχιστον μία φορά εξάρες με 24 ρίψεις ενός ζεύγους ζαριών (Παιχνίδι 2). Υποστήριξε ότι στο Παιχνίδι 1 υπάρχουν 6 πιθανά αποτελέσματα σε κάθε ρίψη, ένα από τα οποία είναι ευνοϊκό (το αποτέλεσμα 6). Αντίθετα, στο Παιχνίδι 2 υπάρχουν 36 πιθανά αποτελέσματα σε κάθε ρίψη, εκ των οποίων ένα είναι ευνοϊκό (το αποτέλεσμα (6, 6)). Ως συνέπεια αυτού, ρίχνοντας κάποιος τα δύο ζάρια έξι φορές περισσότερες στο Παιχνίδι 2 θα κατάφερνε να ισοσταθμίσει τις πιθανότητες με το Παιχνίδι 1. Ωστόσο, η εμπειρία του του υποδείκνυε ότι απαιτούνταν 25 ρίψεις για να είναι το παιχνίδι ευνοϊκό γι’αυτόν και όχι 24 ρίψεις. Αδυνατώντας να λύσει το πρόβλημα απευθύνθηκε το 1654 στον Πασκάλ. Ο Πασκάλ γοητεύτηκε από αυτό το πρόβλημα και επικοινώνησε με τον Φερμά, ο οποίος ήταν δικηγόρος στην Τουλούζη[3]. Η εργασία τους έθεσε τα θεμέλια για τη θεωρία των πιθανοτήτων όπως τη γνωρίζουμε σήμερα.

Ας δούμε γιατί το πρώτο παιχνίδι ήταν επικερδές για τον Γκομπό σε αντίθεση με το δεύτερο παιχνίδι που του προκάλεσε οικονομική ζημιά.

Παιχνίδι 1

Στη μία ρίψη ενός ζαριού, υπάρχουν έξι δυνατά αποτελέσματα: 1, 2, 3, 4, 5, 6 με μία μόνο ευνοϊκή περίπτωση να φέρει κανείς 6. Το συμπληρωματικό ενδεχόμενο «Το ζάρι να μην φέρει 6 στη μία ρίψη» αποτελείται από 5 ευνοϊκές περιπτώσεις. Επομένως

P(το ζάρι να φέρει 6 στη μία ρίψη) = $\frac{1}{6}$ και P(το ζάρι να μην φέρει 6 στη μία ρίψη) = $\frac{5}{6}$

Στις τέσσερις ρίψεις ενός ζαριού, κάνοντας χρήση της βασικής αρχής απαρίθμησης, βρίσκουμε ότι υπάρχουν 6^4 δυνατά αποτελέσματα εκ των οποίων τα 5^4 οδηγούν σε μη εμφάνιση του αριθμού 6. Επομένως

[3] Η Τουλούζη είναι πόλη της Νότιας Γαλλίας.

$$\text{P(το ζάρι να μην φέρει 6 στις τέσσερις ρίψεις)} = \frac{5^4}{6^4}.$$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο $P(A') = 1 - P(A)$ βρίσκουμε τελικά ότι

$$\text{P(το ζάρι να φέρει τουλάχιστον ένα 6 στις τέσσερις ρίψεις)} = 1 - \frac{5^4}{6^4} \approx 0,518.$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι το παιχνίδι 1 είναι ευνοϊκό (πιθανότητα μεγαλύτερη του 50%) για κάποιον παίκτη που στοιχηματίζει υπέρ της εμφάνισης ενός τουλάχιστον έξι στις τέσσερις ρίψεις.

Παιχνίδι 2

Στη μία ρίψη δύο ζαριών, υπάρχουν 36 δυνατά αποτελέσματα:

(1,1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)

(2,1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)

(3,1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)

(4,1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)

(5,1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)

(6,1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

Υπάρχει μία μόνο ευνοϊκή περίπτωση να φέρει κανείς εξάρες. Το συμπληρωματικό ενδεχόμενο «Τα ζάρια να μην φέρουν εξάρες στη μία ρίψη» αποτελείται από 35 ευνοϊκές περιπτώσεις. Επομένως

$$\text{P(τα ζάρια να φέρουν εξάρες στη μία ρίψη)} = \frac{1}{36}$$

και

$$\text{P(τα ζάρια να μην φέρουν εξάρες στη μία ρίψη)} = \frac{35}{36}$$

Στις 24 ρίψεις των δύο ζαριών, κάνοντας χρήση της βασικής αρχής απαρίθμησης, βρίσκουμε ότι υπάρχουν 36^{24} δυνατά αποτελέσματα εκ των οποίων τα 35^{24} οδηγούν σε μη εμφάνιση εξάρων. Επομένως

$$\text{P(τα ζάρια να μην φέρουν εξάρες στις 24 ρίψεις)} = \frac{35^{24}}{36^{24}}.$$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο $P(A') = 1 - P(A)$ βρίσκουμε τελικά ότι

$$\text{P(τα ζάρια να φέρουν τουλάχιστον μία φορά εξάρες στις 24 ρίψεις)} = 1 - \frac{35^{24}}{36^{24}} \approx 0,491.$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι το παιχνίδι 2 δεν είναι ευνοϊκό (πιθανότητα μικρότερη του 50%) για κάποιον παίκτη που στοιχηματίζει υπέρ της εμφάνισης του ενδεχομένου να έρθουν τουλάχιστον μία φορά εξάρες με 24 ρίψεις ενός ζεύγους ζαριών.

Το πρόβλημα της διανομής των μεριδίων

Πρόβλημα. Έστω ότι δύο παίκτες Α και Β αγωνίζονται σε μια σειρά δίκαιων παιχνιδιών - δηλαδή κάθε παίκτης έχει την ίδια πιθανότητα νίκης - και νικητής αναδεικνύεται εκείνος που κερδίζει πρώτος έξι παιχνίδια. Ας υποθέσουμε ότι για κάποιο λόγο διακόπτεται η σειρά των παιχνιδιών όταν ο Α έχει κερδίσει πέντε παιχνίδια και ο Β τρία. Στην περίπτωση αυτή πώς πρέπει να μοιραστεί δίκαια το στοίχημα;

Ένα ακόμα πρόβλημα το οποίο έθεσε στον Πασκάλ ο Αντουάν Γκομπό το 1654 είναι το πρόβλημα της διανομής μεριδίων. Το πρόβλημα αυτό ήταν ήδη γνωστό αρκετά χρόνια πριν. Εμφανίστηκε για πρώτη φορά σε έντυπη μορφή το 1494 στο "**Summa de arithmetica, geometrica, proportioni, et proportionalita"** (Τα πάντα σχετικά με την αριθμητική, τη γεωμετρία και τις αναλογίες) του **Luca Pacioli** (Λούκα Πατσιόλι)[4]. Ο Πατσιόλι έδωσε λανθασμένη απάντηση σε αυτό το πρόβλημα. Θεώρησε ότι το στοίχημα θα έπρεπε να διαιρεθεί στην ίδια αναλογία με τον συνολικό αριθμό των παιχνιδιών που είχαν κερδίσει οι παίκτες, δηλαδή σε αναλογία 5:3. Αν, για παράδειγμα, κάθε παίκτης είχε συνεισφέρει ως αρχικό ποσό 50€, τότε ο παίκτης Α θα έπρεπε να λάβει τα 5/8 των 100€, και ο παίκτης Β τα υπόλοιπα 3/8. Ένα απλό αντιπαράδειγμα δείχνει γιατί η λογική του Πατσιόλι δεν μπορεί να είναι σωστή. Ας υποθέσουμε ότι οι παίκτες Α και Β πρέπει να κερδίσουν 100 παιχνίδια για να αναδειχθούν νικητές, και όταν σταματήσουν ο Α έχει κερδίσει ένα παιχνίδι και ο Β κανένα. Ο κανόνας του Πατσιόλι θα έδινε όλο το έπαθλο στον Α, παρόλο που προηγείται μόνο κατά ένα παιχνίδι από τον Β και θα έπρεπε να κερδίσει άλλα 99 παιχνίδια αν το παιχνίδι συνεχιζόταν!

Ο Καρντάνο είχε επίσης ασχοληθεί με το πρόβλημα της διανομής μεριδίων. Η κύρια διαπίστωσή του ήταν ότι η διαίρεση του στοιχήματος θα έπρεπε να εξαρτάται από τα πόσα επιπλέον παιχνίδια θα έπρεπε να κερδίσει κάθε παίκτης για να αναδειχθεί νικητής και όχι από τα παιχνίδια που είχαν ήδη κερδίσει. Ωστόσο δεν κατάφερε να δώσει τη σωστή αναλογία διαίρεσης του στοιχήματος.

Η προσέγγιση του Fermat

Για τον Φερμά η διαίρεση του στοιχήματος θα έπρεπε να καθοριστεί από τις πιθανότητες νίκης του Α και του Β αν το παιχνίδι είχε συνεχιστεί κανονικά χωρίς να διακοπεί. Ο παίκτης Α χρειάζεται ένα παιχνίδι για να κερδίσει, ενώ ο παίκτης Β χρειάζεται τρία παιχνίδια. Ο μέγιστος αριθμός των υποθετικών εναπομεινάντων παιχνιδιών είναι 3, καθένας από τους οποίους θα μπορούσε εξίσου να κερδηθεί από τον Α ή τον Β. Ο δειγματοχώρος του παιχνιδιού είναι το σύνολο

[4] Ο Luca Pacioli (1447-1517) ήταν Ιταλός μαθηματικός, Φραγκισκανός μοναχός, συνεργάτης του Λεονάρντο ντα Βίντσι και πρωτοπόρος στο πεδίο της λογιστικής. Δημοσίευσε αρκετά έργα μαθηματικών σχετικά με την άλγεβρα, τη γεωμετρία, τα μαθηματικά στην τέχνη καθώς και μαθηματικούς γρίφους.

$$\Omega = \{A, BA, BBA, BBB\}.$$

Εδώ, για παράδειγμα, το ΒΑ δηλώνει το ενδεχόμενο ο Β να κερδίσει το πρώτο παιχνίδι και ο Α να κερδίσει το δεύτερο (και τότε το παιχνίδι θα έπρεπε να σταματήσει, καθώς ο Α χρειάζεται μόνο έναν γύρο).

Ωστόσο, τα τέσσερα στοιχεία του Ω δεν είναι ισοπίθανα. Σε αυτό το σημείο ο Φερμά είχε την ιδιοφυή ιδέα να θεωρήσει ότι οι παίκτες συνεχίζουν το παιχνίδι έως ότου ολοκληρωθεί ο μέγιστος αριθμός υποθετικών εναπομεινάντων παιχνιδιών, δηλαδή ότι οι παίκτες παίζουν επιπλέον 3 παιχνίδια. Σε αυτή την περίπτωση το ενδεχόμενο Α πραγματοποιείται αν συμβεί οποιοδήποτε από τα ακόλουθα τέσσερα εξίσου πιθανά ενδεχόμενα: ΑΑΑ, ΑΑΒ, ΑΒΑ και ΑΒΒ. Το ενδεχόμενο ΒΑ πραγματοποιείται αν συμβεί οποιοδήποτε από τα ακόλουθα δύο εξίσου πιθανά ενδεχόμενα: ΒΑΑ και ΒΑΒ. Αν λοιπόν θεωρήσουμε ως δειγματοχώρο το σύνολο

$$\Omega' = \{AAA, AAB, ABA, ABB, BAA, BAB, BBA, BBB\}$$

το οποίο αποτελείται από οκτώ ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, παρατηρούμε ότι μόνο ένα (το ΒΒΒ) οδηγεί σε νίκη του παίκτη Β. Έτσι, ο παίκτης Α έχει πιθανότητα 7/8 να κερδίσει ενώ ο Β έχει πιθανότητα 1/8. Το στοίχημα θα πρέπει συνεπώς να διαιρεθεί μεταξύ των παικτών Α και Β με αναλογία 7:1.

Η προσέγγιση του Pascal

Ο Πασκάλ χρησιμοποίησε την έννοια της μέσης τιμής για να λύσει το πρόβλημα. Αρχικά, υπέθεσε ότι το συνολικό στοίχημα είναι 1 νομισματική μονάδα (ν.μ.). Έπειτα, αντί να εξετάσει την περίπτωση όπου οι παίκτες Α και Β έχουν κερδίσει πέντε και τρία παιχνίδια αντίστοιχα, υπέθεσε ότι ο Α έχει κερδίσει πέντε παιχνίδια και ο Β τέσσερα παιχνίδια. Ο συλλογισμός του προχώρησε ως εξής:

Αν ο Α κερδίσει το επόμενο παιχνίδι, τότε το παιχνίδι τελειώνει και ο Α κερδίζει 1 ν.μ. Αν πάλι ο Α χάσει, τότε απομένει ένα ακόμα παιχνίδι το οποίο είναι εξίσου πιθανό να κερδηθεί από κάθε παίκτη. Επομένως, ο παίκτης Α κερδίζει, κατά μέσο όρο, 1/2 ν.μ. Η μέση τιμή του κέρδους του παίκτη Α είναι

$$\frac{1+1/2}{2}=\frac{3}{4} \text{ ν.μ.}$$

Μετά εξέτασε την περίπτωση όπου οι παίκτες Α και Β έχουν κερδίσει πέντε και τρία παιχνίδια αντίστοιχα. Αν ο Α κερδίσει, θα κερδίσει 1 ν.μ. Αν ο Α χάσει, οι παίκτες Α και Β θα έχουν κερδίσει πέντε και τέσσερα παιχνίδια αντίστοιχα οπότε το πρόβλημα ανάγεται στην προηγούμενη περίπτωση (στην οποία ο Α κερδίζει 3/4 ν.μ.). Επομένως, η μέση τιμή του κέρδους του Α είναι

$$\frac{1+3/4}{2}=\frac{7}{8} \text{ ν.μ.}$$

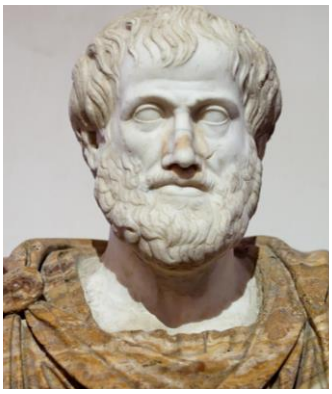
Από τα παραπάνω, ο Πασκάλ συμπέρανε το στοίχημα θα πρέπει να διαιρεθεί μεταξύ των Α και Β με αναλογία 7:1.

Η λύση του Πασκάλ είναι αξιοσημείωτη γιατί δεν χρειάζεται την απαρίθμηση που απαιτεί η μέθοδος του Φερμά. Η τελευταία θα ήταν πολύ κοπιαστική ακόμη και αν ο αριθμός των υπολοιπόμενων παιχνιδιών ήταν σχετικά μικρός (π.χ. 10 παιχνίδια).

ΜΕΡΟΣ 3^{Ο}

ΒΙΟΣ ΣΠΟΥΔΑΙΩΝ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟΤΗΤΩΝ

Αριστοτέλης (384 π.Χ.- 322 π.Χ.).



Αριστοτέλης

Πηγή: Wikipedia

Ο Αριστοτέλης, αρχαίος Έλληνας φιλόσοφος και πολυεπιστήμονας, γεννήθηκε το 384 π.Χ. στα Αρχαία Στάγειρα της Χαλκιδικής. Τα έργα του καλύπτουν ποικίλα πεδία όπως η φυσική, η βιολογία, η ζωολογία, η μεταφυσική, η λογική, η ηθική, η ποίηση, το θέατρο, η μουσική, η ρητορική και η πολιτική, και συνιστούν το πρώτο ολοκληρωμένο σύστημα στη δυτική φιλοσοφία. Επιπλέον, υπήρξε επίσης φυσιοδίφης, φιλόσοφος, δημιουργός της λογικής και ο σημαντικότερος διαλεκτικός της αρχαιότητας. Η επιρροή του Αριστοτέλη εκτείνεται για αιώνες, επηρεάζοντας τη φιλοσοφική, θεολογική και επιστημονική σκέψη μέχρι τον ύστερο Μεσαίωνα. Η ευρεία επιρροή του τον κατατάσσει μεταξύ των κορυφαίων παγκοσμίων προσωπικοτήτων με τη μεγαλύτερη επιρροή, μαζί με τον δάσκαλό του Πλάτωνα και τον μαθητή του Μέγα Αλέξανδρο. Σπούδασε στην Ακαδημία του Πλάτωνα για 20 χρόνια (367 - 347 π.Χ.), όπου εντυπωσίαζε με την ευφυΐα και τη φιλοπονία του. Το 342 π.Χ., ο βασιλιάς Φίλιππος της Μακεδονίας τον προσκάλεσε να αναλάβει τη διαπαιδαγώγηση του γιου του Αλέξανδρου, που ήταν τότε 13 ετών. Ο Αριστοτέλης δέχτηκε με προθυμία, μεταδίδοντας στον νεαρό διάδοχο το πανελλήνιο πνεύμα και χρησιμοποιώντας ως παιδευτικό όργανο τα ομηρικά έπη. Το 335 π.Χ., επέστρεψε στην Αθήνα και ίδρυσε τη δική του φιλοσοφική σχολή, το Λύκειο. Απεβίωσε το 322 π.Χ. στη Χαλκίδα και το σώμα του μεταφέρθηκε στα Στάγειρα, όπου θάφτηκε με εξαιρετικές τιμές.

Gerolamo Cardano (1501-1576)

Gerolamo Cardano

Πηγή: Wikipedia

Ο Καρντάνο ήταν Ιταλός πολυμαθής λόγιος με ευρύ φάσμα γνώσεων που εκτείνονταν σε όλο το εύρος των επιστημών όπως μαθηματικά, βιολογία, ιατρική, χημεία, αστρολογία και αστρονομία, φιλοσοφία και φιλολογία, καθώς και τυχερά παιχνίδια. Γεννήθηκε στην Πάβια της Λομβαρδίας στην βόρεια Ιταλία και είχε 3 αδέρφια. Ήταν ο πρώτος μαθηματικός ο οποίος έκανε συστηματική χρήση των αρνητικών αριθμών. Λόγω οικονομικών προβλημάτων εξελίχθηκε σε ικανό παίκτη τυχερών παιχνιδιών και σκακιστή. Με βάση την ενασχόληση του αυτή έγραψε το σύγγραμα "Liber de ludo aleae" το οποίο περιείχε την πρώτη συστηματική μελέτη της θεωρίας πιθανοτήτων. Η πιο σημαντική συνεισφορά του στα μαθηματικά ωστόσο ήταν μέσω της πραγματείας "Ars Magna" (Μεγάλη τέχνη), όπου ασχολήθηκε με την επίλυση αλγεβρικών εξισώσεων $3^{ου}$ και $4^{ου}$ βαθμού. Το συγγραφικό του έργο αποτελείται από πάνω από 200 επιστημονικά έργα .

Blaise Pascal (1623-1662)

Blaise Pascal

Πηγή: Wikipedia

Ο Μπλεζ Πασκάλ γεννήθηκε στο Κλερμόν-Φεράν της Γαλλίας και θεωρήθηκε παιδί θαύμα. Η μητέρα του πέθανε όταν ήταν μόλις τριών ετών και λίγο αργότερα ο πατέρας του, ένας πλούσιος φοροεισπράκτορας και παθιασμένος ερασιτέχνης μαθηματικός, μετακόμισε στο Παρίσι. Εκεί, ο πατέρας του επέβλεψε προσωπικά την κατ' οίκον εκπαίδευσή του. Ο Πασκάλ άρχισε να μελετά γεωμετρία σε ηλικία δώδεκα ετών και ανακάλυψε μόνος του ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου ισούται με δύο ορθές γωνίες. Στα δεκαέξι του χρόνια, ανέπτυξε μια πραγματεία για τις κωνικές τομές και διατύπωσε το θεώρημα που φέρει το όνομά του. Επιπλέον, ανακάλυψε την Αρχή του Πασκάλ, η οποία αποτελεί βασικό νόμο της υδροστατικής. Με την εργασία του "Traité du triangle arithmétique" (Πραγματεία για το αριθμητικό τρίγωνο), που δημοσιεύτηκε το 1654, έθεσε τις βάσεις για τη συνδυαστική μελετώντας αυτό που είναι γνωστό ως "τρίγωνο του Πασκάλ". Στα τελευταία χρόνια της ζωής του, το ενδιαφέρον του για τα μαθηματικά μειώθηκε και εστίασε περισσότερο στη συγγραφή θρησκευτικών συγγραμμάτων.

Pierre de Fermat (1601-1665)

Pierre de Fermat

Πηγή: Wikipedia

Ο Πιερ ντε Φερμά γεννήθηκε στο Μπομόν-ντε-Λομάνι της περιφέρειας Ταρν-ε-Γκαρόν στη νότια Γαλλία. Οι λεπτομέρειες για τα πρώτα στάδια της μόρφωσής του παραμένουν ασαφείς. Μετά την ολοκλήρωση των βασικών του σπουδών, γράφτηκε αρχικά στο Πανεπιστήμιο της Τουλούζης και αργότερα στο Πανεπιστήμιο του Μπορντώ. Εκεί, το 1629, ξεκίνησε τις πρώτες του έρευνες στα μαθηματικά. Αργότερα, μετακόμισε στην Ορλεάνη για να σπουδάσει νομικά στο πανεπιστήμιο της πόλης. Ο Φερμά ήταν άριστος γνώστης πολλών γλωσσών, εκτός από τα γαλλικά, όπως τα λατινικά, τα αρχαία ελληνικά, τα ισπανικά και τα ιταλικά. Έπαιξε καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη του κλάδου των μαθηματικών γνωστού ως απειροστικός λογισμός. Ξεχωρίζει για την ανακάλυψη μιας πρωτοποριακής μεθόδου υπολογισμού των ελάχιστων και μέγιστων σημείων σε καμπύλες γραμμές. Επιπλέον, είναι διάσημος για τις έρευνές του στη θεωρία αριθμών, την αναλυτική γεωμετρία, τη θεωρία πιθανοτήτων και την οπτική. Ωστόσο, είναι κυρίως γνωστός για το τελευταίο θεώρημα του Φερμά, το οποίο ανέφερε σε μια μικρή σημείωση στο βιβλίο "Αριθμητικά" του Διόφαντου.

Christiaan Huygens (1629-1695)

Christiaan Huygens

Πηγή: Wikipedia

Ο Κρίστιαν Χόϋχενς ήταν σπουδαίος Ολλανδός μαθηματικός και αστρονόμος. Ένα από τα σημαντικότερα πεδία έρευνάς του ήταν η οπτική, όπου ήταν ο πρώτος που πρότεινε τη θεωρία της κυματικής φύσης του φωτός. Το 1655, ανακάλυψε τον μεγαλύτερο δορυφόρο του Κρόνου, τον Τιτάνα. Προς τιμήν του, το όχημα της Ευρωπαϊκής Διαστημικής Υπηρεσίας που προσεδαφίστηκε στον Τιτάνα στις 14 Ιανουαρίου 2005, ονομάστηκε Huygens. Το έργο του "Κοσμοθεωρία" εξετάζει την πιθανότητα ύπαρξης ζωής σε άλλους κόσμους, μια πρωτοποριακή σκέψη για την εποχή του. Ο Χόϋχενς πίστευε ότι το Σύμπαν είναι γεμάτο ζωή, την οποία φανταζόταν παρόμοια με αυτή στη Γη. Ήταν σύγχρονος του Νεύτωνα και αναγνωριζόταν ως μια από τις κορυφαίες διανοητικές μορφές της εποχής του.

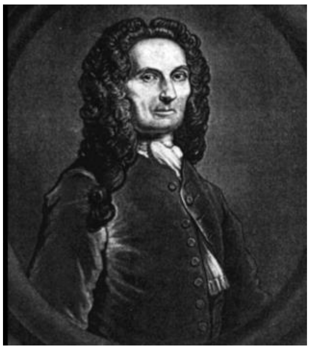
Jacob Bernoulli (1654-1705)

Jacob Bernoulli

Πηγή: Wikipedia

Ο Γιακόμπ Μπερνούλι γεννήθηκε στη Βασιλεία της Ελβετίας και ήταν μέλος της διάσημης οικογένειας Μπερνούλι, γνωστής για τους πολλούς διακεκριμένους μαθηματικούς της. Σπούδασε θεολογία και έγινε κληρικός, αλλά παρά τις επιθυμίες των γονέων του, ασχολήθηκε επίσης με τα μαθηματικά και την αστρονομία. Το πιο γνωστό έργο του Γιακόμπ είναι το "Ars Conjectandi", το οποίο δημοσιεύτηκε το 1713, οκτώ χρόνια μετά τον θάνατό του, από τον ανεψιό του Νίκολας. Σε αυτό το έργο, περιέγραψε τα θεμελιώδη αποτελέσματα της θεωρίας πιθανοτήτων και της συνδυαστικής, συχνά προσφέροντας εναλλακτικές αποδείξεις. Το "Ars Conjectandi" περιλαμβάνει επίσης την εφαρμογή της θεωρίας πιθανοτήτων σε τυχερά παιχνίδια και εισάγει το θεώρημα γνωστό ως νόμος των μεγάλων αριθμών.

Abraham De Moivre (1667-1754)



Abraham De Moivre

Πηγή: Wikipedia

Ο Αβραάμ ντε Μουάβρ, Γάλλος μαθηματικός από την Καμπανία, είναι γνωστός για τη σημαντική συνεισφορά του στη θεωρία πιθανοτήτων και τη διατύπωση ενός τύπου που συνδέει τους μιγαδικούς αριθμούς με την τριγωνομετρία. Σπούδασε μαθηματικά υπό τον Jacques Ozanam (Ζακ Οζανάμ) και συνέχισε στο Κολλέγιο Χάρκουρτ στο Παρίσι. Ωστόσο, οι θρησκευτικές διώξεις των Ουγενότων[5] τον ανάγκασαν να μεταναστεύσει στην Αγγλία το 1688. Εκεί συνδέθηκε με μεγάλους μαθηματικούς όπως ο Ισαάκ Νεύτων και ο Έντμουντ Χάλλεϋ, και έγινε μέλος της

[5] Οι Ουγενότοι (γαλ. Hugenots) ήταν μέλη της Προτεσταντικής Μεταρρυθμισμένης Εκκλησίας της Γαλλίας κατά τον 16ο έως τον 18ο αιώνα. Είναι γνωστοί και ως Γάλλοι Καλβινιστές.

Βασιλικής Εταιρείας το 1697. Το σημαντικότερο έργο του, "The Doctrine of Chances" (θεωρία των Πιθανοτήτων), εκδόθηκε το 1718 και θεμελίωσε τη θεωρία πιθανοτήτων, εισάγοντας την έννοια της κανονικής κατανομής και την προσέγγιση των διωνυμικών κατανομών για μεγάλους αριθμούς. Παρά τη μεγάλη του συνεισφορά, ο ντε Μουάβρ αντιμετώπισε οικονομικές δυσκολίες και βασίστηκε στη διδασκαλία για να εξασφαλίσει εισόδημα. Συνέχισε να εργάζεται και να επικοινωνεί με άλλους μαθηματικούς μέχρι τον θάνατό του στις 27 Νοεμβρίου 1754. Το έργο του παραμένει σημαντικό για τη θεωρία πιθανοτήτων και την ανάλυση των μιγαδικών αριθμών.

Pierre-Simon Laplace (1749-1827)

Pierre-Simon Laplace

Πηγή: Wikipedia

Ο Πιερ Σιμόν Λαπλάς ήταν Γάλλος μαθηματικός, αστρονόμος και φιλόσοφος, γεννημένος σε φτωχή οικογένεια στο Μπωμόν-αν-Ωζ της Γαλλίας. Η καριέρα του ξεκίνησε σε ηλικία 18 ετών, όταν διορίστηκε καθηγητής μαθηματικών στη στρατιωτική σχολή του Παρισιού. Το 1773 παρουσίασε μια σημαντική εργασία για τον διαφορικό λογισμό και έγινε μέλος της Ακαδημίας Επιστημών της Γαλλίας. Υπηρέτησε ως γερουσιαστής και υπουργός εσωτερικών, αποκτώντας τίτλους ευγενείας από το γαλλικό κράτος. Ο Λαπλάς συνέβαλε σημαντικά στην ουράνια μηχανική, αναλύοντας την ελλειπτική κίνηση των πλανητών, την τροχιά της Σελήνης, το σχήμα της Γης και τις τροχιές του Δία και του Κρόνου. Η θεωρία του για την κοσμογονία παρουσιάζεται στο έργο του "Exposition du système du monde" (Έκθεση του Συστήματος του Κόσμου). Επιπλέον, επινόησε την περίφημη εξίσωση Λαπλάς, μια κλασική εξίσωση της φυσικής, και ο μετασχηματισμός Λαπλάς φέρει το όνομά του λόγω της χρήσης του στη θεωρία πιθανοτήτων, αν και αρχικά ανακαλύφθηκε από τον Λέοναρντ Όιλερ. Οι εργασίες του Λαπλάς συνέβαλαν ουσιαστικά στην αναλυτική θεωρία πιθανοτήτων και στη στατιστική φυσική.

Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987)

Andrey Nikolaevich Kolmogorov

Πηγή: Wikipedia

Ο Αντρέι Κολμογκόροφ, γνωστός ως ο πατέρας της σύγχρονης θεωρίας πιθανοτήτων, γεννήθηκε στο Ταμπόφ της Ρωσίας. Σε ηλικία 17 ετών εισήχθη στο Πανεπιστήμιο της Μόσχας, από όπου αποφοίτησε το 1925. Η συνεισφορά του στα μαθηματικά είναι τεράστια και αποτυπώνεται σε πολλά άρθρα και βιβλία του, καλύπτοντας μια εντυπωσιακή γκάμα θεμάτων. Ο Κολμογκόροφ επαναστάτησε στη θεωρία πιθανοτήτων με την εισαγωγή της σύγχρονης αξιωματικής προσέγγισης στην πιθανότητα και την απόδειξη πολλών θεμελιωδών θεωρημάτων που προέκυψαν από αυτή την προσέγγιση. Ανέπτυξε επίσης δύο συστήματα μερικών διαφορικών εξισώσεων που φέρουν το όνομά του. Αυτά τα συστήματα επέκτειναν την ανάπτυξη της θεωρίας πιθανοτήτων και επέτρεψαν την ευρύτερη εφαρμογή της σε τομείς όπως η φυσική, η χημεία, η βιολογία και η πολιτική μηχανική. Ο Κολμογκόροφ έγινε μέλος του διδακτικού προσωπικού στο Πανεπιστήμιο της Μόσχας το 1925, σε ηλικία 22 ετών. Το 1931 προήχθη σε καθηγητή, το 1933 διορίστηκε διευθυντής του Ινστιτούτου Μαθηματικών του πανεπιστημίου και το 1937 έγινε επικεφαλής του πανεπιστημίου. Εκτός από το έργο του στα υψηλά μαθηματικά, ο Κολμογκόροφ ενδιαφερόταν ιδιαίτερα για τη μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών. Ήταν πρόεδρος της Επιτροπής για τη Μαθηματική Εκπαίδευση υπό την Προεδρία της Ακαδημίας Επιστημών της Σοβιετικής Ένωσης. Κατά τη θητεία του ως πρόεδρος, συνέβαλε στην ανάπτυξη ενός νέου προγράμματος εκπαίδευσης μαθηματικών που εισήχθη στα σοβιετικά σχολεία. Ο Κολμογκόροφ παρέμεινε στο διδακτικό προσωπικό του Πανεπιστημίου της Μόσχας μέχρι τον θάνατό του στη Μόσχα, στις 20 Οκτωβρίου 1987.

Το παρόν αναπτύχθηκε στο πλαίσιο της Πράξης «Συγγραφή, Αξιολόγηση και Ένταξη διδακτικών βιβλίων στο Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων και στην Ψηφιακή Βιβλιοθήκη Διδακτικών Βιβλίων» με κωδικό ΟΠΣ (MIS) 6010165, του Προγράμματος «Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή 2021-2027» που υλοποιείται από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο.

Μητρώο Διδακτικών Βιβλίων · ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ Υπουργείο Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού · ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ · Με τη συγχρηματοδότηση της Ευρωπαϊκής Ένωσης · ΕΣΠΑ 2021-2027 · Πρόγραμμα Ανθρώπινο Δυναμικό και Κοινωνική Συνοχή

Τίτλος: Η ιστορία των πιθανοτήτων-Προσωπικότητες και διάσημα προβλήματα *Έκδοση: 1.0 Ημερομηνία: 26.04.2024*

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ:

ΕΜΠΝΕΥΣΤΕΣ/ ΟΜΑΔΑ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ/ ΤΕΧΝΙΚΗ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ

Κωνσταντίνος Ρεκούμης
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03
Λάμπρος Κατσάπας
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03
Νικόλαος Κουμάντος
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03
Ελένη Ρεκούμη
Εκπαιδευτικός Ιδιωτικής Εκπαίδευσης ΠΕ03