ΨΗΦΙΑΚΗ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΗΣ Γ΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Η ψηφιακή ταυτότητα του εκπαιδευτικού υλικού για τη Γ΄ τάξη περιλαμβάνει ενδεικτικές λύσεις, επιπλέον έργα και προσαρμογή έργων για τη συμπερίληψη/ένταξη.

Α. Βασικά χαρακτηριστικά

- Χρήση ποικίλου οπτικοποιημένου εκπαιδευτικού υλικού, αναπαραστάσεις, πίνακες, μαθηματικά παιχνίδια, γρίφοι, πειράματα, προσομοιώσεις.
- Προτάσεις για χρήση χειραπτικού υλικού.
- Εικονίδια που συνοδεύουν αρκετά έργα και είναι η πρόταση της συγγραφικής ομάδας για τον τρόπο οργάνωσης της διδασκαλίας αυτών των έργων. Η επιλογή της συνεργασίας στην τάξη και η επικοινωνία μεταξύ των μελών της είναι δύο από τις βασικές αρχές στο Νέο ΠΣ. Τα εικονίδια αναφέρονται σε συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης ειδικά στα εισαγωγικά έργα ενός κεφαλαίου αλλά και αλλού, εργασία σε ομάδες, συνεργασία στο θρανίο με το διπλανό παιδί, ανακοίνωση αποτελεσμάτων των συνεργασιών και συζήτηση, ανάλυση και εξαγωγή συμπερασμάτων στην ολομέλεια της τάξης. Οι συνεργασίες μπορούν να πάρουν διάφορες μορφές. Για παράδειγμα, η συνεργασία με το διπλανό παιδί μπορεί να είναι σύγκριση αποτελεσμάτων ή και στρατηγικών, κατασκευή προβλήματος ή διατύπωση ερωτήματος που θα δοθεί στο διπλανό παιδί για να απαντήσει, συζήτηση για κοινή επιλογή π.χ. αριθμού, κτλ. Η συνεργασία με το διπλανό παιδί ή με την ομάδα, η συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης αποτελούν διδακτικές πρακτικές που ενισχύουν την κοινωνικοπολιτισμική διάσταση της εμπλοκής στη μάθηση των μαθηματικών προσφέροντας ευκαιρίες στους/στις μαθητές/μαθήτριες να συμμετέχουν ενεργά σε μαθηματικές συζητήσεις μέσα στην τάξη. Η αλληλεπίδραση με τους/τις συμμαθητές/συμμαθήτριες, η συμμετοχή τους σε συζητήσεις εκφράζοντας τις ιδέες και τα επιχειρήματά τους βοηθούν στην ενεργό συμμετοχή των μαθητών/μαθητριών. Η χρήση τους είναι ενδεικτική. Ο/Η εκπαιδευτικός επιλέγει να τα ακολουθήσει ή να σχεδιάσει και να εφαρμόσει διαφορετική προσέγγιση σύμφωνα με τις ανάγκες της τάξης του και τον διαθέσιμο χρόνο.
- Χρήση τυπικών και άτυπων γεωμετρικών οργάνων.
- Επίλυση και κατασκευή προβλήματος σε όλες τις ενότητες. Αποτελούν βασικό συστατικό της ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης και των μαθηματικών ιδεών.
- Ψηφιακά μαθησιακά αντικείμενα που αξιολογούν τον βαθμό επίτευξης των ΠΜΑ, επεκτείνουν τη γνώση, ασκούν δεξιότητες, ενισχύουν ικανότητες.
- Ένας μεγάλος αριθμός εννοιών που μελετώνται στη Γ΄ Δημοτικού είναι έννοιες που έχουν εισαχθεί σε μικρότερες τάξεις (τροχιά) και έχουν προσεγγιστεί αρκετές φορές διαισθητικά. Σε αυτή την τάξη εμβαθύνουμε και επεκτείνουμε τις έννοιες, οργανώνουμε και συστηματοποιούμε σε κάποιο βαθμό τις διαισθητικές προσεγγίσεις των μαθητών/τριών, μεταβαίνουμε βαθμηδόν από το συγκεκριμένο στο πιο αφαιρετικό μέσα από τη διαπραγμάτευση, την ανάπτυξη επιχειρημάτων, την εξαγωγή συμπερασμάτων. Ο/η εκπαιδευτικός που θα διδάξει στη Γ΄ Δημοτικού έχει πολλές ευκαιρίες να αναγνωρίσει με ποιες από τις Μεγάλες ιδέες των μαθηματικών συνδέονται τα έργα στο ΒΜ και στο ΤΕ και μέσα από τα παραδείγματα που δίνονται παρακάτω, ώστε να τα διαχειριστεί κατάλληλα. «Ως μεγάλη ιδέα θεωρείται μια κεντρική έννοια στη μάθηση και διδασκαλία των μαθηματικών η οποία συνδέει διαφορετικές μαθηματικές έννοιες ή οπτικές σε ένα συνεκτικό σύνολο (NCTM, 2000, σ. 17). Όπως αναφέρεται στον Οδηγό Εκπαιδευτικού, όπου αναλύονται οι Μεγάλες Ιδέες των Μαθηματικών και δίνονται και σχετικά παραδείγματα, στο νέο Πρόγραμμα Σπουδών ως Μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών αναγνωρίζονται η Μαθηματική δομή, η Απόδειξη, η Γενίκευση, η Μεταβολή, η Ισοδυναμία, οι Μετασχηματισμοί και η Προσέγγιση-σύγκλιση.

- Τα μαθηματικά έργα του ΒΜ και του ΤΕ ευνοούν την ανάπτυξη των μαθηματικών πρακτικών, όπως είναι η δημιουργία συνδέσεων, ο συλλογισμός & επιχειρηματολογία, η μαθηματική επικοινωνία, η οπτικοποίηση, η επιλογή και χρήση εργαλείων, η επίλυση προβλήματος, η μοντελοποίηση και η μεταγνωστική διαδικασία, οι οποίες αποτελούν τις κρίσιμες διεργασίες κατανόησης και ανάπτυξης της μαθηματικής γνώσης και σκέψης. Η δημιουργία συνδέσεων αφορά την παροχή ευκαιριών στους μαθητές/στις μαθήτριες να αναγνωρίζουν και να κατανοούν αφενός τις σχέσεις μεταξύ διαφορετικών μαθηματικών εννοιών, αναπαραστάσεων και διαδικασιών, των διαφορετικών μαθηματικών πεδίων και αφετέρου τις συνδέσεις των μαθηματικών με καταστάσεις της καθημερινής ζωής και άλλους επιστημονικούς τομείς. Ο συλλογισμός και η επιχειρηματολογία αναπτύσσονται, όταν οι μαθητές/μαθήτριες εξηγούν και αιτιολογούν τις λύσεις τους, συγκρίνουν προσεγγίσεις και κατασκευάζουν αποδείξεις. Η μαθηματική επικοινωνία αναφέρεται στην ικανότητα των μαθητών/τριών να εκφράζουν και να ανταλλάσσουν σκέψεις, ερωτήματα, ιδέες και λύσεις, αξιοποιώντας τον προφορικό λόγο, τη γραπτή συμβολική γλώσσα των μαθηματικών, καθώς και μη λεκτικές μορφές έκφρασης. Η οπτικοποίηση είναι μια μαθηματική πρακτική που συνδέεται με τη χρήση ποικίλων αναπαραστάσεων, τις οποίες οι μαθητές αξιοποιούν τόσο για την επίλυση προβλημάτων όσο και για την αποτελεσματική επικοινωνία της σκέψης τους. Η επιλογή και χρήση εργαλείων αφορά την ενθάρρυνση των μαθητών/τριών να αξιοποιούν ποικιλία χειραπτικών, τυπικών και ψηφιακών εργαλείων για την κατανόηση και επίλυση μαθηματικών καταστάσεων. Η επίλυση προβλήματος συνδέεται με τη συμμετοχή των μαθητών/μαθητριών σε καταστάσεις για τις οποίες δεν γνωρίζουν εκ των προτέρων τον τρόπο λύσης, δίνοντάς τους έτσι την ευκαιρία να προτείνουν δικές τους λύσεις ακόμα και σε προβλήματα που έχουν δημιουργήσει οι ίδιοι/ίδιες. Η μαθηματική μοντελοποίηση συνδέει τα μαθηματικά με την πραγματική ζωή, βοηθώντας τους μαθητές/τις μαθήτριες να αναπαραστήσουν, να ερμηνεύσουν και να επιλύσουν καθημερινά προβλήματα μέσα από μαθηματικά σύμβολα, τύπους ή σχέδια. Η μεταγνωστική διαδικασία αναπτύσσεται όταν οι μαθητές/μαθήτριες αναστοχάζονται τη σκέψη και τις επιλογές τους αξιοποιώντας ερωτήματα όπως: Τι κάνω; Γιατί το κάνω; Πώς με βοηθάει αυτό; Οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνουν τους/τις μαθητές/μαθήτριες να αναπτύξουν την ικανότητα του αναστοχασμού μέσα από ερωτήσεις: Γιατί χρησιμοποίησες αυτόν τον τρόπο; Το σκέφτηκες πρώτα με άλλο τρόπο; (Οδηγός Εκπαιδευτικού, 2022).

Συμπερίληψη/ένταξη

Η συμπερίληψη/ένταξη προσεγγίζεται με μια σειρά από προτάσεις βασισμένες στο ΠΣ και τον Οδηγό Εκπαιδευτικού:

- Έργα διαφοροποίησης που προτείνονται σε αντιπροσωπευτικά έργα των δέκα ενοτήτων και προσαρμογή τους για τις περιπτώσεις εκείνες που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στις συνδέσεις με τις έννοιες που έχουν εξεταστεί σε προηγούμενες τάξεις ή και στην παρούσα τάξη.

- Συνεργασία (διπλανό παιδί, ομάδα, τάξη), όπως προτείνεται σε μεγάλο αριθμό έργων με στόχο τη συζήτηση (discourse) και διαπραγμάτευση, την επικοινωνία και την αλληλεπίδραση που υποστηρίζουν τη συμπερίληψη.

- Χρήση του εκπαιδευτικού υλικού είτε χειραπτικού είτε οπτικοποιημένου, όπως προτείνεται σε ικανό αριθμό έργων, χρήση εφαρμογών και γραπτών οδηγιών.

- Ενθάρρυνση για έκφραση όλων των ερωτήσεων, αποριών των μαθητών/μαθητριών και αφιέρωση του απαραίτητου για αυτήν χρόνου.

- Αξιοποίηση των ενδιαφερόντων των μαθητών/μαθητριών στις δραστηριότητες της τάξης.

Σημείωση: Χρησιμοποιούμε τον όρο (μαθηματικό) έργο για κάθε εργασία (πρόβλημα, άσκηση, ψηφιακό υλικό) που μπορεί να αναθέσει ο/η εκπαιδευτικός στους μαθητές και στις μαθήτριες του/της. Ο όρος (μαθηματική) δραστηριότητα αναφέρεται στη δράση που αναλαμβάνουν οι μαθητές/μαθήτριες προκειμένου να εκπονήσουν ένα έργο.

Β. Διάρθρωση της ταυτότητας

Οι ενότητες παρουσιάζονται με τη σειρά που απαντώνται στο Βιβλίο μαθητή/μαθήτριας (ΒΜ) και τα Τετράδια Εργασιών (ΤΕ). Καθώς με το νέο Πρόγραμμα Σπουδών (ΠΣ) εισάγονται μαθηματικές έννοιες και ενότητες που ανήκουν σε ευρύτερα πεδία, όπως: οι Μετασχηματισμοί και η Γεωμετρία χώρου που ανήκουν στη Γεωμετρία, οι Κανονικότητες που ανήκουν στην Άλγεβρα, οι Πιθανότητες και η Στατιστική που ανήκουν στα Στοχαστικά Μαθηματικά και η Αναλυτική Γεωμετρία, τα κεφάλαια που αφορούν σε αυτά τα θεματικά πεδία παρουσιάζονται ξεχωριστά, στο τέλος της ταυτότητας. Όπου αναφέρεται ΒΜ εννοείται το Βιβλίο Μαθητή/Μαθήτριας, ενώ το ΤΕ αντιστοιχεί στο Τετράδιο Εργασιών.

Γ. Ψηφιακά αντικείμενα

Σε κάθε κεφάλαιο του ΒΜ και του ΤΕ αντιστοιχεί ένα τουλάχιστον Ψηφιακό Μαθησιακό Αντικείμενο. Σκοπός τους είναι να υποστηριχτούν πολλαπλές αναπαραστάσεις και διερευνητικές διεργασίες. Το ψηφιακό υλικό λειτουργεί συμπληρωματικά στο υλικό του βιβλίου και στο χειραπτικό υλικό που περιγράφεται. Μπορεί να αξιοποιηθεί στην τάξη στον διαδραστικό πίνακα, σε ομάδες σε υπολογιστές είτε αν υπάρχει η δυνατότητα ακόμα και ατομικά από τους μαθητές/τριες.

Σε Ψηφιακό Μαθησιακό Αντικείμενο έχει συγκεντρωθεί και Υποστηρικτικό υλικό που περιλαμβάνει υλικό που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διάφορα σημεία στο βιβλίο, όπως καμβάδες, πίνακες ζωγραφικής που χρησιμοποιούνται σε έργα και γεωμετρικά σχήματα. Για τον λόγο αυτό καλό είναι να οριστεί ο σύνδεσμος που αντιστοιχεί σε αυτό στους σελιδοδείκτες του διαδραστικού πίνακα ή του υπολογιστή που χρησιμοποιείται από τον/την εκπαιδευτικό για άμεση πρόσβαση.

Αντίστοιχα, το Ψηφιακό Μαθησιακό Αντικείμενο Γλωσσάρι προτείνεται να υπάρχει στους σελιδοδείκτες του διαδραστικού πίνακα ή του υπολογιστή της τάξης ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί άμεσα όταν χρειαστεί.

Ενδεικτικό σχέδιο διδασκαλίας

Ένας τρόπος για να οργανώσει ο/η εκπαιδευτικός το μάθημά του/της είναι απαντώντας στις παρακάτω ερωτήσεις:

- Τι θέλω να διδάξω, ποια έννοια προγραμματίζω να προσεγγίσουμε (τίτλος κεφαλαίου);
- Ποια είναι τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα; Διαβάζω τα ΠΜΑ, το υποσέλιδο και τους στόχους στην αρχή της ενότητας.
- Ποια είναι η γνώση των μαθητών/τριών για το θέμα από την προηγούμενη χρονιά, οι εμπειρίες τους, κτλ; Πώς θα το ελέγξω; Συμβουλεύομαι το ΠΣ και τον Οδηγό του Εκπαιδευτικού, διαμορφώνω κατάλληλες ερωτήσεις.
- Πώς θα χωρίσω τον διαθέσιμο χρόνο με βάση τους τέσσερις άξονες: εισαγωγή, δραστηριότητες, αναστοχασμός/σύνοψη/συμπεράσματα, αξιολόγηση; Πόσο χρόνο θα διαθέσω για τον καθένα;
- Πώς θέλω να ξεκινήσω το μάθημά μου (εισαγωγή); Μπορώ να ξεκινήσω με το έργο διερευνητικού χαρακτήρα, το πρόβλημα που χρειάζεται να λυθεί στην αρχή του σχετικού κεφαλαίου στο ΒΜ; Μήπως θέλω να το πλαισιώσω και με κάτι ακόμη;
- Πόσα έργα και ποιας μορφής (γραπτά, δραστηριότητες με υλικά, ψηφιακό υλικό κτλ) υπάρχουν στο κεφάλαιο (ΒΜ και ΤΕ); Για ποια χρειάζεται να προετοιμάσω υλικό; Πόσο χρόνο θα διαθέσω σε καθένα από αυτά; Ποια θεωρώ ότι πρέπει να δουλέψουμε στην τάξη και ποια να αναθέσω για κατ΄ οίκον εργασία;
- Τι είδους ερωτήσεις αναμένω από τους/τις μαθητές/μαθήτριες; Ποιες οι πιθανές δυσκολίες; Συμβουλεύομαι την ψηφιακή ταυτότητα στην ανάλυση του εν λόγω κεφαλαίου, τον Οδηγό εκπαιδευτικού, σχετικά άρθρα.
- Θα χρησιμοποιήσουμε τα αντίστοιχα ΨΜΑ, πότε και πώς;
- Πώς ενθαρρύνω τον αναστοχασμό σε ό,τι εξετάσαμε για να καταλήξουμε σε σύνοψη, σε συμπέρασμα ή συμπεράσματα; Ερωτήσεις, χρήση κατάλληλου λεξιλόγιου, προσεκτική διατύπωση, κτλ.
- Πώς θα αξιολογήσω αν επιτεύχθηκαν και σε ποιο βαθμό τα ΠΜΑ; Θα αξιοποιήσω κάποιο έργο που έχω επιλέξει στο ΤΕ, κάποιο ΨΜΑ, το Εβδομαδιαίο ημερολόγιο κτλ.; Μπορεί η αποτίμηση που συμπληρώνει ο/η κάθε μαθητής/τρια στο ΒΜ στο τέλος κάθε ενότητας να λειτουργήσει ως ανατροφοδότηση για τον βαθμό επίτευξης των ΠΜΑ;
- Θα μπορούσα να συγκεντρώσω τις παρατηρήσεις των μαθητών/τριών στην αποτίμηση και το Εβδομαδιαίο ημερολόγιο που το βρίσκουμε στο τέλος των ΤΕ και να σχεδιάσω μια διδασκαλία βασισμένη σε αυτές με επιπλέον υποστηρικτικό υλικό;

Αξιολόγηση

Η αξιολόγηση αποτελεί ουσιαστικό μέρος της διδασκαλίας, καθώς υποστηρίζει τόσο τη γνωστική ανάπτυξη των μαθητών/μαθητριών όσο και τη λήψη αποφάσεων της διδασκαλίας και της μάθησης. Δεν είναι ανεξάρτητη διαδικασία της διδασκαλίας, αλλά εντάσσεται οργανικά στις διδακτικές πρακτικές. Οι κύριες μορφές της είναι η τελική και η διαμορφωτική αξιολόγηση, με τη δεύτερη να συμβάλλει ενεργά στην κατανόηση της μαθησιακής προόδου και στον σχεδιασμό της διδασκαλίας. Η διαμορφωτική αξιολόγηση περιλαμβάνει τέσσερα βασικά στάδια: (α) τον προσδιορισμό του σημείου στο οποίο βρίσκεται ο/η μαθητής/τρια γνωστικά, (β) τον καθορισμό των επιδιωκόμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων, (γ) την επιλογή τρόπων επίτευξης αυτών των στόχων και (δ) το σχεδιασμό μελλοντικής δράσης (van de Walle et al., 2017 όπως αναφέρεται στον Οδηγό Εκπαιδευτικού, 2022). Η αξιολόγηση για τη μάθηση συνδυάζει και τις δύο μορφές, παρέχοντας συνεχή ανατροφοδότηση σε μαθητές και εκπαιδευτικούς. Ενσωματώνεται στη διδασκαλία μέσα από έναν κυκλικό σχεδιασμό που περιλαμβάνει παρατήρηση, προγραμματισμό, δράση και αναστοχασμό, ενισχύοντας την αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας και την επαγγελματική ανάπτυξη του/της εκπαιδευτικού.

Στο τέλος κάθε ενότητας, τόσο στο ΒΜ όσο και στο ΤΕ, παρατίθεται επαναληπτικό κεφάλαιο με έργα, που μπορεί να αξιοποιηθεί από τον/την εκπαιδευτικό ως εργαλείο για διαμορφωτική ή και τελική αξιολόγηση. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να επιλέξει μέρος του υλικού ή και όλο για να διαπιστώσει τον βαθμό κατάκτησης των εννοιών που έχουν διδαχθεί και να οργανώσει κατάλληλα πότε και πώς θα επανέλθει.

Μέρος της αναστοχαστικής διαδικασίας των μαθητών/μαθητριών αποτελεί και το Εβδομαδιαίο ημερολόγιο που υπάρχει στο τέλος των ΤΕ α΄ και β΄ τεύχος.

Στο Εβδομαδιαίο Ημερολόγιο οι μαθητές/τριες μπορεί να χρησιμοποιήσουν λέξεις κλειδιά για να αποτυπώσουν τα ενδιαφέροντα και τις δυσκολίες τους, για παράδειγμα, ενδιαφέρον: ανάκλαση, δυσκολία: δεκαδικοί αριθμοί. Μπορούν να αναφερθούν σε συγκεκριμένο έργο, για παράδειγμα, ενδιαφέρον: Κεφ.13, ΤΕ, ή 3, δυσκολία: Κεφ… Ο/η εκπαιδευτικός εξετάζει τις ανταποκρίσεις του/της μαθητή/τριας στο ημερολόγιο, τις συγκρίνει με την ανταπόκριση του/της μαθητή/τριας στα έργα αποτίμησης και με τις δικές του/της σημειώσεις και γράφει σύντομες, καίριες κατευθύνσεις. Αν χρειάζεται να δώσει επιπλέον πληροφορίες και προς τους γονείς, ασκήσεις εξάσκησης κτλ., μπορεί να χρησιμοποιήσει το τετράδιο του/της μαθητή/μαθήτριας.

Το Εβδομαδιαίο Ημερολόγιο και η αποτίμηση στο επαναληπτικό κάθε ενότητας αποτελούν σημαντικά εργαλεία μεταγνωστικής διαδικασίας. Η αποτίμηση περιλαμβάνει τους βασικούς μαθησιακούς στόχους που καλύπτει η κάθε ενότητα και αποτελεί αφορμή ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να έχουν την ευκαιρία να αναστοχαστούν πάνω στο τι έμαθαν και πώς το έμαθαν, να συζητήσουν τι τους προκάλεσε το ενδιαφέρον και τι τους δυσκόλεψε.

Ενότητα 1

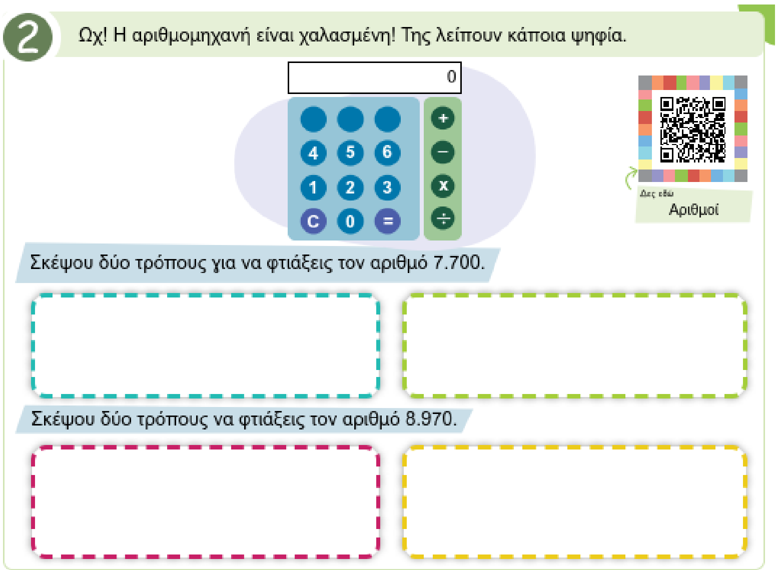
Στα κεφάλαια 1, 2, 3 και 4 μελετώνται οι φυσικοί αριθμοί μέχρι το 10.000 μέσα από αναπαραστάσεις, υλικά και τρόπους αναγνώρισης. Στο κεφάλαιο 5 μελετώνται οι ορθές γωνίες και συγκρίνονται με άλλες γωνίες. Στα κεφάλαια 6 και 7 οι μαθητές/μαθήτριες εξασκούνται στη σχεδίαση τετράπλευρων, αναζητούν σχήματα μέσα σε άλλα σχήματα και συνθέτουν τετράπλευρα από μικρότερα μέρη.

Κεφάλαιο 1 ΒΜ

3ο έργο. Οι «κύβοι Dienes» μπορούν να χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση φυσικών αριθμών, όπως στο συγκεκριμένο έργο. Η αναπαράσταση με τους κύβους Dienes μπορεί να βοηθήσει τους/τις μαθητές/μαθήτριες στην αναγνώριση της αξίας θέσης ψηφίου, στην κατασκευή/σύνθεση και ανάλυση ενός φυσικού αριθμού, στη σύγκριση δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών κτλ.

2ο έργο. Προτείνεται η παρακάτω ομαδοσυνεργατική δραστηριότητα: Οι μαθητές/τριες χωρίζονται σε ομάδες με τη βοήθεια του/της εκπαιδευτικού, φτιάχνουν τα δικά τους σύμβολα για κάθε αξία, για να αναπαραστήσουν με αυτά άλλους αριθμούς και να τους δώσουν στις άλλες ομάδες για να τους βρουν.

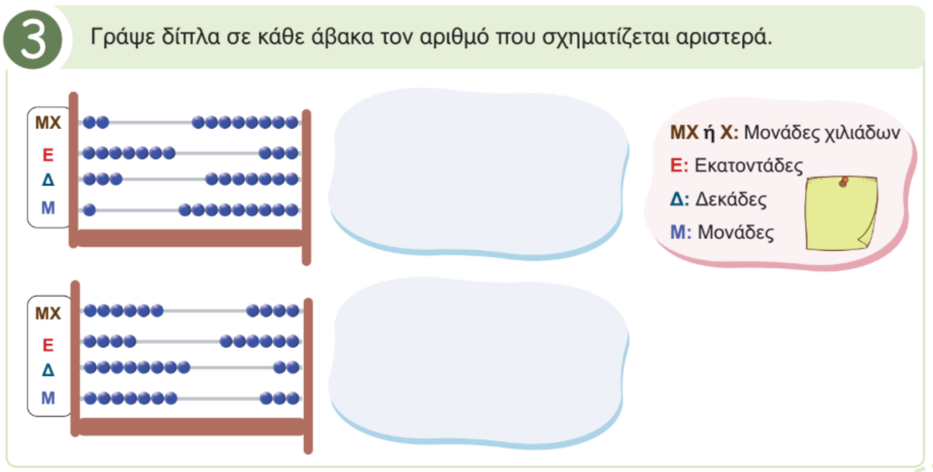
Κεφάλαιο 1 ΤΕ



Κεφάλαιο 1 ΤΕ – Έργο 2

2ο έργο. Μερικοί τρόποι για τον σχηματισμό του 7.700: 6.600+1.100, 5.500+2.200, 4.400+3.300, 6.000+1.000+200+500, 4.000+3.000+500+100+100 κτλ. Ως επέκταση, μπορεί να ζητηθεί ο συντομότερος τρόπος, να δοθεί ο σχηματισμός κι άλλων αριθμών που θα έχουν Δ και Μ κτλ.

3ο έργο. Ως επέκταση, θα μπορούσε ο/η εκπαιδευτικός να ζητήσει από τους/τις μαθητές/μαθήτριες να προσδιορίσουν τους αριθμούς που σχηματίζονται στη δεξιά πλευρά σε κάθε άβακα. Τα αθροίσματα των αριθμών δεξιά και αριστερά σε κάθε άβακα είναι 11.110.



Κεφάλαιο 1 ΤΕ – Έργο 3

Κεφάλαιο 2 ΒΜ

Η κεντρική ιδέα είναι η αξία θέσης ψηφίου.

2ο έργο. Οι αριθμοί που τοποθετούνται στην αριθμογραμμή είναι με τη σειρά 3.148, 3.418, 3.481, 3.841.

4ο έργο. Προσφέρεται για εμβάθυνση στη σχέση μεταξύ των διαφόρων τάξεων μεγέθους.

8 δεκάδες = 80 μονάδες

4 εκατοντάδες = 40 δεκάδες = 400 μονάδες

5 μονάδες χιλιάδων = 50 εκατοντάδες = 500 δεκάδες = 5.000 μονάδες

2 μονάδες χιλιάδων = 20 εκατοντάδες = 200 δεκάδες = 2.000 μονάδες

6 μονάδες χιλιάδων = 60 εκατοντάδες = 600 δεκάδες = 6.000 μονάδες

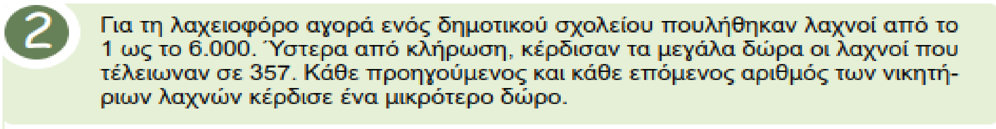
5° έργο.

	ΜΧ	Ε	Δ	Μ
4.382	4	3	8	2
	4	2	18	2
	3	13	8	2
7.208	7	2	0	8
	7	1	10	8
	6	12	0	8

Κεφάλαιο 2 ΤΕ

2° έργο. Μεγάλα δώρα 6. Λαχνοί 357, 1.357, 2.357, 3.357, 4.357, 5.537

Μικρότερα δώρα 12. Λαχνοί 356, 358, 1.356, 1.358, 2.356, 2.358, 3.356, 3.358, 4.356, 4.358, 5.356, 5.358



Κεφάλαιο 2 ΤΕ – Έργο 2

4° έργο. Οι αριθμοί είναι 6.706 και 5.550.

Κεφάλαιο 2 ΤΕ – Έργο 4

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Ο/Η εκπαιδευτικός θα κρίνει αν χρειάζεται η αναπαράσταση των δεδομένων με κάποιο μοντέλο ή υλικό, ή η ανάλυση των δεδομένων, όπως για παράδειγμα η ανάλυση του 17Ε σε 10Ε = 1ΜΧ και 7Ε, κτλ. για να ενθαρρύνει τη χρήση τους.

Κεφάλαιο 3 ΒΜ

1° έργο. Μπορεί να γίνει και παιχνίδι και να το παίζουν οι μαθητές/μαθήτριες ανά δύο (μεγέθυνση, πλαστικοποίηση).

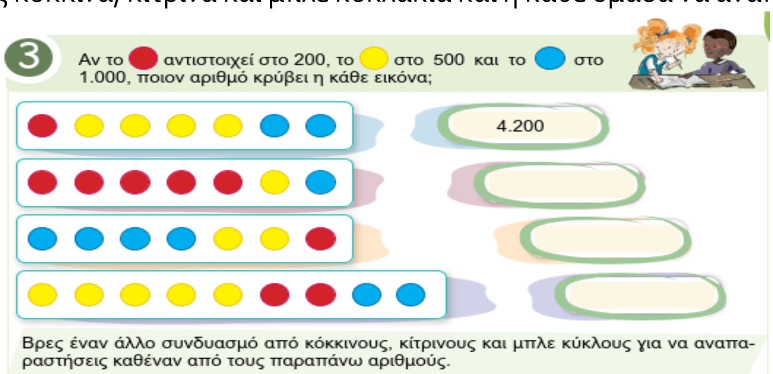
Ως επέκταση μπορεί το πιγκουινάκι να ακολουθήσει και άλλες διαδρομές που θα υποδείξουν οι μαθητές/μαθήτριες ή και ο/η εκπαιδευτικός.

2° έργο. Ο/Η εκπαιδευτικός θα μπορούσε να επεκτείνει το μαθηματικό έργο και να προκαλέσει συζήτηση στην τάξη με την εξής ερώτηση:

– Με ποιους άλλους τρόπους θα μπορούσε να ανεβαίνει η αριθμογραμμή; π.χ. ανά 300 ή 1500, αλλά όχι ανά 400.

3° έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες μπορούν να εφαρμόσουν διάφορες στρατηγικές για τον υπολογισμό με αυτό το μοντέλο συνεργαζόμενοι/ες ανά δύο. Στις δικές τους αναπαραστάσεις μπορούν να χρησιμοποιήσουν ξυλομπογιές για να μπορούν να κάνουν τυχόν διορθώσεις.

Προτείνεται η παρακάτω η ομαδοσυνεργατική δραστηριότητα: Οι μαθητές/μαθήτριες σε ομάδες έχουν στη διάθεσή τους κόκκινα, κίτρινα και μπλε κυκλάκια και η κάθε ομάδα να αναπαριστά αριθμούς στις άλλες ομάδες.



Κεφάλαιο 3 ΒΜ – Έργο 3

Κεφάλαιο 3 ΤΕ

2ο έργο. Στην πρώτη σειρά οι αριθμοί ανεβαίνουν ανά 500, στη δεύτερη ανεβαίνουν ανά 200 και στην τρίτη ανά 1000.

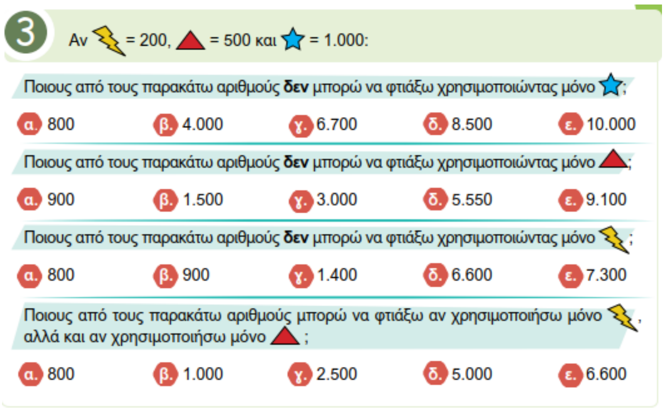
1η σειρά: 2.300, 2.800, 3.300, 3.800, …

2η σειρά: 3.700, 3.900, 4.100, 4.300, 4.500, 4.700,…

3η σειρά: 5.300, 6.300, 7.300, 8.300, 9.300

3ο έργο. Με τη σειρά:

- Τους αριθμούς που έχουν και Ε.
- Τους αριθμούς που έχουν και Δ.
- Τους αριθμούς που δεν είναι πολλαπλάσια του 200.
- Τον 1.000 και τον 5.000.



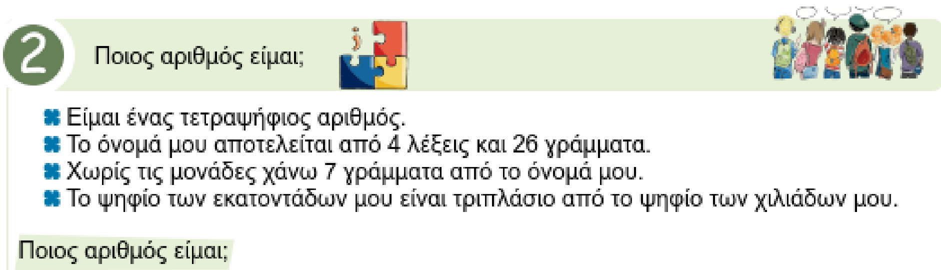
Κεφάλαιο 3 ΤΕ – Έργο 3

Κεφάλαιο 4 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες απαγγέλουν, διαβάζουν και γράφουν αριθμούς τους οποίους αναγνωρίζουν σε αναπαραστάσεις ή κατασκευάζουν αριθμούς σε διάφορα μοντέλα.

Κεφάλαιο 4 ΤΕ

2ο έργο.



Κεφάλαιο 4 ΤΕ – Έργο 2

Ο αριθμός είναι 2.604. Στρατηγική: Από την τρίτη πρόταση προκύπτει ότι οι μονάδες έχουν 7 γράμματα. Μόνο το 4 (τέσσερα) έχει 7 γράμματα, άρα 4Μ. Από την δεύτερη πρόταση (4 λέξεις) προκύπτει ότι οι χιλιάδες μπορεί να είναι:

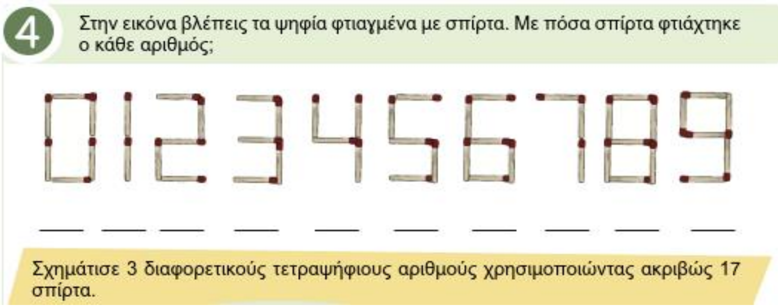
- 1 άρα (από την τελευταία πρόταση) οι εκατοντάδες είναι 3
- 2 άρα (από την τελευταία πρόταση) οι εκατοντάδες είναι 6 και οι δεκάδες 0
- 3 άρα (από την τελευταία πρόταση) οι εκατοντάδες είναι 9 και οι δεκάδες 0

Αν Χ είναι 1 (χίλια 5 γράμματα) και Ε 3 (τριακόσια 9 γράμματα), τότε 5+9+7=21 άρα 26-21=5 γράμματα για τις Δ. Επειδή δεν υπάρχουν δεκάδες με 5 γράμματα, αυτή λύση απορρίπτεται.

Αν Χ είναι 2 (δύο χιλιάδες 11 γράμματα) και Ε 6 (εξακόσια 8 γράμματα) τότε 11+8+7=26 γράμματα).

Η στρατηγική με δοκιμή και πλάνη είναι πιο χρονοβόρα. Πιθανόν να υπάρξουν και διαισθητικές λύσεις αλλά σε κάθε περίπτωση να στηρίζονται στους δοσμένους περιορισμούς για να αιτιολογούνται.

4ο έργο. 2.341 1.206 1.245 3.451 5.407 κ.ά. Οι μαθητές/μαθήτριες αθροίζουν κάθε φορά τα σπίρτα των ψηφίων που απαρτίζουν τους αριθμούς που προτείνουν για να επιβεβαιώσουν τις επιλογές τους.



Κεφάλαιο 4 ΤΕ – Έργο 4

Κεφάλαιο 5 ΒΜ

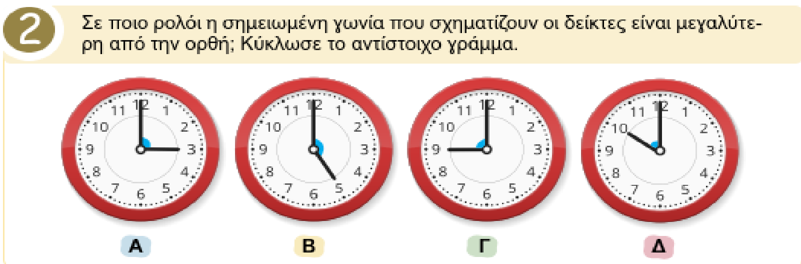
Στόχος είναι να αναγνωρίζουν οι μαθητές/μαθήτριες γωνίες σε οικείες αναπαραστάσεις, να συγκρίνουν την ορθή (μεγάλη γωνία γνώμονα) με αυτές και να σχεδιάζουν ορθές γωνίες. Η χρήση του γνώμονα είναι μια ακόμη δεξιότητα που πρέπει να κατακτήσουν οι μαθητές/μαθήτριες.

1ο έργο. Προτείνεται η παρακάτω βιωματική δραστηριότητα: Οι μαθητές/μαθήτριες σε ομάδες να εντοπίσουν 2 ορθές γωνίες στην τάξη ή στο προαύλιο.

3ο έργο. Προτείνεται η εξής ομαδοσυνεργατική δραστηριότητα: Οι μαθητές/μαθήτριες σε 4 ομάδες όπου οι δύο θα πρέπει να βρουν τις ορθές και οι άλλες δύο τις αμβλείες. Στο τέλος οι ομάδες που είχαν αναλάβει το ίδιο να συγκρίνουν τα αποτελέσματά τους. Με αυτή τη διαχείριση η μαθηματική δραστηριότητα εμπλουτίζεται, καθώς ενισχύονται οι μαθηματικές πρακτικές του συλλογισμού, της μαθηματικής επικοινωνίας και της χρήσης κατάλληλων εργαλείων.

Κεφάλαιο 5 ΤΕ

2ο έργο. Στο Β. Οι γωνίες είναι σημειωμένες με μπλε ώστε να μην υπάρξει παρανόηση για το ποιες γωνίες συγκρίνονται με την ορθή σε περίπτωση που μαθητής/μαθήτρια «δει» τη μη κυρτή γωνία.



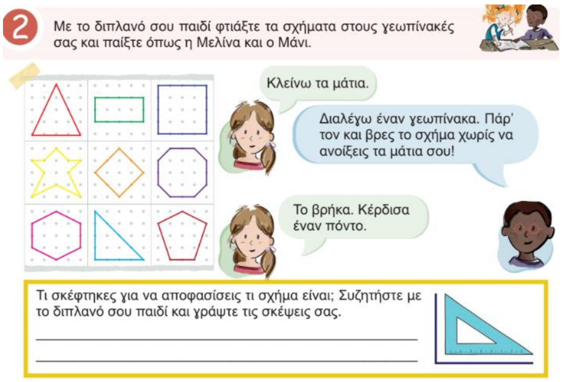
Κεφάλαιο 5 ΤΕ – Έργο 2

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Απλές χάρτινες λωρίδες που συνδέονται με διπλόκαρφο στην άκρη τους μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους/τις μαθητές/ μαθήτριες για να δημιουργήσουν γωνίες μικρότερες ή μεγαλύτερες της ορθής, να τις συγκρίνουν, να τις μετρήσουν με τη βοήθεια του γνώμονα κτλ. Οι δραστηριότητες με το χειραπτικό υλικό απευθύνονται σε όλους τους/τις μαθητές/ μαθήτριες και προσφέρονται και για τη διερεύνηση του τρόπου σκέψης τους.

Κεφάλαιο 6 ΒΜ

Κάθε έργο που αφορά στις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων, όπως, για παράδειγμα, το 2ο έργο, συνδέεται με τη Μεγάλη Ιδέα της Μαθηματικής Δομής.

2ο έργο. Το παιχνίδι συνδέεται με τις ιδιότητες των σχημάτων. Μια επιπλέον πρόταση που θα μπορούσε να προστεθεί είναι η αναγνώριση με την αφή του μήκους των πλευρών. Αν ο/η μαθητής/μαθήτρια ανακαλύψει ότι οι γωνίες είναι ορθές και οι πλευρές σε ένα τετράπλευρο είναι όλες μεταξύ τους ίσες, τότε είναι τετράγωνο, αν δεν είναι ίσες, είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Ευνοείται η ανάπτυξη της μαθηματικής πρακτικής του συλλογισμού και της επιχειρηματολογίας των μαθητών/μαθητριών, καθώς οι μαθητές/τριες υποθέτουν, δοκιμάζουν, αιτιολογούν και γενικεύουν. Παράλληλα αναπτύσσεται η μαθηματική επικοινωνία των μαθητών/τριων, καθώς μοιράζονται απόψεις με καθαρή χρήση μαθηματικής ορολογίας.



Κεφάλαιο 6 ΒΜ – Έργο 2

4ο έργο. Η σχεδίαση των σχημάτων στον καμβά μπορεί να γίνει με όποια σειρά θέλουν οι μαθητές/ μαθήτριες αρκεί να αντιστοιχεί σωστά η ονομασία στο σχήμα.

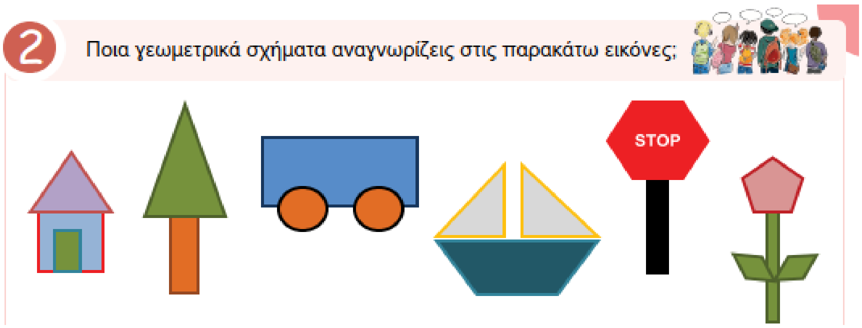
Κεφάλαιο 6 ΤΕ

2ο έργο. Είναι σημαντικό να μπορούν οι μαθητές/μαθήτριες να σχεδιάσουν τα σχήματα σε λευκό χαρτί εντός του συγκεκριμένου πλαισίου, διατηρώντας τα χαρακτηριστικά τους και βοηθούμενοι/βοηθούμενες από αυτά. Ίσως για τον ρόμβο να ξεκινήσουν σχεδιάζοντας έναν σταυρό (τις δύο διαγωνίους του), για το τραπέζιο δύο παράλληλες γραμμές άνισες κτλ.

Συνθετική εργασία: Το 3β μπορεί να λειτουργήσει ως συνθετική εργασία σε ξεχωριστό χαρτονάκι και να αναρτηθεί στην τάξη. Επιπλέον, μπορεί να οργανωθεί έκθεση με τα έργα ή και διαγωνισμός για την ανάδειξη των τριών καλύτερων έργων.

Κεφάλαιο 7 ΒΜ

2ο έργο. Αναζητούνται τα σχήματα που έχουν ακριβώς τρεις γωνίες, ακριβώς τέσσερις και περισσότερες από τέσσερις.



Κεφάλαιο 7 ΒΜ – Έργο 2

Κεφάλαιο 7 ΤΕ

1ο έργο. Ένα γαλάζιο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο δύο γαλάζια τρίγωνα, ένα πράσινο τρίγωνο ή ένα πράσινο ορθογώνιο ή ένα πράσινο παραλληλόγραμμο. Οι μαθητές/μαθήτριες μπορεί να φτιάξουν και άλλα σχήματα που είναι αποδεκτά.

Ενότητα 2

Τα κεφάλαια 8 έως 13 αφορούν στους Αριθμούς, το κεφάλαιο 14 στους Μετασχηματισμούς, που εξετάζονται ξεχωριστά. Ειδικότερα, στα κεφάλαια 12 και 13 μελετώνται οι αλγόριθμοι της πρόσθεσης και της αφαίρεσης τριψήφιων αριθμών.

Κεφάλαιο 8 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να αναγνωρίσουν αριθμούς σε διαφορετικά πλαίσια, να αναλύσουν και συνθέσουν αριθμούς ασκούμενοι στη διαχείριση της υπέρβασης της δεκάδας και της εκατοντάδας.

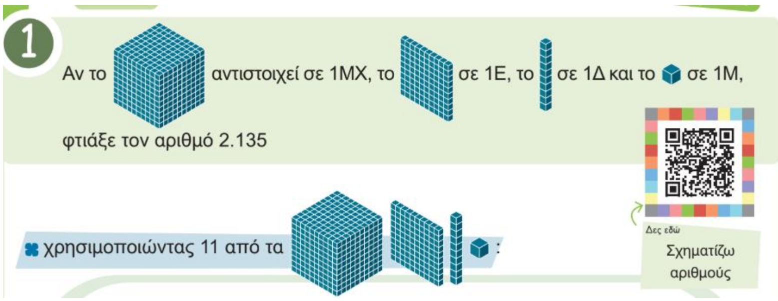
2^o *έργο.* Το λάθος της Εμμανουέλας είναι ότι το άθροισμα των μονάδων της φράσης της είναι 2.000 + 3.700 + 4 = 5.704 και όχι 2.374. Κάποιοι/Κάποιες μαθητές/μαθήτριες πιθανόν να κάνουν νοερούς υπολογισμούς και να αναγνωρίσουν τη λανθασμένη φράση ενώ κάποιοι άλλοι ίσως χρειαστεί να υπολογίσουν με χαρτί και μολύβι για να συνθέσουν τους αριθμούς από τις φράσεις των παιδιών. Σε κάθε περίπτωση θα χρειαστεί να εξηγήσουν τη σκέψη τους και ένας τρόπος είναι ο παραπάνω. Με αυτό το μαθηματικό έργο αναπτύσσεται η μαθηματική πρακτική της μεταγνωστικής διαδικασίας, καθώς οι μαθητές/μαθήτριες χρειάζεται να αναστοχαστούν πάνω στις στρατηγικές και διαδικασίες σύνθεσης ενός αριθμού.

Κεφάλαιο 8 ΒΜ – Έργο 2

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Εάν ο/η εκπαιδευτικός διαπιστώνει δυσκολία μετάβασης κάποιων μαθητών/μαθητριών από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο, εμπλέκει τους/τις μαθητές/μαθήτριες ανά δύο ή σε ομάδες στην αναπαράσταση των αριθμών με κύβους Dienes ή άλλο υλικό ή ψηφιακές αναπαραστάσεις. Σε κάθε περίπτωση, οι αναπαραστάσεις μπορούν να εμπλέκουν όλους/όλες τους/τις μαθητές/μαθήτριες της τάξης ανεξάρτητα από τον βαθμό κατανόησής τους.

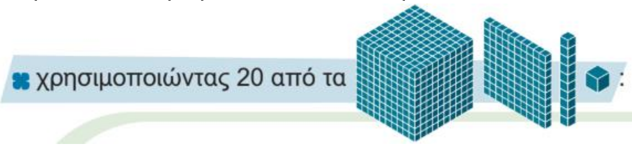
Κεφάλαιο 8 ΤΕ

1^o *έργο.*



Κεφάλαιο 8 ΤΕ – Έργο 1α

α. Θα χρειαστούν 2 κύβους ΜΧ, 1 μπλοκ Ε, 3 ράβδους Δ και 5 κυβάκια Μ (5+3+1+2=11)



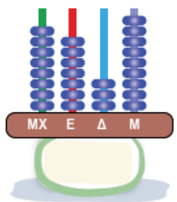
Κεφάλαιο 8 ΤΕ – Έργο 1β

β. Υπάρχουν οι εξής λύσεις: «σπάζουν» 1ΜΧ σε 10Ε, οπότε 5Μ + 3Δ + 11Ε + 1ΜΧ είναι 20 μονάδες υλικού ή «σπάζουν τη 1Ε σε 10Δ, οπότε 5Μ + 13 Δ + 0Ε + 2ΜΧ είναι 20 μονάδες υλικού ή «σπάζουν 1Δ σε 10Μ, οπότε 15Μ + 2Δ + 1Ε + 2ΜΧ είναι 20 μονάδες υλικού.

Κεφάλαιο 9 ΒΜ

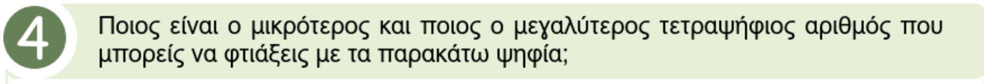
1^o *έργο.* Η διαπραγμάτευση εστιάζει στον ρόλο του 0 σε τετραψήφιο αριθμό που στην περίπτωση του Μάνι παίρνει τη μορφή του κενού σύρματος στον άβακα. Η έννοια του μηδενός είναι μια δύσκολη έννοια δεδομένου ότι υπήρχε στην ιστορία των ελληνικών μαθηματικών με τη μορφή της κενής θέσης και ως σύμβολο και ως αξία εμφανίζεται μετά τον 15^o αιώνα.

3^o *έργο.* Οι μαθητές/μαθήτριες θα παρατηρήσουν ότι ο μεσαίος άβακας στην τρίτη σειρά αναπαριστά τον αριθμό 8.739. Ο προηγούμενος αριθμός είναι ο 8.738. Άρα από το σύρμα των Μ αφαιρείται μία χάντρα. Ο επόμενος αριθμός είναι αυτός που προκύπτει από το άθροισμα 8.739 + 1 = 8.740. Άρα στο πρώτο και στο δεύτερο σύρμα δεν υπάρχει αλλαγή, στο τρίτο μπαίνει μία ακόμη χάντρα και το τελευταίο σύρμα μένει κενό.



Κεφάλαιο 9 ΒΜ – Έργο 3

4ο έργο. Στρατηγική για τον μικρότερο αριθμό: Ο/Η μαθητής/μαθήτρια παρατηρεί ποιο είναι το μικρότερο ψηφίο για να το τοποθετήσει στη θέση των ΜΧ, για παράδειγμα για τον πρώτο αριθμό το 1 και συμπληρώνει τις υπόλοιπες θέσεις από τον μικρότερο, το 0, προς τον μεγαλύτερο, το 4 (1.024). Το ίδιο και με τους άλλους δύο 2.058 και 5.069. Στρατηγική για τον μεγαλύτερο αριθμό: Ο/Η μαθητής/μαθήτρια επιλέγει το 4 για τις ΜΧ και συμπληρώνει τις υπόλοιπες θέσεις από τον μεγαλύτερο, τον 2, προς τον μικρότερο, το 0. (1.024, 8.520, 9.650)



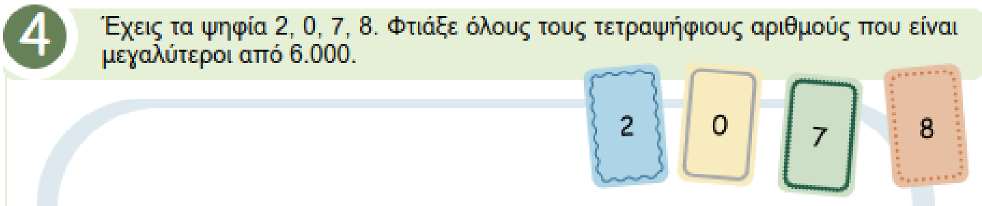
Κεφάλαιο 9 ΒΜ – Έργο 4

Πιθανόν να συζητηθεί στην τάξη ότι το 0 δεν μπορεί να μπει στη θέση των ΜΧ, επειδή τότε ο αριθμός δεν θα είναι τετραψήφιος, όπως ζητείται στην εκφώνηση. Επιπλέον, είναι πιθανόν οι μαθητές/μαθήτριες να παρατηρήσουν ότι στη στήλη με τους μεγαλύτερους αριθμούς το 0 είναι πάντα στο τέλος.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Προτείνεται εργασία σε ομάδες. Η κάθε ομάδα φτιάχνει όλους τους αριθμούς με τα αυτά τα ψηφία και ύστερα συμπληρώνει τον πίνακα.

Κεφάλαιο 9 ΤΕ

4ο έργο. Αναμένεται οι μαθητές/μαθήτριες αυτής της ηλικίας να μπορούν να αναπτύξουν μια στρατηγική μόνοι/μόνες τους. Μπορεί ο/η εκπαιδευτικός να δώσει μία βοήθεια στους/στις μαθητές/μαθήτριες που θα μπορούσε να οδηγήσει σε μια στρατηγική.



Κεφάλαιο 9 ΤΕ – Έργο 4

α. Οι αριθμοί που θα δημιουργηθούν θα έχουν στη θέση των ΜΧ είτε 7 είτε 8. Επομένως φτιάχνουμε δυο στήλες, μία για το 7 και μία για το 8.

β. Στη θέση των Ε μπορεί να μπει είτε το 0, είτε το 2 είτε το 7 ή 8, ανάλογα τη στήλη. Το ίδιο ισχύει για τις Δ και τις Μ.

γ. Βάζουμε με τη σειρά στη θέση των Ε πρώτα το 0 και δημιουργούμε 2 αριθμούς, μετά στη θέση των Ε το 2 κτλ.

7.028	8.027
7.082	8.072
7.280	8.270
7.208	8.207
7.802	8.702
7.820	8.720

Κεφάλαιο 10 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες συνδυάζουν αριθμούς για να σχηματίσουν έναν νέο αριθμό, συγκρίνουν και διατάσσουν αριθμούς.

1ο έργο. Ο/Η εκπαιδευτικός για να διευκολύνει τους/τις μαθητές/μαθήτριες θα μπορούσε να προτείνει να βρουν 2 αριθμούς να προσθέσουν για να φτάσουν στο 10.000. Ύστερα να βρουν 3 προσθετέους για το άθροισμα.

Η στρατηγική για τους δύο προσθετέους: Επειδή είναι 2, ο/η μαθητής/μαθήτρια θα πρέπει να εστιάσει σε έναν μεγάλο αριθμό και το συμπλήρωμά του ως το 10.000. Η στρατηγική για τους τρεις προσθετέους: ο/η μαθητής/μαθήτρια δοκιμάζει με τρεις περίπου ισοδύναμους προσθετέους ή δύο πιο μεγάλους και έναν μικρότερο για συμπλήρωμα.

Κεφάλαιο 10 ΒΜ – Έργο 1

10.000 = 7.500 + 2.500

10.000 = 2.700 + 4.100 + 3. 200 ή 10.000 = 4.000 + 4.800 + 1.200

10.000 = 1.250 + 2.450 + 2.300 + 4.000

$2^{ο}$ έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες διαπιστώνουν ότι σε μια αφαίρεση τετραψήφιων αριθμών που ο αφαιρετέος και ο μειωτέος έχουν τις ίδιες Ε, Δ κα Μ, αφαιρούμε μόνο τις ΜΧ.

$3^{ο}$ έργο. Η κεντρική ιδέα είναι η υπέρβαση της Δ, της Ε και της Χ.

$4^{ο}$ έργο. Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Προτείνεται να αξιοποιηθεί ο άβακας ως αναπαραστατικό μέσο ώστε να βοηθηθούν οι μαθήτριες και οι μαθητές κατά την ενασχόλησή τους με το συγκεκριμένο έργο.

Κεφάλαιο 10 ΤΕ

$1^{ο}$ έργο. Πρόβλημα για την καλλιέργεια του μαθηματικού εγγραμματισμού. Προσκαλεί τους/τις μαθητές/μαθήτριες να επεξεργαστούν τα δεδομένα σε ένα ρεαλιστικό πλαίσιο. Η επίλυση προβλήματος είναι μια πολύ σημαντική μαθηματική πρακτική, στην οποία εξασκούνται οι μαθητές/μαθήτριες .

α. Η οικογένεια θα μπορούσε να έχει 2 παιδιά. Γιατί όχι 1 παιδί; Επειδή θα της περίσσευαν περίπου 300 ευρώ.

β. Πράγα (περισσεύουν περισσότερα από 200 ευρώ) και Παρίσι ή Λονδίνο αλλά χωρίς να τους περισσέψουν 200 ευρώ.

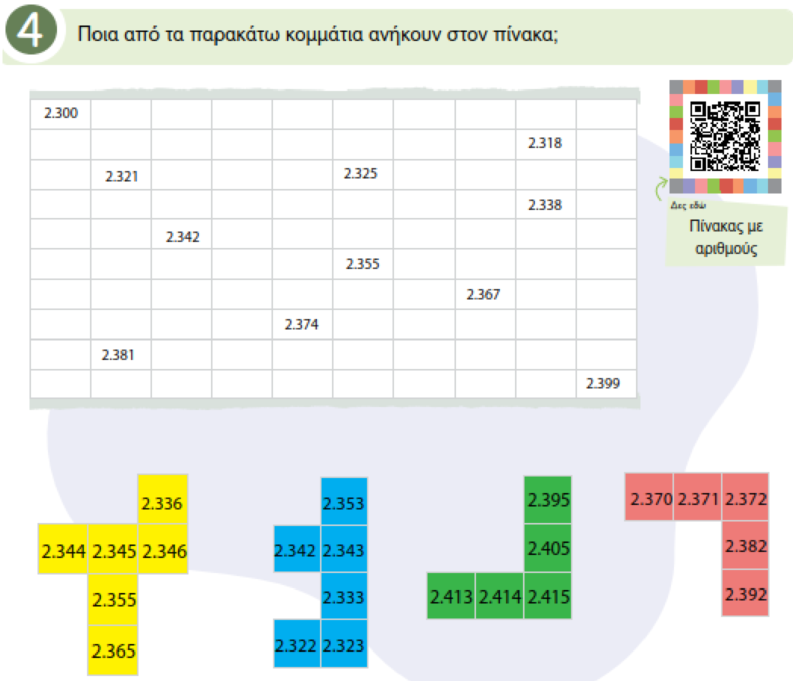
$4^{ο}$ έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν τον πίνακα προσεκτικά για να διαπιστώσουν ότι οι αριθμοί ακολουθούν δύο κανόνες: αυξάνονται οριζόντια και προς τα δεξιά κατά 1Μ και κάθετα και προς τα κάτω κατά 1Δ (10Μ). Ίσως χρειαστεί να συμπληρώσουν οι μαθητές/μαθήτριες τον πίνακα για να βοηθηθούν στην απόφαση. Σε περίπτωση που εντοπίζει ο/η εκπαιδευτικός δυσκολία σε αυτό το έργο, θα μπορούσε με κατάλληλες ερωτήσεις να καθοδηγήσει τους μαθητές και τις μαθήτριες στις παρατηρήσεις αυτές.

Τι παρατηρείτε; Πώς προκύπτει ο επόμενος αριθμός από τον προηγούμενο σε κάθε γραμμή (οριζόντια) ;

Πώς προκύπτει ο επόμενος αριθμός από τον προηγούμενο σε κάθε στήλη (κάθετα);

Ορισμένοι μαθητές/μαθήτριες μπορεί να αποφασίσουν αμέσως ότι το μπλε κομμάτι δεν είναι αποδεκτό, επειδή δεν ακολουθεί τον δεύτερο κανόνα. Επίσης, ότι το πράσινο κομμάτι περιλαμβάνει αριθμούς που είναι εκτός πίνακα.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Μικρότερος αριθμός επιλογών για το $1^{ο}$ έργο και μικρότερος πίνακας και κομμάτια για το $4^{ο}$ έργο.

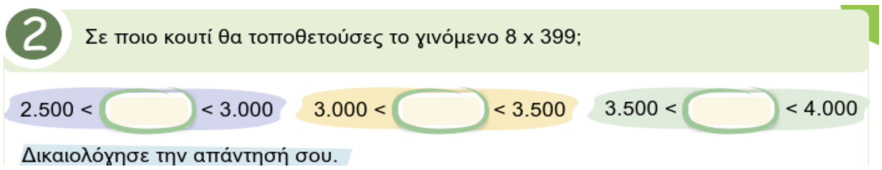


Κεφάλαιο 10 ΤΕ – Έργο 4

Κεφάλαιο 11 ΒΜ

Σύνθεση, σύγκριση και διάταξη των αριθμών με διαφορετικά μοντέλα.

2ο *έργο.* Αναμένεται οι μαθητές/μαθήτριες να εκτιμήσουν ότι 8 x 399 είναι περίπου όσο και 8 x 400 και να αποφασίσουν ότι τοποθετείται στο μεσαίο κουτί.



Κεφάλαιο 11 ΒΜ – Έργο 2

3ο *έργο.* Οι αριθμοί οριζόντια αυξάνονται κατά 1 και κάθετα κατά 10.

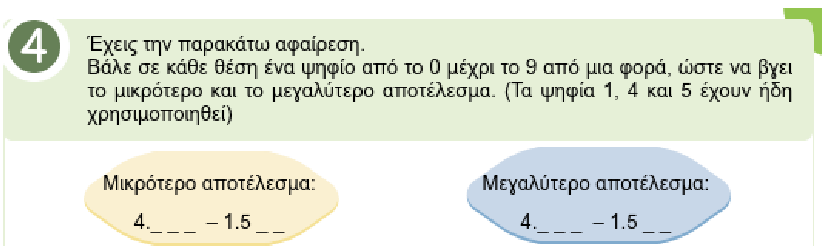
4ο *έργο.* Είναι ανοιχτό πρόβλημα και υπάρχουν περισσότερες από μία λύσεις για την κάθε ανισότητα.

Κεφάλαιο 11 ΤΕ

Οι μαθητές/μαθήτριες αναμένεται να χρησιμοποιήσουν στρατηγικές των νοερών υπολογισμών.

4ο *έργο.* Τα διαθέσιμα ψηφία είναι 2, 3, 6, 7, 8, 9. Αφού θέλουμε το μικρότερο αποτέλεσμα στην αφαίρεση, δηλαδή τη μικρότερη διαφορά, πρέπει ο μειωτέος να είναι ο μικρότερος δυνατός και ο αφαιρετέος ο μεγαλύτερος δυνατός. Άρα, 4.**236** - 1.5**89** = 2.647. Η μεγαλύτερη διαφορά προκύπτει από τον μεγαλύτερο δυνατό μειωτέο και τον μικρότερο δυνατό αφαιρετέο.

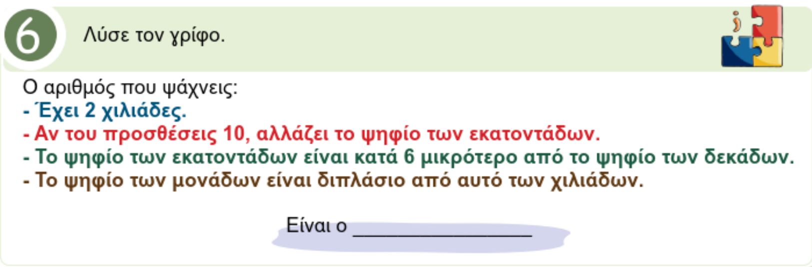
Άρα, 4.987 - 1.5**23** = 3.464.



Κεφάλαιο 11 ΤΕ – Έργο 4

5ο έργο. Για το α. *Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης:* Ο/Η εκπαιδευτικός θα μπορούσε να αξιοποιήσει πρώτα το ΨΜΑ «Μηχανή αριθμών», στο οποίο υπάρχει διαβάθμιση της δυσκολίας και ύστερα το έργο $5^{α}$. Επίσης το έργο 5β ενισχύει την ανάπτυξη των μαθηματικών πρακτικών της επιχειρηματολογίας- συλλογισμού της μαθηματικής επικοινωνίας και της μεταγνωστικής διαδικασίας των μαθητών/τριών.

$6^{ο}$ έργο. Ο/Η εκπαιδευτικός έχει την ευκαιρία να διερευνήσει τον τρόπο σκέψης των μαθητών/μαθητριών του/της.


6 Λύσε τον γρίφο.

Ο αριθμός που ψάχνεις:
- **Έχει 2 χιλιάδες.**
- **Αν του προσθέσεις 10, αλλάζει το ψηφίο των εκατοντάδων.**
- **Το ψηφίο των εκατοντάδων είναι κατά 6 μικρότερο από το ψηφίο των δεκάδων.**
- **Το ψηφίο των μονάδων είναι διπλάσιο από αυτό των χιλιάδων.**

Είναι ο _______________

Κεφάλαιο 11 ΤΕ – Έργο 6

Αξιοποίηση των δεδομένων:

- Έχει 2 χιλιάδες: 2.ΕΔΜ (ή 2. _ _ _)

- Το ψηφίο των μονάδων είναι διπλάσιο από αυτό των χιλιάδων, άρα 4Μ: 2.ΕΔ4 (2. _ _ 4)

- Αν του προσθέσεις 10, αλλάζει το ψηφίο των εκατοντάδων, άρα θα έχει 9Δ: 2.Ε94 (2. _ 94)

- Το ψηφίο των εκατοντάδων είναι κατά 6 μικρότερο από το ψηφίο των δεκάδων, δηλαδή 3Ε: 2.394

Ο αριθμός είναι 2.394.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Χρήση της αριθμογραμμής, όπως στο $2^{ο}$ έργο αλλά με τριψήφιους αριθμούς που οδηγούν σε τετραψήφιους στη χιλιάδα, π.χ. 499+501 κτλ.

Κεφάλαιο 12 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες εμπλέκονται στις διαδικασίες πρόσθεσης τριψήφιων αριθμών με τη χρήση διαφορετικών μοντέλων και αναπαραστάσεων. Καλούνται να αναγνωρίσουν την υπέρβαση της εκατοντάδας ώστε να οδηγηθούν σταδιακά στην κατανόηση της λειτουργίας του αλγορίθμου της πρόσθεσης και να τον εφαρμόσουν στις προτεινόμενες ασκήσεις. Το ίδιο ισχύει και για την πράξη της αφαίρεσης που εξετάζεται στο Κεφάλαιο 13.

$1^{ο}$ έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες έρχονται σε επαφή με στρατηγικές υπολογισμού αθροισμάτων. Σε ορισμένες από τις εφαρμογές που προτείνονται ενδέχεται οι μαθητές/μαθήτριες να ακολουθήσουν διαφορετικές στρατηγικές ή την ίδια στρατηγική με διαφορετικό τρόπο.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Αξιοποίηση αναπαραστάσεων ή χρήση υλικού Dienes σε κατακόρυφη διάταξη έτσι ώστε οι μαθητές/μαθήτριες να διευκολύνονται στην ομαδοποίηση των μονάδων ή δεκάδων με στόχο τη βαθύτερη κατανόηση του αλγορίθμου της πρόσθεσης.

Κεφάλαιο 12 ΤΕ

$2^{ο}$ έργο.

178 + 97 = 178 + 100 – 3 ή 180 + 100 – 2 – 3

269 + 101 = 269 + 100 + 1 ή 270 + 100 ή 269 + 1 + 100

598 + 47 = 600 + 47 - 2 ή 600 + 50 - 2 - 3

Δεκτές είναι οποιεσδήποτε άλλες στρατηγικές που οδηγούν σε σωστά αποτελέσματα. Σε κάθε περίπτωση και εφόσον ο χρόνος επαρκεί, ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να συζητήσει με τους/τις μαθητές /μαθήτριες ποια λύση είναι οικονομικότερη από άποψη χρόνου.

Κεφάλαιο 13 ΒΜ

$1^{ο}$ έργο. **α.** 2 κούτες, 4 κουτιά και 3 μπάρες.

β. 3 κούτες και 1 κουτί.

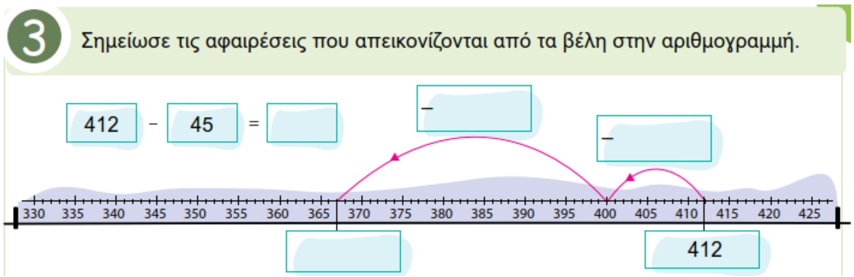
γ. 1 κούτα, 6 κουτιά και 5 μπάρες και από ένα κουτί από τα υπόλοιπα 3 κουτιά θα δώσουν 3 μπάρες.

δ. 2 κούτες, 8 κουτιά και 4 μπάρες και από μία κούτα θα δώσουν 1 κουτί.

Οι παραπάνω διαπιστώσεις μετατρέπονται στο 2ο έργο σε αφαιρέσεις και για στο γ. χρειάζεται ο δανεισμός δεκάδας ενώ στο δ. ο δανεισμός εκατοντάδας.

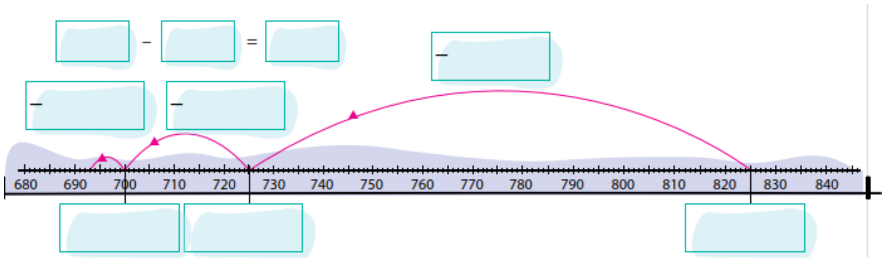
Κεφάλαιο 13 ΤΕ

1ο έργο. Η πρώτη αφαίρεση είναι 412 – 45 = 367. Πάνω από το μικρό τόξο γράφουν -12 για να φτάσουν στο 400 και πάνω από το μεγάλο -33 για να φτάσουν στο 367.



Κεφάλαιο 13 ΤΕ – Έργο 1α

Η δεύτερη αφαίρεση είναι 825 – 132 = 693 και πάνω από το μεγάλο τόξο γράφουν -100, πάνω από το μικρό -25 και πάνω από το μικρότερο όλων -7.



Κεφάλαιο 13 ΤΕ – Έργο 1β

Κεφάλαιο 13 ΤΕ

2ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες αντιλαμβάνονται την ανάγκη της σωστής τοποθέτησης των αριθμών σε μία αφαίρεση για να μπορεί να εκτελεστεί (μηχανισμός).

Ενότητα 3

Σε αυτήν την ενότητα τα κεφάλαια 15,16,17,18, 19 ανήκουν στο πεδίο Αριθμοί και αφορούν στις πράξεις πρόσθεση και αφαίρεση τριψήφιων αριθμών γραπτά και νοερά. Τα κεφάλαια 20 και 21 αφορούν στους μετασχηματισμούς, που εξετάζονται ξεχωριστά.

Κεφάλαιο 15 ΒΜ

2ο έργο. Οι ασκήσεις πρόσθεσης και αφαίρεσης με ελλιπή ψηφία είναι σημαντικές για την εμβάθυνση στην έννοια της αξίας θέσης αριθμού και των τρόπων μετακίνησης από τη μία θέση στην άλλη και την κατάκτηση του μηχανισμού των πράξεων αυτών.

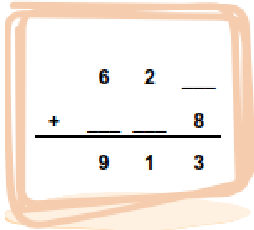
Κεφάλαιο 15 ΤΕ

3ο έργο. Όπως και στο 2ο έργο του κεφαλαίου 15.

Κεφάλαιο 16 ΒΜ

1ο έργο. Το γραφείο των 209 ευρώ και η βιβλιοθήκη των 249 ευρώ. Οι μαθητές/μαθήτριες μπορεί να οδηγηθούν στη λύση με δοκιμή και πλάνη βρίσκοντας τα αθροίσματα όλων των δυνατών συνδυασμών. Εναλλακτικά, εκτιμούν νοερά αρχικά και κατόπιν επαληθεύουν με πράξη.

3ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να συμπληρώσουν ψηφία σε προσθετέους και σε αφαιρετέους ή μειωτέους προκειμένου να κατανοήσουν πώς λειτουργούν οι αντίστοιχοι αλγόριθμοι και να τους εφαρμόσουν σε ασκήσεις και στην επίλυση προβλημάτων.



Κεφάλαιο 16 ΒΜ – Έργο 3

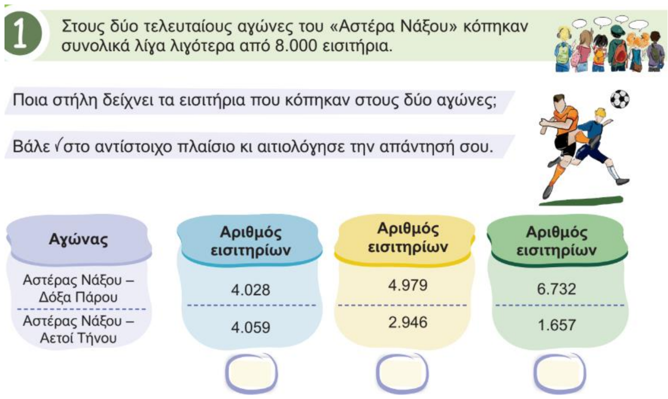
Κεφάλαιο 16 ΤΕ

1ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες ανακαλύπτουν πώς συνδέονται οι πράξεις πρόσθεση και αφαίρεση με τριψήφιους αριθμούς.

2ο έργο. Ένας πίνακας με τα δεδομένα και τα ζητούμενα θα βοηθήσει.

Κεφάλαιο 17 ΒΜ

1ο έργο. Επιλέγουν το τρίτο στη σειρά πλαίσιο επειδή στο πρώτο τα εισιτήρια είναι περισσότερα από 8.000 και στο δεύτερο πολύ λιγότερα από 8.000.

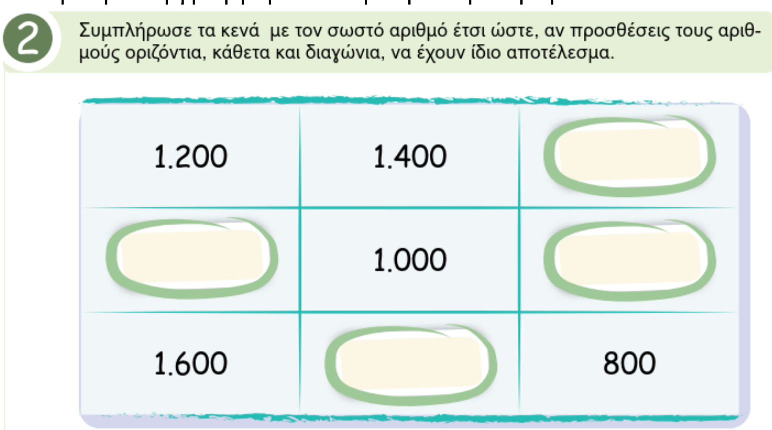


Κεφάλαιο 17 ΒΜ – Έργο 1

2ο έργο. Η κεντρική ιδέα είναι να μη συνδέσουν οι μαθητές/μαθήτριες τη λέξη «περισσότερα» οπωσδήποτε με την πρόσθεση (α πρόβλημα), αλλά ανάλογα με τα δεδομένα και τα ζητούμενα να κατανοήσουν ότι μπορεί να παραπέμπει σε αφαίρεση (β πρόβλημα).

Κεφάλαιο 17 ΤΕ

2ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν ότι η διαγώνιος δίνει το άθροισμα και με βάση αυτό μπορεί να συμπληρωθούν οι αριθμοί στην πρώτη γραμμή και στην πρώτη στήλη.



Κεφάλαιο 17 ΤΕ – Έργο 2

3^o έργο. 1 β. και 2 β.

Κεφάλαιο 18 ΒΜ

2^o έργο. Για κάθε ένα από τα τέσσερα χρώματα ποτηριών οι μαθητές/μαθήτριες θα υπολογίσουν το κόστος. Παρατηρούν ότι τα κίτρινα ποτήρια έχουν το χαμηλότερο κόστος (72 ευρώ). Οι μαθητές/μαθήτριες μπορεί να χρησιμοποιήσουν διαφορετικές στρατηγικές για τον υπολογισμό του κόστους. Για παράδειγμα, οι τιμές των β και δ είναι πολλαπλάσια της τιμής του α κτλ.

Κεφάλαιο 18 ΒΜ – Έργο 2

4^o έργο. Έχει ενδιαφέρον για τον/την εκπαιδευτικό να παρατηρήσει τις στρατηγικές που εφαρμόζουν οι μαθητές/μαθήτριες στον πολλαπλασιασμό, στην πρόσθεση και στην αφαίρεση.

Επέκταση: Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να δώσει και επιπλέον αριθμούς στόχους σε κάποιο πλαίσιο. Ο αριθμός στόχος είναι ένα καλό μοντέλο για τη μελέτη των στρατηγικών των μαθητών/μαθητριών.

Κεφάλαιο 18 ΤΕ

1^o έργο. Ανοιχτό πρόβλημα. Αναμένονται πολλές διαφορετικές απαντήσεις.

4^o έργο. **α.** Περισσότερες από μία δυνατότητες για τα 385 - 3x20 = 325 ευρώ. 6x50 + 5x5 = 325, 5x50 + 25x5 = 325, …

Κεφάλαιο 13 ΤΕ – Έργο 4

β. 7x50 +1x20 +3x5=385

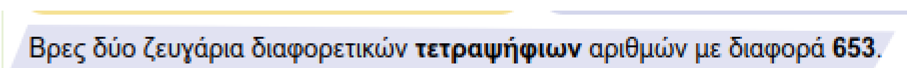
Κεφάλαιο 19 ΒΜ

1^o έργο. Για τους νοερούς υπολογισμούς οι μαθητές/μαθήτριες μπορεί να επιστρατεύσουν στρατηγικές που ήδη έχουν συναντήσει ή που επινοούν με βάση την πρότερη εμπειρία τους.

Για το άθροισμα: αν σκεφτούν 1.000 + 245, είναι εύκολο να τους μετατρέψουν σε 2 τριψήφιους 900 + 345 ή 800 + 445 ή 999 + 246 κτλ.

Κεφάλαιο 19 ΒΜ – Έργο 1α

Για τη διαφορά: μπορούν να σκεφτούν 1.653 - 1.000 και 1.753 - 1.100 ή 1.853 - 1.200 κτλ.



Κεφάλαιο 19 ΒΜ – Έργο 1β

Στο ίδιο πνεύμα κινείται και το 3^o έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν κάθε φορά πώς αυξάνονται ή μειώνονται είτε ο αφαιρετέος είτε ο μειωτέος και στηριζόμενοι στη δοσμένη διαφορά υπολογίζουν ανάλογα τις καινούριες διαφορές. Το ίδιο και με τους προσθετέους. Αυτής της μορφής τα έργα στηρίζονται στον συνδυασμό σκέψης και μηχανισμού.

4ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες αναμένεται να στρογγυλοποιήσουν τους αριθμούς σε 550 + 450 = 1.000 και 1.000 + 262 = 1.262 που ξεπερνά το 1.200 και να απαντήσουν ότι το αλεύρι δεν επαρκεί. Ο/Η εκπαιδευτικός συζητά στην τάξη αν υπάρχουν άλλες προσεγγίσεις, για παράδειγμα 500 + 400 + 200 που οδηγούν σε αριθμό μικρότερο του 1.200 και τέλος μπορεί να ζητήσει να γίνει η πράξη ή οι πράξεις ώστε να αρθεί κάθε διαφωνία.

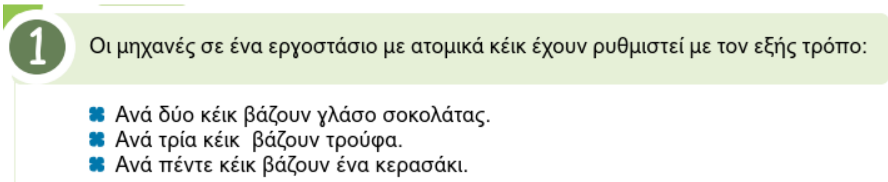
Κεφάλαιο 19 ΤΕ
Τα έργα δεν παρουσιάζουν δυσκολία.

Ενότητα 4

Τα κεφάλαια 22, 23, 24 και 25 είναι αφιερωμένα στην προπαίδεια, στη βαθύτερη κατανόηση της έννοιας και των μηχανισμών που υποστηρίζουν την εκμάθησή της σε διάφορα πλαίσια με τη χρήση διαφόρων μοντέλων. Τα κεφάλαια 26 και 27 αφορούν στις Κανονικότητες και εξετάζονται ξεχωριστά, και το 28 στην ισότητα.

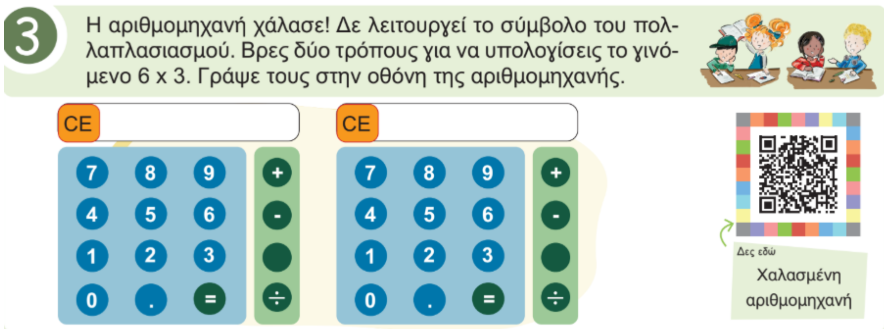
Κεφάλαιο 22 ΒΜ
1ο έργο. Το συγκεκριμένο έργο υποστηρίζει τη διδακτική πρακτική της εννοιολογικής κατανόησης της προπαίδειας και δεν στοχεύει μόνο στην κατάκτηση της διαδικαστικής γνώσης. Αρχικά οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν, προβλέπουν με αφορμή το ερώτημα «Σε ποια θέση πιστεύεις ότι θα είναι το παρακάτω κέικ;» και αναπτύσσουν τις δικές τους στρατηγικές για να απαντήσουν. Οι μαθητές/μαθήτριες αναγράφουν στον πίνακα την προπαίδεια των 2, 3 και 5 επαληθεύοντας τις παραπάνω απαντήσεις τους. Σημαντικό είναι να εντοπίσουν τον κανόνα/ το μοτίβο που υπάρχει σε κάθε γραμμή του πίνακα. Το ερώτημα «Στα πρώτα 100 κέικ πόσα είναι  ;» στοχεύει στον αναστοχασμό και στην επέκταση της μαθηματικής σκέψης.

Πιθανόν κάποιοι/κάποιες μαθητές/μαθήτριες να παρατηρήσουν τα κοινά πολλαπλάσια. Παρότι δεν είναι στον στόχο, κάθε παρατήρηση είναι ευπρόσδεκτη και μπορεί να γίνει αφόρμηση για συζήτηση.



Κεφάλαιο 22 ΒΜ – Έργο 1

3ο έργο. Υπενθυμίζει πως ο πολλαπλασιασμός είναι επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ίσων/ίδιων προσθετέων.



Κεφάλαιο 22 ΒΜ – Έργο 3

Κεφάλαιο 22 ΤΕ
3ο έργο. Σειρές αριθμών. Στην πρώτη οι αριθμοί αυξάνονται κατά 5, στη δεύτερη κατά 10, στην τρίτη κατά 2, στην τέταρτη κατά 3.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης-επέκτασης: Με καρτέλες διψήφιων αριθμών και αργότερα τριψήφιων μπορούν οι μαθητές/μαθήτριες να δημιουργήσουν τις δικές τους σειρές αριθμών και να τις ανταλλάξουν για συμπλήρωση με το διπλανό τους παιδί ή στην ομάδα. Με αυτόν τον τρόπο διευκολύνεται η εκμάθηση της προπαίδειας.

Κεφάλαιο 23 ΒΜ

2^o και 3^o έργο. Προβλήματα που η λύση τους διευκολύνεται από την προπαίδεια.

Κεφάλαιο 23 ΤΕ

2^o έργο. Η πρώτη σειρά είναι μέρος της προπαίδειας του 7 και η δεύτερη του 6.

Κεφάλαιο 24 ΒΜ

1^o έργο. **β)** Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να παρατηρήσουν κοινά πολλαπλάσια μεταξύ της προπαίδειας του 3 και της προπαίδειας του 6. Οι μαθητές/μαθήτριες επεκτείνουν τις παρατηρήσεις τους στα κοινά πολλαπλάσια μεταξύ της προπαίδειας του 3 και του 9, του 2 και του 4 ή του 8, του 5 και του 10 κ.ά.

Κεφάλαιο 24 ΤΕ

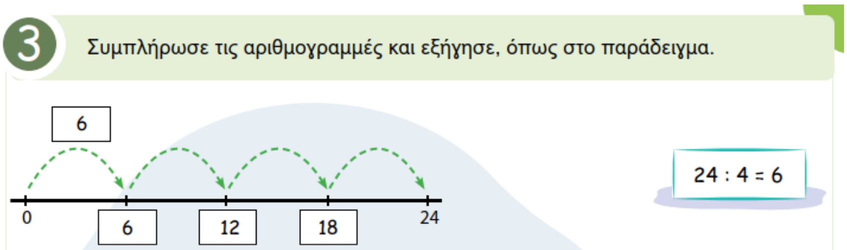
4^o έργο. Συμπερίληψη/ένταξη: Η αναπαράσταση των συνδυασμών με βέλη που να ενώνουν τα είδη των ζυμαρικών με τις σάλτσες θα μπορούσε να οδηγήσει στην πράξη του πολλαπλασιασμού 3x4. Εναλλακτικά, μπορεί να γίνει αναγραφή των δυνατών συνδυασμών σε έναν πίνακα εικονογραφημένο ή να αξιοποιηθεί αρχικά το ΨΜΑ «Πρόβλημα» όπου υπάρχει η συγκεκριμένη στρατηγική.

Κεφάλαιο 24 ΤΕ – Έργο 4

Κεφάλαιο 25 ΒΜ

Στα έργα του κεφαλαίου η διαίρεση προσεγγίζεται ως αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού.

3^o έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες διαιρούν τον τελικό αριθμό με τον αριθμό των διαστημάτων. Πιθανόν να σκεφτούν και άλλες στρατηγικές, όπως για παράδειγμα δοκιμή και πλάνη.

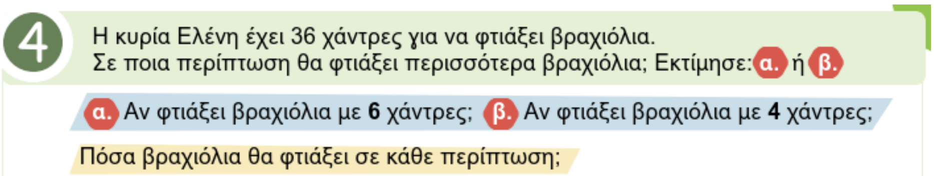


Κεφάλαιο 25 ΒΜ – Έργο 3

4^o έργο. Το ερώτημα του πρώτου προβλήματος μπορεί να απαντηθεί με τη λύση της σχέσης 48 = 6x . Προτείνεται η ε☐ασία να γίνει σε ομάδες. Η κάθε ομάδα φτιάχνει ένα αντίστοιχο πρόβλημα και το δίνει στις υπόλοιπες για να το λύσουν.

Κεφάλαιο 25 ΤΕ

4^o έργο. Είναι ενδιαφέρον για τον/την εκπαιδευτικό να διερευνήσει πώς αντιλαμβάνονται οι μαθητές /μαθήτριες το γεγονός της μείωσης του αριθμού από βραχιόλια όταν ο αριθμός από χάντρες για κάθε βραχιόλι μεγαλώνει: 6 χάντρες 6 βραχιόλια, 4 χάντρες 9 βραχιόλια, και κατ΄ επέκταση 3 χάντρες 12 βραχιόλια ή 12 χάντρες 3 βραχιόλια. Επιπλέον, αναδεικνύεται και ο ρόλος των διαιρετών του 36.



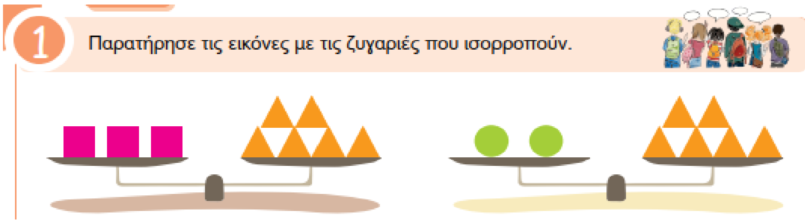
Κεφάλαιο 25 ΤΕ – Έργο 4

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: α) Ο πίνακας της προπαίδειας από το παράρτημα μπορεί να πλαστικοποιηθεί και να διευκολύνει τους/τις μαθητές/μαθήτριες που δυσκολεύονται στους υπολογισμούς. β) Οι μαθητές/μαθήτριες έχουν κάρτες για όλη την προπαίδεια. Πριν το μάθημα βγάζουν τις κάρτες της προπαίδειας ενός συγκεκριμένου αριθμού. Ο/Η εκπαιδευτικός εκφωνεί δύο παράγοντες και οι μαθητές/μαθήτριες σηκώνουν την κάρτα με το γινόμενο. Σταδιακά η απεξάρτηση από τον πίνακα και αυτές τις κάρτες είναι απαραίτητη.

Κεφάλαιο 28 ΒΜ

Το κεφάλαιο 28 ανήκει στο θεματικό πεδίο της Άλγεβρας. Στόχος είναι να αναγνωρίσουν οι μαθητές/μαθήτριες αντιστοιχίες και σχέσεις ισότητας και ανισότητας σε αριθμητικές, λεκτικές, εικονικές και συμβολικές παραστάσεις συμμεταβαλλόμενων ποσών, οι οποίες συνδέονται με τη Μεγάλη Ιδέα της Μεταβολής. Τις έννοιες αυτές σε απλούστερες μορφές συναντούν οι μαθητές/μαθήτριες ήδη από την Α΄ τάξη.

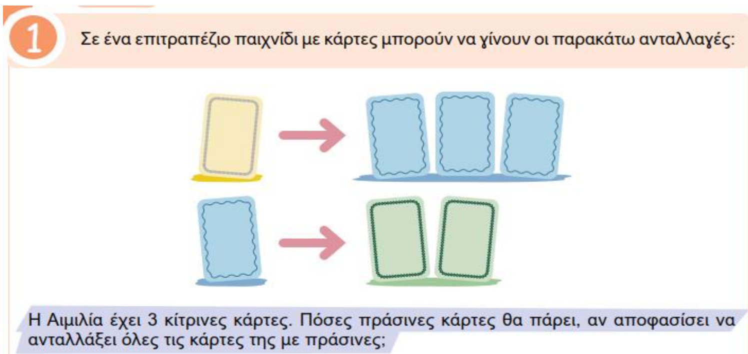
$1^{ο}$ έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες αναγνωρίζουν ότι ένα τετράγωνο ισοδυναμεί με δύο τρίγωνα και ένας κυκλικός δίσκος με τρία τρίγωνα.



Κεφάλαιο 28 ΒΜ – Έργο 1

Κεφάλαιο 28 ΤΕ

$1^{ο}$ έργο.



Κεφάλαιο 28 ΤΕ – Έργο 1

Αιμιλία:

	1 μπλε	2 πράσινες
1 κίτρινη	3 μπλε	6 πράσινες
3 κίτρινες	9 μπλε	18 πράσινες

Γιώργος:

Μπλε	Κίτρινες	Πράσινες
7 = 6 +1	2 (6 μπλε 2 κίτρινες)	2 (1 μπλε 2 πράσινες)
7 = 3+4	1 (3 μπλε 1 κίτρινη)	8 (4 μπλε 8 κίτρινες)

Μάρα: 4 μπλε και 4 πράσινες (2 κίτρινες ανταλλάσσονται με 6 μπλε από τις οποίες 2 μπλε ανταλλάσσονται με 4 πράσινες).

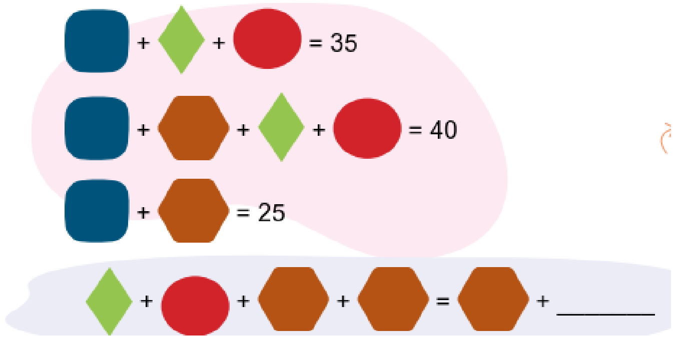
$2^{ο}$ έργο.

Από τη δεύτερη σχέση το καφέ σχήμα ισοδυναμεί με 5.

Από την τρίτη σχέση το μπλε σχήμα ισοδυναμεί με 20.

Από την πρώτη σχέση πράσινο και κόκκινο σχήμα μαζί ισοδυναμούν με 15.

Από την τέταρτη σχέση 15 + 5 + 5 = 5 + 20. Άρα, στην κενή θέση μπαίνει το μπλε σχήμα.



Κεφάλαιο 28 ΤΕ – Έργο 2

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Θα βοηθούσε να γίνουν οι συναλλαγές με πραγματικές και όχι μόνο με εικονικές κάρτες.

Ενότητα 5

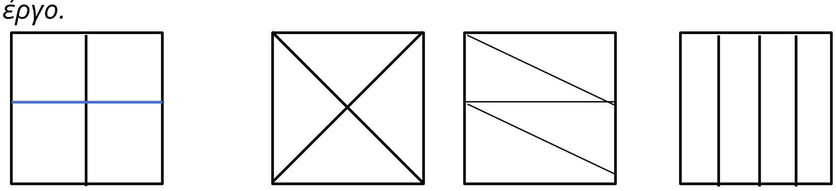
Σε αυτή την ενότητα τα κεφάλαια 29, 30, 31, 32, 33, 34 αφορούν στα κλάσματα και το κεφάλαιο 35 στις πιθανότητες, που εξετάζονται ξεχωριστά. Η τροχιά «Θετικός ρητός/κλασματικός αριθμός» διατρέχει όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου και είναι υποπεδίο των Αριθμών. Εκτός από την αναγνώριση, την αναπαράσταση, τη χρήση των κλασμάτων σε καθημερινές καταστάσεις, και την κατανόηση της έννοιας του κλάσματος, είναι σημαντικό οι μαθητές/μαθήτριες να μπορούν να τα ονομάζουν με τον ορθό τρόπο.

Ο όρος «ίσα κλάσματα» αναφέρεται σε ποσότητες της ίδιας ακέραιης ποσότητας. Ωστόσο, χρειάζεται να διευκρινιστεί η σημαντική διαφορά που υπάρχει ανάμεσα στα ίσα και ισεμβαδικά σχήματα. Δύο επίπεδα σχήματα είναι ίσα, όταν το ένα μπορεί να μεταφερθεί πάνω στο άλλο με μετασχηματισμούς του επιπέδου (μεταφορά, στροφή, συμμετρία) και να συμπέσει απόλυτα με αυτό. Ισεμβαδικά είναι τα σχήματα που έχουν ίσο/ίδιο εμβαδόν, δηλαδή καταλαμβάνουν την ίδια επιφάνεια. Τα ίσα σχήματα είναι ισεμβαδικά. Τα ισεμβαδικά σχήματα μπορεί να είναι (ή να μην είναι) ίσα. Για παράδειγμα δύο ορθογώνια παραλληλόγραμμα, το ένα με διαστάσεις 2 x 6 και το άλλο με διαστάσεις 3 x 4, έχουν το ίδιο/ίσο εμβαδόν αλλά δεν είναι ίσα σχήματα. Επομένως, τα ίσα σχήματα είναι και ισεμβαδικά, όμως τα ισεμβαδικά σχήματα δεν είναι απαραίτητο να είναι ίσα.

Κεφάλαιο 29 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες διερευνούν τη σχέση φυσικών και κλασματικών αριθμών σε διάφορες καταστάσεις.

1ο έργο.



Παραπάνω δίνονται τέσσερις διαφορετικοί τρόποι χωρισμού του τετραγώνου σε τέσσερα ίσα μέρη που αναμένεται να υποδείξουν οι μαθητές/μαθήτριες. Θα χρειαστούν χάρακα ή και γνώμονα. Στην περίπτωση άλλων χωρισμών ο/η εκπαιδευτικός συζητά στην τάξη και χρησιμοποιεί υλικό (αρκετά χάρτινα τετράγωνα που να μπορούν να κοπούν με τους διαφορετικούς τρόπους και τα κομμάτια να συγκριθούν μεταξύ τους, ή ρυζόχαρτο για την αποτύπωση κτλ.).

Σε έναν τέτοιο χωρισμό φαίνεται ότι η ισότητα π.χ. $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ ... αναφέρεται στο ίσο εμβαδόν (δηλαδή την ίδια επιφάνεια που καταλαμβάνει το κάθε σχήμα) και όχι στην ισότητα σχημάτων καθώς το μικρό τετράγωνο είναι ίσεμβαδικό με το τρίγωνο αλλά όχι ίσο.

Η απάντηση στην τελευταία ερώτηση είναι ο πρώτος χωρισμός. Οι μαθητές/μαθήτριες θα πρέπει να μπορούν να δικαιολογήσουν την όποια επιλογή τους. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν και υλικό, όπως πριν.

3^o έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες μπορούν να συμπληρώσουν τα κενά στις φράσεις με τη βοήθεια της αριθμογραμμής.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Οι παραπάνω δραστηριότητες με τη χρήση χειραπτικού υλικού και τη σύνδεσή του με τη γραφή των σχετικών κλασματικών μονάδων και κλασμάτων.

Κεφάλαιο 29 ΤΕ

2^o έργο. Το κάθε κομμάτι θα ζυγίζει 125 γρ. Πιθανόν να σκεφτούν να βρουν πρώτα πόσο θα ζύγιζε το κάθε κομμάτι αν τα κομμάτια ήταν 2 κτλ. ή να συμπληρώσουν ένα πινακάκι:

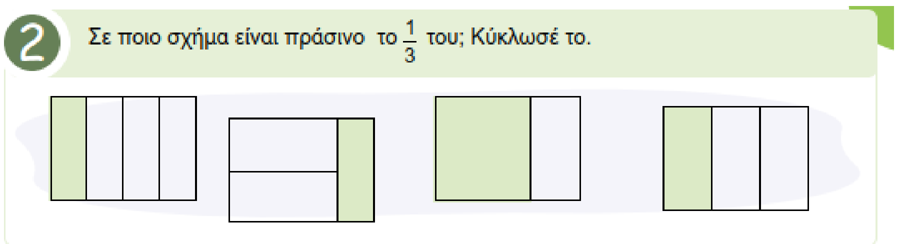
Κομμάτια	Γραμμάρια
1	1.000
2	500
4	250
8	125

5^o έργο. 10:45 ή 11 παρά τέταρτο

Κεφάλαιο 30 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες διερευνούν την έννοια της κλασματικής μονάδας και την έννοια του κλάσματος ως μέρους όλου με τη βοήθεια αναπαραστάσεων. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να εμπλέξει τους/τις μαθητές/μαθήτριες σε επιπλέον σχετικές δραστηριότητες με χειραπτικό υλικό και πραγματικά αντικείμενα.

2^o έργο. Πιθανόν οι μαθητές/μαθήτριες να αντιμετωπίσουν δίλημμα μεταξύ του δεύτερου και του τέταρτου σχήματος. Εδώ είναι σημαντικό να συνειδητοποιήσουν ότι τα μέρη που χωρίζεται η ακέραιη μονάδα θα πρέπει να είναι ίσα μεταξύ τους. Ο έλεγχος μπορεί να γίνει είτε με χειραπτικό υλικό είτε με ρυζόχαρτο.



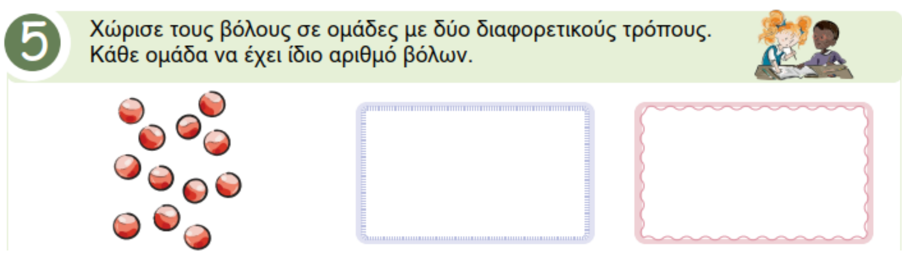
Κεφάλαιο 30 ΒΜ – Έργο 2

3^o έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες αναγνωρίζουν ότι η ίδια ακέραιη μονάδα μπορεί να χωριστεί σε διαφορετικό αριθμό ίσων μερών.

4^o έργο. Το έργο αφορά στην έννοια της κλασματικής μονάδας και του κλάσματος ως μέρος όλου σε διακριτά αντικείμενα.

Κεφάλαιο 30 ΤΕ

5^o έργο. 2 ομάδες από 6 μπάλες, $\frac{1}{2}$ των βόλων η κάθε ομάδα, 6 ομάδες από 2 μπάλες, $\frac{1}{6}$ των βόλων η κάθε ομάδα, 3 ομάδες από 4 μπάλες, $\frac{1}{3}$ των βόλων η κάθε ομάδα, 4 ομάδες από 3 μπάλες, $\frac{1}{4}$ των βόλων η κάθε ομάδα. Μπορεί ορισμένοι/ορισμένες μαθητές/μαθήτριες να παρατηρήσουν ότι ο αριθμός των ομάδων καθορίζει τον παρονομαστή.

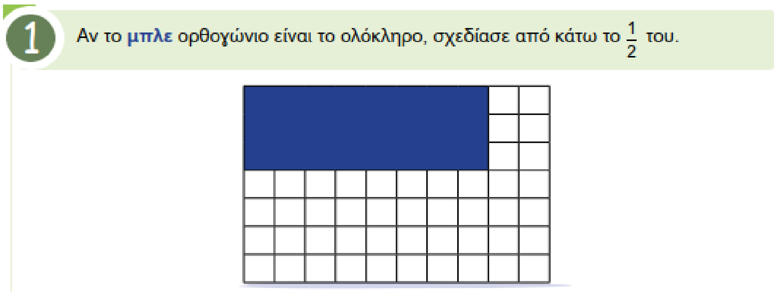


Κεφάλαιο 30 ΤΕ – Έργο 5

Κεφάλαιο 31 ΒΜ

Τα έργα που παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο εμπλέκουν τους/τις μαθητές/μαθήτριες στη διαδικασία αναπαράστασης του κλάσματος ως μέρους ενός όλου (ακέραιη μονάδα) αλλά και την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή την κατασκευή του όλου όταν γνωρίζουμε ένα μέρος του που παριστάνεται με κλάσμα. Η αντίστροφη διαδικασία είναι απαραίτητη για την βαθύτερη κατανόηση της έννοιας του κλάσματος. Οι διαδικασίες υποστηρίζονται από αναπαραστάσεις είτε της ακέραιης μονάδας είτε του κλάσματος με τρόπο λειτουργικό (συνεχές μοντέλο σε καμβά).

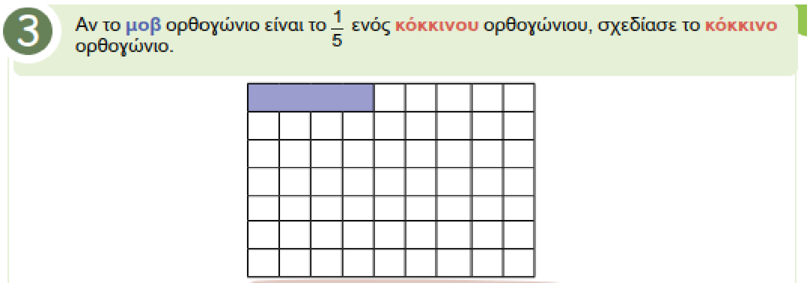
1ο και 2ο έργα. Υπάρχουν περισσότεροι από ένας τρόποι για να σχεδιάσουν οι μαθητές//μαθήτριες τις κλασματικές μονάδες $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{4}$ και το κλάσμα $\frac{3}{4}$. Για παράδειγμα, για το πρώτο έργο δεν είναι σίγουρο ότι θα σχεδιάσουν παραλληλόγραμμα με διαστάσεις 2x6 ή 3x4 ή αντίστροφα. Εάν μετρήσουν τα τετραγωνάκια (24), μπορεί να υπολογίσουν τα 12 και να προσπαθήσουν να τα παραστήσουν σε μια ευθεία. Αυτό δεν θα είναι δυνατό στον συγκεκριμένο καμβά και θα συμπληρώσουν τα 2 σε μία άλλη σειρά ή στήλη. Ακόμη, πιο σπάνια, μπορεί να σκιάσουν 12 διάσπαρτα τετραγωνάκια ή σε ομάδες. Ο/Η εκπαιδευτικός θα πρέπει να χειριστεί τις διαφορετικές περιπτώσεις, ώστε οι μαθητές/μαθήτριες να εστιάσουν στα συνεκτικά σχέδια που, στο πλαίσιο μιας αντίστροφης διαδικασίας, μπορούν συμπληρωθούν κατάλληλα για να δώσουν το όλον.



Κεφάλαιο 31 ΒΜ – Έργο 1

3ο, 4ο και 5ο έργα. Η σύνθεση του όλου από το μέρος.

3ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να σχεδιάσουν ένα ορθογώνιο που θα αντιστοιχεί στα $\frac{5}{5}$ όταν γνωρίζουν το $\frac{1}{5}$. Αναμένεται να κατασκευάσουν ένα ορθογώνιο με διαστάσεις 5x4 ή αντίστροφα 4x5, αλλά θα μπορούσαν και 2x10 (10x2).



Κεφάλαιο 31 ΒΜ – Έργο 3

4ο έργο. Μπορεί να σχεδιάσουν ορθογώνια διαστάσεων 3x4, 4x3, 2x6, 6x2

5ο έργο. Πιθανόν να σχεδιάσουν πρώτα το (β) ως 3x4, 4x3, 2x6, 6x2 και μετά το (α).

Κεφάλαιο 31 ΤΕ

4ο έργο. Ο Παναγιώτης αναφέρεται στα 3 μπλε ορθογώνια, η Όλια στο λευκό ως ένα από τα τέσσερα ορθογώνια, ο Άλεξ θεωρεί ότι το λευκό ως πρότυπο ορθογώνιο είναι ένα από τα 3 μπλε.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Τα ίδια μοντέλα μπορούν να χρησιμοποιηθούν παράλληλα με χειραπτικό υλικό σε ανάλογα έργα με μικρότερες επιφάνειες που σταδιακά θα μεγαλώνουν ανάλογα με τον βαθμό κατανόησης του/της μαθητή/μαθήτριας.

Κεφάλαιο 32 ΒΜ

Οι διαφορετικές αναπαραστάσεις και εκφράσεις του ίδιου μέρους σε σχέση με το όλον βοηθούν στην προσέγγιση της έννοιας των ισοδύναμων κλασμάτων (κλασμάτων που έχουν την ίδια δύναμη, την ίδια αξία, που αντιστοιχούν στο ίδιο μέρος της ακέραιης μονάδας). Μπορούν να ιδωθούν και ως μια πρώτη προσέγγιση των ετερώνυμων κλασμάτων που θα συναντήσουν οι μαθητές/μαθήτριες στις επόμενες τάξεις. Σε κάθε περίπτωση τα ισοδύναμα κλάσματα συνδέονται με τη Μεγάλη Ιδέα της Ισοδυναμίας που αφορά στην αμφίδρομη σχέση δύο μαθηματικών αντικειμένων.

2^ο^ έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες ενδέχεται να παρατηρήσουν ότι υπάρχουν περισσότερα ισοδύναμα κλάσματα για την κλασματική μονάδα $\frac{1}{2}$ απ' ότι για την κλασματική μονάδα $\frac{1}{3}$ κτλ. Μπορεί να αξιοποιηθεί το υλικό με τις ράβδους κλασμάτων από το παράρτημα.

3^ο^ έργο. Εκτός από το εννοιολογικό μέρος του έργου που εστιάζει στη σύνδεση της αναπαράστασης με την μαθηματική έκφραση των ισοδύναμων κλασμάτων, υπάρχει και το τεχνικό μέρος, όπου οι μαθητές/μαθήτριες θα ασκηθούν στο πώς σχεδιάζουμε τη γραμμή του κλάσματος ώστε να τοποθετήσουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή.

4^ο^ έργο. Τα τρία παιδιά εργάστηκαν εξίσου. Ζωγράφισαν 4 άθλους ο καθένας. Οι διαφορετικοί τρόποι σκέψης που οι μαθητές/μαθήτριες θα ακολουθήσουν για να «μεταφράσουν» τα κλάσματα σε άθλους μπορούν να παρουσιαστούν από τους/τις ίδιους/ίδιες στην τάξη.

Κεφάλαιο 32 ΤΕ

2^ο^ έργο. Η Β' τάξη θα πρέπει να χωρίσει κάθε μέρος από τα 2 ίσα μέρη σε 3 ίσα μέρη ώστε να δημιουργηθούν 6 και να χρωματίσει τα 4 από αυτά. Αντίστοιχα η Δ' τάξη θα πρέπει να χωρίσει κάθε μέρος από τα 2 ίσα μέρη σε 4 ίσα μέρη ώστε να δημιουργηθούν 8 και να χρωματίσει τα 4 από αυτά. Υπάρχει περίπτωση ορισμένοι μαθητές/μαθήτριες να σκεφτούν ότι το κλάσμα $\frac{4}{8}$ είναι ισοδύναμο με το $\frac{1}{2}$ και να χρωματίσουν το ένα από τα δύο κομμάτια χωρίς να τα χωρίσουν.

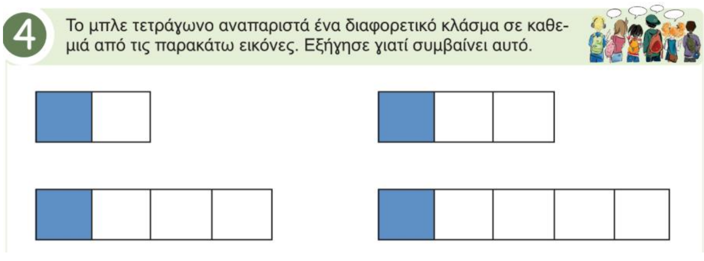
β. Α και Β, Δ και Ε, Γ και Στ

γ. $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$, $\frac{4}{8}=\frac{5}{10}$, $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$

Κεφάλαιο 33 ΒΜ

Η σύγκριση κλασμάτων πραγματοποιείται σε συνεχή επιφανειακά μοντέλα και αναπαραστάσεις και αφορά σε κλάσματα που είτε έχουν τον ίδιο παρονομαστή (2ο έργο) αλλά διαφορετικό αριθμητή είτε κλασματικές μονάδες που έχουν διαφορετικό παρονομαστή (1ο, 3ο, 4ο έργα).

4^ο^ έργο. Προκειμένου να δοθεί γραπτή απάντηση στο ερώτημα, ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να προκαλέσει συζήτηση με τους/τις μαθητές/μαθήτριες καλώντας τους να παρατηρήσουν ότι ενώ τα τετράγωνα είναι ίσα εκφράζουν διαφορετικές κλασματικές μονάδες. Η συζήτηση μπορεί να οδηγήσει ορισμένα παιδιά να παρατηρήσουν ότι οι διαφορετικές κλασματικές μονάδες αναφέρονται σε διαφορετικές ακέραιες μονάδες.



Κεφάλαιο 33 ΒΜ – Έργο 4

Κεφάλαιο 33 ΤΕ

1^ο^ έργο. Η σύγκριση των δύο ετερώνυμων κλασμάτων στηρίζεται στην αναπαράσταση και δεν απαιτεί κάτι άλλο.

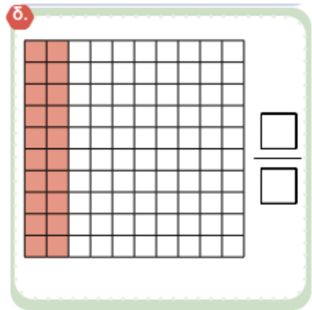
4^o *έργο.* Οι μαθητές/μαθήτριες μετρούν τα διαστήματα, είναι 10. Ο Γιώργος έχει διανύσει $\frac{6}{10}$ και η Μαρία $\frac{4}{10}$ της απόστασης σπίτι-σχολείο. Η απάντηση στο δεύτερο ερώτημα μπορεί να απαντηθεί και από την αναπαράσταση. Η Μαρία έχει περισσότερη διαδρομή από τον Γιώργο να διανύσει ακόμη και αυτή είναι $\frac{2}{10}$ της διαδρομής.

Κεφάλαιο 34 ΒΜ

Με τα δεκαδικά κλάσματα οι μαθητές/μαθήτριες εισάγονται σε μια άλλη μορφή αριθμών, τους δεκαδικούς αριθμούς. Η έννοια του δεκαδικού κλάσματος περιορίζεται σε κλάσματα με παρονομαστή το 10 ή το 100 που απεικονίζονται σε αντίστοιχους καμβάδες χωρισμένους σε 10 ίσες στήλες ή γραμμές ή σε 100 ίσα τετραγωνάκια.

1^o *έργο.* δ) Η Μελίνα αναγνωρίζει στο μοντέλο των 100 τετραγώνων ότι το κλάσμα $\frac{20}{100}$ είναι ισοδύναμο με το κλάσμα $\frac{2}{10}$.

2^o *έργο.* δ) Στηρίζεται στην ίδια ιδέα με το προηγούμενο δ) με τη διαφορά ότι εδώ ο/η μαθητής/μαθήτρια δρα καθώς χρειάζεται να σχεδιάσει.



Κεφάλαιο 34 ΒΜ – Έργο 1δ

Κεφάλαιο 34 ΤΕ

4^o *έργο.* Στην ίδια αριθμογραμμή συνυπάρχουν κλάσματα με παρονομαστή 10 και 100. Το πρώτο και το τελευταίο κλάσμα είναι σε λάθος θέση. Οι μαθητές/μαθήτριες θα χρειαστεί να σκεφτούν κι εδώ τα ισοδύναμα κλάσματα για να απαντήσουν στο ερώτημα.

Επέκταση: Συμπληρώνουν και τα υπόλοιπα σημεία της αριθμογραμμής. Επιπλέον, καλούνται να εντοπίσουν και δεκαδικά κλάσματα της μορφής $\frac{35}{100}$ κτλ.

Ενότητα 6

Τα κεφάλαια 36, 37, 38 και 39 αφορούν στους δεκαδικούς αριθμούς και στις πράξεις με αυτούς, καθώς και στη χρήση τους για την επίλυση προβλημάτων. Τα κεφάλαια 40, 41 και 42 αφορούν στη μέτρηση του μήκους, και ειδικότερα στα εργαλεία, τους τρόπους και τις μονάδες μέτρησης.

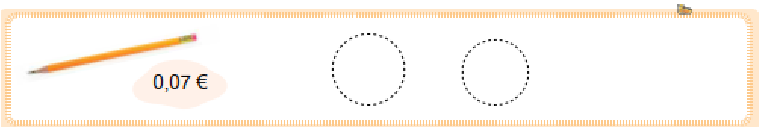
Κεφάλαιο 36 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες έρχονται σε επαφή με τους δεκαδικούς αριθμούς και διερευνούν τη σχέση τους με τους φυσικούς αριθμούς μέσα από καθημερινές καταστάσεις και πραγματικά προβλήματα και συναλλαγές σε δύο πλαίσια: των νομισμάτων και των μέτρων. Η χρήση υλικού, νομισμάτων, χαρτονομισμάτων και μέτρων μπορεί να βοηθήσει στην αισθητοποίηση και πιθανόν στην καλύτερη κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των διαφορετικών εκφράσεων των ποσών.

1^o *έργο.* Στόχος είναι να αναγνωρίσουν οι μαθητές/μαθήτριες ποιες τιμές προϊόντων είναι μεγαλύτερες από 2 ευρώ και να τις διατάξουν.

2^o *έργο.* Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να καταγράψουν αριστερά από την υποδιαστολή τις ακέραιες μονάδες, δηλαδή τα ευρώ και δεξιά τις υποδιαιρέσεις, δηλαδή τα λεπτά. Ο/Η εκπαιδευτικός παρατηρεί πώς αντιλαμβάνονται τη γραφή των λεπτών οι μαθητές/μαθήτριες πριν παρέμβει.

3^o *έργο.* Η τιμή 0,07 ευρώ αναμένεται να παρασταθεί με ένα νόμισμα των 5 λεπτών και ένα των 2 λεπτών. Υπάρχει περίπτωση ορισμένοι/ορισμένες μαθητές/μαθήτριες να προτείνουν 3 νομίσματα των 2 λεπτών και ένα του 1 λεπτού και να χρειαστεί να σχεδιάσουν τα αντίστοιχα νομίσματα. Προτείνεται να γίνει σε συνεργασία με το διπλανό παιδί και παρουσίαση στην τάξη, καθώς υπάρχουν πάνω από μία σωστές απαντήσεις.



Κεφάλαιο 36 ΒΜ – Έργο 3

4ο έργο. Μέσα από ένα οικείο και αγαπητό για τους/τις μαθητές/μαθήτριες πλαίσιο επιχειρείται να ανασκευαστεί το στερεότυπο που μεταφέρεται από τους φυσικούς αριθμούς και στους δεκαδικούς ότι μεγαλύτερος είναι ο αριθμός με τα περισσότερα ψηφία.

Κεφάλαιο 36 ΤΕ

2ο έργο. Η Χρύσα 3,10 € ο Παναγιώτης 3,15 €. Ο/Η εκπαιδευτικός παρατηρεί πώς αντιλαμβάνονται οι μαθητές/μαθήτριες τα 5 λεπτά παραπάνω, αν θα τα προσθέσουν στο 0 ή στο 5. Με τη χρήση του υλικού κατασκευάζουν τα ποσά και μπορούν να μεταφέρουν αυτή την εμπειρία στη γραπτή και στη λεκτική έκφραση του αριθμού.

Κεφάλαιο 37 ΒΜ

Μέσα από οικείες αναπαραστάσεις τα δεκαδικά κλάσματα συνδέονται με τους δεκαδικούς αριθμούς.

1ο έργο. Τρεις καταγραφές για κάθε αναπαράσταση, κλάσμα, δεκαδικός και γραπτά με λέξεις.

3ο έργο. Για τον λαγό οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να εντοπίσουν και να χαράξουν μόνοι/μόνες τους τη θέση της τιμής του μήκους του στην αριθμογραμμή.

4ο έργο. Οι στρογγυλοποιήσεις με τη σειρά 12, 1, 1, 11, 43, 2, 6, 15, 343, 20.

Κεφάλαιο 37 ΤΕ

1ο έργο. Οι αριθμοί εκφράζονται με τρεις τρόπους, αναπαράσταση στο τετράγωνο, δεκαδική μορφή, κλάσμα.

4ο έργο. Συστήνεται η αισθητοποίηση με χρήματα της διαφοράς 2,05 και 2,50.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης-επέκτασης: Ερωτήσεις της μορφής: Με ποια από τα δυο ποσά μπορώ να αγοράσω παγωτό που κοστίζει 2,15 €; Πόσα ρέστα θα πάρω; Αν έχω 2,05 € πόσα λεπτά μου λείπουν ακόμη; κτλ.

Κεφάλαιο 38 ΒΜ

Προσθέσεις και αφαιρέσεις δεκαδικών αριθμών με ένα δεκαδικό ψηφίο στο πλαίσιο καθημερινών καταστάσεων με νοερούς υπολογισμούς, με αναπαραστάσεις (χρήματα), με τον αλγόριθμο της κάθετης πράξης.

Στην περίπτωση των χρημάτων οι μαθητές/μαθήτριες συνειδητοποιούν ότι όταν συμπληρώνονται 10 δεκάλεπτα ή 100 λεπτά αυτά μετατρέπονται σε ένα ευρώ και μετακινούνται αριστερά της υποδιαστολής.

Στην κάθετη αφαίρεση 5,00 - 3,50 πιθανόν να χρειαστεί να σκεφτούν πρώτα το αποτέλεσμα νοερά ή να το αισθητοποιήσουν με τη βοήθεια χρημάτων και κατόπιν να περάσουν στον αλγόριθμο ανακαλύπτοντας τη σύνδεση ανάμεσα σε αυτό που σκέφτηκαν και στην πράξη.

Κεφάλαιο 38 ΤΕ

1ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να κάνουν εκτιμήσεις για τα αποτελέσματα προσθέσεων και αφαιρέσεων. Οι εκτιμήσεις σε αυτή την περίπτωση μπορούν να λειτουργήσουν για τον/την εκπαιδευτικό ως μέσο αξιολόγησης του βαθμού κατανόησης των μαθητών/μαθητριών σχετικά με τους δεκαδικούς, όπως για παράδειγμα πώς μπορούν να συσχετίσουν ένα αποτέλεσμα με μια πραγματική κατάσταση ή τις δυσκολίες που ενδεχομένως αντιμετωπίζουν.

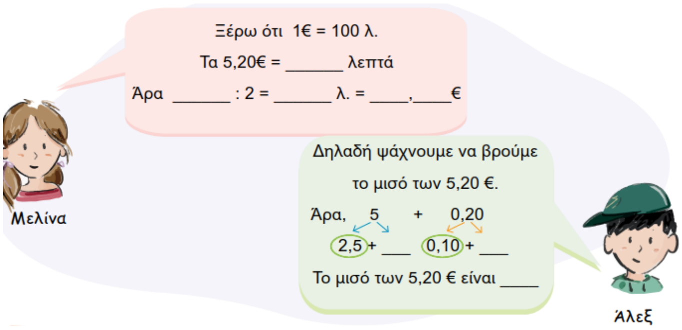
Το ίδιο ισχύει και για το 3ο έργο.

Κεφάλαιο 39 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες πολλαπλασιάζουν και διαιρούν δεκαδικούς αριθμούς με ένα δεκαδικό ψηφίο. Ο πολλαπλασιασμός συνδέεται με την επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ίσων προσθετέων και επιλέγεται ως πιο σύντομος αλγόριθμος με βάση την αρχή της οικονομίας χρόνου και δυνάμεων.

1ο έργο. Παρουσιάζει ενδιαφέρον για τον/την εκπαιδευτικό να διερευνήσει τους τρόπους με τους οποίους οι μαθητές/μαθήτριες θα χειριστούν το ερώτημα του 1ου έργου. Είναι πιθανό μερικοί/μερικές να κάνουν πρόσθεση αντί για πολλαπλασιασμό. Αλλά και ο τρόπος με τον οποίο θα πολλαπλασιάσουν 3,50x3 (ή 3,50x4 αν η Ιωάννα θελήσει να υπολογίσει και τον εαυτό της). Για παράδειγμα, πώς θα χειριστούν την υποδιαστολή, το κρατούμενο κτλ., αν θα αποδώσουν νόημα στην πράξη τους επαληθεύοντας με νοερό υπολογισμό ή με υλικό. Το ερώτημα β στοχεύει τον αναστοχασμό των μαθητών/μαθητριών πάνω στη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για την επίλυση του προβλήματος ενισχύοντας την ανάπτυξη της μεταγνωστικής διαδικασίας των μαθητών/τριών.

2ο έργο. Μέσω των δύο παιδιών υποδεικνύονται δύο διαφορετικοί τρόποι υπολογισμού του πηλίκου της διαίρεσης 5,20:2. Ο ένας στηρίζεται στη μετατροπή των ευρώ σε λεπτά και ο δεύτερος στην ανάλυση του δεκαδικού αριθμού σε ακέραιο και δεκαδικό μέρος.



Κεφάλαιο 39 ΒΜ – Έργο 2

3ο έργο. Οποιοσδήποτε τρόπος που οδηγεί σε σωστό αποτέλεσμα.

Κεφάλαιο 39 ΤΕ

1ο έργο. Πιθανόν να υπάρξει δυσκολία για το μισό του 2,5 και του 12,5. Ένας τρόπος είναι αυτός που είδαν στο ΒΜ δηλαδή χωριστά το μισό του 2 και του 12 και χωριστά του 0,5. Το μισό του 0,5 μπορεί να βρεθεί στο μέτρο/μετροταινία, μπορεί να αναχθεί στο μισό του ακέραιου 50 και να μεταφερθεί στον δεκαδικό. Ακόμη, μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατάλληλη αριθμογραμμή.

3ο έργο. Ενδιαφέρον παρουσιάζει για τον/την εκπαιδευτικό και για τους/τις μαθητές/μαθήτριες να παρουσιαστούν οι τρόποι που θα χρησιμοποιήσουν για να βρουν την τιμή για το αυτοκινητάκι, για το στιλό, για τον χυμό. Ίσως ορισμένοι/ορισμένες μαθητές/μαθήτριες παρατηρήσουν τι συμβαίνει στον αριθμό όταν τον διαιρώ δια 10 (αυτοκινητάκι, στιλό). Επίσης, τι συμβαίνει στη διαίρεση 2,10:3. Και στις δύο περιπτώσεις η τοποθέτηση της υποδιαστολής πρέπει να έχει νόημα και να μην γίνει μηχανιστικά.

Κεφάλαιο 40 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες έρχονται σε επαφή με την έννοια του μήκους και της μέτρησής του. Μετρούν ευθύγραμμα τμήματα και τεθλασμένες γραμμές με τον χάρακα. Είναι σημαντικό να ασκηθούν στη σωστή χρήση του χάρακα ώστε τα αποτελέσματά τους να είναι ακριβή. Η σύγκριση μεταξύ διαφορετικών αποτελεσμάτων από τον/την εκπαιδευτικό μπορεί να βοηθήσει προς αυτή την κατεύθυνση. Επιπλέον, είναι σημαντική για τους/τις μαθητές/μαθήτριες η εξοικείωση με την καταγραφή της μέτρησης ως δεκαδικού αριθμού.

Στο 3ο έργο επιχειρείται η σύγκριση με δύο διαφορετικά εργαλεία/μέσα μέτρησης, τον χάρακα και το μέτρο, μέσω μετρήσεων των μηκών διαφορετικών οικείων αντικειμένων της τάξης. Ανάλογα με το αντικείμενο η έκφραση/καταγραφή του μήκους μπορεί να περιέχει μόνο δεκαδικό μέρος (εκατοστά) ή ακέραιο και δεκαδικό μέρος (μέτρα, εκατοστά). Επιπλέον, θα πρέπει να βρίσκουν το ίδιο αποτέλεσμα και με τα δύο μέσα μέτρησης, όπως, για παράδειγμα, στην περίπτωση της μέτρησης του εξώφυλλου.

Κεφάλαιο 40 ΤΕ

Τα έργα δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερη δυσκολία.

Κεφάλαιο 41 ΒΜ

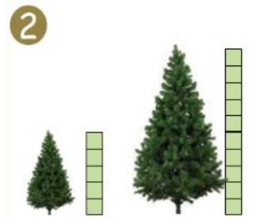
Οι μαθητές /μαθήτριες επιλύουν προβλήματα μέτρησης μήκους και ασκούνται στις μετρήσεις με διαφορετικές μονάδες μέτρησης και διαφορετικά μέσα μέτρησης (μετροταινία, μέτρο, μεζούρα).

Στόχος είναι οι μαθητές/μαθήτριες να αντιληφθούν τον σωστό τρόπο μέτρησης και να αποδώσουν νόημα στο αποτέλεσμα της μέτρησής τους. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται παραδείγματα από διαφορετικά οικεία πλαίσια, ώστε οι μαθητές/μαθήτριες να μπορούν με βάση και τις εμπειρίες τους να αντιληφθούν πότε τα αποτελέσματα των μετρήσεων αποτυπώνουν την πραγματικότητα.

Το 4ο έργο προετοιμάζει για το επόμενο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 41 ΤΕ

2ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν ότι τα 100 εκ. αντιστοιχούν σε 5 διαστήματα. Είτε θα σκεφτούν ότι κάθε διάστημα είναι 20 εκ. επομένως τα 10 διαστήματα είναι 200 εκ. είτε θα διπλασιάσουν απευθείας τα 100 εκ.



Κεφάλαιο 41 ΤΕ – Έργο 2

4ο έργο. Επιχειρείται να ανασκευαστούν ορισμένα στερεότυπα που αφορούν στη διατήρηση των χαρακτηριστικών ενός σχήματος όταν συντρέχουν ορισμένες συνθήκες. Στερεότυπα: αλλάζουν οι διαστάσεις ενός σχήματος αν αλλάξει η θέση του στο επίπεδο ή αν αλλάξουν οι γωνίες του.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης-επέκτασης: Χρήση χειραπτικού υλικού. Με λωρίδες και διπλόκαρφα κατασκευάζουν το ορθογώνιο και διερευνούν διάφορες μορφές που μπορεί να πάρει. Το ίδιο με άλλα σχήματα, τετράγωνα, ρόμβους και τετράπλευρα.

Κεφάλαιο 42 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες μετατρέπουν τα μέτρα σε εκατοστά και τα εκατοστά σε μέτρα και μετρούν μήκη στον περιβάλλοντα χώρο.

2ο έργο. Η διαπραγμάτευση έχει ως στόχο να κατανοήσουν οι μαθητές/μαθήτριες ότι για να προστεθούν οι μετρήσεις τους θα πρέπει να είναι εκφρασμένες με τις ίδιες μονάδες.

3ο έργο. Μπορεί να φτιάξει τα Ξ, Π, Δ .

Επέκταση: Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να καλέσει τους μαθητές/τις μαθήτριες να υπολογίσουν τα μήκη των κομματιών που θα μπορούσε η Ηλιάνα να κόψει την κορδέλα για να φτιάξει και τα υπόλοιπα γράμματα.

Κεφάλαιο 42 ΤΕ

Συνθετική εργασία: Το 4ο έργο μπορεί να μετατραπεί σε μια συνθετική εργασία με επίσκεψη στο Μουσείο, καταγραφή του ύψους εδωλίων, ομαδοποίηση, σχέδια, έκθεση στην τάξη κτλ.

Ενότητα 7

Τα κεφάλαια 43 έως και 46 αφορούν στο θεματικό πεδίο Άλγεβρα και συγκεκριμένα στις ισότητες και ανισότητες, στις παραστάσεις με σύμβολα ως αγνώστους και ως μεταβλητές και στη διατύπωση σχετικών προβλημάτων. Στα κεφάλαια αυτά επιδιώκεται η ανάπτυξη της μαθηματικής πρακτικής της μοντελοποίησης, καθώς οι μαθητές/μαθήτριες αναπαριστούν προβλήματα ή πραγματικές καταστάσεις χρησιμοποιώντας μαθηματικές σχέσεις και σύμβολα. Τα κεφάλαια 47, 48 και 49 αφορούν στο θεματικό πεδίο Μετρήσεις και συγκεκριμένα στο εμβαδόν και τη μέτρησή του.

Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να παρατηρούν τις αριθμητικές σχέσεις στις δυο πλευρές των συμβόλων =, < και > στις παραστάσεις και να συμπληρώνουν ανάλογα τα κενά και να εξηγούν τον συλλογισμό τους.

Κεφάλαιο 43 ΒΜ

2ο έργο. Στην πρώτη ζυγαριά αποκλείονται οι απαντήσεις 36 γρ. και 25 γρ. επειδή σε αυτή την περίπτωση η ζυγαριά θα έγερνε από την πλευρά των 100 γρ. και η απάντηση 50 γρ. επειδή σε αυτή την περίπτωση θα ισορροπούσε. Στη δεύτερη ζυγαριά η κάθε μπάλα θα μπορούσε να ζυγίζει 60 γρ. ή 82 γρ. Επίσης, ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να επεκτείνει το συγκεκριμένο έργο ζητώντας από τους μαθητές και τις μαθήτριες να δώσουν δικές τους πιθανές τιμές στα μπαλάκια.

$3^{ο}$ έργο. Υπόδειξη: Οι μαθητές/μαθήτριες ξεκινούν από τη ζυγαριά που ισορροπεί επειδή γι αυτήν είναι εύκολο να βρουν ποια βάρη θα βάλουν. Θα δοκιμάσουν διάφορους συνδυασμούς για να καταλήξουν στον 200, 200, 150 και να χρωματίσουν ανάλογα. Για τις άλλες ζυγαριές επιλέγουν 300 + 300 και 150 + 150.

Κεφάλαιο 43 ΤΕ

$1^{ο}$ έργο. 80γρ.

$2^{ο}$ έργο. 50 – 12 = 38 γρ. Άρα, το μπλε μπαλάκι ζυγίζει περισσότερο από 38 γρ. (39, 40, …), μικρότερη δυνατή τιμή είναι τα 39 γρ.

Τα δύο κίτρινα μπαλάκια ζυγίζουν λιγότερο από 600 γρ. Άρα το καθένα λιγότερο από 300 γρ. Μεγαλύτερη δυνατή τιμή 299 γρ.

$4^{ο}$ έργο. Διατήρηση της ισότητας και της ανισότητας αν στα μέλη τους προστεθούν οι ίδιες ποσότητες.

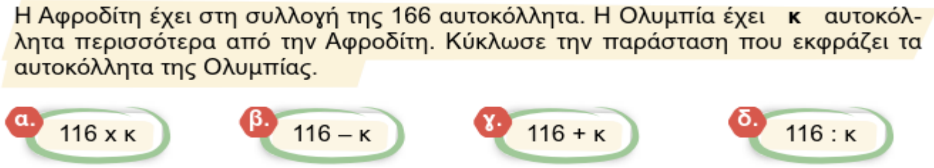
Κεφάλαιο 44 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να ανακαλύψουν ποιος αριθμός αντιστοιχεί σε κάθε σύμβολο για να συμπληρώσουν τις ισότητες.

$2^{ο}$ έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες συνεργάζονται ανά δύο και αναζητούν ρεαλιστικές τιμές για τους αριθμούς αγοριών και κοριτσιών.

$3^{ο}$ έργο. **α.** Οι μαθητές/μαθήτριες εξετάζουν ποια αριθμητική παράσταση μπορεί να οδηγήσει στη λύση του προβλήματος και να δώσει απάντηση στο ερώτημα.

β. Οι μαθητές/μαθήτριες έρχονται σε επαφή με τον συμβολισμό του αγνώστου με κ και επιλέγουν τη σχέση στην οποία ο κ έχει τοποθετηθεί έτσι ώστε να εκφράζει το ζητούμενο. Η παράσταση που ζητείται είναι 166 + 166 + κ.



Κεφάλαιο 44 ΒΜ – Έργο 3

Κεφάλαιο 44 ΤΕ

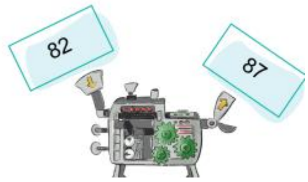
$2^{ο}$ έργο. Παναγιώτης 3x4x6 (72) Λυδία 3x20+11 (71)

$4^{ο}$ έργο. α. Α και Γ β. Β και Δ γ. Α και Β

Κεφάλαιο 45 ΒΜ

Τα έργα επεκτείνουν τις εμπειρίες που αποκτήθηκαν με τα έργα του κεφαλαίου 44 σε πιο σύνθετα προβλήματα ($1^{ο}$ έργο), σε αριθμητικές και μη παραστάσεις για να εκφράσουν συμβολικά σχέσεις με πολλαπλασιασμό ($2^{ο}$ έργο).

$3^{ο}$ έργο. Η μηχανή προσθέτει 5 σε κάθε αριθμό που εισέρχεται. Έτσι, το αστέρι γίνεται αστέρι +5. Στην τελευταία μηχανή στην είσοδο αντιστοιχεί ένας κυκλικός δίσκος+2.



Κεφάλαιο 45 ΒΜ – Έργο 3

Κεφάλαιο 45 ΤΕ

$3^{ο}$ έργο. Με τη σειρά (γ) (β) (δ)

$4^{ο}$ έργο. (α) Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να διακρίνουν τη διαφορά των ανθρώπων που «αποβιβάστηκαν» και «επιβιβάστηκαν» για να επιλέξουν τη σωστή παράσταση.

Κεφάλαιο 46 ΒΜ

Τα έργα αφορούν εισάγουν τους/τις μαθητές/τριες στην έννοια της μοντελοποίησης -χωρίς ο όρος να αναφέρεται – που συνδέεται και αυτή με τη Μεγάλη Ιδέα της Μεταβολής.

1ο έργο. Αναμένεται οι μαθητές/μαθήτριες να μπορούν να διατυπώσουν την παράσταση: 45 + 50 + 2x30. Ίσως ορισμένοι/ορισμένες μαθητές/μαθήτριες να επιχειρήσουν να λύσουν πρώτα το πρόβλημα νοερά ή γραπτά. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να προσκαλέσει τους/τις μαθητές/μαθήτριες να αναστοχαστούν τις ενέργειές τους κατά τη λύση (2 ή 3 πράξεις) και να οδηγηθούν στη διατύπωση της παράστασης.

2ο έργο. Οι πόντοι του Περικλή και του Αλέξανδρου υπολογίζονται με την αριθμητική παράσταση β και του Μανόλη και της Ηλέκτρας με τη γ.

5ο έργο. Η β. Η λέξη κλειδί είναι «τετραπλασιάσω», δηλαδή πολλαπλασιάσω επί 4.

Κεφάλαιο 46 ΤΕ

3ο έργο. α. (Β) β. (Γ)

Κεφάλαιο 47 ΒΜ

Ο καμβάς που χρησιμοποιείται σε αρκετά έργα των κεφαλαίων 47, 48, 49 βρίσκεται στο παράρτημα. Η Μεγάλη Ιδέα της Ισοδυναμίας αναγνωρίζεται στα ισεμβαδικά σχήματα.

1ο έργο. Το κεφάλαιο ξεκινά με συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης που στόχο έχει να προβληματίσει τους/τις μαθητές/μαθήτριες για την έννοια του εμβαδού και της διατήρησής του και να τους οδηγήσει στο να ανασκευάσουν παρανοήσεις, όπως αυτές εκφράζονται από τον Άλεξ και τον Παναγιώτη.

2ο και 3ο έργο. Και τα επόμενα δύο έργα κινούνται στην ιδέα της διατήρησης του εμβαδού με ανάλυση και σύνθεση του ίδιου σχήματος και τη μετατροπή του σε διαφορετικά σχήματα με το ίδιο εμβαδόν.

Κεφάλαιο 47 ΤΕ

1ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες τσεκάρουν τα σχήματα που χρησιμοποιήθηκαν στα τρία σχέδια και βρίσκουν τις διαφορές.

Συνθετική εργασία. Το β μέρος του έργου. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί το τάνγκραμ από το παράρτημα.

2ο και 3ο έργο. Για τα έργα 2 και 3 θα χρειαστεί να αποτυπωθούν σε ρυζόχαρτο τα μικρότερα σχήματα με τα οποία οι μαθητές/μαθήτριες θα μετρήσουν τα μεγαλύτερα σχήματα.

4ο έργο. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα τρίγωνα του τάνγκραμ από το παράρτημα ή να αποτυπωθούν τα τρίγωνα σε ρυζόχαρτο.

Κεφάλαιο 48 ΒΜ

Τα έργα προσκαλούν τους/τις μαθητές/μαθήτριες να υπολογίσουν το εμβαδό επιφανειών σε οικεία πλαίσια με τη βοήθεια καμβάδων που εξασφαλίζουν σωστή μέτρηση. Υπολογίζουν το εμβαδόν δομημένων επιφανειών πολλαπλασιάζοντας αριθμό γραμμών με αριθμό στηλών. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί το τετραγωνικό πλέγμα από το παράρτημα.

Κεφάλαιο 48 ΤΕ

2ο έργο. Η σκακιέρα που θα σχεδιάσουν τα παιδιά στην αυλή του σχολείου θα έχει 8 τετράγωνα μήκος και 8 τετράγωνα πλάτος. Η πλευρά του κάθε τετραγώνου έχει μήκος 30 εκ. Άρα, η πλευρά της σκακιέρας 8x30 = 240 εκ. δηλαδή 2,40 μ. ή 2 μ. και 40 εκ.

Κεφάλαιο 49 ΒΜ

Η μαθηματική ιδέα που κυριαρχεί σε αυτό το κεφάλαιο αφορά στις μονάδες μέτρησης του εμβαδού και ειδικότερα στην ανάγκη χρήσης της ίδιας μονάδας μέτρησης όταν συγκρίνουμε εμβαδά.

Κεφάλαιο 49 ΤΕ

2ο έργο. Θα βοηθούσε εάν οι μαθητές/μαθήτριες είχαν πραγματικά κουτιά (ορθογώνια παραλληλεπίπεδα) για να αισθητοποιήσουν και κατόπιν να κατανοήσουν τι σημαίνει γύρω-γύρω (παράπλευρη επιφάνεια στερεού) και, επιπλέον, πως οι απέναντι έδρες είναι ίσες, άρα δεν χρειάζονται 4, αλλά μόνο 2 υπολογισμοί.

3ο έργο. Ορισμένοι/Ορισμένες μαθητές/μαθήτριες θα χωρίσουν το σχέδιο σε ορθογώνια, θα μετρήσουν τις διαστάσεις, θα τις πολλαπλασιάσουν για το καθένα από τα τρία ορθογώνια και θα προσθέσουν τα γινόμενα. Ο χωρισμός μπορεί να γίνει οριζόντιος ή κάθετος (πιο δύσκολα). Άλλοι ίσως σκεφτούν να χαράξουν γραμμές οριζόντια και κάθετα και να μετρήσουν τετραγωνάκια σε γραμμές και στήλες.

Ενότητα 8

Τα κεφάλαια 50 έως και 55 αφορούν στο θεματικό πεδίο Αριθμοί και συγκεκριμένα σε νοερούς υπολογισμούς, στον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση μεγάλων αριθμών και στην επίλυση προβλημάτων. Εφαρμόζονται στρατηγικές που στηρίζονται στην ανάλυση των μεγάλων αριθμών σε γινόμενα ή αθροίσματα μικρότερων αριθμών, οι οποίες συνδέονται με τη Μεγάλη Ιδέα των Μετασχηματισμών.

Το κεφάλαιο 56 αφορά στο θεματικό πεδίο Αναλυτική Γεωμετρία και συγκεκριμένα στην ερμηνεία απλών χαρτών και στην αξιοποίηση των πληροφοριών που παρέχουν. Το κεφάλαιο αυτό εξετάζεται ξεχωριστά.

Κεφάλαιο 50 ΒΜ και ΤΕ

Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να χρησιμοποιήσουν αριθμομηχανές για να ανακαλύψουν ιδιότητες του πολλαπλασιασμού και να τις εφαρμόσουν σε νοερούς υπολογισμούς (Μεγάλη Ιδέα της Μαθηματικής Δομής). Σε μια σειρά από ασκήσεις οι μαθητές/μαθήτριες εμβαθύνουν στην πράξη του πολλαπλασιασμού για να κατανοήσουν τον αλγόριθμο.

Σε κάθε περίπτωση, είτε οι μαθητές/μαθήτριες αντιμετωπίζουν δυσκολίες είτε όχι, η χρήση σχετικού υλικού (για παράδειγμα, κύβοι Dienes ή αναπαραστάσεις τους και τετραγωνισμένοι καμβάδες) για την αισθητοποίηση των γινομένων υποστηρίζει την κατανόηση του αλγόριθμου και των αποτελεσμάτων σε σχέση με τους παράγοντες των γινομένων.

4^{ο} έργο. Το τελευταίο έργο συζητείται στην ολομέλεια της τάξης για να δικαιολογήσουν οι μαθητές/μαθήτριες τις επιλογές τους. Στο α είναι ο 300 (28x9 είναι όσο περίπου 28x10) και στο β ο 500 (41x12 είναι όσο περίπου 42x10).

Κεφάλαιο 51 ΒΜ

1^{ο} έργο. 6 x 12 = 6 x 10 + 6 x 2

7 x 23 = 7 x 10 + 7 x 10 + 7 x 3

Στην ίδια μαθηματική ιδέα της ανάλυσης του διψήφιου παράγοντα σε έναν πολλαπλασιασμό διψήφιου με μονοψήφιο στηρίζονται και τα επόμενα έργα. Η ανάλυση μπορεί να παρουσιάζεται και σε πίνακα και στην περίπτωση πολλαπλασιασμού διψήφιου με διψήφιο.

Στόχος είναι η βαθύτερη κατανόηση του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού.

Κεφάλαιο 51 ΤΕ

4^{ο} έργο. 7 x 59 = 7 x 50 + 7 x 9 = 350 + 63 = 413

83 x 5 = 80 x 5 + 3 x 5 = 400 + 15 = 415

265 x 4 =200 x 4 + 60 x 4 + 5 x 4 = 800 + 240 + 20 = 1.060

Κεφάλαιο 52 ΒΜ και ΤΕ

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγεται ο κάθετος πολλαπλασιασμός διψήφιου με μονοψήφιο χωρίς ή με κρατούμενο, και τριψήφιου με μονοψήφιο. Για να καταλήξουν οι μαθητές/μαθήτριες στην τελική μορφή του αλγόριθμου του κάθετου πολλαπλασιασμού περνούν από διαφορετικά στάδια ανάλυσης του μηχανισμού και σύνδεσής του με την ανάλυση του ενός παράγοντα και τη σύνθεση των επί μέρους γινομένων (Μονάδων, Δεκάδων, Εκατοντάδων) για την εύρεση του αποτελέσματος.

Κεφάλαιο 53 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες αναπτύσσουν και εφαρμόζουν τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού τριψήφιου με μονοψήφιο και τριψήφιου με διψήφιο.

1^{ο} έργο. Τα 3 παιδιά παρουσιάζουν τους τρόπους υπολογισμού του γινομένου 23 x 17. Ο τρόπος του Νικόλα: Οι παράγοντες αναλύονται και παρουσιάζονται σε πίνακα για να υπολογιστούν τα μερικά γινόμενα. Ο τρόπος της Μελίνας αντιστοιχεί στην αναλυτική μορφή του πολλαπλασιασμού με σκοπό τη νοηματική προσέγγιση. Ο τρόπος της Χρύσας είναι η σύντομη μορφή του πολλαπλασιασμού, που είναι αυτή που θα πρέπει τελικά να εφαρμόζεται.

Οποιαδήποτε απάντηση στην ερώτηση «Γιατί η Χρύσα έβαλε ένα μηδενικό στο τέλος της δεύτερης πράξης;» που στηρίζεται στην ανάλυση του 33 σε 30 + 3 ή στον αναλυτικό πολλαπλασιασμό δίπλα από τον σύντομο, είναι αποδεκτή.

Χρειάζεται να γίνει αναφορά στην αξία θέσης ψηφίου των αριθμών που πολλαπλασιάζονται για την καλύτερη κατανόηση του αλγορίθμου. Σε αυτήν την κατεύθυνση ο/η εκπαιδευτικός θα μπορούσε να κάνει τις εξής ερωτήσεις:

-Τι μας δίνει το γινόμενο 3 x 7; Μονάδες ή Δεκάδες;

Η σωστή απάντηση είναι Μονάδες.

-Τι μας δίνει το γινόμενο 1(0) x 3; Μονάδες ή Δεκάδες; Τι παρατηρείτε, όταν πολλαπλασιάζουμε Μονάδες με Δεκάδες;

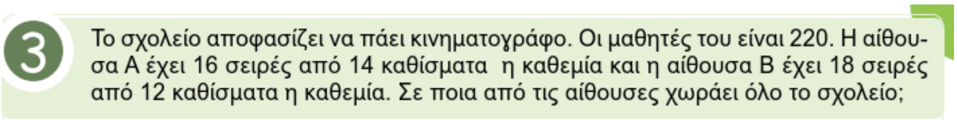
Η σωστή απάντηση είναι Δεκάδες.

- Τι μας δίνει το γινόμενο 1(0) x 2(0); Δεκάδες ή Εκατοντάδες; Τι παρατηρείτε, όταν πολλαπλασιάζουμε Δεκάδες με Δεκάδες;

Η σωστή απάντηση είναι Εκατοντάδες.

Κεφάλαιο 53 ΤΕ

3^o έργο. Μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/μαθήτριες να μαντέψουν την αίθουσα. Ένα κριτήριο που είναι πιθανόν να σκεφτούν είναι ότι, αφού οι δεκάδες είναι ίδιες και στους τέσσερις αριθμούς, εξετάζουμε τα γινόμενα των μονάδων που είναι 24 και 16, άρα η πρώτη αίθουσα. Οι πράξεις το επιβεβαιώνουν.


3 Το σχολείο αποφασίζει να πάει κινηματογράφο. Οι μαθητές του είναι 220. Η αίθουσα Α έχει 16 σειρές από 14 καθίσματα η καθεμία και η αίθουσα Β έχει 18 σειρές από 12 καθίσματα η καθεμία. Σε ποια από τις αίθουσες χωράει όλο το σχολείο;

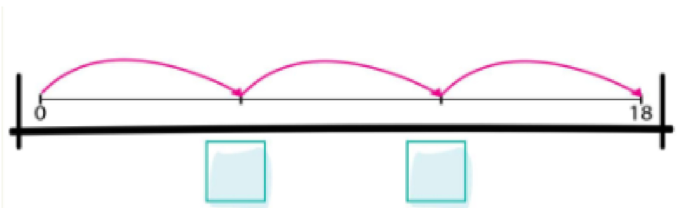
Κεφάλαιο 53 ΤΕ – Έργο 3

4^o έργο. Πριν προχωρήσουν οι μαθητές/μαθήτριες να κάνουν τις πράξεις, θα μπορούσαν να παρατηρήσουν τις τιμές από τις μπάλες και το συνολικό ποσό. Πιθανόν να ανακαλύψουν ότι αφού τα πολλαπλάσια του 15 θα λήγουν σε 5 ή 0 θα πρέπει να βρεθεί και πολλαπλάσιο του 18 που να λήγει σε 0 (σε 5 δεν υπάρχει) εφόσον το άθροισμα είναι 120. Έτσι, οδηγούνται απευθείας στο β. Το επιβεβαιώνουν. Με τη σκέψη αυτή αποκλείεται και κάθε άλλη από τις α, γ, δ.

Κεφάλαιο 54 ΒΜ

Η (τέλεια) διαίρεση προσεγγίζεται ως αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού.

2^o έργο. Αναμένονται διάφοροι τρόποι σκέψης αφού πρώτα μετρήσουν τα διαστήματα στην αριθμογραμμή για την κάθε περίπτωση: Ποιος αριθμός πολλαπλασιάζεται επί 3 και δίνει 18 και 4 και δίνει 36, δοκιμή και πλάνη με επαναλαμβανόμενη πρόσθεση και, ίσως, με βάση την εμπειρία τους από τη Β΄ τάξη.



Κεφάλαιο 54 ΒΜ – Έργο 2

3^o έργο. 68 : 4   10 x 4 = 40   7 x 4 = 28   Άρα 17 x 4 = 68 και 68 : 4 = 17

4^o έργο. Είναι η τελευταία διαίρεση 151 : 8 επειδή 20 x 8 = 160 δηλαδή πολύ κοντά στο 151. Για να είναι πλήρης η απάντηση θα πρέπει να περιλαμβάνει και εξήγηση για τον αποκλεισμό των άλλων διαιρέσεων.

Κεφάλαιο 54 ΤΕ

$4^{ο}$ έργο. Στο δεύτερο μέρος πιθανόν ορισμένοι/ορισμένες μαθητές/μαθήτριες να δώσουν άμεσα την απάντηση χωρίς πράξη (28 κέικ με 84 αυγά), εφόσον είχαν βρει στο πρώτο μέρος ότι χρησιμοποιήθηκαν 42 αυγά για 14 κέικ.

$5^{ο}$ έργο. Αναμένεται να υπολογίσουν 18 x 8 με όποιον τρόπο θέλουν. Ο συντομότερος τρόπος για να διαιρεθούν τα 160 σοκολατάκια σε ομάδες των 8 είναι να σκεφτούν ότι 2 x 8 = 16, άρα 20 x 8 = 160.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Ο/Η εκπαιδευτικός οργανώνει διαιρέσεις μικρών διψήφιων αριθμών που μπορούν να λυθούν με χειραπτικό υλικό (12 : 2 και 12 : 6, 24 : 2 και 24 : 6 κτλ.) που θα πρέπει να συνδεθούν και με τους αντίστοιχους πολλαπλασιασμούς.

Κεφάλαιο 55 ΒΜ και ΤΕ

Οι μαθητές/μαθήτριες αναπτύσσουν και εφαρμόζουν τον αλγόριθμο της τέλειας διαίρεσης τριψήφιων με μονοψήφιους αριθμούς. Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν τον πολλαπλασιασμό του πηλίκου με τον διαιρέτη για να βρουν τον διαιρετέο.

$1^{ο}$ έργο ΒΜ. Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται να μελετήσουν πώς αναπτύσσεται ο αλγόριθμος της διαίρεσης με δύο τρόπους παρουσίασης του σκεπτικού στο οποίο στηρίζονται και να τους εφαρμόσουν.

$2^{ο}$ έργο ΒΜ. Οι μαθητές/μαθήτριες μελετούν τον αλγόριθμο σε πιο εξελιγμένη και λειτουργική μορφή αλλά και πάλι με δικλείδες που εξασφαλίζουν κατανόηση των ενεργειών τους, όπως, για παράδειγμα η αναγραφή των Ε, Δ, Μ κάτω από τον διαιρετέο και από το πηλίκο. Τον εφαρμόζουν σε τρεις περιπτώσεις.

Ενότητα 9

Το κεφάλαιο 57 αφορά στην επίλυση και κατασκευή προβλήματος (Αριθμοί) και το 58 στη συμμεταβολή μεγεθών (Άλγεβρα). Τα κεφάλαια 59, 60 και 61 αφορούν στην ερμηνεία και κατασκευή διαγραμμάτων (Στατιστική) και εξετάζονται ξεχωριστά.

Κεφάλαιο 57 ΒΜ

$1^{ο}$ έργο. Ο πίνακας στον οποίο οργανώνονται τα δεδομένα και τα ζητούμενα και ο σχεδιασμός του προβλήματος μπορούν να λειτουργήσουν ως μοντέλα για την επίλυση προβλήματος. Στο έργο παρουσιάζονται βήματα και στρατηγικές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην επίλυση προβλήματος, όπως η καλή ανάγνωση του προβλήματος ώσπου να γίνει κατανοητό, η οργάνωση σε πίνακα, η κατασκευή ενός σχεδίου που περιγράφει το πρόβλημα, η εκτίμηση του αποτελέσματος, η λύση, η επαλήθευση και η απάντηση. Μια ακόμη σημαντική μαθηματική πρακτική που καλλιεργείται σε αυτό το έργο είναι η πρακτική της οπτικοποίησης, καθώς οι μαθητές/μαθήτριες οργανώνουν τα δεδομένα του προβλήματος σε εικόνα, σχέδιο ή πίνακα.

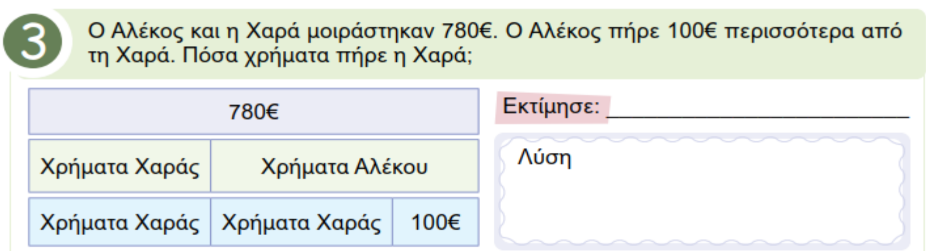
$2^{ο}$ έργο. **α.** Νιμέτ: περίπου 4.000 πόντοι Μάνος: περίπου 2.000 πόντοι

β. Ηλίας: περίπου 7.000 πόντοι Νιμέτ: περίπου 4.200 πόντοι Μάνος: περίπου 2.500 πόντοι

$3^{ο}$ έργο. Περίπου 350 ευρώ η Χαρά και 450 ευρώ ο Αλέκος. Το συγκεκριμένο πρόβλημα ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων όπου το «επιπλέον» πρέπει να αφαιρεθεί και το υπόλοιπο να μοιραστεί εξίσου σε μέρη.

Η αναπαράσταση ή και ο πίνακας δεδομένων-ζητούμενων και η επαλήθευση που υποχρεώνει τον/τη μαθητή/μαθήτρια να ξαναδεί το πρόβλημα είναι σημαντικά στοιχεία στην επίλυση προβλήματος.

Η αναπαράσταση του προβλήματος σε πλαίσια αποτελεί μία χρήσιμη οπτικοποίηση και στρατηγική για την κατανόηση και την επίλυσή του.



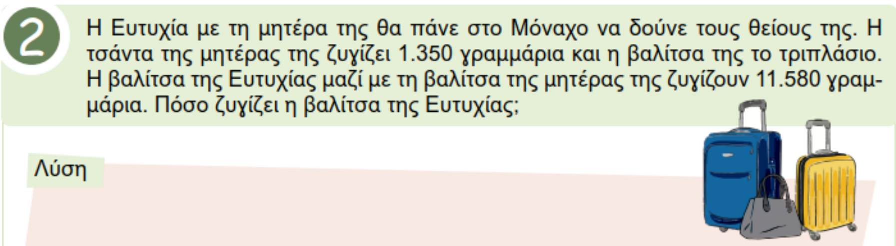
Κεφάλαιο 57 ΒΜ – Έργο 3

Κεφάλαιο 57 ΤΕ

1ο έργο. Κατασκευή προβλήματος. Αναμένονται διάφορα προβλήματα. Για παράδειγμα, να ζητούν την είσπραξη του θεάτρου για έναν μήνα (3 επιλογές), για δύο μήνες (3 επιλογές), για όλους τους μήνες ή πιο σύνθετα της μορφής πόσοι περισσότεροι/λιγότεροι θεατές τον τάδε μήνα από τον τάδε, πόσα περισσότερα /λιγότερα χρήματα εισέπραξε τον τάδε μήνα από τον τάδε κτλ. Συζητούνται και αναλύονται στην τάξη.

2ο έργο. Μπορεί οι μαθητές/μαθήτριες να κατασκευάσουν έναν πίνακα με τα δεδομένα και τα ζητούμενα ή ένα σχέδιο.

Τι ξέρω;		Τι ψάχνω;	
Τσάντα μαμάς	1.350 γρ.	Βαλίτσα Ευτυχίας	
Βαλίτσα μαμάς	3x1.350 γρ. = …….		
Βαλίτσα μαμάς + βαλίτσα Ευτυχίας	11.580 γρ.		


2 Η Ευτυχία με τη μητέρα της θα πάνε στο Μόναχο να δούνε τους θείους της. Η τσάντα της μητέρας της ζυγίζει 1.350 γραμμάρια και η βαλίτσα της το τριπλάσιο. Η βαλίτσα της Ευτυχίας μαζί με τη βαλίτσα της μητέρας της ζυγίζουν 11.580 γραμμάρια. Πόσο ζυγίζει η βαλίτσα της Ευτυχίας;

Λύση

Κεφάλαιο 57 ΤΕ – Έργο 2

3ο έργο. Η β.

4ο έργο. **α.** Το ίδιο σκεπτικό με το πρόβλημα 3 του ΒΜ.

β. Ο δεύτερος αριθμός είναι τριπλάσιος του πρώτου, άρα μαζί με τον πρώτο είναι τέσσερις ίδιοι αριθμοί, 4.820 : 4 = 1.205 ο πρώτος και 3.615 ο δεύτερος. Επαλήθευση, απάντηση.

Κεφάλαιο 58 ΒΜ

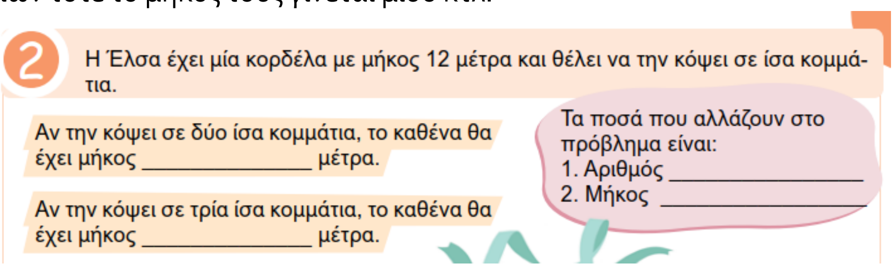
Τα συμμεταβαλλόμενα μεγέθη είναι η βασική ιδέα της συνάρτησης. Το ένα ποσό μεταβάλλεται σε συνάρτηση/σχέση με το άλλο βάσει μιας συγκεκριμένης σχέσης. Άλλες σχετικές έννοιες είναι η έννοια του λόγου, της αναλογίας, των ανάλογων ποσών, του λόγου μεταβολής, του πίνακα τιμών, έννοιες που συνδέονται με τη Μεγάλη Ιδέα της Μεταβολής.

1ο έργο. Τα ποσά/μεγέθη είναι φρούτα-ημέρες. Η σχέση τους είναι 1 μέρα - 2 φρούτα και τα ποσά είναι ανάλογα.

2ο έργο. Και οι τρεις προσεγγίσεις των μαθητών/μαθητριών είναι ορθές και οδηγούν στο ίδιο αποτέλεσμα και αποτελούν διαφορετικές στρατηγικές για την επίλυση προβλημάτων με ανάλογα ποσά.

Κεφάλαιο 58 ΤΕ

2ο έργο. Τα ποσά «αριθμός κομματιών κορδέλας – μήκος κομματιών κορδέλας» είναι αντιστρόφως ανάλογα. Οι μαθητές/μαθήτριες προσεγγίζουν την έννοια χωρίς να την κατονομάζουν μέσα από ένα οικείο θέμα που μπορούν και να το δουν και με χειραπτικό υλικό (ισομήκεις κορδέλες που η καθεμιά χωρίζεται σε διαφορετικό αριθμό τμημάτων με ίσο μήκος). Αφού συμπληρώσουν τον πίνακα οι μαθητές/μαθήτριες ενδέχεται να παρατηρήσουν στον πίνακα ότι α) όλα τα γινόμενα αριθμός κομματιών x μήκος κομματιών είναι 12 β) ότι όταν διπλασιάζεται ο αριθμός των κομματιών τότε το μήκος τους γίνεται μισό κτλ.


2 Η Έλσα έχει μία κορδέλα με μήκος 12 μέτρα και θέλει να την κόψει σε ίσα κομμάτια.

Αν την κόψει σε δύο ίσα κομμάτια, το καθένα θα έχει μήκος _____________ μέτρα.

Αν την κόψει σε τρία ίσα κομμάτια, το καθένα θα έχει μήκος _____________ μέτρα.

Τα ποσά που αλλάζουν στο πρόβλημα είναι:
1. Αριθμός _____________
2. Μήκος _____________

Κεφάλαιο 58 ΤΕ – Έργο 2

Κεφάλαιο 14

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγεται η έννοια της Συμμετρίας που ανήκει στο πεδίο Γεωμετρία και συγκεκριμένα στη θεματική ενότητα Μετασχηματισμοί. Οι Μετασχηματισμοί περιλαμβάνουν τις έννοιες Ανάκλαση-Συμμετρία, Μεταφορά, Περιστροφή και Ομοιοθεσία. Στη Γ' τάξη και στις άλλες τάξεις του Δημοτικού δεν εξετάζεται η ομοιοθεσία. Συνδέονται με τη Μεγάλη Ιδέα των Μετασχηματισμών, που αφορούν τη διαδικασία με την οποία μαθηματικά αντικείμενα, όπως αριθμοί ή συναρτησιακές σχέσεις ή γεωμετρικά σχήματα, μπορούν να μετατραπούν σε μία διαφορετική μορφή μέσω μαθηματικής επεξεργασίας.

Τα έργα που αναπτύσσονται σε αυτά τα Κεφάλαια συνδέονται με τις εμπειρίες των παιδιών και ορισμένα έχουν παιγνιώδη μορφή. Οι Μετασχηματισμοί συνδέονται με την τέχνη και την καλαισθησία και αναγνωρίζονται σε ψηφιδωτά, κεραμικά πιάτα, μοτίβα σε παραδοσιακές φορεσιές, σε έργα τέχνης.

Κεφάλαιο 14 ΒΜ

3ο έργο. Υλικά: ρυζόχαρτο, ψαλίδι, κανόνας. Από τα τέσσερα σχήματα, άξονα συμμετρίας έχουν τα δύο, το ισόπλευρο τρίγωνο και το βέλος.

4ο έργο. Παροτρύνουμε τους/τις μαθητές/μαθήτριες να χρησιμοποιήσουν κανόνα και μολύβι για τη σχεδίαση των σχημάτων. Ως βοήθεια μπορεί να δοθεί η υπόδειξη να μετρήσουν πόσα τετραγωνάκια από την κόκκινη γραμμή (γραμμή συμμετρίας) απέχουν οι κορυφές του κάθε σχήματος. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί το πλαστικοποιημένο τετραγωνικό πλέγμα από το παράρτημα για επιπλέον εξάσκηση στη συμμετρία.

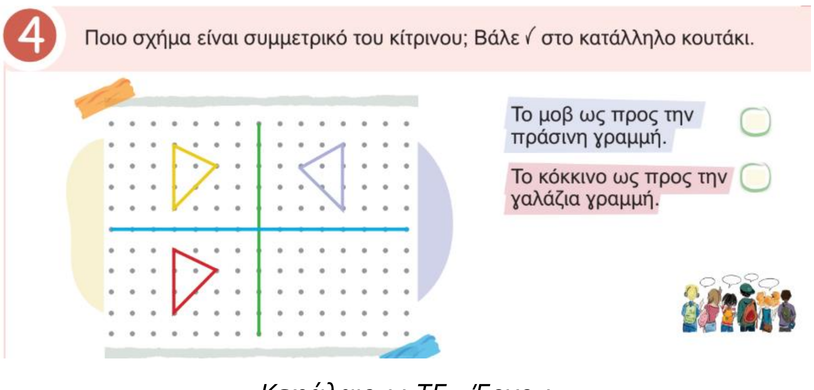
Κεφάλαιο 14 ΤΕ

1ο έργο. Ίσως οι μαθητές/μαθήτριες δυσκολευτούν κατά τη σχεδίαση να διατηρήσουν τις αποστάσεις μεταξύ των τριών σχεδίων και τις διαστάσεις των σχεδίων. Ο/Η εκπαιδευτικός κρίνει αν θέλει να κάνει μία συζήτηση με τους μαθητές/μαθήτριες του/της σχετικά με τις δύο αυτές παραμέτρους πριν τη σχεδίαση ή μετά από αυτή. Σε κάθε περίπτωση η ματιά του/της εκπαιδευτικού ας είναι διερευνητική περισσότερο από καθοδηγητική.

2ο έργο. Το σωστό είναι το πρώτο και συγκεκριμένα το συμμετρικό του ως προς οριζόντιο άξονα. Ο λύτης θα χρειαστεί να φανταστεί τα συμμετρικά των τριών σχεδίων μετρώντας στο παζλ τα τετραγωνάκια που λείπουν αλλά και τη διάταξή τους. Εάν χρειαστεί, μπορεί να υπάρχουν κομμένα μοντέλα των τριών σχεδίων από τον/την εκπαιδευτικό.

3ο έργο. Μολύβι και χάρακας ή γνώμονας. Ένας τρόπος για να βρουν οι μαθητές/μαθήτριες τα συμμετρικά των γεωμετρικών σχημάτων στον ισομετρικό καμβά είναι να εντοπίσουν πρώτα τα συμμετρικά των κορυφών του κάθε σχήματος ως προς τον άξονα συμμετρίας και να τα σημειώσουν. Κατόπιν μπορούν να ενώσουν τις κορυφές και τέλος να χρωματίσουν με ξυλομπογιά.

4ο έργο. **α)** Το συμμετρικό του κίτρινου τριγώνου είναι το μοβ τρίγωνο. Συστήνεται συζήτηση στην τάξη ώστε οι μαθητές/μαθήτριες να αιτιολογήσουν την απάντηση. Κάθε πρότασή τους που αναφέρεται στις διαστάσεις, στη θέση ως προς την άξονα συμμετρίας κτλ. είναι δεκτή.



Κεφάλαιο 14 ΤΕ – Έργο 4

β) Με μολύβι και χάρακα σχεδιάζουν τα συμμετρικά του τετραπλεύρου ως προς τους δυο άξονες αφού προηγουμένως συζητήσουν τις θέσεις και, αν το κρίνει ο/η εκπαιδευτικός, σημειώσουν με τελείες τις κορυφές πριν χαράξουν τα ευθύγραμμα τμήματα.

5ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες θα πρέπει να παρατηρήσουν ότι χρειάζεται να χρωματίσουν από τις δύο πλευρές του άξονα συμμετρίας. Στο πρώτο σχέδιο ένα τετραγωνάκι στην αριστερή πλευρά του άξονα συμμετρίας και τέσσερα στη δεξιά πλευρά. Στο δεύτερο σχέδιο υπάρχει περίπτωση να βρεθούν μαθητές/μαθήτριες που θα χρωματίσουν εκτός των άλλων και το τετραγωνάκι επάνω δεξιά. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να το δεχτεί λόγω της ηλικίας των μαθητών/μαθητριών αλλά και να μην το αφήσει διδακτικά αναξιοποίητο.

Επέκταση: Μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα πλαστικοποιημένα πλέγματα από το παράρτημα για έργα συμπληρωματικά των έργων 3, 4 και 5 και επιπλέον εξάσκηση.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Όπου υπάρχει ανάγκη, μπορεί ο/η εκπαιδευτικός:

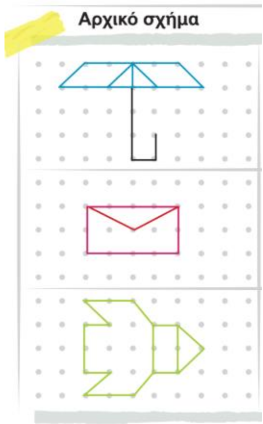
- να έχει αντίγραφα των σχεδίων ώστε οι μαθητές/μαθήτριες να διπλώνουν ως προς τον άξονα συμμετρίας,
- να προτείνει αντιγραφή των σχεδίων με ρυζόχαρτο και τοποθέτηση στη συμμετρική σχέση πριν οι μαθητές/μαθήτριες επιχειρήσουν τη σχεδίαση.

Κεφάλαιο 20 ΒΜ

1ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν την ομπρέλα στις δύο θέσεις (συμμετρία, μεταφορά) και συζητούν τη διαφορά των δύο θέσεων, δηλαδή προς τα πού «κοιτάει» το χερούλι της ομπρέλας.

Ο πρώτος φάκελος παραμένει αναλλοίωτος και στις δύο θέσεις αλλά ο δεύτερος αλλάζει. Έχει σημασία προς τα πού κοιτάζει η μύτη. Η απάντηση ΝΑΙ ή ΟΧΙ αναμένεται να είναι κυρίως διαισθητική, βασιζόμενη στις προηγούμενες εμπειρίες. Για το «επιβεβαίωσε τη σκέψη σου», θα χρειαστεί οι μαθητές/μαθήτριες να σχεδιάσουν το συμμετρικό και να κάνουν τη μεταφορά του φακέλου. Ο άξονας συμμετρίας δεν είναι απαραίτητος παρά μόνο αν οι μαθητές/μαθήτριες το ζητήσουν.

Η εμπειρία του σχεδιασμού του φάκελου θα βοηθήσει στον σχεδιασμό του πύραυλου.



Κεφάλαιο 20 ΒΜ – Έργο 1

3ο έργο. Ο/Η εκπαιδευτικός εστιάζει στην τοποθέτηση του κύκλου σύμφωνα με τις 5 οδηγίες και στη σειρά που εκτελούνται αυτές και όχι στον ακριβή σχεδιασμό του κύκλου. Προτείνεται συζήτηση στην τάξη με βάση το ερώτημα:

-Με ποιες άλλες οδηγίες θα μπορούσε να μεταφερθεί ο κύκλος στην ίδια θέση;

Κεφάλαιο 20 ΤΕ

2ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες αναμένεται να παρατηρήσουν ότι τα δύο σχέδια παραμένουν τα ίδια και στις δύο περιπτώσεις: ανάκλαση και μεταφορά.

Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να αφήσει ελεύθερους/ελεύθερες τους/τις μαθητές/μαθήτριες να σχεδιάσουν σχήματα με την παραπάνω ιδιότητα. Εναλλακτικά, μπορεί να παρουσιάσει μια σειρά από σχήματα στους/στις μαθητές/μαθήτριες με ή χωρίς την ιδιότητα και να τους βοηθήσει με κατάλληλες ερωτήσεις να επιλέξουν τα κατάλληλα. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα πλαστικοποιημένα πλέγματα από το παράρτημα.

3ο έργο. Το κερασί τρίγωνο 3 τετράγωνα κάτω, το πράσινο τετράγωνο 7 τετράγωνα δεξιά, το μπλε τραπέζιο 6 τετράγωνα δεξιά και 3 τετράγωνα κάτω.

4ο έργο. Το τελικό σχήμα μοιάζει με καραβάκι.

Κεφάλαιο 21 ΒΜ

Οι μαθητές/μαθήτριες καλούνται αρχικά να προσεγγίσουν την έννοια της περιστροφής διαισθητικά. Στο δεύτερο έργο και στη δεξιά στήλη δίνεται συμβολισμός των τεσσάρων ειδών δεξιόστροφης περιστροφής.

1ο έργο. Η εικόνα που δεν ταιριάζει με τις υπόλοιπες είναι η 3η καθώς δεν προκύπτει από περιστροφή.

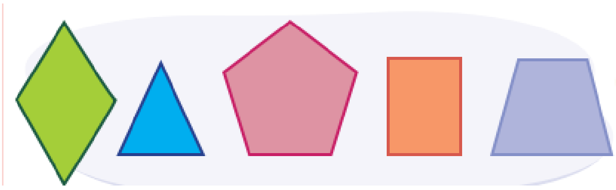
Κεφάλαιο 21 ΒΜ – Έργο 1

2ο έργο. Το πρώτο κομμάτι του παζλ πρέπει να περιστραφεί κατά ¾ της στροφής, το δεύτερο να κάνει μισή στροφή, το τρίτο κατά ¼ της στροφής και το τέταρτο κατά μία στροφή.

3ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να κυκλώσουν το τελευταίο τρίγωνο. Είναι πιθανόν να παρατηρήσουν ότι είναι συμμετρικό του πρώτου τριγώνου ως προς έναν κάθετο νοερό άξονα, αλλά χωρίς να γενικεύσουν.

4ο έργο. Ο Άλεξ βλέπει το Α. Τα παιδιά κάθονται με τέτοιο τρόπο που είναι σαν το καθένα τους να έχει στρίψει κατά μισή στροφή για να πάει στη θέση του άλλου.

5ο έργο. Ο ρόμβος και το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο παραμένουν τα ίδια. Οι μαθητές/μαθήτριες μπορούν να σταθούν όπως ο Άλεξ και η Όλια και να παρατηρήσουν ότι ο ένας έχει μπροστά του τη μεγάλη πλευρά του τραπεζίου και ο άλλος τη μικρή και να διαπιστώσουν γιατί τα τρία σχήματα δεν παραμένουν τα ίδια μετά τη μισή στροφή.

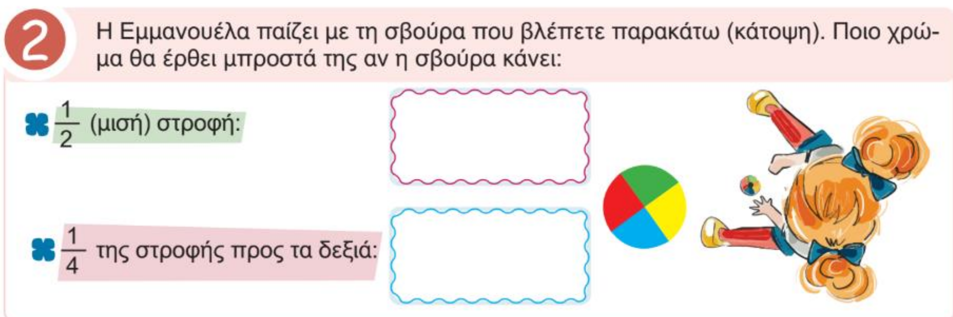


Κεφάλαιο 21 ΒΜ – Έργο 5

Κεφάλαιο 21 ΤΕ

1ο έργο. Το τελευταίο σχήμα είναι ίδιο με το αρχικό μετά από περιστροφή κατά μισή στροφή.

2ο έργο. Αν η σβούρα κάνει μισή στροφή θα έρθει μπροστά στην Εμμανουέλα το κόκκινο χρώμα και αν κάνει ¼ της στροφής προς τα δεξιά, θα έρθει το πράσινο. Αν κάνει ¼ της στροφής προς τα αριστερά, θα έρθει μπροστά στην Εμμανουέλα το γαλάζιο. Αυτό μπορεί να γίνει αφορμή για να συζητηθεί ότι έχει σημασία η φορά της περιστροφής.



Κεφάλαιο 21 ΤΕ – Έργο 2

3ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν ότι το Η δεν αλλάζει όταν περιστρέφεται μισή στροφή ενώ για το Ε με μισή περιστροφή έχουμε το συμμετρικό του ως προς έναν νοερό κάθετο άξονα.

ΚΑΝΟΝΙΚΟΤΗΤΕΣ

Στα Κεφάλαια 26 και 27 εισάγεται η έννοια της κανονικότητας από το $1^{ο}$ θεματικό πεδίο και την θεματική ενότητα Άλγεβρα. Είναι μια τροχιά που ξεκινά από το Νηπιαγωγείο και διατρέχει όλες τις τάξεις. Ο όρος κανονικότητα εισάγεται για πρώτη φορά για να αποδώσει μια επαναλαμβανόμενη διαδικασία, μια επαναλαμβανόμενη κατάσταση, μια σειρά από σχέδια, αριθμούς ή και τα δύο που ακολουθούν κάποιο κανόνα. Ως έννοια και ως όρος είναι πρόδρομος της ακολουθίας που απαντάται μετά το Δημοτικό σχολείο. Τα παιδιά από πολύ νωρίς αναγνωρίζουν γεωμετρικές και αριθμητικές κανονικότητες και σχέσεις στο περιβάλλον και στην καθημερινή ζωή. Με κατάλληλα έργα και κατάλληλες δραστηριότητες στις κανονικότητες ο βασικός στόχος είναι να οργανωθεί η άτυπη γνώση των εμπειριών των μαθητών, ώστε να εξελιχθεί σε τυπική αλγεβρική. Κατά τις συζητήσεις αυτών των έργων με τους/τις μαθητές/τριες της τάξης του, όπως για παράδειγμα στην αναζήτηση του κανόνα μιας κανονικότητας, ο/η εκπαιδευτικός έχει στο νου του/της ότι οι κανονικότητες εντάσσονται στη Μεγάλη ιδέα της Μαθηματικής Δομής.

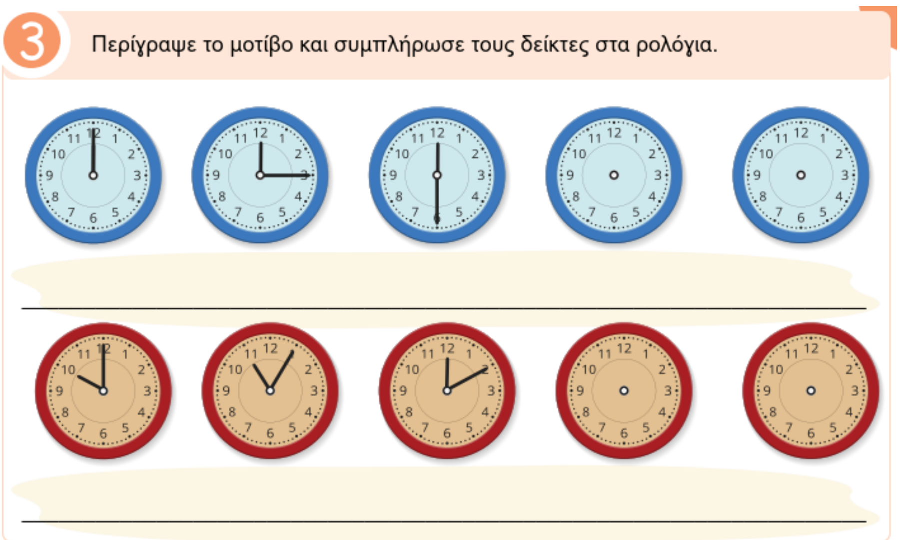
Η μελέτη των κανονικοτήτων, εστιάζει στην αναζήτηση γεωμετρικών και αριθμητικών κανόνων-μοτίβων και σχέσεων στο περιβάλλον και στην καθημερινή ζωή. Τα έργα που παρουσιάζονται στα σχετικά κεφάλαια 26 και 27 καλούν τους/τις μαθητές/μαθήτριες να αναγνωρίσουν κανονικότητες σε καθημερινές καταστάσεις, να τις περιγράψουν, προφορικά και συμβολικά, και να τις συνεχίσουν.

Κεφάλαιο 26 ΒΜ

$2^{ο}$ έργο. Το σχέδιο μπορεί να αντιγραφεί στο τετραγωνικό πλέγμα του παραρτήματος.

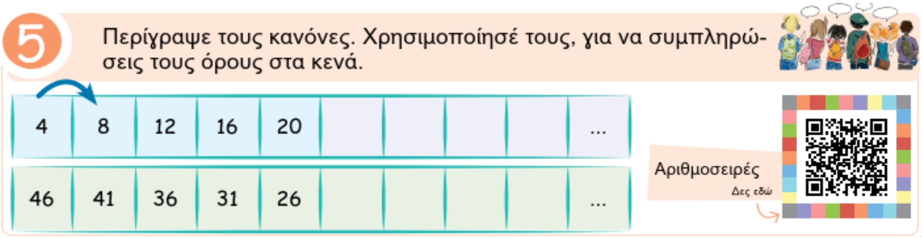
Σε συνεργασία με το διπλανό παιδί, εντοπίζουν το μοτίβο της πρώτης κανονικότητας που αποτελείται από 24 τετράγωνα, σε 4 σειρές με 6 τετράγωνα σε κάθε σειρά: $1^{η}$ σειρά, 2 κίτρινα, δυο μπλε, δύο κίτρινα, $2^{η}$ σειρά, 1 κίτρινο, τέσσερα μπλε, ένα κίτρινο, κτλ κτλ. Με αυτή τη γνώση μπορούν να σχεδιάσουν τους επόμενους όρους. Στη δεύτερη κανονικότητα το μοτίβο αποτελείται από 4 μεγάλα τετράγωνα.

$3^{ο}$ έργο. Γεωμετρική και αριθμητική κανονικότητα. Στην πρώτη σειρά οι δείκτες των ρολογιών μετακινούνται κάθε φορά κατά 15 λεπτά (ένα τέταρτο της ώρας). Στη δεύτερη σειρά μετακινούνται κάθε φορά κατά 65 λεπτά (μία ώρα και 5 λεπτά).



Κεφάλαιο 26 ΒΜ – Έργο 3

$5^{ο}$ έργο. Αριθμητική κανονικότητα. Στην πρώτη σειρά ο κάθε αριθμός είναι κατά 4 μονάδες μεγαλύτερος από το προηγούμενό του και στη δεύτερη σειρά ο κάθε αριθμός είναι κατά 5 μονάδες μικρότερος από τον προηγούμενό του. Αλλιώς, ανεβαίνουν 4-4 και κατεβαίνουν 5-5 αντίστοιχα ή όποια άλλη έκφραση αποδίδει τη σχέση μεταξύ των αριθμών και τον κανόνα με τον οποίο σχηματίζονται.



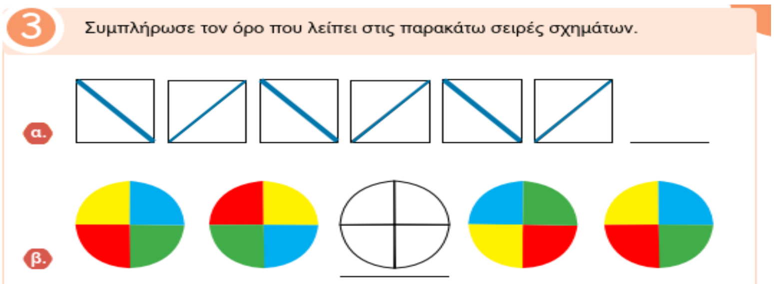
Κεφάλαιο 26 ΒΜ – Έργο 5

Κεφάλαιο 26 ΤΕ

2ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες συνεργάζονται ανά δύο και παρατηρούν πώς εξελίσσεται η κανονικότητα οριζόντια και κάθετα. Αναμένονται διαφορετικοί τρόποι σκέψης για την επιλογή του σωστού (δ) αλλά και για λανθασμένες επιλογές. Στη δεύτερη περίπτωση ίσως χρειαστεί να δοθούν αντίγραφα των τεσσάρων περιπτώσεων στις ομάδες των μαθητών/μαθητριών για να δοκιμάσουν και να αποφασίσουν.

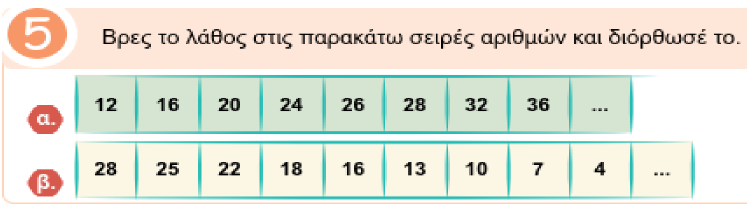
3ο έργο. α. Η φορά και το πάχος της διαγωνίου στο τετράγωνο που θα σχεδιάσουν οι μαθητές/μαθήτριες είναι ζητούμενα.

β. Ο κυκλικός δίσκος περιστρέφεται και προετοιμάζει τους μαθητές για την έννοια της περιστροφής (μετασχηματισμοί) που θα συναντήσουν στην επόμενη ενότητα (4).



Κεφάλαιο 26 ΤΕ – Έργο 3

5ο έργο. Οι λανθασμένοι όροι είναι α. 26 και β. 18. Το 26 διαγράφεται και το 18 αντικαθίσταται από το 19.



Κεφάλαιο 26 ΤΕ – Έργο 5

Κεφάλαιο 27 ΒΜ

1ο έργο. Αριθμητική κανονικότητα. Ο Κώστας θα πρέπει να συμπληρώσει 2, 3, 4, 5,... και η Μαρία 2, 4, 6, ...20 αφού «μεταφράσουν» τις κάρτες τους αντίστοιχα ως εξής: Κάθε φορά προσθέτω 2-1 =1 και 3-1=2. Οι μαθητές αντιλαμβάνονται ότι η Μαρία θα φτάσει το 20 γρηγορότερα. Σε αντίθετη περίπτωση, προτείνεται να καταγραφούν όλοι οι αριθμοί που προκύπτουν από την εφαρμογή των κανόνων και να μετρηθούν. Το τρίτο μέρος του έργου μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τον/την εκπαιδευτικό ως αξιολόγηση της κατανόησης της έννοιας της αριθμητικής κανονικότητας από τους/τις μαθητές/μαθήτριες.

2ο έργο. Αριθμητικές κανονικότητες.

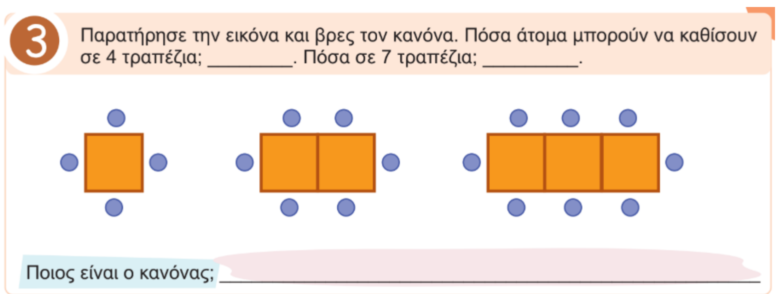
α) Στην πρώτη κανονικότητα κάθε επόμενος αριθμός σχηματίζεται από τον προηγούμενο προσθέτοντας 2 και η δεύτερη προσθέτοντας 3.

β) Για να απαντήσουν οι μαθητές/μαθήτριες αρνητικά, μπορούν να παρατηρήσουν ότι η πρώτη σειρά των αριθμών έχει 5ο όρο τον αριθμό 11, 10ο όρο τον 21 και θα έχει 15ο το 31 και 20ο το 41. Ή, ότι η σειρά των αριθμών ξεκινά από το 3 ενώ θα έπρεπε να ξεκινά από το 2 για να ανήκει ο 40 σε αυτήν.

γ) Ομοιότητα: Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν ότι οι αριθμοί 7, 13 και, αν συνεχίσουν τις σειρές, 19, 25 κτλ. είναι όροι και των δύο σειρών. Επομένως, θα μπορούσαν να συμπεράνουν ότι κάθε επόμενος κοινός όρος σχηματίζεται από τον προηγούμενο προσθέτοντας 6. Διαφορά: ανάμεσα στον πρώτο όρο και τον πρώτο κοινό όρο των δύο σειρών για την μεν πρώτη σειρά μεσολαβεί ένας όρος ενώ για την δεύτερη κανένας. Επίσης, μεταξύ δύο συνεχόμενων κοινών αριθμών στην πρώτη σειρά μεσολαβούν 2 όροι ενώ στη δεύτερη ένας.

Είναι πιθανό οι μαθητές/μαθήτριες να χρειαστούν την υποστήριξη του/της εκπαιδευτικού για να μπορέσουν να διατυπώσουν τις απαντήσεις ορθολογικά. Απαντήσεις, για παράδειγμα για τη διαφορά, της μορφής «Ανάμεσα στο 7 και το 13 είναι 2 αριθμοί στην πρώτη σειρά και 1 αριθμός στη δεύτερη» είναι αποδεκτές.

3ο έργο. Είναι απαραίτητη η παρατήρηση για το πώς εξελίσσεται η κανονικότητα. Είναι πιθανό ο/η εκπαιδευτικός να χρειαστεί να θέσει το θέμα σε συζήτηση στην τάξη.



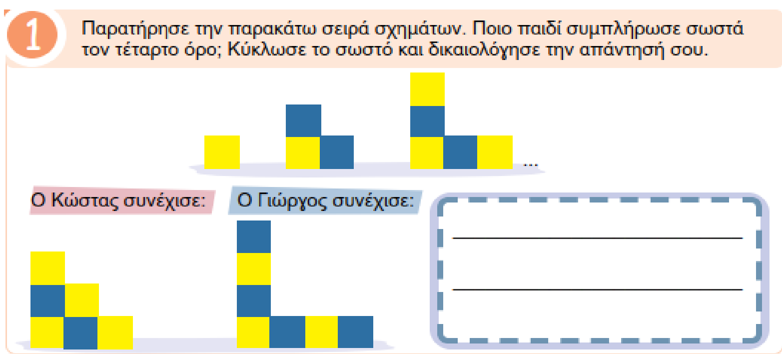
Κεφάλαιο 27 ΒΜ – Έργο 3

Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν ότι στο 1 τραπέζι κάθονται 4 άτομα και στα δύο ενωμένα τραπέζια κάθονται 6 (4 που κάθονταν +2 ακόμη) και όχι 8 όπως συνειρμικά θα περίμεναν. Στα 3 τραπέζια κάθονται 8, (6 που κάθονταν +2 ακόμη). Άρα, στα 4 τραπέζια 8+2 =10. Για να βρουν τα άτομα που κάθονται στα 7 τραπέζια μπορούν να καταγράψουν για 5 και για 6 τραπέζια και να φθάσουν στα 7. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν σημειωματάριο και να αναπαραστήσουν τα τραπέζια και τα άτομα. Ίσως κάποια παιδιά σκεφτούν τη σχέση ανάμεσα στον αριθμό των τραπεζιών και τον αριθμό των ατόμων (2xτ+2, όπου τ ο αριθμός των τραπεζιών) παρατηρώντας ότι για 2 τραπέζια 6=2x2+2, για 3 τραπέζια 8=2x3+2, για 4 τραπέζια 10=2x4+2 και να καταλήξουν εμπειρικά ότι μπορούν να υπολογίσουν τον αριθμό των ατόμων σε οποιοδήποτε αριθμό τραπεζιών κάνοντας μόνο μία πράξη.

Οι διαπραγματεύσεις που θα λάβουν χώρα σε αυτή τη μαθηματική περιοχή θα αποτελέσουν το υπόβαθρο για την 7η ενότητα και τις Αλγεβρικές σχέσεις.

Κεφάλαιο 27 ΤΕ

1ο έργο. Τα παιδιά παρατηρούν πώς δομήθηκαν ο δεύτερος και τρίτος όρος και καταλήγουν ότι ο Γιώργος δόμησε σωστά τον τέταρτο όρο αιτιολογώντας τον ισχυρισμό τους. Κάθε ισχυρισμός πρέπει να στηρίζεται στον κανόνα σχηματισμού της κανονικότητας (εναλλαγή κίτρινου και μπλε τετράγωνου οριζόντια και κάθετα). Οποιαδήποτε αιτιολόγηση που αναφέρεται στη διαδοχή κίτρινου -μπλε, σε αύξηση του σχήματος σε οριζόντιο και κάθετο άξονα είναι αποδεκτή.



Κεφάλαιο 27 ΤΕ – Έργο 1

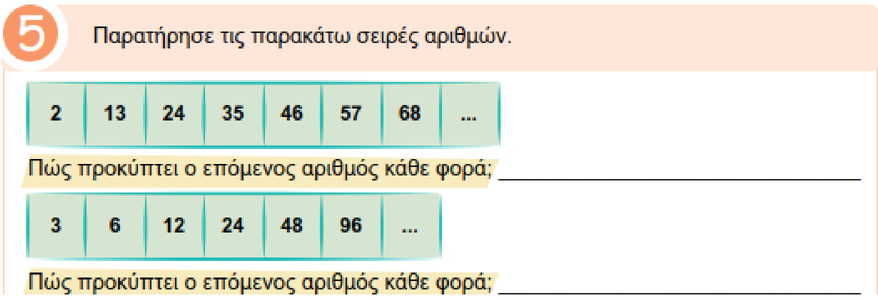
$2^{ο}$ έργο. Ο κανόνας είναι 2 χαμογελαστά προσωπάκια, 1 στεναχωρημένο, 1 θυμωμένο. Για να απαντήσουν ότι το στεναχωρημένο προσωπάκι θα βρίσκεται στη $15^{η}$ θέση, ίσως χρειαστεί να σχεδιάσουν και να χρωματίσουν τα επόμενα προσωπάκια της σειράς. Σε σύνδεση με την προπαίδεια μπορεί να σκεφτούν ότι στην 4x4 $=16^{η}$ θέση ολοκληρώνεται η κανονικότητα, άρα η $15^{η}$ θέση είναι μία θέση πριν το θυμωμένο προσωπάκι.

$3^{ο}$ έργο. Στόχος είναι να μπορούν οι μαθητές/μαθήτριες να αποκρυπτογραφήσουν το κείμενο με τον κανόνα, να το μετατρέψουν σε αριθμητική πρόταση (2xα + 1) και να βρουν νοερά τους υπόλοιπους τέσσερις αριθμούς (5, 11, 23, 47). Κάποιοι/κάποιες μαθητές/μαθήτριες ίσως χρειάζονται σημειωματάριο για τους υπολογισμούς. Κάποιοι άλλοι ίσως δυσκολευτούν στην αποκωδικοποίηση.

$4^{ο}$ έργο. Μπορεί να ιδωθεί και ως μια μορφή αξιολόγησης. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να ελέγξει μέσα από τη συμπλήρωση τον βαθμό κατανόησης της έννοιας της κανονικότητας μέσα από δυο βασικά στοιχεία: να υπάρχει κανόνας και αυτός να επαναλαμβάνεται πιστά.

$5^{ο}$ έργο. Στην πρώτη σειρά ο κάθε όρος προκύπτει προσθέτοντας 11 στον προηγούμενο. Στη δεύτερη σειρά ο κάθε όρος προκύπτει πολλαπλασιάζοντας επί 2 τον προηγούμενο ή αλλιώς διπλασιάζοντας τον προηγούμενο. Ομοιότητα: ο αριθμός 24 ανήκει και στις δύο σειρές. Διαφορά: στην πρώτη σειρά οι όροι προκύπτουν με πρόσθεση, στη δεύτερη με πολλαπλασιασμό.

Και αυτό το έργο θα μπορούσε να ιδωθεί ως αξιολόγηση.


5 Παρατήρησε τις παρακάτω σειρές αριθμών.

2	13	24	35	46	57	68	...

Πώς προκύπτει ο επόμενος αριθμός κάθε φορά; ______________________

3	6	12	24	48	96	...

Πώς προκύπτει ο επόμενος αριθμός κάθε φορά; ______________________

Κεφάλαιο 27 ΤΕ – Έργο 5

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Σύνδεση των σειρών αριθμών και με την προπαίδεια, για παράδειγμα, ανεβαίνω και κατεβαίνω 2-2, 3-3 κτλ. και με διαφορετικές αφετηρίες κάθε φορά.

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 56 ΒΜ

Σε αυτή τη θεματική ενότητα αφιερώνεται ένα κεφάλαιο. Η σειρά του κεφαλαίου τοποθετείται στο δεύτερο μισό του σχολικού έτους ώστε οι μαθητές να είναι πιο ώριμοι. Βασικός στόχος είναι να μπορούν οι μαθητές/μαθήτριες να ερμηνεύουν απλούς χάρτες για να δείξουν τις θέσεις και τις διαδρομές μεταξύ σημείων αναφοράς, χρησιμοποιώντας χωρικές έννοιες, όπως δεξιά/αριστερά, ανατολικά/δυτικά, πάνω/κάτω, βορράς/νότος. Οι έννοιες αυτές σύμφωνα με το ΠΣ έχουν ήδη απαντηθεί σε προηγούμενες τάξεις και σχετίζονται με τις καθημερινές εμπειρίες των μαθητών/μαθητριών. Ωστόσο, οι θέσεις σε χάρτη προϋποθέτουν μια σειρά από ικανότητες και δεξιότητες, κυρίως χωρικές, που καλλιεργούνται μέσα από την εμπλοκή των μαθητών/μαθητριών στα παρακάτω έργα (δες και https://sch.cy/sm/550/xorikes_ikanotites_dexiotites.pdf).

$1^{ο}$ έργο. Προτείνεται συζήτηση στην τάξη. Σημαντικό είναι οι μαθητές/ μαθήτριες να δώσουν οδηγίες με βάση τα αντικείμενα της βιβλιοθήκης (κλεψύδρα, γλαστράκι και μπαμπούσκα).

Πρόταση συμπερίληψης/ ένταξης: Προτείνεται να οργανωθεί ανάλογη βιωματική δραστηριότητα μέσα στην τάξη.

$2^{ο}$ έργο. Προτείνεται συζήτηση στην τάξη. Κι εδώ η «ξενάγηση» στον χάρτη με κατάλληλες ερωτήσεις μπορεί να βοηθήσει στη συμπλήρωση του κειμένου. Η συμπλήρωση του τελευταίου ερωτήματος μπορεί να δώσει διάφορες διαδρομές αρκεί να συνοδεύονται από σωστές εκφράσεις ως προς τον προσανατολισμό. Ωστόσο, επειδή η

οικονομία και η συντομία είναι μαθηματικές αρετές, ίσως να γίνει συζήτηση στην τάξη για τις διαδρομές που είναι πιο σύντομες άρα εξασφαλίζουν οικονομία δυνάμεων.

3^o έργο και 4^o έργο. Ο προσανατολισμός ως προς συγκεκριμένα σημεία αναφοράς είναι σημαντικός. Τα έργα προσφέρονται για παραλλαγές. Στο 3^o έργο αντιπροτάσεις για κάθε πρόταση, η Ήπειρος είναι αριστερά της Θεσσαλίας και η Θεσσαλία δεξιά της Ηπείρου κτλ. Στο 4^o έργο, μία παραλλαγή μπορεί να είναι οι δυο ήρωες να κοιτούν την ανατολή.

Κεφάλαιο 56 ΤΕ

1^o έργο. Λέξεις: δεξιά, αριστερά, πάνω, κάτω.

2^o έργο. Αναμένονται διάφορες διαδρομές. Για την αξιολόγηση των διαδρομών ισχύουν όσα αναφέρονται για το 2^o έργο του ΒΜ.

3^o έργο. Ίσως χρειαστεί να χρησιμοποιήσουν το σχήμα με τα 4 σημεία του ορίζοντα (διαθέσιμο στο ΒΜ ή στην τάξη). Το ιστιοφόρο κατευθύνεται στον Βορρά και για να πάει ανατολικά πρέπει να στρίψει δεξιά. Ίσως χρειαστεί προσομοίωση της πορείας του ιστιοφόρου στην τάξη.

4^o έργο. Το δεύτερο μέρος «Οδήγησε…» προϋποθέτει δυνατότητα αντίστροφης σκέψης. Πιθανόν να χρειαστεί να στρίψουν οι μαθητές/μαθήτριες το βιβλίο για να συμπληρώσουν το κείμενο. Ή ο/η εκπαιδευτικός να έχει ετοιμάσει αντίγραφα του χάρτη ή να προβάλει τον χάρτη ανάποδα στην οθόνη ώστε να διευκολύνει τη συμπλήρωση.

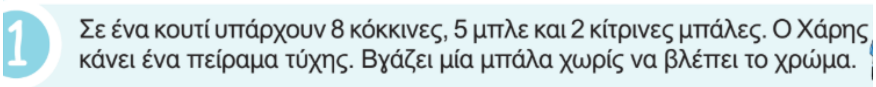
Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Χωρισμός του χάρτη του $1^{ου}$ έργου του ΒΜ σε τεταρτημόρια, απομόνωση ενός τεταρτημόριου, απλές ερωτήσεις. Το ίδιο με τα άλλα τεταρτημόρια. Στο 3^o έργο του ΒΜ επίσης χωρισμός του χάρτη και σχετικές ερωτήσεις.

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Όπως αναφέρεται και στο γλωσσάρι, το πείραμα τύχης είναι μια διαδικασία που εκτελείται και της οποίας το αποτέλεσμα δεν είναι γνωστό αλλά τυχαίο. Κλασικά πειράματα τύχης είναι με νομίσματα και ζάρια.

Κεφάλαιο 35 ΒΜ

1^o έργο. α) Κόκκινο, μπλε, κίτρινο. β) Πράσινο, μοβ, μαύρο, άσπρο κτλ. οποιοδήποτε εκτός από κόκκινο, μπλε, κίτρινο. γ) Κόκκινο, επειδή οι περισσότερες μπάλες είναι κόκκινες. δ) Οι μαθητές/μαθήτριες θα πρέπει να κάνουν πολλές δοκιμές βγάζοντας μπάλες και καταγράφοντας το χρώμα τους.


1 Σε ένα κουτί υπάρχουν 8 κόκκινες, 5 μπλε και 2 κίτρινες μπάλες. Ο Χάρης κάνει ένα πείραμα τύχης. Βγάζει μία μπάλα χωρίς να βλέπει το χρώμα.

Κεφάλαιο 35 ΒΜ – Έργο 1

2^o έργο. Είναι πιο πιθανό να μην προχωρήσει καθώς για να προχωρήσει θα πρέπει να φέρει 2 ή 5, ενώ για να μην προχωρήσει θα πρέπει να φέρει 1, 3, 4 ή 6 και είναι εξίσου πιθανό να φέρει τον κάθε αριθμό. Επίσης, το έργο στοχεύει στην ανάπτυξη της μαθηματικής πρακτικής του συλλογισμού και της μεταγνωστικής διαδικασίας, καθώς οι μαθητές/μαθήτριες χρειάζεται να διατυπώσουν τον τρόπο σκέψης που τους/τις οδήγησε στην απάντησή τους.

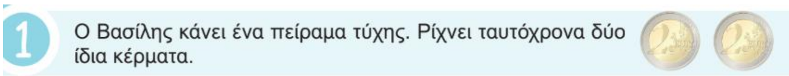
Ανεξάρτητα από το ερώτημα μπορεί να εκτελέσουν το πείραμα στην τάξη για να διαπιστώσουν ότι είναι ένα πείραμα τύχης.

3^o έργο. Μέσα από τις τέσσερις δραστηριότητες οι μαθητές/μαθήτριες προσεγγίζουν τις έννοιες αδύνατο ενδεχόμενο (απίθανο), σίγουρο/βέβαιο, πιθανό, εξίσου πιθανό.

Ο πρώτος κύκλος βάφεται κόκκινος. Σύμφωνα με την υπόδειξη «Είναι πιο πιθανό να τύχει κίτρινο παρά κόκκινο ή μπλε» τα περισσότερα από τα 8 ίσα μέρη του δεύτερου κύκλου πρέπει να βαφτούν κίτρινα. Δεκτές οι λύσεις 4 κίτρινα, 2 κόκκινα, 2 μπλε ή 5, 2, 1 ή 5, 1, 2 αντίστοιχα. Σύμφωνα με την υπόδειξη «Είναι το ίδιο πιθανό να τύχει κίτρινο ή κόκκινο και λιγότερο πιθανό να τύχει μπλε» τα μέρη του κύκλου θα πρέπει να χρωματιστούν 3 κίτρινα, 3 κόκκινα, 2 μπλε και είναι μοναδική λύση. Ο τελευταίος κύκλος μπορεί να χρωματιστεί με οποιοδήποτε χρώμα εκτός από μπλε.

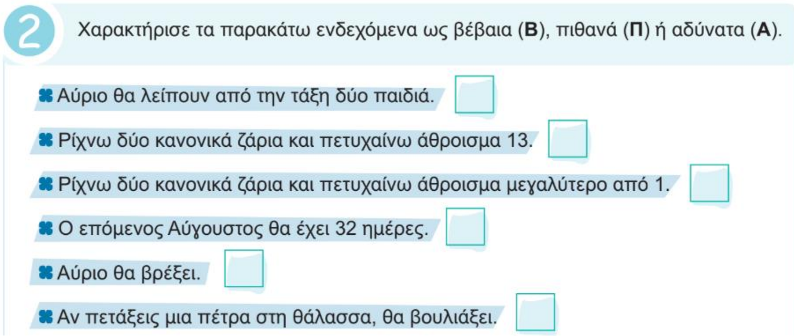
Κεφάλαιο 35 ΤΕ

$1^{ο}$ έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες εκτελούν το πείραμα τύχης στην τάξη και καταγράφουν τα αποτελέσματα. Ο/Η εκπαιδευτικός κρίνει αν χρειάζονται περισσότερες από τις δοκιμές που χωρούν στο πινακάκι μέχρι οι μαθητές/μαθήτριες να πειστούν ότι όσες δοκιμές και να κάνουν δεν μπορούν να γνωρίζουν αν «Είναι πιο πιθανό να τύχει η ίδια πλευρά και στα δύο κέρματα ή να τύχει διαφορετική πλευρά στο καθένα». Είναι ένα πείραμα τύχης και το αποτέλεσμα είναι τυχαίο.



Κεφάλαιο 35 ΤΕ – Έργο 1

$2^{ο}$ έργο. Με τη σειρά οι απαντήσεις: Π Α Β Α Π Β



Κεφάλαιο 35 ΤΕ – Έργο 2

Πιθανόν στο $3^{ο}$ ερώτημα να υπάρξει η ιδέα ότι πρέπει να βάλουμε Π επειδή είναι πείραμα τύχης. Όμως, το ερώτημα είναι τέτοιο που υποδεικνύει το Β. Εφόσον είναι 2 τα ζάρια και ο μικρότερος αριθμός που έχει το καθένα είναι 1, τότε το ελάχιστο που μπορούμε να πάρουμε στη ρίψη των 2 ζαριών είναι 1+1 =2.

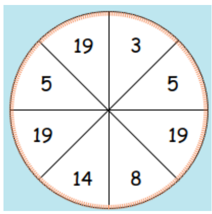
Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τους/τις μαθητές/μαθήτριες να διατυπώσουν τις ιδέες τους για τα τρία είδη ενδεχόμενων πριν τα καταγράψουν για να διαπιστώσει κατά πόσο έχουν γίνει κατανοητές οι έννοιες βέβαιο, πιθανό, αδύνατο. Παραδείγματα:

Βέβαιο: Η ανατολή του ήλιου από την Ανατολή/ η δύση του ήλιου από τη Δύση/ η Γη γυρίζει γύρω από τον ήλιο/ η Σελήνη γυρίζει γύρω από τη Γη, κτλ.

Πιθανό: Έχει σύννεφα, ίσως βρέξει/ το θερμόμετρο κατέβηκε κάτω από το 0, ίσως χιονίσει/ η Μαρία είπε πως θα προσπαθήσει να περάσει από το σπίτι μου, κτλ.

Αδύνατο: Τα παραπάνω βέβαια να διατυπωθούν αντίστροφα/ από ένα κουτί με καραμέλες φράουλα παίρνω καραμέλα σοκολάτας και παραλλαγές του.

$3^{ο}$ έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν τους αριθμούς στον δίσκο και αντιλαμβάνονται ότι ο 19 εμφανίζεται περισσότερες φορές από όλους τους αριθμούς ενώ το 12 δεν εμφανίζεται καθόλου. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί εύκολα στο συμπέρασμα ότι θα ήθελαν να είναι στη θέση της Εμμανουέλας και όχι της Όλιας.



Κεφάλαιο 35 ΤΕ – Έργο 3

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

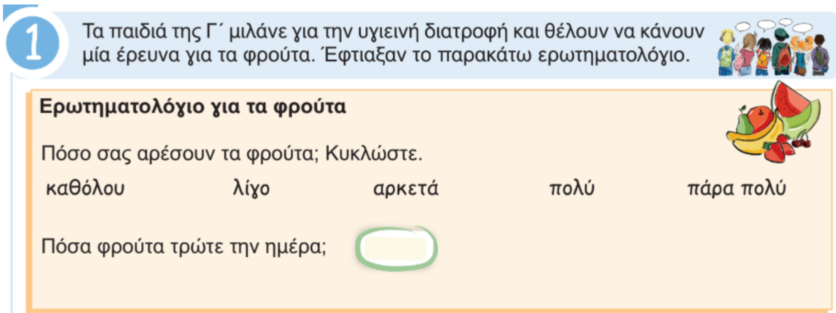
Η ενότητα αναφέρεται σε βασικές έννοιες στατιστικής. Σε αυτή τη θεματική ενότητα ανήκουν τρία κεφάλαια: 59, 60 και 61.

Κεφάλαιο 59 ΒΜ

Οι στόχοι του κεφαλαίου είναι να μπορούν οι μαθητές/μαθήτριες να διατυπώνουν ερωτήματα για μια έρευνα και να ανακαλύπτουν πληροφορίες από διαγράμματα.

1ο έργο. Προτείνεται η διαδικασία να υλοποιηθεί από τους/τις μαθητές/μαθήτριες της τάξης.

β. Είναι δεκτές οι απαντήσεις που μπορεί να δώσουν οι μαθητές/μαθήτριες εστιάζοντας στο είδος των ερωτήσεων της έρευνας, για παράδειγμα, ότι στο πρώτο ερώτημα κυκλώνουν ενώ στο δεύτερο γράφουν, στο πρώτο ερώτημα έχουν λέξεις και στο δεύτερο αριθμούς. Ήδη στο γ. δίνεται μια διατύπωση για τη συμπλήρωση του β.


1 Τα παιδιά της Γ΄ μιλάνε για την υγιεινή διατροφή και θέλουν να κάνουν μία έρευνα για τα φρούτα. Έφτιαξαν το παρακάτω ερωτηματολόγιο.

Ερωτηματολόγιο για τα φρούτα

Πόσο σας αρέσουν τα φρούτα; Κυκλώστε.

καθόλου λίγο αρκετά πολύ πάρα πολύ

Πόσα φρούτα τρώτε την ημέρα;

Κεφάλαιο 59 ΒΜ – Έργο 1

Η αναφορά σε ποιοτικές και ποσοτικές μεταβλητές θα γίνει σε μεγαλύτερες τάξεις. Για τον τύπο των δεδομένων δες και https://esm.uoi.gr/wp-content/uploads/2019/06/%CE%A3%CE%B7%CE%BC%CE%B5%CE%B9%CF%8E%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82-%CE%B3%CE%B9%CE%B1-%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%B3%CF%81%CE%B1%CF%86%CE%B9%CE%BA%CE%AE-%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE.pdf

γ. Σε συνεργασία με το διπλανό παιδί μπορούν, αν θέλουν, να συνεχίσουν την έρευνα για την υγιεινή διατροφή:

Θέμα: Όσπρια

Ερώτηση πρώτη: Πόσο πολύ σας αρέσουν τα όσπρια: Καθόλου Λίγο Πολύ

Ερώτηση δεύτερη: Πόσες φορές την εβδομάδα τρώτε όσπρια: ____

Άλλα παραδείγματα

Θέμα: Παιχνίδια με μπάλα *Πόσο σας αρέσουν τα παιχνίδια με μπάλα; **Πόσα παιχνίδια με μπάλα παίζετε τον μήνα;

Θέμα: Παγωτά *Πόσο σας αρέσουν τα παγωτά; **Πόσα παγωτά τρώτε την εβδομάδα;

2ο έργο. Για να απαντήσουν στα ερωτήματα οι μαθητές/μαθήτριες θα πρέπει να αντλήσουν πληροφορίες από τα δύο ραβδογράμματα όπου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας. Για την απάντηση της α. αρκεί να κοιτάξουν τη στήλη του «καθόλου», οπότε η απάντηση είναι Γ2. Για τη β. θα κυκλώσουν «αρκετά» επειδή αθροιστικά είναι ο μεγαλύτερος αριθμός παιδιών (5+6=11). Κάποιοι/κάποιες μαθητές/μαθήτριες θα το δουν με μια ματιά αλλά η απόδειξη είναι σημαντική και θα πρέπει να γίνει συγκρίνοντας τα αθροίσματα της κάθε περίπτωσης.

Κεφάλαιο 59 ΤΕ

1ο έργο. Τα δεδομένα παρουσιάζονται στον πίνακα με διαφορετικό τρόπο. Περισσότερα παιδιά ψήφισαν στην Ε΄ τάξη και λιγότερα στις Α' και Δ΄. Για να απαντηθεί το ε) θα πρέπει οι μαθητές/μαθήτριες να αθροίσουν τις ψήφους και των 6 τάξεων. Σε αυτό μπορεί να βοηθήσει το πινακάκι που έχουν συμπληρώσει για το δ).

2ο έργο. Στον πίνακα του α) θα πρέπει να συμπληρωθούν οι ετικέτες για τα αυτοκίνητα πίστας και τις μηχανές. Το β) 24 αυτοκινητάκια βοηθά να συμπληρωθούν τα κλάσματα στο γ) φορτηγά $\frac{2}{24}$, αυτοκίνητα δρόμου $\frac{12}{24}$, αυτοκίνητα πίστας $\frac{6}{24}$, μηχανές $\frac{4}{24}$. Η απάντηση στο γ) βοηθά να συμπληρωθούν τα χρώματα στον δίσκο του δ) που είναι χωρισμένος σε 24 ίσα μέρη, όσα και ο παρονομαστής των κλασμάτων. 12 μέρη με κίτρινο, 6 με μπλε και 4 με πορτοκαλί. Η χρήση ξυλομπογιάς βοηθά, ειδικά σε περίπτωση λάθους.

Κεφάλαιο 60 ΒΜ

1ο έργο. Απαντήσεις α) 11 β)9 γ)2 δ)7 ε)2

Υποδείξεις: Για το α) οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να υπολογίσουν και τα γράμματα που είναι εκεί που τέμνονται οι δύο κύκλοι, δηλαδή τα Χ και Ο, που αντιστοιχούν σε μαθητές/μαθήτριες που ασχολούνται και με τη μουσική και με τη ζωγραφική. Αντίστοιχα για το β).

Κεφάλαιο 6ο ΒΜ – Έργο 1

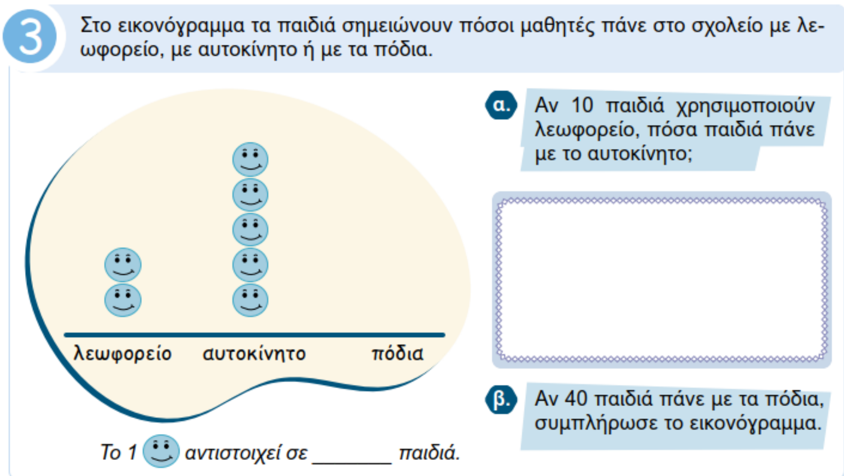
Για το δ) θα πρέπει να προσθέσουν τους μαθητές/μαθήτριες της Μουσικής (9) και της Ζωγραφικής (7) και τους Χ και Ο, άθροισμα 18. 25-18 =7.

Για το δεύτερο μέρος του έργου, στόχος είναι οι μαθητές/μαθήτριες να είναι ικανοί/ικανές να οργανώσουν την έρευνα, να συλλέξουν τα δεδομένα και να τα παρουσιάσουν στο διάγραμμα.

2ο έργο. Για να συμπληρωθεί το ραβδόγραμμα θα πρέπει οι μαθητές/μαθήτριες να παρατηρήσουν ότι ο ένας άξονας είναι οι τιμές και ο άλλος είναι η συχνότητα με την οποία εμφανίστηκαν οι τιμές κατά τις ρίψεις. Η συχνότητα είναι ένας αριθμός που θα τον βρουν κάθε φορά μετρώντας πόσες φορές εμφανίζεται στον πίνακα η κάθε τιμή. Υπάρχουν τιμές που δεν εμφανίζονται, όπως το 2, λόγω τυχαιότητας και τιμές που δεν μπορούν εκ των πραγμάτων να εμφανιστούν, 1 και τιμές μεγαλύτερες από το 12. Όλα τα παραπάνω μπορούν να αποτελέσουν αντικείμενο συζήτησης μέσα στην τάξη είτε εάν τα προκαλέσουν οι μαθητές/μαθήτριες είτε ο/η εκπαιδευτικός.

Πρόταση συμπερίληψης/ ένταξης: Προτείνεται να γίνει η δραστηριότητα σε ομάδες και η κάθε ομάδα να καταγράψει τα αποτελέσματά της σε πίνακα και να συμπληρώσει το δικό της ραβδόγραμμα.

3ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες έρχονται σε επαφή με εικονόγραμμα, όπου η κάθε εικόνα αντιπροσωπεύει έναν αριθμό αντικειμένων. Το 1 προσωπάκι αντιπροσωπεύει 5 παιδιά οπότε με αυτοκίνητο μετακινούνται 25 παιδιά και για το β) θα συμπληρώσουν 8 προσωπάκια.

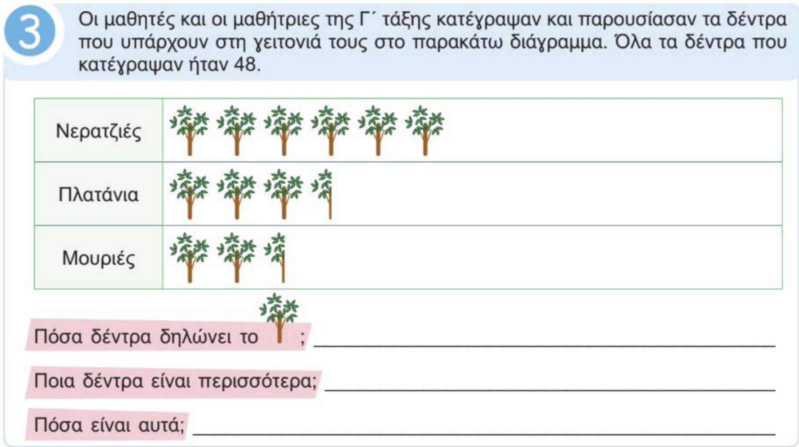


Κεφάλαιο 6ο ΒΜ – Έργο 3

Κεφάλαιο 6ο ΤΕ

1ο έργο. γ) Η πρώτη ερώτηση μπορεί να απαντηθεί από τον πρώτο πίνακα μετρώντας τα τετραγωνάκια (3x9=27), από την τελευταία στήλη του πίνακα της α), ή ακόμη και από το διάγραμμα της β). Η δεύτερη ερώτηση μπορεί να απαντηθεί από τη συμπλήρωση του α) ή του β). 22 παιδιά δανείστηκαν βιβλία τον μήνα Απρίλιο κι αυτή η πληροφορία μπορεί να αντληθεί είτε από την τρίτη στήλη του α) αθροίζοντας τους αριθμούς πλην του 4 (αφού δεν πήραν κανένα βιβλίο) ή από το β) με τον ίδιο τρόπο. Για την τελευταία ερώτηση (9 παιδιά) αθροίζουν είτε τις δύο γραμμές του α) είτε τις δυο στήλες του β).

3ο έργο. Για να απαντήσουν στην πρώτη ερώτηση οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να διαιρέσουν τον 48 με τον αριθμό των , δηλαδή τον 12. Άρα κάθε  αντιστοιχεί σε 4 δέντρα.



Κεφάλαιο 60 ΤΕ – Έργο 3

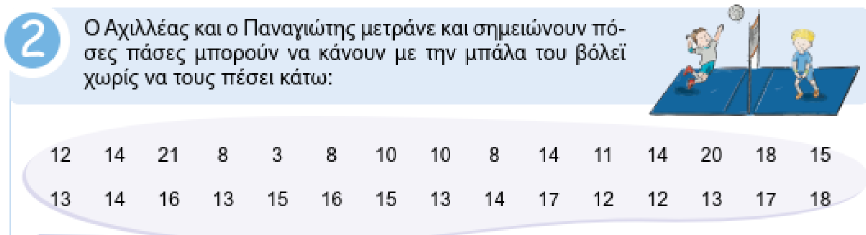
Κεφάλαιο 61 ΒΜ

1ο έργο. Κερδίζει η ζωγραφιά με τις περισσότερες ψήφους, η Οικογένεια.

2ο έργο. Στον πίνακα οι αριθμοί/δεδομένα τοποθετούνται με τη σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο για να διευκολύνουν την επεξεργασία τους.

Η πρώτη ερώτηση: «Πόσες πάσες έκαναν περισσότερες φορές» αφορά την επικρατούσα τιμή και είναι ο αριθμός 14 που εμφανίζεται 4 φορές.

Η τέταρτη ερώτηση «Ποια ήταν η διαφορά της μικρότερης από τη μεγαλύτερη τιμή από πάσες» αφορά το εύρος (κύμανση) των δεδομένων.



Κεφάλαιο 61 ΒΜ – Έργο 2

Η επικρατούσα τιμή και το εύρος των δεδομένων είναι δύο από τα Μέτρα θέσης και μεταβλητότητας που προβλέπεται από το ΠΣ για την Γ΄ τάξη και εξετάζονται στο 2ο και 3ο έργο του Κεφαλαίου .

Κεφάλαιο 61 ΤΕ

1ο έργο. Είναι μια ανοιχτού τύπου δραστηριότητα για ομάδες μαθητών/μαθητριών. Πιθανές ερωτήσεις που μπορούν οι μαθητές/μαθήτριες να διατυπώσουν: Ποιο χρώμα ξυλομπογιάς εμφανίζεται τις περισσότερες φορές; Ποιο χρώμα εμφανίζεται λιγότερες; Ποια είναι η διαφορά ανάμεσα στις περισσότερες και τις λιγότερες ξυλομπογιές; Πόσες είναι όλες οι δικές σου ξυλομπογιές; Πόσες είναι οι ξυλομπογιές της ομάδας; Πόσες είναι οι μπλε και κόκκινες μαζί; κτλ.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΟΥ ΧΩΡΟΥ

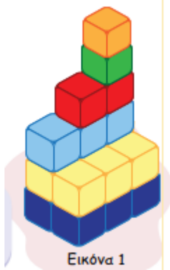
10η ΕΝΟΤΗΤΑ

Ολόκληρη η ενότητα είναι αφιερωμένη στο υποπεδίο της Γεωμετρίας που αφορά στα στερεά τρισδιάστατα σώματα. Το 1ο από τα 4 Κεφάλαια της 10ης (τελευταίας) ενότητας του βιβλίου, το Κεφάλαιο 62, αφορά στη μέτρηση του όγκου κύβων και ορθογώνιων παραλληλεπίπεδων. Τα υπόλοιπα τρία Κεφάλαια, 63, 64 και 65 αφορούν στα γεωμετρικά στερεά, πρίσματα, πυραμίδες, κύλινδρους και κώνους. Για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας του χώρου η τάξη πρέπει να διαθέτει υλικά, όπως, κύβους πολλαπλής σύνδεσης, μαλακά χαρτόνια, ρυζόχαρτο, κόλλες, χαρτόκουτα, πρίσματα, πυραμίδες, κυλίνδρους που μπορούν να αναπτυχθούν ή και έτοιμα αναπτύγματα αυτών των στερεών για να συντεθούν.

Οι γεωμετρικές και χωρικές έννοιες φαίνεται πως παρουσιάζουν δυσκολίες για να τις κατανοήσουν οι μαθητές παρότι υποστηρίζονται από την εποπτεία και τις καθημερινές εμπειρίες. Συχνά οι παρανοήσεις και τα στερεότυπα εμποδίζουν τη βαθύτερη κατανόηση. Οι μαθητές/μαθήτριες είναι σε θέση να πραγματοποιήσουν κατασκευές αλλά κυρίως κιναισθητικά χωρίς πολλές φορές να αναγνωρίζουν σε αυτές τη γεωμετρική μορφή και τα δομικά χαρακτηριστικά τους. Όπως αναφέρεται και στον Οδηγό του Εκπαιδευτικού, οι κατάλληλες διδακτικές παρεμβάσεις μπορούν να υποστηρίξουν την ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης και αντίληψης.

Κεφάλαιο 62 ΒΜ

1ο έργο. Για να απαντήσουν στην πρώτη ερώτηση οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να φανταστούν τα υπόλοιπα μπλε κυβάκια της πρώτης στρώσης. Όλα τα μπλε είναι 6. Οι 6 στρώσεις θα έχουν 36 κυβάκια. Στην εικόνα 1 έχουν τοποθετηθεί 19 κυβάκια, επομένως χρειάζεται άλλα 17 κυβάκια.



Κεφάλαιο 62 ΒΜ – Έργο 1

3ο έργο. Η κάθε στρώση έχει 15 σοκολατάκια και όλο το κουτί 45.

4ο έργο. Η τοποθέτηση των κύβων στο κουτί είναι τέτοια που μπορεί να οδηγήσει σε δίλημμα τους/τις μαθητές/μαθήτριες στο να απαντήσουν ΝΑΙ ή ΟΧΙ στην πρώτη ερώτηση. Οι επόμενες τρεις ερωτήσεις εισάγουν τους/τις μαθητές/μαθήτριες στην αισθητοποίηση και τη μέτρηση που θα οδηγήσει σε καταφατική απάντηση στην τελευταία ερώτηση.

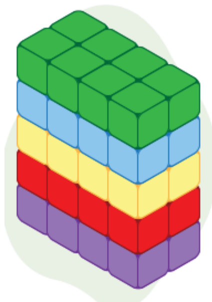
Κεφάλαιο 62 ΤΕ

Υλικά: κύβοι απλοί ή πολλαπλής σύνδεσης

1ο έργο. Εργασία σε ομάδες. Με τους 12 κύβους αναμένονται τοίχοι σε 3 σειρές από 4 κύβους, 2 σειρές από 6 κύβους, 4 σειρές από 3 κύβους, και πιθανόν μία σειρά με 12 κύβους. Στην τελευταία περίπτωση θα μπορούσε ο/η εκπαιδευτικός να εξηγήσει ότι μία σειρά δεν αποτελεί τοίχο.

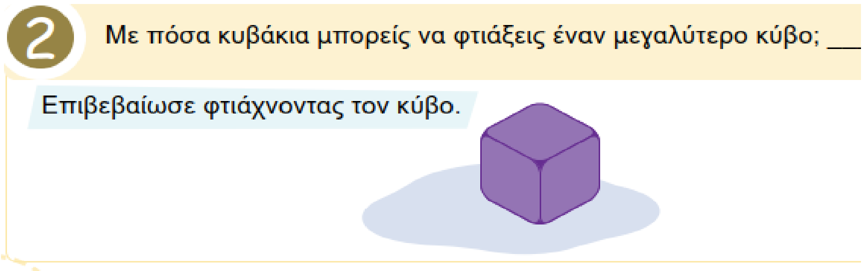
Για να βρουν τους κύβους που απαρτίζουν τον παχύ τοίχο της Στυλιανής (40) οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να φανταστούν και τη δεύτερη σειρά του τοίχου από την οποία βλέπουν μία οριζόντια και μία κάθετη σειρά.

Για την τελευταία δραστηριότητα, οι μαθητές/μαθήτριες της κάθε ομάδας επιλέγουν έναν από τους δύο τοίχους (α ή β) που κατασκεύασαν. Οποιονδήποτε διαλέξουν θα χρειαστούν άλλους 12 κύβους.



Κεφάλαιο 62 ΤΕ – Έργο 1

2ο έργο. Κάποιοι/κάποιες μαθητές/μαθήτριες θα χρησιμοποιήσουν 8 κύβους και κάποιοι 27 ή και 64. Αν κατασκευάσουν ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, ο/η εκπαιδευτικός θα πρέπει να συζητήσει με τους/τις μαθητές/μαθήτριες τη βασική ιδιότητα του κύβου που είναι οι 3 ακμές του να είναι ίσες ή αλλιώς όλες οι έδρες του τετράγωνα. Με μικροπειραματισμούς, όπως για παράδειγμα, τοποθετώντας ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο 2x2x3 πάνω σε έναν κύβο 2x2x2, μπορεί να προκαλέσει ανάπτυξη επιχειρημάτων κτλ.



Κεφάλαιο 62 ΤΕ – Έργο 2

3ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες φαντάζονται τα κυβάκια που κρύβονται και κάνουν τους σχετικούς υπολογισμούς είτε με πρόσθεση είτε με πολλαπλασιασμό είτε με μίξη των δύο πράξεων. Α 27, Β 125, Γ 36

Κεφάλαιο 62 ΤΕ – Έργο 3

4ο έργο. Η απάντηση είναι η α κατασκευή. Πιθανόν οι μαθητές/μαθήτριες αρχικά να υποθέσουν ότι είναι η β επειδή έχει μεγαλύτερο μήκος. Ίσως ο/η εκπαιδευτικός θελήσει να εκμεταλλευτεί διδακτικά αυτή την παρανόηση που είναι προβλέψιμη.

Κεφάλαιο 63 ΒΜ

Στόχος είναι να διακρίνουν τα πρίσματα από τις πυραμίδες με βάση τα χαρακτηριστικά τους και να μπορούν να τα περιγράφουν.

1ο έργο. Μία ομάδα είναι τα πρίσματα (Α, Γ, Δ) και η άλλη οι πυραμίδες (Β, Ε).

Όλα είναι στερεά.

Κεφάλαιο 63 ΒΜ – Έργο 1

2ο έργο. Το α είναι κύβος, το β ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, το γ τριγωνικό πρίσμα, το δ πενταγωνικό πρίσμα.

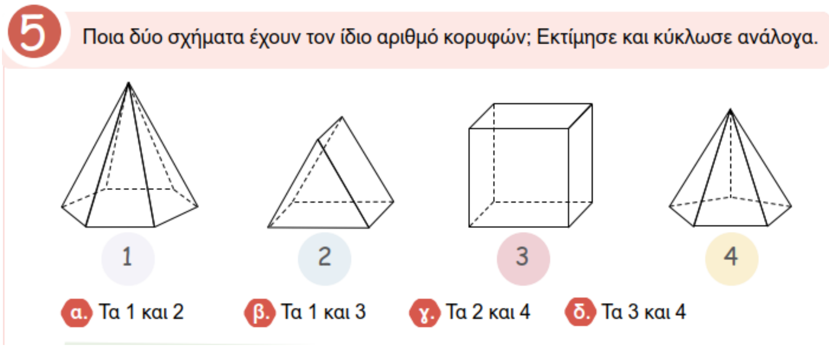
Κεφάλαιο 63 ΒΜ – Έργο 2

Κεφάλαιο 63 ΤΕ

1ο έργο. Ίσως χρειαστεί να προηγηθεί μια συζήτηση σχετικά με το πόσα και τι είδους σχήματα θα χρειαστούν για το κάθε στερεό. Για παράδειγμα, για την πυραμίδα (δεύτερο στερεό) θα χρειαστούν 5 σχήματα, δηλαδή 4 τρίγωνα και ένα τετράγωνο, κτλ.

3ο έργο. Σωστό είναι το β. Ανάλογα χρωματίζονται τα στερεά με 3 διαφορετικά χρώματα, ένα για κάθε κατηγορία.

5ο έργο. γ. Τα 2 και 4 Έχουν από 6 κορυφές.



Κεφάλαιο 63 ΤΕ – Έργο 5

Κεφάλαιο 64 ΒΜ

Στόχος είναι να μπορούν οι μαθητές/μαθήτριες να συσχετίζουν τα γεωμετρικά σχήματα με τα στερεά και τα αναπτύγματά τους.

1ο έργο. Οι μαθητές κυκλώνουν το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και το εξάγωνο. Η απάντηση στο δεύτερο ερώτημα είναι «τετράγωνο».

Κεφάλαιο 64 ΒΜ – Έργο 1

2ο έργο. Με γνώμονα ή χάρακα συμπληρώνουν το ανάπτυγμα του κύβου με δύο ίσα με τα υπόλοιπα τετράγωνα και διαγράφουν από το ανάπτυγμα της πυραμίδας το κάτω μεγάλο τρίγωνο.

3ο έργο. Ο Μάρκος περιγράφει την κατασκευή Β. Οι μαθητές/μαθήτριες παρατηρούν ότι η πρώτη πρόταση αναφέρεται και στις δύο κατασκευές. Η δεύτερη πρόταση είναι αρκετή για να προσδιορίσουν την κατασκευή. Οι επόμενες δύο προτάσεις μπορεί να μπερδέψουν κάποιους μαθητές.

4ο έργο. Οι μαθητές/μαθήτριες εργάζονται σε ομάδες και χρησιμοποιούν στερεά που υπάρχουν στην τάξη για να δημιουργήσουν τις κατασκευές τους σύμφωνα με τις οδηγίες της Βαλέριας.

Κεφάλαιο 64 ΤΕ

3ο έργο. Η συμπλήρωση δεν είναι απαραίτητο να αρχίσει από την πρώτη πρόταση.

*Ένα **πενταγωνικό πρίσμα** έχει δύο βάσεις σε σχήμα πενταγώνου.*

*Με μία τετράγωνη βάση και 4 ίσες τριγωνικές έδρες μπορώ να φτιάξω **πυραμίδα**.*

*Οι τριγωνικές πυραμίδες έχουν βάση σε σχήμα **τριγώνου**.*

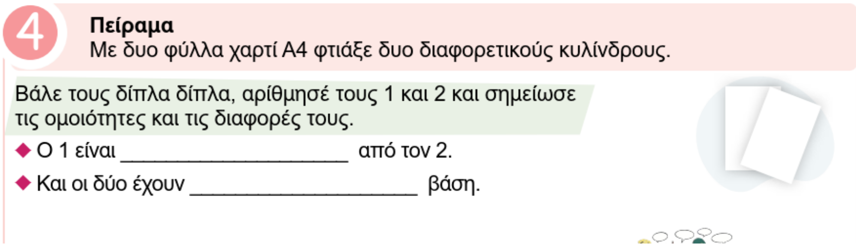
*Ο κύβος έχει 6 έδρες σε σχήμα **τετραγώνου**.*

Κεφάλαιο 65 ΒΜ

4^{o} *έργο.* Ανάλογα με τον κύλινδρο που θα ονομάσουν 1 και αυτόν που θα ονομάσουν 2, μπορούν να συμπληρώσουν:

*Ο 1 είναι **ψηλότερος/κοντύτερος** από τον 2*

*Και οι δύο έχουν **κυκλική** βάση.*


4 **Πείραμα**
Με δυο φύλλα χαρτί Α4 φτιάξε δυο διαφορετικούς κυλίνδρους.

Βάλε τους δίπλα δίπλα, αρίθμησέ τους 1 και 2 και σημείωσε τις ομοιότητες και τις διαφορές τους.

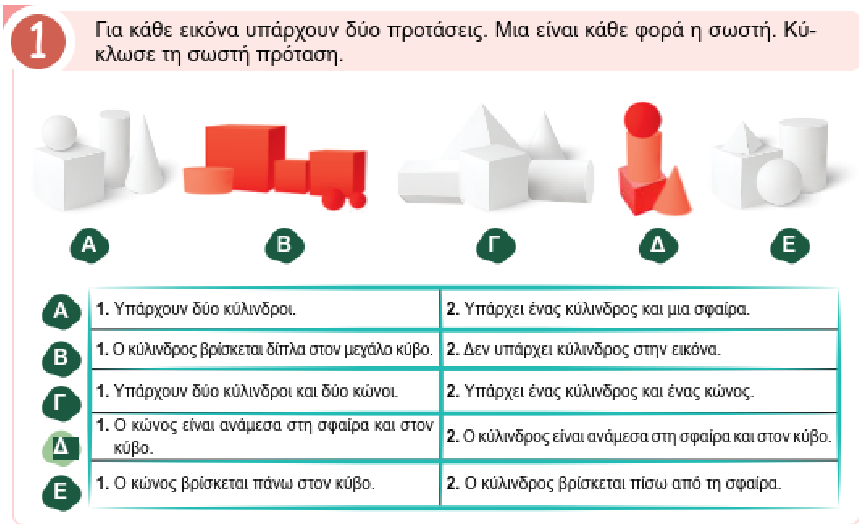
- Ο 1 είναι __________________ από τον 2.
- Και οι δύο έχουν __________________ βάση.

Κεφάλαιο 65 ΒΜ – Έργο 4

Συμπληρωματικά μπορεί να βάλουν τον ένα μέσα στον άλλον και να παρατηρήσουν ότι η βάση του ενός είναι μεγαλύτερη από του άλλου.

Κεφάλαιο 65 ΤΕ

1^{o} *έργο.* Α 2, Β 1, Γ 2, Δ 2, Ε 2


1 Για κάθε εικόνα υπάρχουν δύο προτάσεις. Μια είναι κάθε φορά η σωστή. Κύκλωσε τη σωστή πρόταση.

Α	**1.** Υπάρχουν δύο κύλινδροι.	**2.** Υπάρχει ένας κύλινδρος και μια σφαίρα.
Β	**1.** Ο κύλινδρος βρίσκεται δίπλα στον μεγάλο κύβο.	**2.** Δεν υπάρχει κύλινδρος στην εικόνα.
Γ	**1.** Υπάρχουν δύο κύλινδροι και δύο κώνοι.	**2.** Υπάρχει ένας κύλινδρος και ένας κώνος.
Δ	**1.** Ο κώνος είναι ανάμεσα στη σφαίρα και στον κύβο.	**2.** Ο κύλινδρος είναι ανάμεσα στη σφαίρα και στον κύβο.
Ε	**1.** Ο κώνος βρίσκεται πάνω στον κύβο.	**2.** Ο κύλινδρος βρίσκεται πίσω από τη σφαίρα.

Κεφάλαιο 65 ΤΕ – Έργο 1

3^{o} *έργο.* Το ανάπτυγμα του κυλίνδρου είναι το μεσαίο.

4^{o} *έργο.* Είναι εργασία στην τάξη. Οι μαθητές/μαθήτριες ενώνουν τον κύλινδρο με τον κώνο και πιθανόν να το αιτιολογήσουν λέγοντας ότι έχουν βάσεις που είναι κυκλικοί δίσκοι και εφαρμόζουν ο ένας με τον άλλο. Ανάλογα και για τα άλλα δύο στερεά.

Πρόταση συμπερίληψης/ένταξης: Είτε υπάρχει δυσκολία ανταπόκρισης των μαθητών/μαθητριών στα παραπάνω έργα είτε όχι, οι κατασκευές με πραγματικούς κύβους μπορούν να υποστηρίξουν την καλύτερη κατανόηση. Ειδικά, όταν οι κατασκευές πραγματοποιούνται από τους/τις ίδιους/ίδιες τους/τις μαθητές/μαθήτριες.